

УДК 534.231.1

Феноменологический шум в частотном демодуляторе оптоакустической гравитационно-волновой антенны

Крысанов Владимир Алексеевич

Ivanov_I-I@mail.ru

SPIN-код: 1234-5678

Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия

Аннотация. В схеме регистрации предельно малых колебаний пробного тела оптоакустической антенны ОГРАН введена в рассмотрение дополнительная компонента шума, вносимый специализированным оптоэлектронным узлом, выполняющим функцию декодирования сигнала, содержащегося в частотно-манипулированном излучении лазера. Выявлен и представлен аналитически эффект добавления к сигналу стохастического процесса, вызванного феноменологическими флуктуациями мощности излучения лазера.

Ключевые слова: акустический резонатор, регистрации предельно малых колебаний, пороговый сигнал, частотная модуляция, стохастический процесс, флуктуации мощности излучения лазера

Введение. Пробным телом является цилиндр из алюминия длиной $L_0 = 2$ м в качестве акустического резонатора. Вариации метрики поля в волне с амплитудой h_m и частотой, близкой к резонансной ω_μ , создают эквивалентную силу [1]: $F_{Sm} = h_m L_0 M \omega_\mu^2 / 2$, где M — масса резонатора. Сила возбуждает *колебательные* вариации длины (базы) цилиндра; для их регистрации в проекте ОГРАН применен оптический резонатор (интерферометр) Фабри-Перо, зеркала которого закреплены на торцах [2]. Вариации базы $\delta L(t)$ вызывают вариации $\delta \nu_R(t)$ собственной частоты резонатора ν_{RS} : $\delta \nu_{RS} / \nu_{RS} = \delta L / L_0$. На интерферометр подается излучение лазера. Первая, сенсорная часть оптоэлектронной системы регистрации антенны обеспечивает точное следование частоты лазера ν_L за частотой оптического резонанса. Для этого применена техника Паунда — Дривера — Холла (ПДХ) [3, 4], использующей фазовую модуляцию излучения высокой частотой Ω (10 МГц), создающую две боковые компоненты с мощностями P_s . Фотодиод регистрирует луч, отраженный от резонатора. Отражение падающей несущей P_c существенно определяется рассогласованием $\Delta \nu_{RSL} \equiv \nu_{RS} - \nu_L$. Так, в результате биений на фотодиоде формируется переменная составляющая тока в нем:

$$I_{ph} = \left(\frac{h \nu_L}{\eta e} \right) \left[\frac{(P_c P_s)^{1/2}}{\Delta \nu_{R0}} \right] \Delta \nu_{RSL} \sin \Omega t + (I_s \sin \Omega t + I_c \cos \Omega t),$$

где $\Delta \nu_{R0}$ — стандартная ширина пропускания интерферометра-сенсора (по уровню -3 дБ), I_s и I_c квадратурные компоненты дробового тока как узкополосного процесса.

Синхронное детектирование (аналоговое умножение на $\sin \Omega t$) формирует дискриминаторную характеристику (ДХ) системы АПЧ лазера: $U_{SD} = D\Delta\nu_{RSL}$. При подаче напряжения U_{SD} через сервоусилитель на составной актюатор перестройки частоты замыкается обратная связь, и частота излучения точно следует за частотой резонатора; формируется частотная модуляция. Особенностью проекта являются значительные квазистатические дрейфы обеих частот, вызванные тепловым расширением алюминия.

Методы и материалы; результаты. Как и в проекте AURIGA [3], для преобразования в вариации выходного напряжения девиаций частоты излучения $\delta\nu_L$, содержащих кодированный сигнал и шум [5], используется дополнительный узел, выполняющий функцию частотного демодулятора (дискриминатора). Узел также выполнен в технике ПДХ; используется вспомогательный интерферометр с базой 0,45 м, частота которого перестраивается простым пьезокерамическим актюатором [2]. На интерферометр через делитель излучения подается луч лазера с девиациями. Во втором контуре обратной связи резонансная частота интерферометра (и также нулевое значение дискриминаторной характеристики) следуют за квазистатическими изменениями частоты лазера $\Delta\nu_{LT}$. Концептуальное отличие контура состоит в отсутствии отслеживания сигнальных девиаций $\delta\nu_L$; это достигается значительным спадом усиления сервоусилителя на частоте сигнала 1.3 кГц. Тогда на крутом склоне частотной характеристики происходит стандартное преобразование девиаций частоты $\delta\nu_L$ в вариации выходного напряжения второго синхронного детектора.

