

УДК 521.1

Новый подход к выводу закона всемирного тяготения из законов Кеплера: полное доказательство

Антонюк Павел Николаевич

pavera@bk.ru

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

Аннотация. Доказано, что закон тяготения следует из законов Кеплера.

Ключевые слова: Кеплер, Ньютон, тяготение, инверсия, функциональные уравнения

Введение. Для математического вывода закона тяготения Ньютона достаточно знать законы Кеплера.

Методы и материалы; результаты. Исаак Ньютон (1643–1727) установил тесную связь между законами Кеплера и открытым им законом всемирного тяготения [1]. Данная Ньютоном формулировка закона тяготения появилась как результат рассмотрения большого количества задач о движении небесных тел Солнечной системы, которые ему удалось решить. Ньютон смог доказать, что законы Кеплера следуют из закона тяготения [2].

В 2021 году автор показал, что обратное утверждение также верно: закон тяготения следует из законов Кеплера [3]. Доказательство этого утверждения оказалось неполным. Оставалось объяснить, что постоянная Кеплера зависит только от массы Солнца, что позднее и было доказано. В настоящем докладе рассматривается полное доказательство обратного утверждения.

В основе доказательства лежит инверсия тяготеющих тел (Солнце притягивает планету с той же силой, с какой планета притягивает Солнце). Важную роль в доказательстве играют функциональные уравнения, которые в начале XIX века вывел французский математик Огюстен Луи Коши (1789–1857). Смотрите его книгу «Алгебраический анализ».

Показано, что введенный Ньютоном принцип суперпозиции гравитационных сил приводит к двум условиям линейности (аддитивность и однородность), записанных через пару взаимно эквивалентных функциональных уравнений. Решением этих уравнений является однородная линейная числовая функция. Напомним, что условия линейности обычно используются для определения линейного отображения — центрального понятия линейной алгебры.

Заключение. Известно, что закон обратных квадратов следует из законов Кеплера. Инверсия тяготеющих тел позволяет обобщить закон обратных квадратов: вывести закон тяготения.

Список источников

- [1] НЬЮТОН И. *Математические начала натуральной философии*. Москва, Изд-во ЛКИ, 2008, 704 с.
- [2] Аносов Д.В. *От Ньютона к Кеплеру*. Москва, МЦНМО, 2006, 272 с.
- [3] Antonyuk P.N. A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, art. no. 012012.

A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws: a complete proof

Antonyuk Pavel Nikolayevich

pavera@bk.ru

Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia

Abstract. It has been proven that the law of gravity follows from Kepler's laws.

Keywords: Kepler, Newton, gravity, inversion, functional equations

Introduction. To mathematically derive Newton's law of gravitation, it is enough to know Kepler's laws.

Methods and materials; results. Isaac Newton (1643–1727) established a close connection between Kepler's laws and the law of universal gravitation he discovered [1]. Newton's formulation of the law of gravitation was the result of considering a large number of problems about the motion of celestial bodies in the Solar system, which he managed to solve. Newton was able to prove that Kepler's laws follow from the law of gravitation [2].

In 2021, the author showed that the converse is also true: the law of gravity follows from Kepler's laws [3]. The proof of this statement was incomplete. It remained to explain that the Kepler constant depends only on the mass of the Sun, which was later proven. This report examines the complete proof of the converse statement.

The proof is based on the inversion of gravitating bodies (the Sun attracts the planet with the same force with which the planet attracts the Sun). An important role in the proof is played by functional equations, which were derived in the early 19th century by the French mathematician Augustin Louis Cauchy (1789–1857). See his book «*Analyse algébrique*».

It is shown that the principle of superposition of gravitational forces introduced by Newton leads to two linearity conditions (additivity and homogeneity), written through a pair of mutually equivalent functional equations. The solution to these equations is a homogeneous linear numerical function. Recall that the linearity conditions are usually used to define a linear mapping, the central concept of linear algebra.

Conclusion. It is known that the inverse square law follows from Kepler's laws. The inversion of gravitating bodies allows us to generalize the inverse square law: to derive the law of gravity.

References

- [1] Newton I. Mathematical Principles of Natural Philosophy. Moscow, LKI Publishing House, 2008, 704 p.
- [2] Anosov D.V. From Newton to Kepler. Moscow, MCNO, 2006, 272 p.
- [3] Antonyuk P.N. A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws. Journal of Physics: Conference Series, 2021, vol. 2081, art. no. 012012.