

УДК 62-50

Об одном подходе к стабилизации продольного движения беспилотного летательного аппарата

Зубов Николай Евгеньевич

nik.zubov@gmail.com

Мечкина Ксения Алексеевна^(*)

mechkinakseniya@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. В статье предложен подход, обеспечивающий решение задачи стабилизации короткопериодического продольного движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА), который описывается линейной стационарной моделью третьего порядка с параметрами вектора состояния: тангаж, угол атаки, угловая скорость в канале тангажа. В основе получения аналитического решения лежит оригинальная декомпозиция модели исходной системы и установленная в работе взаимосвязь модального управления по состоянию и модального управления по выходу через задаваемые значения корней замкнутой системы управления.

Ключевые слова: короткопериодическое продольное движение, беспилотный летательный аппарат, управление по состоянию, коэффициенты обратной связи, аналитический синтез

Введение. В работе, в отличие от [1], рассматривается задача построения законов управления стабилизации короткопериодического продольного движения БПЛА с параметрами вектора состояния: тангаж, угол атаки, угловая скорость в канале тангажа.

Материалы и методы; результаты. Объект управления рассматривается в виде [2]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

с матрицами коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_{mz}^{\omega_z} & -a_{mz}^{\alpha} \\ 0 & 1 & -a_y^{\alpha} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ -a_{mz}^{\delta_B} \\ -a_y^{\delta_B} \end{pmatrix},$$

элементы которых являются кусочно-постоянными величинами в пределах одного такта работы БЦВМ, и векторами

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix}, u = \delta_B.$$

Введем аналогично [2] для краткости записи обозначения $a_{23} = a_{mz}^{\alpha}$, $a_{22} = a_{mz}^{\omega_z}$, $a_{33} = a_y^{\alpha}$, $b_{21} = a_{mz}^{\delta_B}$, $b_{31} = a_y^{\delta_B}$, и тогда объект управления (1) запишется так:

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_{22} & -a_{23} \\ 0 & 1 & -a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -b_{21} \\ -b_{31} \end{pmatrix} \delta_B. \quad (2)$$

Здесь где v — угол тангажа; ω_z — угловая скорость тангажа; α — угол атаки; δ_B — угол отклонения руля высоты; $a_{m_z}^{\omega_z} = -\frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} = -\frac{qsb_a^2 m_z^{\omega_z}}{J_z V}$ — коэффициент, характеризующий аэродинамическое демпфирование летательного аппарата (1/с); $a_{m_z}^{\alpha} = -\frac{M_z^{\alpha}}{J_z} = -\frac{qsb_a m_z^{\alpha}}{J_z}$ — коэффициент, характеризующий статическую устойчивость летательного аппарата (1/с²); $a_{m_z}^{\delta_B} = -\frac{M_z^{\delta_B}}{J_z} = \frac{57.3 qsb_a m_z^{\delta_B}}{J_z}$ — коэффициент, характеризующий эффективность рулей высоты (1/с² · 1/град); $a_y^{\alpha} = -\frac{Y^{\alpha}}{mV} = \frac{57.3 qsc_y^{\alpha}}{mV}$ — приращение угловой скорости касательной к траектории, вызванное отклонением угла атаки на единицу измерения (1/с); $a_y^{\delta_B} = -\frac{Y^{\delta_B}}{mV} = \frac{57.3 qsc_y^{\delta_B}}{mV}$ — приращение угловой скорости касательной к траектории, обусловленное отклонением органов управления на единицу при неизменном значении угла атаки (1/с · 1/град).

Поиск законов обратной связи стабилизации короткопериодического продольного движения БПЛА осуществляется с использованием теоремы.

Т е о р е м а [1]. Пусть ММО-система (1) полностью управляемая и матрица $K \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ удовлетворяет формулам:

$$K = K_0 = B_0^- A - \Phi_0 B_0^-, B_0^- = K_1 B_0^\perp + B_0^+;$$

$$K_1 = B_1^- A_1 - \Phi_1 B_1^-, B_1^- = K_2 B_1^\perp + B_1^+;$$

$$K_2 = B_2^- A_2 - \Phi_2 B_2^-, B_2^- = K_3 B_2^\perp + B_2^+;$$

тогда

$$\text{eig}(A - BK) = \bigcup_{i=1}^3 \text{eig}(\Phi_{i-1})$$

и соответственно закон обратной связи по состоянию имеет вид

$$u = -Kx,$$

где K — искомая матрица коэффициентов (матрица регулятора). Здесь

$$A_0 = A; B_0 = B_0; A_1 = B_0^\perp A_0 B_0^{\perp+}; B_1 = B_0^\perp A_0 B_0;$$