Известно, что мощность излучения лазера значительно подвержена техническим феноменологическим флуктуациям. Имеется аналитическое представление этого эффекта [6]: $P(t) = P_0(1 + \xi)$, где $\xi(t)$ — стохастический модулирующий процесс. С учетом этого представления на выходе второго синхронного детектора имеем

$$U_{SD} = K_{\Sigma} \frac{\sqrt{P_{C0}P_{S0}}}{\Delta\nu_{RD0}} (1 + \xi)(\Delta\nu_{RDLT} + \delta\nu_L).$$

где $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$ — разность двух дрейфующих частот; дробовый шум опущен.

Выделяются два релевантных члена: $\delta\nu_L + \xi\Delta\nu_{RDLT}$. Первый член представляет сигнал, второй член определяет дополнительный стохастический процесс, т. е. феноменологический шум. Сопоставление этого шума с сигналом определяет добавку демодулятора к пороговому сигналу системы регистрации; так, соотношение спектральных плотностей приведенных величин имеет вид: $G_v(f) = G_{\xi}(f)\Delta_{RDLT}^2$.

Для определения действующей разности частот $\Delta\nu_{RDLT}$ выписываем соотношения обратной связи: $\Delta U_{SDT} = D_{UD}(\Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT})$, $\delta\nu_{RDT} = \beta K_D \Delta U_{SDT}$, где D_D — декремент дискриминаторной характеристики узла, β — параметр передачи актюатора подстройки частоты, K_D — коэффициент усиления сервоусилителя в квазистатике.

Решение имеет вид: $\Delta\nu_{\text{RDLT}} = \Delta\nu_{\text{RDT}} - \Delta\nu_{\text{LT}} \cong \Delta\nu_{\text{LT}}/K_{0D}$, где $K_{0D} = D_D\beta K_2$.

Заключение. Полученные соотношения позволяют получить четкие численные оценки вклада нового шума в пороговый сигнал и определить меры по его уменьшению. Для спектральной плотности модулирующего процесса ξ имеется ранее полученная оценка как параметра лазера: $G_\xi(f) = 10^{-12} \text{ Гц}^{-1}$ [6]. Если положить $\Delta\nu_{\text{RDLT}} = 3 \text{ кГц}$, частотный шум обретает значение $G_v^{1/2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гц/Гц}^{1/2}$, которое является достижением работы [2] и соответствует приведенному шуму в смещениях $2 \cdot 10^{-15} \text{ см/Гц}^{1/2}$ [7].

Изменение температуры на 0,01 К определяет значение $\Delta\nu_{\text{RST}} = \Delta\nu_{\text{LT}} \approx 80 \text{ МГц}$. Для получения представленного рассогласования в 3 кГц расчет определяет требуемую глубину обратной связи на нулевой частоте $K_{0D} \approx 2,5 \cdot 10^5$. Определенная коррекция в расчетах предполагается при реализации проектного значения порогового сигнала схемы регистрации антенны ОГРАН, составляющего $10^{-16} \text{ см/Гц}^{1/2}$ [8].

Список источников

- [1] Braginsky V.B. Detection of gravitational waves: problems and prospects. *Vistas in Astronomy*, 1993, vol. 37, pp. 341–354.
- [2] Багаев С.Н., Безруков Л.Б., Квашнин Н.Л., Мотылев А.М., Орешкин С.И., Попов С.М., Руденко В.Н., Самойленко А.А., Скворцов М.Н., Юдин И.С. Оптикоакустическая гравитационная антенна. *ПТЭ*, 2015, № 2, с. 95–105.
- [3] Conti L. Un trasduttore ottico per il rivelatore A.U.R.I.G.A.: sensibilità prevista e misure preliminari per un prototipo. Master's tesi. 1995/1996. URL: <http://www.auriga.lnl.infn.it> (accessed 15.03.2025).
- [4] Black E.D. An introduction to Pound — Drever — Hall laser frequency stabilization. *Am. J. Phys.*, 2001, vol. 69 (1), pp. 79–87.
- [5] Крысанов В.А. Чувствительность лазерных измерителей малых колебаний. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, спецвыпуск Физические интерпретации теории относительности, с. 163–179.
- [6] Krysanov V.A. Influence of the Optical Pumping Power Fluctuations on the OGRAN Detector Sensitivity. *Gravitation & Cosmology*, 2011, vol. 17 (1), pp. 97–100.
- [7] Vishnyakov V.I., Ignatovich S.M., Kvashnin N.L., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov V.N., Yudin I.S. Suppression of residual amplitude modulation of electro-optical modulator in OGRAN project. *Modern problems of Laser Physics, Tech. Digest Int. Symp. Novosibirsk*, 2013, 179 p.
- [8] Bezrukov L.B., Popov S.M., Rudenko V.N., Serdobolskii A.V., Skvortsov M.N. Gravitational wave experiments and Baksan project OGRAN. *Astrophysics & Cosmology after Gamow. Proc. Int. Conf. Odessa*, 2004, preprint gr-qc/0411083v1). <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0411083>

