

М 388850

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена
Трудового Красного Знамени Высшее техническое училище имени
Н.Э.Баумана

НА ДОМ
НЕ ВЕДАЕТСЯ

На правах рукописи

ШИМЫРБАЕВ Марат Катубеевич

РАСЧЕТ РАБОЧИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ
УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ОТКЛОНЕ-
НИЯХ ПАРАМЕТРОВ ИХ ГЕОМЕТРИИ

(01.02.06. - Динамика, прочность, надежность машин,
приборов, и аппаратуры)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата тех-
нических наук

Москва, 1988

Работа выполнена в Казахском политехническом институте им.
В.И. Ленина.

Научный руководитель — кандидат технических наук; доцент
НАРАЙКИН О.С.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Усскин В.И.

кандидат технических наук, с.н.с.
Ушаков А.И.

Ведущее предприятие: Гос НИИ Машиноведения

Защита диссертации состоится "25" Май 1982 г.
в 14 час. 00 мин. на заседании специализированного Совета
по динамике и прочности машин МВТУ им.Н.Э.Баумана по адресу:
107005, Москва, 2-я Бауманская ул., дом 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МВТУ им.
Н.Э.Баумана.

Автореферат разослан "24" Февраля 1982 г.

Ваши отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просьба
высылать по указанному адресу.

ДУБИНИН В.В.

МЗ88860

НТБ МВТУ им. Н.Э. Баумана



1388850

Шимирбаев М.К. Расчет рабо-

Актуальность темы. Существенным элементом большинства современных автоматических и механизированных систем и систем управления являются акселерометры — приборы для измерения ускорений. Эти приборы получили широкое распространение во многих областях народного хозяйства, науки и техники. В частности, без определения с высокой точностью значений ускорений невозможно решение целого ряда технических задач морской и воздушной навигации, анализа прочности и динамики конструкций, идентификации и технической диагностики реальных технических объектов, сейсмологии и многих других.

Основным функциональным узлом акселерометров являются упругие чувствительные элементы, осуществляющие преобразование измеряемого ускорения в перемещение, скорость или усилие. От динамических характеристик упругих чувствительных элементов в решающей степени зависят рабочие характеристики акселерометра. В последние годы все более широкое применение в качестве упругих чувствительных элементов акселерометров находят тонкостенные гофрированные оболочки вращения: гофрированные мембраны и сильфоны.

При этом следует заметить, что качество оболочечных упругих элементов (ОУЭ) определяется точностью их изготовления и однородностью механических свойств материалов, из которых они изготавливаются. Точность изготовления ограничена возможностями технологии производства ОУЭ. Причем, отклонения геометрии ОУЭ, вызванные несовершенством технологии их изготовления, носят случайный характер. По этим причинам исследование влияния случайных отклонений геометрии на рабочие характеристики ОУЭ представляет большой интерес с точки зрения возможности создания высокоточных и чувствительных акселерометров и других приборов и устройств, где ОУЭ также находят широкое применение.

Цель работы. Разработка методики расчета динамических характеристик ОУЭ, типа гофрированной мембраны и сильфона, имеющих случайные отклонения геометрии и анализ влияния случайных отклонений геометрии на рабочие характеристики ОУЭ акселерометров.

Научная новизна. К настоящему времени в работах Л.Е. Андреевой, В.И. Феодосьева, Л.А. Навинга и др. рассмотрен широкий круг вопросов статистики гофрированных мембран и сильфонов. Вопросы их динамики начали разрабатываться лишь в последние годы в работах П.И. Бегуна, В.П. Корсунова, О.С. Нарайкина, М.У. Тулеганова и др. Причем, в литературе почти отсутствуют данные о влиянии отклонений геометрии ОУЭ на их динамические характеристики, а влияние

тики случаев влияния параметров геометрии до сих пор не исследовано.

Научная новизна данной работы заключается в том, что на основе разработанной методики расчета рабочих характеристик гофрированных оболочечных упругих элементов акселерометров впервые проведено теоретическое исследование и установлены закономерности влияния случайных отклонений их геометрии на указанные характеристики.

Результаты работы. Исследование позволило провести анализ влияния случайных отклонений геометрии ОУЭ на их собственные частоты, амплитудно-частотные (АЧХ) и фазочастотные (ФЧХ) характеристики, а также на такие рабочие характеристики гофрированных ОУЭ акселерометров и других приборов, как чувствительность, помехоустойчивость и точность. Проанализировано влияние отклонений геометрии на прочность ОУЭ. Установлено, что влияние случайных искажений формы меридиана ОУЭ, по сравнению с влиянием случайных отклонений их геометрических размеров, невелико. Экспериментальные исследования подтвердили правомерность выбранной динамической модели.

