

УДК 539.3/8: 621.01:004.7

Численное моделирование деформирования промышленных мембран с учетом геометрической нелинейности

Подкопаев Сергей Анатольевич^(*)

podkopaevsa@bmstu.ru

Гаврюшин Сергей Сергеевич

gss@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Представлена математическая модель для описания процесса нелинейного деформирования осесимметричных оболочек, метод дискретного продолжения по параметру и прием «смены подпространства управляющих параметров». Предлагается и используется многопараметрический подход к исследованию закритического нелинейного процесса деформирования прохлопывающих оболочек (мембран). Разработан и реализован в виде авторской программы численный алгоритм исследования процессов нелинейного деформирования многопараметрических систем.

Ключевые слова: нелинейное деформирование, тонкостенная осесимметричная оболочка, мембрана, закритическое поведение, дискретное переключение, продолжение по параметру, смена подпространства параметров

Введение. Разнообразные элементы конструкций, выполненные в форме осесимметричных оболочек (мембран), широко применяются в различных отраслях промышленности. Процесс деформирования, указанных выше элементов, является существенно нелинейным, зависящим от многих параметров, в связи с этим решение, как правило, оказывается многозначным и чувствительным к малым возмущениям [1–3]. Под мембраной примем тонкостенную осесимметричную оболочку, которая, под действием внешней нагрузки может скачкообразно менять свой прогиб [4, 5].

Материалы и методы; результаты. Мембраны в форме оболочек применяются в различных коммутационных устройствах (рис. 1, б), клапанах и датчиках давления (рис. 1, а), а также в конструкции топливных баков в авиастроении в качестве вытеснительной мембраны (рис. 1, в).

Главным эксплуатационным элементом устройств является мембрана (рис. 1, б), упругая характеристика которой представлена ниже (рис. 2, б) [4].

Показанные на рис. 2, б участки графика AB, CD — устойчивые участки упругой характеристики мембраны, точки В и С — это экстремальные точки, соответствующие двум критическим давлениям $p_{кр1}$ и $p_{кр2}$. Для перехода между однопараметрическими задачами был использован прием смены подпространства управляющих параметров [4, 5]. В статье используются соотношения теории тонких осесимметричных оболочек. При описании геометрии мембраны в качестве отсчетной поверхности была использована срединная поверхность оболочки (рис. 3).

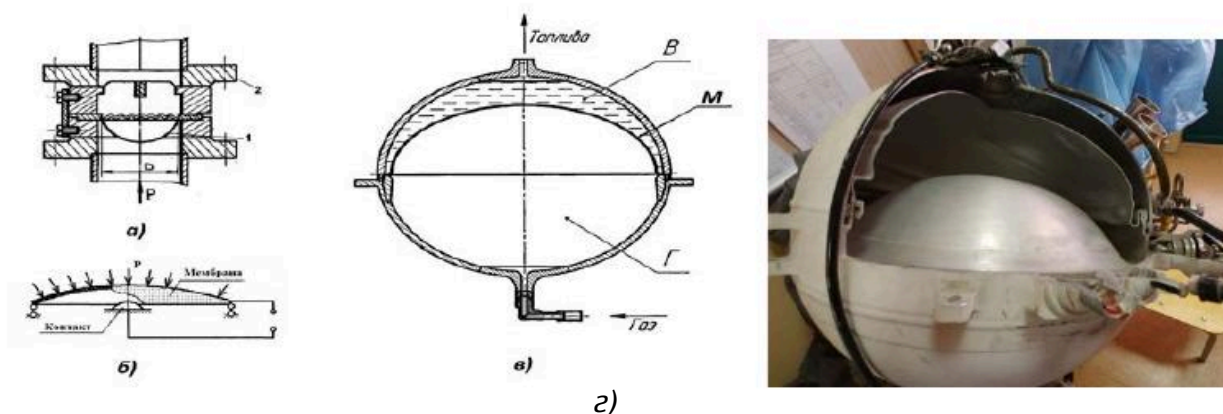


Рис. 1. Примеры промышленных мембран

а — клапан (1 — мембрана; 2 — корпус); *б* — коммутационное устройство (кнопка);
в, г — топливный бак (*В* — топливо; *Г* — газ; *М* — вытесняющая мембрана)

