

УДК 524.834

Пример сферически-симметричных решений в модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$

Лебедев Алексей Александрович¹

alexjek73@gmail.com

Червон Сергей Викторович^{1,2,3(*)}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-код: 8040-2820

¹ УЛГПУ им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия³ КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Проанализирована киральная самогравитирующая модель (КСГМ) специального вида в сферически-симметричном статическом пространстве-времени в контексте эйнштейновской картины. Исследуемая КСГМ соответствует модифицированной гравитации $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ специального вида. Рассматривая сферически-симметричную метрику в гармонических координатах, получены примеры решений, связанных с нулевым потенциалом.

Ключевые слова: модифицированная гравитация с высшими производными, сферически-симметричные решения, киральные самогравитирующие модели

Введение. В работах [1, 2] рассматриваются сферически-симметричные решения в теории гравитации с высшими производными вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$. В указанных работах $f_{BB} = \frac{\partial^2 f}{\partial B^2}$, где $B = \square R$, отлична от нуля. В нашей работе рассмотрен случай, когда f_{BB} равно нулю, что соответствует модели $f(R, (\nabla R)^2, \square R) = f_1(R, (\nabla R)^2) + f_2(R, (\nabla R)^2)\square R$.

Методы и материалы; результаты. Используется метод сведения $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ — гравитации к киральной само-гравитирующей модели [2]. В качестве соответствующей модели построена КСГМ, киральная метрика которой имеет вид:

$$ds_\sigma^2 = d\chi^2 + \frac{1}{2}Y(\chi, \phi)d\phi^2, \quad (1)$$

и потенциал:

$$W(\chi, \phi) = -\frac{1}{4}e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}K_1(\chi, \phi) + \frac{1}{4}e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\phi. \quad (2)$$

Рассматривая сферически-симметричную метрику в гармонических координатах, мы получаем уравнения гравитационного поля с измененными, по сравнению с [1,2], компонентами тензора энергии импульса:

$$e^{-4\beta}v'' = e^{2\nu}W, \quad (3)$$

$$\chi'^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi'\phi' + \frac{1}{2}Y(\phi)\phi'^2 + e^{2\lambda}W = -2\beta'' - v'' + 2\beta'^2 + 4\beta'v, \quad (4)$$

$$1 - e^{-2\beta-2v}\beta'' = e^{2\beta}W. \quad (5)$$

и уравнения киральных полей:

$$\chi'' = e^{2v} \frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2}Y(\phi)\phi'\right)' = e^{2\lambda} \frac{\partial W}{\partial \phi}. \quad (7)$$

Случай равенства потенциала (2) нулю позволяет определить функцию K_1 таким образом:

$$K_1 = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \phi. \quad (8)$$

В этом случае получены примеры решений:

$$v = A_1 u + A_2, A_1, A_2 - \text{const}; \quad (9)$$

$$\beta_1 = -\ln(u) - A_1 u - A_2; \quad (10)$$

$$\chi = B_1 u + B_2, B_1, B_2 - \text{const}; \quad (11)$$

$$\phi_1(u) = \alpha_* u + \phi_*; \quad (12)$$

$$\phi_2(u) = \beta_* \text{th}(\lambda_* u); \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi)\alpha_* = Y_*; Y(\phi) = \text{const}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi) \frac{\beta_* \lambda_*}{ch^2(\lambda_* u)} = Y_*; Y(\phi) \propto \frac{1}{th^2(\lambda_* u)}. \quad (15)$$

Заключение. В данной работе получены уравнения КГСМ в сферически-симметричном пространстве-времени и представлены примеры решений, соответствующие нулевому потенциалу.

