

УДК 524.8

Верифицируемые модели космологической инфляции, основанные на обобщенной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения

Фомин Игорь Владимирович

ingvor@inbox.ru

SPIN-код: 4676-2672

Денцель Евгений Станиславович^(*)

edentsel@yandex.ru

SPIN-код: 7594-8820

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрены космологические модели, основанные на обобщенной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения. Их построение основано на точных решениях, справедливых для любой космологической динамики, в том числе масштабного фактора и эволюции скалярного поля. В рамках предложенного подхода построены космологические модели, содержащие стадию ускоренного расширения как в инфляционной стадии, так и на поздних временах. В качестве примера рассмотрена хаотическая инфляция с потенциалом $V(\phi) = V_0 \phi^2$. Посчитаны значения произвольных констант для верифицируемой по наблюдательным данным космологической модели.

Ключевые слова: точные решения, модифицированная гравитация, скалярное поле, кручение, параметры космологических возмущений

Введение. Модифицированные теории гравитации успешно применяются для построения космологических моделей с корректной динамикой, включающей стадию ускоренного расширения в начале инфляции и на поздних временах [1–4]. Кроме того, подобные сценарии удовлетворяют наблюдательным ограничениям на параметры космологических возмущений.

В данной работе построение инфляционных сценариев основано на точных решениях, справедливых для произвольной фоновой динамики. Задавая параметр Хаббла, для рассматриваемой функции связи $G(\phi) = G_0 H^n$, $G_0 = \text{const}$, можно получить класс моделей произвольного потенциала скалярного поля, что позволяет рассмотреть физически значимые потенциалы в контексте гравитации с кручением.

Методы и материалы; результаты. Обобщенная гравитация с неминимальной связью скалярного поля и кручения в системе единиц $c = 8\pi G = M_p^{-2} = 1$ описывается следующим действием [3]:

$$S = \int d^4x e [f(T, \phi) + \omega(\phi) X], \quad (1)$$

где $f(T, \phi)$ — произвольная функция скалярного поля ϕ и скаляра кручения

$T, X = -\frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2}$, $\omega(\phi)$ — кинетическая функция, $e = \det(e_\mu^a) = \sqrt{-g}$. Выбор подходящей тетрады $e_\mu^a = \text{diag}(1, a, a, a)$, $a = a(t)$ — масштабный фактор, приводит к пространственно плоской метрике Фридмана — Робертсона — Уокера (ФРУ) $ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$.

Уравнения фоновой динамики модели для действия (1) и метрики ФРУ представлены в виде [3, 4]

$$f(T, \phi) - \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} = 0, \quad (2)$$

$$f(T, \phi) + \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} - \frac{d}{dt}(H, f_{,T}) = 0, \quad (3)$$

$$\omega(\phi) \ddot{\phi} + 3\omega(\phi) \sqrt{\frac{T}{6}} \dot{\phi} + \frac{1}{2} \frac{d\omega(\phi)}{d\phi} \dot{\phi}^2 - f_{,\phi} = 0. \quad (4)$$

Точные решения уравнений (2)–(4) запишем в виде

$$f(T, \phi) = \alpha_1 G(\phi) \sqrt{T} + \alpha_2 V(\phi) = f(T, \phi)_{\text{STG}} + \alpha_2 V(\phi), \quad (5)$$

$$\omega(\phi) = \frac{\alpha_1^2}{3\alpha_2} \frac{G_{,\phi}^2}{V(\phi)}, \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\sqrt{6}\alpha_2}{\alpha_1} \frac{V(\phi)}{G_{,\phi}}, \quad (7)$$

где $H = \sqrt{\frac{T}{6}}$. Так как соотношения (5)–(7) справедливы для любой фоновой динамики, выберем функцию связи в виде $G = G_0 H^n$. В качестве примера рассмотрим параметр Хаббла

$$H(t) = \lambda - \beta t, \quad (8)$$

$\lambda < 0$. Тогда из (6)

$$V(t) := -\frac{n\beta G_0 \sqrt{6}\alpha_1}{6\alpha_2} (\lambda - \beta t)^{n-1}. \quad (9)$$