Практическая ценность. Практическая ценность данной работы заключается в том, что разработанная методика и результаты выполненных на ее основе расчетов позволяют:

- 1) по результатам измерений параметров геометрии реальных ОУЭ устанавливать законы их распределения;
- 2) проектировать гофрированные ОУЭ с учетом реальных технологических разбросов их геометрических параметров;
- 3) проектировать гофрированные ОУЭ, динамические рабочие характеристики которых имеют необходимые значения с заданной степенью вероятности.

Все это дает возможность разрабатывать гофрированные ОУЭ высокого качества при существенном сокращении объемов необходимых экспериментальных исследований, сроков и стоимости НИР и ОКР.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на научных семинарах "Динамика упругих систем" кафедры "Динамика и прочность машин" МВТУ им. Н.Э. Баумана (1980, 1981 г.г.), на XV научной конференции профессорско-преподавательского состава и сотрудников КазПИ им. В.И. Ленина (Алма-Ата, 1980 г.) и на УП Казахстанской межвузовской конференции по математике и механике (Караганда, 1981 г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 2 статьи.

Объем работы. Диссертационная работа изложена на 85 страницах

машиннописного текста, включает введение, 4 главы и заключение. Содержит 47 рисунков, 7 таблиц, библиографию из 76 наименований и приложение на 26 страницах, состоящее из 7 машинных программ на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформулирована основная цель работы и обоснована ее актуальность.

В первой главе работы рассмотрены особенности структуры и назначение акселерометрических систем, основные рабочие характеристики акселерометров, дан обзор литературы, посвященной исследованию динамических характеристик оболочечных упругих элементов и сформулированы задачи исследований.

Главной особенностью структуры акселерометрических систем является то, что механические и электрические устройства, входящие в их состав, должны осуществить двойное преобразование измеряемых ускорений: на первом этапе ускорение преобразуется в перемещение, скорость или усилие, которые на втором этапе преобразуются в электрическую величину. При этом определяющим является первый этап преобразования, так как задачи преобразования усилий, скоростей и перемещений в электрические величины в настоящее время решены на достаточно высоком уровне, обусловленном современным состоянием электронной техники.

В статических и квазистатических режимах измерения исчерпывающими характеристиками акселерометра являются его градуировочная характеристика и основная погрешность. Но в большинстве случаев акселерометры работают в динамических режимах измерения. Следовательно, качество рабочих характеристик акселерометра будет определяться его динамическими свойствами. Важнейшими из характеристик, полностью определяющих динамические свойства акселерометров, являются амплитудно-частотная (АЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики. С помощью этих характеристик можно определить рабочие характеристики акселерометров, к основным из которых относятся их чувствительность, помехоустойчивость, точность, динамический диапазон и предел преобразования.

Чувствительность акселерометра — это отношение изменения выходной величины к вызывающему его изменению измеряемого ускорения. Абсолютная чувствительность равна

$$S(a) = \frac{\Delta P}{\Delta a}; \quad (1)$$

Относительная чувствительность

$$S_o(a) = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta a}{a}}; \quad (2)$$

где $\Delta \ell$ — изменение выходной величины; a — измеряемое ускорение; Δa — изменение измеряемого ускорения,

Помехоустойчивость акселерометра будем характеризовать отношением изменения выходного сигнала, вызванного вибрационными помехами, к изменению выходного сигнала, вызванного измеряемым ускорением. Это отношение будем называть в дальнейшем коэффициентом помехоустойчивости и выразим в виде:

$$\Pi = \frac{\Delta \ell_{\Pi}}{\Delta \ell}; \quad (3)$$

где $\Delta \ell_{\Pi}$ — изменения выходной величины, вызванные вибрационными помехами.

Точность акселерометра определяется его относительной погрешностью измерений:

$$\varepsilon = 181^{-1}; \quad (4)$$

где $\varepsilon = \frac{\Delta a_1}{a_{ист}}$ — относительная погрешность измерений, $\Delta a_1 = a - a_{ист}$ — абсолютная погрешность измерений; $a_{ист}$ — истинное значение измеряемого ускорения.

Динамический диапазон измерений акселерометра характеризуется наибольшим и наименьшим значениями входных ускорений, измерения которых производятся без искажений.

Предел преобразований акселерометра — наибольшее значение входного ускорения, которое воспринимается им без искажений и повреждений.