Список источников

- [1] Chervon S.V., Fabris J.S., Fomin I.V. Spherical symmetric solutions in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. Space, Time, and Fundamental Interactions, 2020, no. 1, pp. 53–65. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2020.1.53-65>
- [2] Chervon S.V., Fabris J.C., Fomin I.V. Black holes and wormholes in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. Classical and Quantum Gravity, 2021, vol. 115005. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/abebf0>

An example of spherically symmetric solutions in modified theories of gravity of the type $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$

Lebedev Alexey Alexandrovich¹

alexjek73@gmail.com

Chervon Sergey Viktorovich^{1,2,3}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-code: 8040-2820

¹ULSPU, Ulyanovsk, Russia

²BMSTU, Moscow, Russia

³KFU, Kazan, Russia

Abstract. We are analyzing a chiral self-gravitating model (CSGM) of a specific type in spherically symmetric static spacetime in the context of the Einsteinian framework. The CSGM under investigation corresponds to modified gravity $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ of a specific type. By considering spherically symmetric solutions in harmonic coordinates, we obtain examples of solutions related to a zero potential.

Keywords: modified gravity with higher derivatives, spherically symmetric solutions, chiral self-gravitating models

Introduction. In works [1, 2], spherically symmetric solutions are considered in the theory of gravity with higher derivatives of the form $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$. In the mentioned works $f_{BB} = \frac{\partial^2 f}{\partial B^2}$, where $B = \square R$, does not equal to zero. In our work, we consider the case when f_{BB} equal to zero, corresponding to the model $f(R, (\nabla R)^2, \square R) = f_1(R, (\nabla R)^2) + f_2(R, (\nabla R)^2)\square R$.

Methods and materials; results. The method of reducing $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ gravity to a chiral self-gravitating model [2] is employed. As the corresponding model, a CSGM is constructed, with the chiral metric:

$$ds_\sigma^2 = d\chi^2 + \frac{1}{2}Y(\chi, \phi)d\phi^2, \quad (1)$$

and potential:

$$W(\chi, \phi) = -\frac{1}{4}e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}K_1(\chi, \phi) + \frac{1}{4}e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\phi. \quad (2)$$

By considering a spherically symmetric metric in harmonic coordinates, we obtain the gravitational field equations with modified components of the energy-momentum tensor compared to those in [1, 2]:

$$e^{-4\beta}v'' = e^{2\nu}W, \quad (3)$$

$$\chi'^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi'\phi' + \frac{1}{2}Y(\phi)\phi'^2 + e^{2\lambda}W = -2\beta'' - v'' + 2\beta'^2 + 4\beta'v, \quad (4)$$

$$1 - e^{-2\beta-2\nu}\beta'' = e^{2\beta}W. \quad (5)$$

and the equations of chiral fields:

$$\chi'' = e^{2\nu} \frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2}Y(\phi)\phi'\right)' = e^{2\lambda} \frac{\partial W}{\partial \phi}. \quad (7)$$

The case where the potential (2) is equal to zero allows us to define the function K_1 in the following way:

$$K_1 = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \phi. \quad (8)$$

In this case, examples of solutions have been obtained:

$$\nu = A_1 u + A_2, A_1, A_2 - \text{const}; \quad (9)$$

$$\beta_1 = -\ln(u) - A_1 u - A_2; \quad (10)$$

$$\chi = B_1 u + B_2, B_1, B_2 - \text{const}; \quad (11)$$

$$\phi_1(u) = \alpha_* u + \phi_*; \quad (12)$$

$$\phi_2(u) = \beta_* \text{th}(\lambda_* u); \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi)\alpha_* = Y_*; Y(\phi) = \text{const}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi) \frac{\beta_* \lambda_*}{ch^2(\lambda_* u)} = Y_*; Y(\phi) \propto \frac{1}{th^2(\lambda_* u)}. \quad (15)$$

Conclusion. In this work, the equations of the CSGM for a spherically symmetric spacetime have been obtained, and examples of solutions corresponding to zero potential are presented.

References

- [1] Chervon S.V., Fabris J.S., Fomin I.V. Spherical symmetric solutions in f(R) gravity with a kinetic curvature scalar. Space, Time, and Fundamental Interactions, 2020, no. 1, pp. 53–65. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2020.1.53-65>
- [2] Chervon S.V., Fabris J.C., Fomin I.V. Black holes and wormholes in f(R) gravity with a kinetic curvature scalar. Classical and Quantum Gravity, 2021, vol. 115005. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/abebf0>