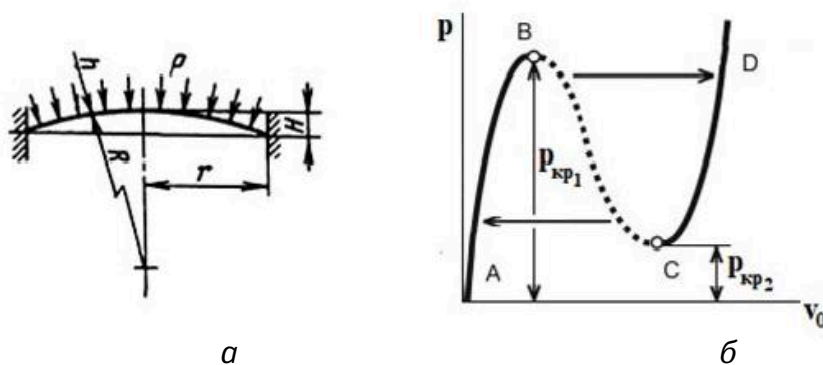


Рис. 2. Расчетная схема мембраны и ее характеристика:
а — расчетная схема; *б* — упругая характеристика

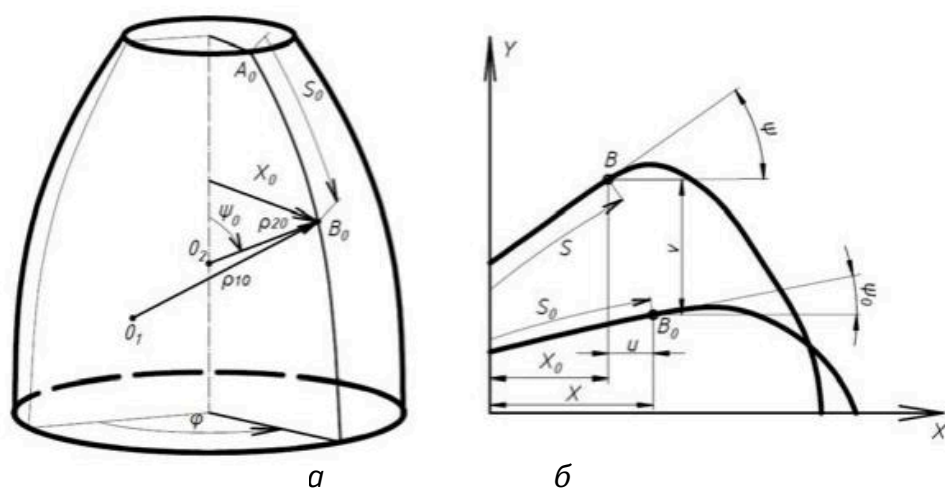


Рис. 3. К выводу основных соотношений осесимметричной оболочки

В качестве варьируемого параметра q может быть взята внешняя нагрузка, геометрическая характеристика системы, свойство материала, условия закрепления и т. п. При реализации процедуры дискретного продолжения по

параметру использовалась двухэтапная процедура по схеме «предиктор-корректор». В качестве итерационного метода используется метод Ньютона и его модификации. Для обхода точек бифуркации или точек ветвления используется прием численного счета, получивший название «прием смены пространства управляющих параметров» [4]. Исследовано закритическое поведение сферической оболочки, шарнирно опертой по внешнему контуру и нагруженной внешним давлением (рис. 4).