Анализ имеющихся в научной литературе данных показал, что к настоящему времени рассмотрен широкий круг проблем статического расчета гофрированных мембран и сильфонов. В частности, исследовано влияние на технико-эксплуатационные характеристики мембран различного назначения важнейших параметров их геометрии: рабочего радиуса, толщины материала, глубины и формы гофрировки, формы начальной выпуклости и т.п., выявлено влияние механических свойств материала мембраны и сильфона на напряженно-деформированное состояние, разработаны достаточно эффективные методы проектирования упругих элементов типа гофрированных мембран и сильфонов, работающих в статических режимах. Кроме того, для гофрированных мембран и сильфонов с кольцевой гофрировкой разработан ряд моделей, позволяющих, наряду с вопросами статики, рассмотреть и некоторые вопросы динамики. Причем, необходимо отметить, что эти модели носят ограниченный характер. Так, например, они не учитывают разброс геометрических параметров рассматриваемых элементов, который носит случайный характер и не достаточно эффективны для расчета ОУЭ с

произвольной формой меридиана. Поэтому область применения полученных результатов часто оказывается недостаточно широкой, а в тех случаях, когда имеющиеся решения могут быть использованы, точность их не всегда удовлетворяет потребностям практики.

На основании проведенного анализа были поставлены следующие задачи:

1. Разработка методики расчета динамических характеристик ОУЭ типа гофрированной мембраны и сильфона, имеющих случайные отклонения геометрии применительно к расчету ряда конкретных упругих элементов акселерометров.

2. Теоретическое исследование влияния случайных отклонений геометрии вышеуказанных типов ОУЭ на их собственные частоты АЧХ, ФЧХ, напряженное состояние и рабочие характеристики акселерометров, снабженных ОУЭ, с целью определения числовых параметров распределения этих характеристик и разработки конкретных рекомендаций по проектированию гофрированных мембран и сильфонов, работающих в динамических режимах.

3. Экспериментальное исследование влияния геометрических размеров перечисленных типов ОУЭ на их собственные частоты с целью выявления достоверности результатов теоретического исследования.

Во второй главе изложена методика расчета динамических характеристик различных типов гофрированных оболочечных упругих элементов, имеющих случайные отклонения геометрии, выведены уравнения их движения и сформулированы краевые условия, рассмотрены типичные характеристики несовершенств геометрии.

Для определения динамических характеристик ОУЭ акселерометров необходимо исследовать их свободные колебания и вынужденные колебания под действием измеряемого инерционного поля. Упругие элементы рассматриваются как тонкостенные оболочки вращения постоянной толщины с жестким центром (его роль выполняет чувствительный элемент акселерометра), незамкнутые по меридиану. Один край оболочек соединен с жесткой шайбой радиуса r_0 и массы m_0 , другой край жестко заделан. Допускается справедливость гипотез Кирхгофа-Лява, колебания считаются малыми, что соответствует реальным условиям работы ОУЭ акселерометров. С учетом этого выведены общие дифференциальные уравнения движения ОУЭ в частных производных и краевые условия. Указанные уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial U_z}{\partial \beta} = -\frac{\mu \cos \theta}{z} U_z - \frac{\mu \cos \theta}{z} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \sin \theta \cdot \vartheta + \frac{1-\mu^2}{Eh} \cos^2 \theta \cdot Q_z +$$

$$+ \frac{1-\mu^2}{Eh} \sin \theta \cos \theta \cdot Q_x;$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial \beta} = -\frac{\mu \sin \theta}{z} U_z - \frac{\mu \sin \theta}{z} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \cos \theta \cdot \vartheta + \frac{1-\mu^2}{Eh} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot Q_z +$$

$$+ \frac{1-\mu^2}{Eh} \sin^2 \theta \cdot Q_x;$$

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = -\frac{\cos \theta}{z} \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} - \frac{\sin \theta}{z} \frac{\partial U_x}{\partial \varphi} + \frac{\cos \theta}{z} V - \frac{h^2 \sin \theta}{3 z^2} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} + \frac{2(1+\mu)}{Eh} S;$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} = \frac{\mu \sin \theta}{z^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \varphi^2} - \frac{\mu \cos \theta}{z^2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial \varphi^2} - \frac{\mu \sin \theta}{z^2} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{\mu \cos \theta}{z} \vartheta + \frac{12(1-\mu^2)}{Eh^3} M_1;$$

$$\frac{\partial Q_z}{\partial \beta} = \frac{Eh}{z^2} U_z + \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin^2 \theta}{z^4} \frac{\partial^4 U_z}{\partial \varphi^4} - \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial^4 U_x}{\partial \varphi^4} + \frac{Eh}{z^2} \frac{\partial V}{\partial \varphi} -$$

$$- \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin^2 \theta}{z^4} \frac{\partial^3 V}{\partial \varphi^3} - \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \varphi^2} - \frac{(1-\mu) \cos \theta}{z} Q_z + \frac{\mu \sin \theta}{z} Q_x -$$