Таким образом, подбирая вид зависимости $V = V(\phi)$, можно построить класс верифицируемых по наблюдательным данным моделей [5]. Для хаотической инфляции [6]

$$V = V_0 \phi^2, \quad (10)$$

$V_0 = \text{const.}$ Исходя из (9) и (10) получим зависимость $t(\phi)$, что позволяет восстановить фоновую динамику в терминах скалярного поля. Таким образом, исходя из выражений для параметров космологических возмущений и $\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$ можно построить верифицируемую модель, не восстанавливая зависимость $r(n_s)$.

**Значения параметров космологических возмущений
от произвольных констант**

ΔN	n	λ	r	n_s	α_1
55	0,51	33,160	0,028	0,9599	−0,370
58	0,4	34,050	0,020	0,9610	−0,370
60	0,41	2,301	0,020	0,9622	−0,370

Заключение. В представленной работе получены значения на произвольные параметры системы, позволяющие построить верифицируемые по наблюдательным ограничениям [5], в рамках приближения медленного скатывания. Рассмотренный подход позволяет на основе физических потенциалов строить корректную фоновую динамику.

Список источников

- [1] Baumann D., McAllister L. *Inflation and String Theory*. Cambridge, Cambridge University Press, 2015.
- [2] Koyama K., *Cosmological Tests of Modified Gravity*. Rept. Prog. Phys., 2016, vol. 79, art. no. 046902. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/4/046902>
- [3] Фомин И.В. Космологические модели на основе скалярно-торсионной гравитации. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2024, № 1, с. 104–109. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.104-109>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Cosmological dynamics of dark energy in scalar-torsion $f(T, \phi)$ gravity. *Eur. Phys. J. C* 81, 2021, , vol. 480, no. 5.
- [5] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *JCAP*, 2023, vol. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>
- [6] Martin J., Ringeval C., Vennin V. *Encyclopædia Inflationaris*. Physics of the Dark Universe, 2014, vol. 5–6, pp. 75–235.

Verified cosmological inflation models based on generalized scalar-torsion gravity

Fomin Igor Vladimirovich

ingvor@inbox.ru

SPIN-code: 4676-2672

Dentsel Evgenii Stanislavovich^(*)

edentsel@yandex.ru

SPIN-code: 7594-8820

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. We consider cosmological model based on generalised scalar-torsion gravity. Its construction is based on exact solutions, which are valid for arbitrary dynamics, a scale factor and a scalar field evolution. The ansatz $G(\phi) = G_0 H^n$ for arbitrary coupling function is chosen. It allows to restore the dependence between parameters of cosmological perturbations by choosing the Hubble parameter. In the context of the proposed approach, cosmological models are constructed, providing both accelerated expansion at the inflationary stage end as well as an accelerated expansion at late times. It is shown that such generalized scalar-torsion gravity scenarios are verified with modern constraint on parameters of cosmological perturbations. Also, the values of arbitrary constants are calculated for verified by observational data cosmological model. As the example, chaotic inflation is $V(\phi) = V_0 \phi^2$ chosen.

Keywords: exact solutions, modified gravity, scalar field, torsion, parameters of cosmological perturbations

Introduction. Modified gravity theories are successfully applied to construct cosmological models with correct dynamics, implying the accelerated expansion stage at the beginning of inflation and at late times [1–4]. Moreover, such scenarios satisfy observational constraints on the parameters of cosmological perturbations.

In this paper, the construction of inflationary scenarios is based on exact solutions that are valid for arbitrary background dynamics. By setting the Hubble parameter, for the considered coupling function, one can obtain a class of models of arbitrary scalar field potentials, which allows one to consider physically relevant potentials in the context of gravity with torsion.