$$A_2 = B_1^\perp A_1 B_1^{\perp+}; B_2 = B_1^\perp A_1 B_1.$$

Матрица коэффициентов обратной связи при заданных действительных корнях ($\Phi_2 = g_{12}, \Phi_1 = g_{12}, \Phi_0 = g_{01}$) на основании теоремы будет иметь следующий вид:

$$K = (K_{11} \quad K_{12} \quad K_{13}), \quad (3)$$

где $K_{11} = (g_{01}g_{11}g_{12})/(a_{23}b_{31} - a_{33}b_{21})$;

$$K_{12} = \left(\frac{1}{(a_{23}b_{31} - a_{33}b_{21})(a_{23}b_{31}^2 + b_{21}^2 + a_{22}b_{21}b_{31} - a_{33}b_{21}b_{31})} \right) \times (a_{23}^2b_{31}^2 + a_{33}^2b_{21}^2 -$$

$$-a_{22}^2a_{23}b_{31}^2 + a_{22}a_{33}b_{21}^2 + a_{33}b_{21}^2g_{01} + a_{33}b_{21}^2g_{11} + a_{33}b_{21}^2g_{12} + a_{22}^2a_{33}b_{21}b_{31} -$$

$$-a_{22}a_{23}b_{31}^2g_{01} - a_{22}a_{23}b_{31}^2g_{11} - a_{22}a_{23}b_{31}^2g_{12} - a_{23}b_{31}^2g_{01}g_{11} - a_{23}b_{31}^2g_{01}g_{12} - a_{23}b_{31}^2g_{11}g_{12} -$$

$$-a_{22}a_{23}b_{21}b_{31} - 2a_{23}a_{33}b_{21}b_{31} - a_{23}b_{21}b_{31}g_{01} - a_{23}b_{21}b_{31}g_{11} - a_{23}b_{21}b_{31}g_{12} +$$

$$+a_{22}a_{33}b_{21}b_{31}g_{01} + a_{22}a_{33}b_{21}b_{31}g_{11} + a_{22}a_{33}b_{21}b_{31}g_{12} + a_{33}b_{21}b_{31}g_{01}g_{11} + a_{33}b_{21}b_{31}g_{01}g_{12} +$$

$$+a_{33}b_{21}b_{31}g_{11}g_{12} + b_{21}b_{31}g_{01}g_{11}g_{12});$$

$$K_{13} = - \left(\frac{1}{(a_{23}b_{31} - a_{33}b_{21})(a_{23}b_{31}^2 + b_{21}^2 + a_{22}b_{21}b_{31} - a_{33}b_{21}b_{31})} \right) \times$$

$$\times (a_{33}^3b_{21}^2 + a_{22}a_{23}^2b_{31}^2 + a_{23}^2a_{33}b_{31}^2 + a_{23}^2b_{31}^2g_{01} + a_{33}^2b_{21}^2g_{01}$$

$$+ a_{23}^2b_{31}^2g_{11} +$$

$$+a_{33}^2b_{21}^2g_{11} + a_{23}^2b_{31}^2g_{12} + a_{33}^2b_{21}^2g_{12} - a_{23}a_{33}b_{21}^2 + a_{23}^2b_{21}b_{31}$$

$$- 2a_{23}a_{33}^2b_{21}b_{31} +$$

$$+a_{33}b_{21}^2g_{01}g_{11} + a_{33}b_{21}^2g_{01}g_{12} + a_{33}b_{21}^2g_{11}g_{12} + b_{21}^2g_{01}g_{11}g_{12}$$

$$- a_{22}a_{23}a_{33}b_{21}b_{31} -$$

$$-2a_{23}a_{33}b_{21}b_{31}g_{01} - 2a_{23}a_{33}b_{21}b_{31}g_{11} - 2a_{23}a_{33}b_{21}b_{31}g_{12}$$

$$- a_{23}b_{21}b_{31}g_{01}g_{11} -$$

$$-a_{23}b_{21}b_{31}g_{01}g_{12} - a_{23}b_{21}b_{31}g_{11}g_{12}).$$

Таким образом матрицы строки (3) определяют закон управления стабилизацией короткопериодического продольного движения в детерминированной постановке. Результаты моделирования подтвердили эффективность примененного подхода к решению задачи стабилизации продольного движения БПЛА.

Заключение. Для линеаризованной модели третьего порядка короткопериодического продольного движения БПЛА получены аналитические выражения законов управления стабилизацией, основанные на оригинальной декомпозиции модели объекта управления и разработанного на ее основе метода модального управления по состоянию МИМО-системой.

Список источников

- [1] Зубов Н.Е., Мечкина К.А. Аналитический синтез законов управления короткопериодическим продольным движением беспилотного летательного аппарата. *Автоматизация. Современные технологии*, 2024, № 9, с. 404–410.
- [2] Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. *Динамика полета беспилотных летательных аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1973, 616 с.