$$- \frac{\cos \theta}{z} \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \frac{\mu \sin \theta}{z^2} \frac{\partial^2 M_1}{\partial \varphi^2} + \rho h \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} + d \frac{\partial U_z}{\partial t} - q_z;$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial \beta} = -\frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial^4 U_z}{\partial \varphi^4} + \frac{Eh^3}{12} \frac{\cos^2 \theta}{z^4} \frac{\partial^4 U_x}{\partial \varphi^4} - \frac{Eh^3}{6(1+\mu)z^4} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \varphi^2} +$$

$$+ \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial^3 V}{\partial \varphi^3} + \frac{Eh^3 [2 + (1+\mu) \cos^2 \theta]}{12(1+\mu)z^3} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \varphi^2} - \frac{\cos \theta}{z} Q_z - \frac{\sin \theta}{z} \frac{\partial S}{\partial \varphi} +$$

$$+ \frac{\mu \cos \theta}{z^2} \frac{\partial^2 M_1}{\partial \varphi^2} + \rho h \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} + d \frac{\partial U_x}{\partial t} - q_x; \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = -\frac{Eh}{z^2} \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} + \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin^2 \theta}{z^4} \frac{\partial^3 U_z}{\partial \varphi^3} - \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial^3 U_x}{\partial \varphi^3} - \frac{Eh}{z^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} -$$

$$- \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^4} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{\mu \cos \theta}{z} \frac{\partial Q_z}{\partial \varphi} - \frac{\mu \sin \theta}{z} \frac{\partial Q_x}{\partial \varphi} - \frac{2 \cos \theta}{z} S -$$

$$- \frac{\mu \sin \theta}{z^2} \frac{\partial M_1}{\partial \varphi} + \rho h \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + d \frac{\partial V}{\partial t} - q_v;$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \beta} = -\frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^3} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \varphi^2} + \frac{Eh^3 [2 + (1+\mu) \cos^2 \theta]}{12(1+\mu)z^3} \frac{\partial^2 U_x}{\partial \varphi^2} +$$

$$+ \frac{Eh^3}{12} \frac{\sin \theta \cos \theta}{z^3} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{Eh^3 \cos^2 \theta}{12} \vartheta - \frac{Eh^3}{6(1+\mu)z^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \varphi^2} +$$

$$+ \sin \theta \cdot Q_z - \cos \theta \cdot Q_x - \frac{h^2 \sin \theta}{3 z^2} \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \frac{(1-\mu) \cos \theta}{z} M_1;$$

где l — длина дуги меридиана оболочки, отсчитываемая от внешнего контура жесткого центра; t — время; φ — угол между начальным меридианом и меридианом, проходящим через произвольную точку срединной поверхности; U_r, U_z, V — соответственно, радиальное, осевое и окружное перемещение произвольной точки срединной поверхности; ψ — угол поворота нормали к срединной поверхности в меридиональной плоскости; Q_r, Q_z, S' — соответственно, радиальная, осевая и окружная силы в произвольном нормальном сечении; M_1 — изгибающий момент (меридиональный) в произвольном нормальном сечении; μ — коэффициент Пуассона материала оболочки; z — радиус параллельного круга;

θ — угол наклона нормали к недеформированной срединной поверхности к оси оболочки; h — толщина оболочки; ρ — плотность материала оболочки; E — модуль упругости материала оболочки; α — коэффициент вязкого трения; q_r, q_z, q_v — интенсивности сил инерции, соответственно, в радиальном, осевом и окружном направлениях.

Решения уравнений (5) при гармоническом возмущении могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} U_r(\varphi, z, t) &= (U_{rs}^K \sin Pt + U_{rc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi; \\ U_z(\varphi, z, t) &= (U_{zs}^K \sin Pt + U_{zc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi; \\ V(\varphi, z, t) &= (V_{rs}^K \sin Pt + V_{rc}^K \cos Pt) \cdot \sin K\varphi; \\ \psi(\varphi, z, t) &= (V_{rs}^K \sin Pt + V_{rc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi; \\ Q_r(\varphi, z, t) &= (Q_{rs}^K \sin Pt + Q_{rc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi; \\ Q_z(\varphi, z, t) &= (Q_{zs}^K \sin Pt + Q_{zc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi; \\ S'(\varphi, z, t) &= (S_{rs}^K \sin Pt + S_{rc}^K \cos Pt) \cdot \sin K\varphi; \\ M_1(\varphi, z, t) &= (M_{rs}^K \sin Pt + M_{rc}^K \cos Pt) \cdot \cos K\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

где $K = 0, 1, 2, 3, \dots$

В уравнениях (6) нижний и верхний индексы "K" при составляющих перемещений и усилий используются для обозначения соответственно симметричных и кососимметричных относительно нача-

льного меридиана величин.