Phenomenological Noise in the Frequency Demodulator of the Optoacoustic Gravity Wave Antenna

Krysanov Vladimir Alexeevich

krysanov@mail.ru
SPIN-code: 2558-1867

Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. In the registration scheme of extremely small test body's oscillations of an opto-acoustic antenna OGRAN, an additional noise component has entered introduced into consideration, contributed by specialized optoelectronic unit, performing function of decoding signal contained in frequency-manipulated laser radiation. Effect of adding to signal stochastic process caused by phenomenological fluctuations in laser radiation power has revealed and presented analytically.

Keywords: acoustic resonator, extremely small oscillations registration, threshold signal, frequency modulation, stochastic process, laser radiation power fluctuations

Introduction. Test body is an aluminum cylinder with length of $L_0 = 2$ meters as an acoustic resonator. Variations in GW field metric with amplitude h_m and frequency close to resonant ω_μ create an equivalent force [1]: $F_{Sm} = h_m L_0 M \omega_\mu^2 / 2$, where M is a mass of the resonator. The force excites oscillatory variations in length (base) of the cylinder. To register them, in OGRAN project optical resonator (interferometer) Fabry-Perot has used; its mirrors have fixed at body ends [2]. Base variations $\delta L(t)$ cause variations $\delta \nu_R(t)$ of resonator's eigenfrequency ν_{RS} : $\delta \nu_{PS} / \nu_{PS} = \delta L / L_0$. Laser radiation affects this interferometer. The first, sensor part of the optoelectronic registration system keeps tracking of laser frequency ν_L to resonance frequency ν_{RS} . For this purpose, the Pound-Driver-Hall (PDH) technique [3, 4] has applies; it use phase modulation of radiation with high frequency Ω (10 MHz), which creates two side components with power P_s each. Photodiode registers beam reflected from the interferometer. Mismatch $\Delta \nu_{RSL} \equiv \nu_{RS} - \nu_L$ significantly determines reflection of incident carrier power P_C . Thus, because of beating on a photodiode, an alternating current component I_{ph} is:

$$I_{ph} = \left(\frac{h_{\nu_L}}{\eta e} \right) \left[\frac{(P_C P_s)^{1/2}}{\Delta \nu_{R0}} \right] \Delta \nu_{RSL} \sin \Omega t + (I_s \sin \Omega t + I_C \cos \Omega t),$$

where $\Delta \nu_{R0}$ is standard bandwidth of the interferometer-sensor (at the level of -3 dB), I_s and I_C are quadrature components of shot current as a narrow-band stochastic process.

Synchronous detection (using analog multiplication by $\sin \Omega t$) forms discriminator characteristic of a laser AFC system $U_{SD} = D \Delta \nu_{RSL}$, where D is a decrement. When voltage U_{SD} applies through servo amplifier to the composite frequency re-tune actuator, feedback locks, and radiation frequency follows resonator eigenfrequency; frequency modulation of radiation forms. The special feature of the OGRAN project is significant quasi-static drift of both frequencies caused by thermal expansion of aluminum.

Methods and materials; results. As in the AURIGA project [3], an additional unit performing function of a frequency demodulator (discriminator) has used to convert radiation frequency deviations $\delta\nu_L$, containing coded signal and noise [5], into variations of output voltage. The unit also implemented in PDH technique; an auxiliary interferometer with a 0.45 m base is used, a simple piezoceramic actuator [2] re-tunes eigenfrequency of it. Laser beam with deviations $\delta\nu_L$ affects the discriminator interferometer through a radiation divider. In the second feedback loop, the resonant frequency of the interferometer (and zero value of its discriminator characteristic) follows quasi-static changes in laser frequency $\Delta\nu_{LT}$. The conceptual difference of the loop is absence of signal's deviations tracking. This distinction has achieved by significant decrease in gain of the servo amplifier at signal frequency of 1.3 kHz. Thus, on a steep slope of discrimination frequency dependence, there realizes standard transformation of frequency deviations $\delta\nu_L$ into variations of output voltage of the second synchronous detector.

