

① 01358834

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Московское ордена Ленина и ордена Трудового
Красного Знамени высшее техническое училище
им. Н.Э. Баумана

На правах рукописи

РИМСКИЙ Геннадий Васильевич

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ КОРНЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ И
АВТОМАТИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ НА ЕЕ ОСНОВЕ

Специальность 05.13.02 - Теория систем,
теория автоматического регулирования и
управления и системный анализ

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Москва - 1980г.

Работа выполнена в Минском радиотехническом институте

Официальные оппоненты:

Заслуженный деятель науки и техники РСФСР,
доктор технических наук, профессор Захаров В.Н.
доктор технических наук, профессор Голков Ю.С.
доктор технических наук, профессор Кузовков Н.Т.

Ведущая организация - Институт кибернетики АН УССР.

Защита состоится " _____ " _____ в _____ часов
на заседании специализированного совета Д053.15.01
при МВТУ им. Н.Э.Баумана по адресу: 107005, Москва,

нной печатью,
у.

библиотеке МВТУ

М358837.

НТБ МВТУ им. Н.Э.Баумана



1358837

Ринский Г.В. Общая теория

2. /Плотников В.Н./

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Возрастание требований к качеству проектирования систем управления, усложнение их структурных схем и законов функционирования, необходимость сокращения сроков и стоимости разработок и испытаний САУ выдвинули проблему автоматизации проектирования систем управления в ряд важнейших проблем современной науки и техники. В решениях Коммунистической партии Советского Союза и правительства подчеркивается потребность ускоренной разработки и внедрения в практику методов автоматизированного проектирования на основе широкого использования вычислительной техники. Поэтому одной из актуальных задач теории автоматического управления является разработка машинных методов расчета и исследования САУ и их реализация в системах автоматизированного проектирования (САПР САУ).

Наиболее значительные результаты в этой области получены в Московском ордена Ленина авиационном институте под руководством академика Петрова Б.Н., в МВТУ им. Э.Н.Баумана под руководством члена-корреспондента АН СССР Попова Е.П. и заслуженного деятеля науки и техники РСФСР проф. Солодовникова В.В., в Московском ордена Ленина энергетическом институте под руководством проф. Круга Г.К., в Ленинградском электротехническом институте им.В.И. Ульянова (Ленина) под руководством члена-корреспондента АН СССР Бавилова А.А., в Ленинградском институте авиационного приборостроения под руководством проф. Орурка И.А., в Институте проблем управления АН СССР под руководством академика Трапезникова В.А., в ряде других научно-исследовательских институтов. Однако данные работы носят либо существенно теоретический характер, либо решают конкретные практические задачи и имеется определенный разрыв между достижениями теории, возможностями современных ЦЕМ и практической реализацией САПР САУ.

Настоящая диссертация посвящена разработке общей теории корневых траекторий САУ, машинно-ориентированных методов расчета и исследований динамики систем управления на ее основе, а также принципов построения и реализации систем автоматизированного исследования САУ. Это новый путь разработки машинных методов расчета САУ и построения автоматизированных систем проектирования, отличающийся новым математическим аппаратом, базирующимся на концепциях общей теории корневых траекторий и ориентацией на применение ЦЕМ для аналитических преобразований в символической форме с целью авто-

матимизации теоретических исследований САУ, вывода уравнений и критериев качества с помощью ЦМ с последующим переходом к числовым расчетам, что обеспечивает расширение круга решаемых задач системами автоматизированного проектирования, организацию эффективного контроля машинных расчетов за счет применения различных методов (частотного, пространства состояний и др.), придает качественно новые свойства САПР. Комплексное решение всех взаимосвязанных теоретических, алгоритмических, программных и аппаратных задач автоматизированного проектирования позволяет в определенной степени устранить наметившийся разрыв между теорией и практикой. Таким образом, диссертационная работа является актуальной и отвечает задачам современного развития науки и техники.

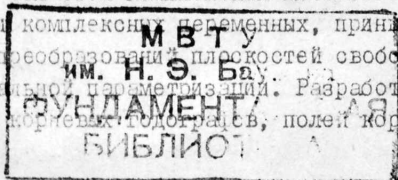
Цель работы. Основной целью работы является разработка основ общей теории корневых траекторий и практического ее применения для автоматизированного проектирования систем управления. Для достижения данной цели в работе поставлены следующие задачи:

1. Разработка основных принципов и методов общей теории корневых траекторий систем управления.
2. Разработка машинно-ориентированных методов расчета и исследований динамики САУ на основе общей теории корневых траекторий.
3. Разработка принципов построения и реализации комплексов проблемных программ для автоматизированного проектирования САУ на основе общей теории корневых траекторий.
4. Разработка принципов построения и реализации структур систем автоматизированного исследования САУ.

Таким образом, в диссертации решается комплексная проблема разработки нового машинно-ориентированного математического аппарата для расчета и исследований систем управления, построения вычислительных комплексов для автоматизированного исследования и создания их систем математического обеспечения.

Научная новизна.