Аналогично может быть представлена и нагрузка, действующая на оболочку:

$$\begin{aligned} q_z(\varphi, \beta, t) &= (q_{zks}^k \sin Pt + q_{zkc}^k \cos Pt) \cos K\varphi; \\ q_z(\varphi, \beta, t) &= (q_{zks}^k \sin Pt + q_{zkc}^k \cos Pt) \cos K\varphi; \\ q_v(\varphi, \beta, t) &= (q_{vks}^k \sin Pt + q_{vkc}^k \cos Pt) \sin K\varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Компоненты решений и нагрузок, входящие в правые части уравнений (6) и (7), являются функциями β . В этих уравнениях: P — частота изменения гармонического возмущения; K — половинное значение числа узловых меридианов (число волн в окружном направлении).

Фазовые углы определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_{uz} &= \arctg \frac{U_{zks}^k}{U_{zkc}^k}; \quad \gamma_{uz} = \arctg \frac{U_{zks}^k}{U_{zkc}^k}; \quad \gamma_v = \arctg \frac{V_{ks}^k}{V_{kc}^k}; \quad \gamma_v = \arctg \frac{V_{ks}^k}{V_{kc}^k}; \\ \gamma_{az} &= \arctg \frac{Q_{zks}^k}{Q_{zkc}^k}; \quad \gamma_{az} = \arctg \frac{Q_{zks}^k}{Q_{zkc}^k}; \quad \gamma_s = \arctg \frac{S_{ks}^k}{S_{kc}^k}; \quad \gamma_M = \arctg \frac{M_{ks}^k}{M_{kc}^k}; \end{aligned} \quad (8)$$

Для оболочки, находящейся в однородном поле переносного ускорения a , компоненты нагрузок, входящие в правые части уравнений (7), могут быть выражены через соответствующие компоненты поля ускорений следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{zks}^k &= \rho h a_z \cos \psi_k; \quad q_{zkc}^k = \rho h a_z \sin \psi_k; \quad q_{zks}^k = \rho h a_z \cos \psi_k; \\ q_{vks}^k &= \rho h a_z \sin \psi_k; \quad q_{vkc}^k = \rho h a_v \cos \psi_k; \quad q_{vkc}^k = \rho h a_v \sin \psi_k. \end{aligned} \quad (9)$$

где ψ_k , ψ_k , ψ_v — соответствующие начальные фазы.

Крайние условия в нашем случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \beta = 3_k \quad \left\{ \begin{aligned} U_{zks} = U_{zkc} = U_{zks} = U_{zkc} = V_{ks} = V_{kc} = V_{ks} = V_{kc} = 0; \\ (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right. \quad (10) \\ \left\{ \begin{aligned} k=0: \\ U_{zos} = U_{zoc} = V_{zs} = V_{zc} = 0; \\ -m_0 \rho^2 U_{zos} - d_0^2 \rho U_{zoc} - 2\pi r_0 Q_{zos} = m_0 a_z \cos \psi_k; \\ -m_0 \rho^2 U_{zoc} + d_0^2 \rho U_{zos} - 2\pi r_0 Q_{zoc} = m_0 a_z \sin \psi_k; \\ k=1: \\ U_{z1s} + V_{1s} = 0; \quad U_{z1c} + V_{1c} = 0; \quad U_{z1s} = r_0 V_{1s}; \quad U_{z1c} = r_0 V_{1c}; \\ -m_0 \rho^2 U_{z1s} - d_0^2 \rho U_{z1c} - \pi r_0 (Q_{z1s} - S_{1s}) = m_0 a_z \cos \psi_k; \\ -m_0 \rho^2 U_{z1c} + d_0^2 \rho U_{z1s} - \pi r_0 (Q_{z1c} - S_{1c}) = m_0 a_z \sin \psi_k; \\ -J_0 \rho^2 V_{1s} - d_0 \rho V_{1c} - \pi r_0^2 Q_{z1s} - \pi r_0 M_{1s} = 0; \\ -J_0 \rho^2 V_{1c} + d_0 \rho V_{1s} - \pi r_0^2 Q_{z1c} - \pi r_0 M_{1c} = 0; \\ k=2, 3, 4, \dots: \\ U_{zks} = 0; \quad U_{zkc} = 0; \quad U_{zks} = 0; \quad U_{zkc} = 0; \\ V_{ks} = 0; \quad V_{kc} = 0; \quad V_{ks} = 0; \quad V_{kc} = 0. \end{aligned} \right. \quad (11) \end{aligned}$$

где s_k — длина меридиана оболочки; J_{0x} — момент инерции жесткого центра относительно оси X.

