УДК 531

Нелинейное управление свертыванием тросовой системы на эллиптической орбите

Пикалов Руслан Сергеевич(*) pickalovrs@gmail.com

Самарский университет, Самара, Россия

Аннотация. *В данной работе рассмотрено плоское орбитальное движение системы буксир — космический мусор по эллиптической орбите. Разработан закон управления свертыванием тросовой системы. Доказана асимптотическая устойчивость управляемого движения на эллиптической орбите. Проведена серия численных экспериментов, которые направлены на изучение влияния параметров управления и эксцентриситета орбиты на динамику системы во время свертывания троса.*

Ключевые слова: *космические тросовые системы, нелинейное управление, космический мусор, эллиптическая орбита, свертывание троса*

Введение. Вопрос разработки законов управления тросом для осуществления безопасного и эффективного сближения является актуальной задачей, требующей детального изучения и решения. В этом случае основной трудностью является неустойчивость колебаний троса [1]. Следовательно, задача получения закона управления способного реализовывать свертывание на эллиптических орбитах представляет практический интерес, ее решение существенно расширит область возможного применения подобных систем как в задачах уборки космического мусора, так и в миссиях с тросовыми системами, предполагающими управление длиной троса.

Материалы и методы; результаты. Буксир и космический мусор рассматриваются как материальные точки, связанные между собой упругим и невесомым тросом (рис.1). В качестве обобщенных координат выбраны θ — угол отклонения троса от касательной к орбите центра масс связки и относительная длина троса $\Lambda = l / l_0$, где l — длина троса, l_0 — начальная длина троса. Подробный вывод уравнений описан в работе [2]. Используем полученные в работе уравнения (27) и (29) со следующими допущениям: движение является плоским $\varphi \equiv 0$, масса троса пренебрежимо мала $m_t = 0$, движение происходит только под действием гравитационных сил $Q_\theta = 0$. Уравнения движения принимают вид

$$\theta'' = 2(\theta' + 1)\left[\frac{e \sin \nu}{\kappa} - \frac{\Lambda'}{\Lambda}\right] - \frac{3}{\kappa}\sin\theta\cos\theta, \qquad (1)$$

$$\Lambda'' = \frac{2e\sin\nu}{\kappa}\Lambda' + \Lambda\left[(\theta' + 1)^2 + \frac{1}{\kappa}\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right] - \frac{Tmp^3}{m_1 m_2 l_0 \mu \kappa^4}. \qquad (2)$$

где $\kappa = 1 + e\cos\nu$, L_r — длина недеформированного троса, T — сила натяжения троса, ν — угол истинной аномалии, μ — гравитационный параметр Земли, p — фокальный параметр орбиты, e — эксцентриситет орбиты.

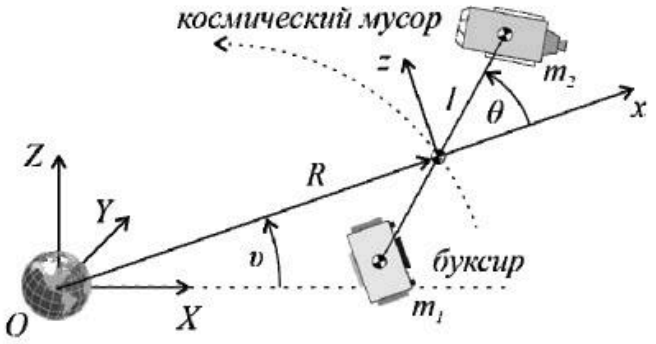

Схема системы

Введем параметр управления

$$u = \frac{\Lambda'}{\Lambda} \tag{3}$$

и подставим вместе с выражениями $\theta' = 0$, $\theta'' = 0$ в уравнение (1)

$$0 = 2\left[\frac{e\sin\nu}{\kappa} - u\right] - \frac{3}{\kappa}\sin\theta\cos\theta .$$

Выражая отсюда u, получим

$$u = \frac{e\sin\nu}{1+e\cos\nu} - \frac{3\sin 2\theta}{4(1+e\cos\nu)}. \tag{4}$$

Подставляя в (3), найдем закон изменения скорости втягивания троса.

$$\Lambda' = \frac{1}{1+e\cos\nu}\left(e\sin\nu - \frac{3}{4}\sin 2\theta\right)\Lambda \tag{5}$$

Минимальное значение Λ', соответствующее наискорейшему втягиванию троса, достигается при $\theta_* = \pi/4$.