Methods and materials; results. Generalized gravity with non-minimal coupling of scalar field and torsion in units system $c = 8\pi G = M_p^{-2} = 1$ is described by the action [3]

$$S = \int d^4x e [f(T, \phi) + \omega(\phi) X], \quad (1)$$

where $f(T, \phi)$ — arbitrary function of scalar field ϕ and torsion scalar T ,

$X = -\frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2}$, $\omega(\phi)$ — kinetic function, $e = \det(e_\mu^a) = \sqrt{-g}$. The choice of proper tetrad $e_\mu^a = \text{diag}(1, a, a, a)$, $a = a(t)$ — scale factor, leads to spatially flat Friedmann — Robertson — Walker (FRW) metric $ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$.

Cosmological background equations for action (1) and FRW metric are defined as follows [3,4]

$$f(T, \phi) - \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} = 0, \quad (2)$$

$$f(T, \phi) + \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} - \frac{d}{dt}(H, f_{,T}) = 0, \quad (3)$$

$$\omega(\phi) \ddot{\phi} + 3\omega(\phi) \sqrt{\frac{T}{6}} \dot{\phi} + \frac{1}{2} \frac{d\omega(\phi)}{d\phi} \dot{\phi}^2 - f_{,\phi} = 0. \quad (4)$$

Exact solutions of (2)–(4) are considered as follows

$$f(T, \phi) = \alpha_1 G(\phi) \sqrt{T} + \alpha_2 V(\phi) = f(T, \phi)_{\text{STG}} + \alpha_2 V(\phi), \quad (5)$$

$$\omega(\phi) = \frac{\alpha_1^2}{3\alpha_2} \frac{G_{,\phi}^2}{V(\phi)}, \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\sqrt{6}\alpha_2}{\alpha_1} \frac{V(\phi)}{G_{,\phi}}, \quad (7)$$

where $H = \sqrt{\frac{T}{6}}$. Since relations (5)–(7) are valid for any background dynamics, let us consider the coupling function in the form $G = G_0 H^n$. As the example, the Hubble parameter is

$$H(t) = \lambda - \beta t, \quad (8)$$

$\lambda < 0$. From (6) we get

$$V(t) := -\frac{n\beta G_0 \sqrt{6}\alpha_1}{6\alpha_2} (\lambda - \beta t)^{n-1}. \quad (9)$$

Hence, by choosing the type of dependence $V = V(\phi)$, one can construct a class of models verifiable by observational data [5]. For chaotic inflation [6]

$$V = V_0 \phi^2, \quad (10)$$

$V_0 = \text{const}$. From (9) and (10) we can find $t(\phi)$, which allows to restore background dynamics in terms of a scalar field. Thus, based on the expressions for the parameters of cosmological perturbations [5] and $\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$, we can construct a verifiable model without restoring the dependence $r(n_s)$.

Values of cosmological perturbations parameters from arbitrary constants

ΔN	n	λ	r	n_s	α_1
55	0.51	33.160	0.028	0.9599	-0.370
58	0.4	34.050	0.020	0.9610	-0.370
60	0.41	2.301	0.020	0.9622	-0.370

Conclusion. In the presented work, we obtain values on arbitrary parameters of the system, which allow us to construct verifiable by observational constraints, based on the slow rolling approximation. The considered approach allows one to construct correct background dynamics on the basis of physical potentials.

References

- [1] Baumann D., McAllister L. *Inflation and String Theory*. Cambridge, Cambridge University Press, 2015.
- [2] Koyama K., *Cosmological Tests of Modified Gravity*. Rept. Prog. Phys., 2016, vol. 79, art. no. 046902. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/4/046902>
- [3] Fomin I.V. *Cosmological models based on scalar-torsion gravity*. Space, Time and Fundamental Interactions, 2024, no. 1, pp. 104–109. (In Russ.). <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.104-109>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. *Cosmological dynamics of dark energy in scalar-torsion $f(T, \phi)$ gravity*. Eur. Phys. J. C 81, 2021, vol. 480, no. 5.
- [5] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. *Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum*. JCAP, 2023, vol. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>
- [6] Martin J., Ringeval C., Vennin V. *Encyclopædia Inflationaris*. Physics of the Dark Universe, 2014, vol. 5–6, pp. 75–235.