Вводя новые безразмерные переменные:

$$x = \frac{s_k - s}{R}; \quad y_1 = \frac{U_{1s}}{R}; \quad y_2 = \frac{U_{2s}}{R}; \quad y_3 = \frac{U_{3s}}{R}; \quad y_4 = \frac{U_{4s}}{R}; \quad y_5 = \frac{V_{1s}}{R}; \quad y_6 = \frac{V_{2s}}{R};$$

$$y_7 = \frac{U_{7s}}{2h}; \quad y_8 = \frac{Q_{8s}}{2h}; \quad y_9 = \frac{Q_{9s}}{Eh_0}; \quad y_{10} = \frac{Q_{10s}}{Eh_0}; \quad y_{11} = \frac{Q_{11s}}{Eh_0}; \quad y_{12} = \frac{Q_{12s}}{Eh_0};$$

$$y_{13} = \frac{S_{1s}}{Eh_0}; \quad y_{14} = \frac{S_{2s}}{Eh_0}; \quad y_{15} = \frac{M_{1s}}{Eh_0}; \quad y_{16} = \frac{M_{2s}}{Eh_0}; \quad \lambda = \frac{p}{R}; \quad \ell = \frac{r}{R};$$

где p_0, h_0 — нормирующие множители частоты и толщины оболочки, систему уравнений (5) с учетом выражений (6), (7), (9) преобразуем в систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = A_1 \bar{y} + \bar{p}; \quad (13)$$

где $\bar{y}$ — вектор состояния с компонентами $y_1, y_2, \dots, y_{16}$; A_1 — квадратная матрица переменных коэффициентов; $\bar{p}$ — вектор нагрузки. Краевые условия (10) и (11) также приводятся к безразмерной форме.

Построен алгоритм, позволяющий с помощью метода ортогонализации С.К.Голунова определить собственные частоты, АЧХ, ФЧХ и напряжения ОУЭ акселерометров типа гофрированных мембран и сильфонов, имеющих случайные отклонения геометрии. Для интегрирования системы уравнений (13) применен численный предиктор-корректор метод Хемминга с автоматическим выбором шага. Решения в конце отрезка интегрирования совместно с краевыми условиями на этом конце образуют частотный определитель, который позволяет найти искомые собственные частоты. Обратная прогонка позволяет определить вектор состояния.

К несовершенствам геометрии оболочечных упругих элементов относятся случайные отклонения размеров: внешнего радиуса, толщины, глубины гофрировки, а также случайные несовершенства формы срединной поверхности, вызванные несовершенством технологии их изготовления. Статистический анализ геометрии реальных упругих элементов на их совокупности позволил установить, что функции плотности вероятности интересующих нас величин весьма близки к нормальным усеченным законам и определить их числовые характеристики. Что касается случайных несовершенств формы срединной поверхности, то тот же статистический анализ и проведенный по его результатам Фурье-анализ позволяют установить характер отклонений формы срединной поверхности ОУЭ и систематизировать их. По результатам обмера реального упругого элемента устанавливается форма его сре-

динной поверхности в меридиональном сечении в виде таблицы

$z_i = f_1(z_i)$. Сравнение соответствующих ординат меридианов реального и идеального упругих элементов позволяет определить отклонение формы срединной поверхности ОУЭ и представить его в виде таблицы $\Delta z_i = f_2(z_i)$. Применяв быстрое преобразование Фурье, можно найти коэффициенты Фурье разложения в конечный ряд Фурье отклонения формы срединной поверхности Δz и определить характер, величину и форму этих отклонений. Изложенный алгоритм позволяет произвести Фурье-анализ с целью выявления отклонений формы срединной поверхности ОУЭ с произвольной формой меридиана.

Разработаны алгоритмы аппроксимации меридиана произвольной формы с помощью кубических сплайнов, и алгоритмы статистического моделирования случайных значений геометрических параметров и случайных значений собственных частот ОУЭ, основанные на методе Монте-Карло.

Для численной реализации указанных алгоритмов на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV составлены программы для ЭВМ ЕС-1022 и ЕС-1033.

В третьей главе проведен анализ результатов численного расчета динамических характеристик ОУЭ, имеющих случайные отклонения геометрии, и влияние этих отклонений на основные рабочие характеристики акселерометров, получены зависимости первых двух собственных частот, АЧХ, ФЧХ и напряжений различных типов ОУЭ от их геометрических параметров, гистограммы плотности распределения собственных частот и рабочих характеристик ОУЭ акселерометров при наличии случайных отклонений параметров их геометрии, даны рекомендации по проектированию ОУЭ, работающих в динамических режимах.