Laser radiation power has known to possess technical phenomenological fluctuations. There is an analytical representation [6]: $P(t) = P_0(1 + \xi)$, where $\xi(t)$ is a stochastic modulating process. Taking this conception into account, at output of the second synchronous detector we get

$$U_{SD2} = K_{\Sigma} \frac{\sqrt{P_{C0}P_{S0}}}{\Delta\nu_{RD0}} (1 + \xi)(\Delta\nu_{RDLT} + \delta\nu_L),$$

where $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$ is difference between two drifting frequencies; shot noise is omitted.

Two relevant terms are present: $\delta\nu_L + \xi\Delta\nu_{RDLT}$. The first term represents signal, the second one defines an additional stochastic process, i.e., phenomenological noise. Comparison of noise with signal determines demodulator's addition to threshold signal of whole registration system. Relation in spectral densities of stochastic processes is: $G_v(f) = G_{\xi}(f)\Delta_{RDLT}^2$.

To determine the defining frequency difference $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$, we write out feedback relationships: $\Delta U_{SDT} = D_{UD}(\Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT})$ and $\delta\nu_{PAT} = \beta_{\Delta}K_{\Delta} \otimes Y_{\Sigma\Delta T}$ where D_D is a decrement of the unit's discriminator characteristic, β_{Δ} is a transmission parameter of the frequency re-tune actuator, K_D is gain of the servo amplifier in quasi-statics. The solution is: $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{LT}/K_{0D}$, where $K_{0D} = \beta_D D_D K_D$.

Conclusion. The obtained relationships allow us to obtain clear numerical estimates of new noise contribution in threshold signal and to determine measures to reduce it. For spectral density of modulating process ξ , there is the previously obtained estimate as parameter of the laser: $G_{\xi}(f) = 10^{-12} \text{ Hz}^{-1}$ [6]. If we presuppose $\Delta\nu_{RDLT} = 3 \text{ kHz}$, frequency noise obtains the value $G_v^{1/2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Hz/Hz}^{1/2}$, which is achievement of the article [2] and corresponds to reduced displacement noise of $2 \cdot 10^{-15} \text{ cm/Hz}^{1/2}$ [7].

Temperature change of 0.01 K determines the value $\Delta\nu_{RST} = \Delta\nu_{LT} \cong 70 \text{ MHz}$. To obtain the presented mismatch of 3 kHz, calculation determines required feed-

back depth at zero frequency of $K_{0D} \cong 2 \cdot 10^5$. Certain correction in calculations assumes when implementing the design value of threshold signal of the OGRAN antenna registration circuit, which is $\sim 10^{-16} \text{ cm/Hz}^{1/2}$ [8].

References

- [1] Braginsky V.B. Detection of gravitational waves: problems and prospects. *Vistas in Astronomy*, 1993, vol. 37, pp. 341–354.
- [2] Bagaev S.N., Bezrukov L.B., Kvashnin N.L., Motylev A.M., Oreshkin S.I., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov M.N., Yudin I.S. An optoacoustical gravitational antenna. *Instruments and Experimental Techniques*, 2015, vol. 58, no. 2, pp. 257–267. (In Russ.).
- [3] Conti L. Un trasduttore ottico per il rivelatore A.U.R.I.G.A.: sensibilità prevista e misure preliminari per un prototipo. Master's tesi. 1995/1996. URL: <http://www.auriga.lnl.infn.it> (accessed 15.03.2025).
- [4] Black E.D. An introduction to Pound — Drever — Hall laser frequency stabilization. *Am. J. Phys.*, 2001, vol. 69 (1), pp. 79–87.
- [5] Krysanov V.A. Sensitivity of small oscillation's laser meters. *Bulletin of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, special issue, pp. 163–179. (In Russ.).
- [6] Krysanov V.A. Influence of the Optical Pumping Power Fluctuations on the OGRAN Detector Sensitivity. *Gravitation & Cosmology*, 2011, vol. 17 (1), pp. 97–100.
- [7] Vishnyakov V.I., Ignatovich S.M., Kvashnin N.L., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov V.N., Yudin I.S. Suppression of residual amplitude modulation of electro-optical modulator in OGRAN project. *Modern problems of Laser Physics, Tech. Digest Int. Symp. Novosibirsk*, 2013, 179 p.
- [8] Bezrukov L.B., Popov S.M., Rudenko V.N., Serdobolskii A.V., Skvortsov M.N. Gravitational wave experiments and Baksan project OGRAN. *Astrophysics & Cosmology after Gamow. Proc. Int. Conf. Odessa*, 2004, preprint gr-qc/0411083v1). <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0411083>