Для того чтобы перевести тросовую систему из исходного положения θ_0, θ_0' в требуемое угловое положение $\theta_* = \pi/4$, $\theta_*' = 0$ добавим в управление (4) обратную связь

$$u = \frac{e\sin\nu}{1+e\cos\nu} - \frac{3\sin 2\theta}{4(1+e\cos\nu)} + \left(\frac{k_1}{2} + \frac{3}{4(1+e\cos\nu)}\right)\theta' + \frac{k_2}{2}(\theta - \theta_*), \tag{6}$$

здесь k_1, k_2 — коэффициенты управления, C_0 — константа, $n \geq 2$ — целое число, Λ_0 — начальная длина троса.

Подставляя (6) в (1) и учитывая (3), запишем систему уравнений, описывающих управляемое движение рассматриваемой тросовой системы

$$\theta'' = 2(\theta' + 1)\left[\frac{3\sin 2\theta}{4(1+e\cos v)} - \left(\frac{k_1}{2} + \frac{3}{4(1+e\cos v)}\right)\theta' - \frac{k_2}{2}(\theta - \theta_*)\right] - \frac{3\sin\theta\cos\theta}{1+e\cos v}; \quad (7)$$

$$\Lambda' = \left(\frac{e\sin\nu}{1+e\cos v} - \frac{3}{4(1+e\cos v)}\sin 2\theta + \left(\frac{k_1}{2} + \frac{3}{4(1+e\cos v)}\right)\theta' + \frac{k_2}{2}(\theta - \theta_*)\right)\Lambda. \quad (8)$$

Эту систему можно отнести к классу систем нелинейных дифференциальных систем с периодическими коэффициентами. Покажем, что (6) обеспечивает асимптотическую устойчивость положения $\theta = \theta_* = \pi/4,\ \theta' = 0,\ \theta' = 0.$

Чтобы отслеживать ситуацию с тросом (не допускать провисания), выразим силу натяжения из уравнения (2)

$$T = \left(\frac{2e\sin\nu}{\kappa}\Lambda' + \Lambda\left[(\theta'+1)^2 + \frac{1}{\kappa}\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right] - \Lambda''\right)\frac{m_1 m_2 l_0 \mu\kappa^4}{mp^3}. \quad (9)$$

Продифференцируем (8)

$$\Lambda'' = \left(\frac{1}{1+e\cos v}\left(e\sin\nu - \frac{3}{4}\sin 2\theta\right) + \left(\frac{k_1}{2} + \frac{3}{4(1+e\cos v)}\right)\theta' + \frac{k_2}{2}(\theta - \theta_*)\right)\Lambda' +$$

$$+\left[\frac{1}{1+e\cos v}\left(e\cos\nu - \frac{3}{2}\cos(2\theta)\theta'\right) + \frac{1}{(1+e\cos v)^2}\times\right. \quad (10)$$

$$\left.\times\left(e^2\sin^2\nu - \frac{3}{4}e\sin\nu\sin 2\theta + \frac{3}{4}e\theta'\sin\nu\right) + \left(\frac{k_1}{2} + \frac{3}{4(1+e\cos\nu)}\right)\theta'' + \frac{k_2}{2}\theta'\right]\Lambda.$$

Подставляя (9) в (10), получим выражение силы T.

Заключение. В результате исследования построен закон управления свертыванием тросовой системы. Доказана его асимптотическая устойчивость. Результаты численного моделирования показывают, что предложенный закон управления решает задачу сближения буксира с космическим мусором на эллиптической орбите. Полученные результаты могут быть использованы при подготовке миссий по уводу космического мусора с помощью тросовых систем и выполнения операций, связанных со свертыванием троса.

Список источников

[1] Aslanov V.S., Ledkov A.S. *Dynamics of tethered systems*. London, Springer, 2012.

[2] Williams P. Deployment/retrieval optimization for flexible tethered satellite systems. *Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 52, pp. 159–179. https://doi.org/10.1007/s11071-007-9269-3