Рамки исследований ограничены определением первых двух собственных частот, охватывающих частотные диапазоны как полезных сигналов, так и помех.

В качестве материалов для всех рассматриваемых типов гофрированных мембран выбрана бериллиевая бронза марки БР.Б2, для сильфона выбрана сталь марки 65. При выполнении всех численных расчетов принято: $m_0 = 1\text{г}$; $z_0 = 6\text{мм}$; $P_0 = 10^4 \frac{1}{\text{с}}$; $h_0 = 0,2\text{мм}$;

Числовые расчеты проведены на ЭВМ ЕС-1022 и ЕС-1033. Результаты получены для мембран с синусоидальным, остроугольным и круговым гофрами и сварного сильфона произвольной формы меридиана.

Вычислены первые две собственные частоты различных типов ОУЭ для ряда значений их геометрических параметров. Выявлены зависимости

ти этих частот от указанных параметров. Установлено, что влияние искажений формы меридиана на собственные частоты ОУЭ по сравнению с влиянием внешнего радиуса, толщины и глубины гофрировки невелико. Получены приближенные формулы, выражающие зависимости собственных частот от того или иного геометрического параметра для ряда его значений.

Численный расчет гистограмм был осуществлен двумя способами:

1) нахождением собственной частоты при данном значении случайной величины одного из геометрических параметров путем непосредственного решения системы уравнений (13), при этом для получения устойчивого вида гистограмм оказалось необходимым определить собственные частоты при 150+200 случайных значениях того или иного геометрического параметра;

2) интерполяцией зависимостей собственных частот от геометрических параметров кубическими сплайнами, при этом практически без потери точности результатов затраты машинного времени на получение тех же гистограмм уменьшилось примерно в 1000 раз, что дало возможность получить более точные гистограммы; обработав 5000+10000 случайных значений каждого из геометрических параметров.

С помощью указанных гистограмм указаны приближенные границы областей возможных значений собственных частот ОУЭ при наличии случайных отклонений параметров их геометрии.

Выполнены расчеты АЧХ и ФЧХ перемещений жесткого центра и напряжений в мембране с синусоидальным гофром для ряда значений ее геометрических параметров, с использованием вектора решений системы (13).

Напряжения в меридиональном и нормальном сечениях определяются по формулам:

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} + \frac{6M_1}{h^2}; \quad \sigma_2 = \frac{T_2}{h} + \frac{6M_2}{h^2}; \quad (14)$$

где σ_1, T_1, M_1 — соответственно напряжение, усилие и изгибающий момент в сечении, перпендикулярном срединной поверхности;

σ_2, T_2, M_2 — аналогичные величины в сечении, параллельном меридиональной плоскости. Силовые факторы, входящие в уравнения (14), определяются через компоненты вектора состояния по формулам:

$$T_1 = Q_{0x} \cos \theta + Q_{0z} \sin \theta; \quad T_2 = Q_{0x} \mu \cos \theta + Q_{0z} \mu \sin \theta + K_{0z} \frac{Eh}{2};$$

$$M_1 = M_{01}; \quad M_2 = \mu M_1 + Q_{0z} \frac{Eh^3}{12} \cos \theta; \quad (15)$$

Эквивалентное напряжение определим по энергетической теории:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}; \quad (16)$$

Зависимость АЧХ и ФЧХ перемещений жесткого центра и напряжений от величин a, β, h, A можно установить, последовательно варьируя

их значения в заданных пределах.

Установлена зависимость указанных АЧХ и ФЧХ от коэффициента вязкого трения и выявлены их рабочие зоны.

Получены градуировочные характеристики акселерометра с упругим элементом типа мембраны с синусоидальным гофром для ряда значений ее основных геометрических параметров.

Рассмотрено влияние отклонений геометрии упругого элемента на такие важные рабочие характеристики акселерометра как чувствительность, помехоустойчивость и точность. Указаны приближенные границы областей их возможных значений при случайных отклонениях параметров геометрии упругого элемента.

Построены эпюры эквивалентных напряжений в мембране с синусоидальным гофром при частотах внешнего поля ускорений, совпадающих с ее собственными. Оказалось, что наиболее нагруженными являются вершины и впадины гофрированной мембраны, а максимальное эквивалентное напряжение возникает в месте крепления мембраны к корпусу акселерометра. При первой собственной частоте центральные волны нагружены слабее, чем краевые, а при второй - наоборот. Причем характер распределения эквивалентных напряжений по меридиану гофрированной мембраны качественно такой же, как и при статическом нагружении. Получены АЧХ максимальных эквивалентных напряжений в указанной мембране для ряда значений ее основных геометрических параметров.