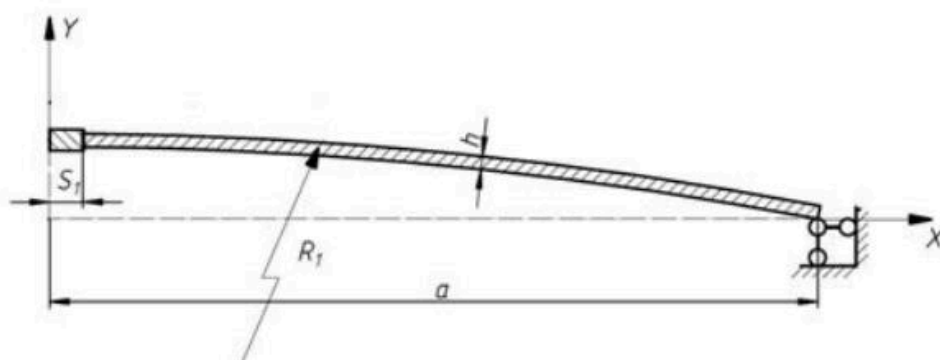


Рис. 4. Схема сферической оболочки шарнирно опертой по внешнему контуру

Исследование закритического поведения сферической оболочки проводилось в пространстве: прогиб оболочки в центре (v), радиус кривизны (R), внешнее давление (p) (рис. 5).

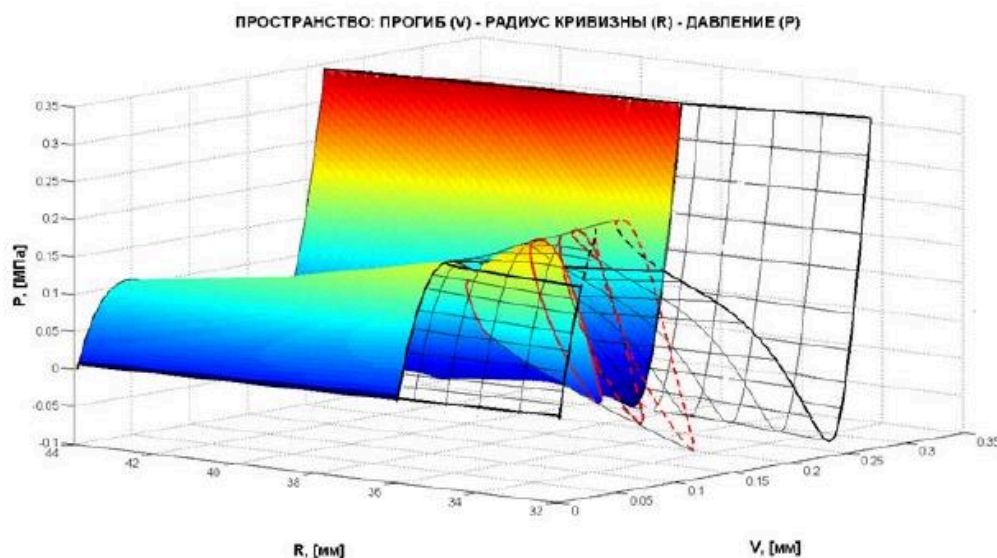


Рис. 5. Проекция поверхности равновесных состояний в пространстве: внешнее давление (p), радиус кривизны (R), прогиб в центре (v)

Закключение. Проанализированы и обобщены существующие подходы с целью выбора рациональных расчетных моделей промышленных мембран. Разработан алгоритм нелинейного анализа и синтеза конструкций исполнительных элементов на основе выбранной расчетной модели. Выбрана рацио-

нальная математическая модель для описания нелинейного деформирования хлопающих симметричных оболочек.

Список источников

- [1] Феодосьев В.И. *Упругие элементы точного приборостроения*. Москва, Оборонгиз, 1949.
- [2] Андреева Л.Е. *Упругие элементы приборов*. Москва, Машиностроение, 1982, 456 с.
- [3] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций. Статика*. Москва, Машиностроение, 1977, 488 с.
- [4] Подкопаев С.А. Численное моделирование закритического нелинейного деформирования осесимметричных мембран. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 1, с. 64–87.
- [5] Podkopaev S.A., Gavrushin S.S., Podkopaeva T.B. Methods for studying the post-buckling behavior of axisymmetric membrane. *The First International Symposium on Computer Science, Digital Economy and Intelligent Systems (CSDE-IS2019)*, Springer, Cham, 2019, vol. 1127. https://doi.org/10.1007/978-3-030-39216-1_1