Четвертая глава посвящена экспериментальному исследованию гофрированных ОУЭ, даны методика экспериментального определения собственных частот рассматриваемых типов ОУЭ и описание экспериментальной установки, приведены результаты эксперимента и произведено сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований, показавшее, что их расхождение не превышает 7%.

В приложении приведены программы, реализующие на ЭВМ разработанные в данной работе алгоритмы расчетов.

ВЫВОДЫ

1. Впервые разработаны методики и алгоритмы, составлены программы численного расчета, основных рабочих характеристик (собственных частот, векторов состояния, АЧХ, ФЧХ, напряжений) гофрированных оболочечных упругих элементов акселерометров, позволяющие теоретически исследовать влияние случайных отклонений их геометрии на указанные характеристики.

2. Разработаны, основанный на применении быстрого преобра-

зования Фурье, алгоритм статистического анализа случайных отклонений формы меридиана ОУЭ, вызванных несовершенством технологии их изготовления, алгоритм аппроксимации меридиана произвольной формы с помощью кубических сплайнов и, основанные на методе Монте-Карло, алгоритмы статистического моделирования случайных значений геометрических параметров и случайных значений собственных частот ОУЭ, для интерполяции функции преобразования которых применены кубические сплайны. Составлены программы, реализующие все указанные алгоритмы.

3. Выявлены зависимости первых двух собственных частот ОУЭ различных типов от их геометрических параметров. Установлено, что влиянием искажений формы меридиана ОУЭ на их собственные частоты по сравнению с влиянием геометрических размеров практически можно пренебречь.

4. Получены гистограммы плотности распределения собственных частот в зависимости от случайного разброса важнейших параметров геометрии рассматриваемых типов упругих элементов. Приблизительно установлены границы областей возможных значений собственных частот ОУЭ при случайных отклонениях их основных геометрических параметров.

5. Получены АЧХ и ФЧХ акселерометра с упругим элементом типа мембраны с синусоидальным гофром для ряда значений основных параметров ее геометрии. Проведен анализ влияния геометрии указанного упругого элемента на АЧХ и ФЧХ акселерометра.

6. Выявлены зависимости таких основных рабочих характеристик акселерометра с упругим элементом типа мембраны с синусоидальным гофром, как чувствительность, точность и помехоустойчивость, от основных параметров ее геометрии.

7. Получены гистограммы плотности распределения основных рабочих характеристик акселерометра в зависимости от случайного разброса основных геометрических параметров упругого элемента и приблизительно установлены границы областей их возможных значений при наличии случайных отклонений параметров геометрии упругого элемента типа мембраны с синусоидальным гофром.

8. Получены и проанализированы эпюры эквивалентных напряжений для мембраны с синусоидальным гофром при резонансных частотах ее вынужденных гармонических колебаний. Получены АЧХ максимальных эквивалентных напряжений для ряда значений основных геометрических параметров указанной мембраны и установлены настоящие диапазоны, недопустимые по условиям прочности.

9. Сформулированы практические рекомендации по проектированию ОУЭ акселерометра типа гофрированных мембран и сильфонов.

10. Проведено экспериментальное исследование по определению влияния основных геометрических параметров различных типов ОУЭ на их собственные частоты. Основные результаты теоретического анализа получили экспериментальные подтверждения.

11. Полученные результаты и рекомендации могут быть использованы в практике проектирования ОУЭ различного назначения, работающих в динамических режимах.

Основные положения диссертации изложены в следующих работах:

1. Димирбаев М.К. Определение собственных частот и собственных векторов состояния свободных колебаний тонкостенной ободочки вращения с синусоидальным меридианом. - Тезисы докладов XV научной конференции КазПИ. Алма-Ата: изд-во КазПИ, 1980, с.254-255.

2. Димирбаев М.К. Динамическая чувствительность упругих элементов при наличии случайных отклонений параметров их геометрии. - Тезисы докладов УП Казахстанской межвузовской научной конференции по математике и механике. Караганда: изд-во КарГУ, 1981, с.112.

М.К.ШИМЫРБАЕВ

Расчет рабочих характеристик гофрированных оболочечных
упругих элементов акселерометров при случайных отклоне-
ниях параметров их геометрии

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата тех-
нических наук

Подписано в печать 28.2.1982 г. УГ 11162.

Формат 60x84 2/16, бумага типографская №1

Оп. Объем 1 уч.-изд. л. Тираж 100 экз.

Заказ **39** Бесплатно. Издание КазПТИ им.В.И.Ленина
печатно-множительная лаборатория КазПТИ им.В.И.Ленина
Алма-Ата, Сатпаева, 22.