1. Разработана общая теория корневых траекторий систем автоматического управления. Сформулированы основные принципы общей теории: принцип отображения произвольных кривых, их совокупностей и заданных областей комплексных плоскостей свободных параметров на плоскости комплексных переменных, принцип последовательных многократных преобразований плоскостей свободных параметров и принцип функциональной параметризации. Разработаны методы математического описания корневых траекторий, полей корневых траекторий, способы



преобразования уравнений траекторий корней различных типов, функций корневой чувствительности. Рассмотрены методы построения, анализа и синтеза корневых годографов произвольных образов. Предложены и развиты методы построения заданных областей в пространстве коэффициентов функций отображения. В отличие от теории корневых годографов К.Ф.Теодорчика, Г.А.Бендрикова, Э.Г.Удермана, В.Эванса, Дж.Траксела в общей теории корневых траекторий рассматривается вариация свободных параметров по комплексным траекториям, образы корневых годографов допускаются произвольными, варьируемый параметр может входить нелинейно в уравнения, порождающие траектории корней и поля корневых траекторий. Математический аппарат многомерных коммутативных преобразований числовых массивов, изоморфных функциям от нескольких независимых переменных, обеспечивает однородность вычислительных процедур, что упрощает их алгоритмизацию и реализацию на ЦМ, является основой для разработки машинно-ориентированных корневых методов расчета и исследований САУ.

2. Предложен и разработан новый класс точных методов исследования устойчивости нелинейных систем на основе общей теории корневых траекторий. В отличие от частотных методов и методов, использующих функции Ляпунова, рассматриваемые методы основаны на анализе поведения ветвей корневых годографов специальных типов в комплексных плоскостях относительно координатных осей. С помощью корневых методов решены основные задачи абсолютной устойчивости положения равновесия НСАУ, асимптотической устойчивости в большом, гиперустойчивости, $\mathcal{L}_2$ -устойчивости, $\mathcal{H}$ -устойчивости, абсолютной устойчивости процессов. Получены критерии абсолютной устойчивости в пространстве параметров НСАУ и разработаны способы построения границ областей устойчивости и заданного качества. Корневые методы дают не точечные решения, а позволяют находить допустимые области в пространстве критериев и параметров НСАУ. Отличительной особенностью корневых методов является однородность вычислительных процедур, возможность аналитических преобразований уравнений динамики с помощью ЦМ, что позволяет свести к минимуму влияние ограничений разрядной сетки машин, итерационных расчетов, использовать ЦМ не только для проектирования САУ, но и для теоретических исследований, решения задач в общем виде. Машинная ориентация корневых методов расчета САУ обеспечивает простоту их программной реализации, расширяет область практического

применения общей теории корневых траекторий.

3. Разработаны методы и средства автоматизации исследований систем управления на основе общей теории корневых траекторий. Отличительной особенностью предложенных методов является широкое использование аналитических преобразований функций нескольких независимых переменных на ЦВМ, что позволило реализовать вывод уравнений траекторий корней, границ областей заданного качества САУ в буквенном виде на ЦВМ, построить комплекс программ GRIT для расчета и исследований САУ на языках Фортран и АPL. Разработаны структуры вычислительных комплексов для автоматизированного проектирования систем управления (КАПР САУ), рассмотрены принципы построения однородных КАПР САУ, способы организации вычислительных процессов автоматизированного проектирования в КАПР. Существенным отличием предложенной организации КАПР является наличие технических и программных средств, обеспечивающих коллективную взаимозависимую работу разработчиков над одним значительным проектом, оперативное управление процессом проектирования.

Основные практические результаты.

1. Разработан и создан на основе общей теории корневых траекторий и ее приложений программный комплекс GRIT для автоматизированного расчета и исследований динамики систем управления непрерывных, дискретных, линейных, нелинейных, систем с запаздыванием. Версия GRIT на алгоритмическом диалоговом языке APL реализована на вычислительной системе ИБМ/360-91, версия GRIT на языке Фортран реализована на машинах ЕС ЭВМ. Комплекс GRIT введен в ряде научно-исследовательских, проектных организаций и вузов страны. Суммарный экономический эффект от внедрения, подтвержденный организациями, равен 480,66 тыс. руб. в год.

2. Разработаны, реализованы и практически апробированы структуры вычислительных комплексов для автоматизированного проектирования САУ на базе ЦВМ "Минск-32", ЕС-1020 в МРТИ, на которых выполнены исследования систем управления летучими ножницами непрерывного заготовочного стана НЭС 900/700/500, систем управления траловым ловом рыбы и др., что позволило достоверно определить математические модели систем, исследовать их возможные динамические свойства, выбрать требуемые режимы функционирования.

3. Разработаны, реализованы и внедрены в ряде организаций приборы и устройства для автоматизированного анализа динамики сложных систем: автоматы считывания многоканальных осциллограмм, устройства для обработки статистической информации, цифровые годо-

графаторы.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались: на заседаниях семинаров и кафедр ведущих вузов (МАИ, МВТУ им. Н.Э. Баумана, ССПИ, МЭИ, МИИТ), а также на 12 Всесоюзных научно-технических конференциях и совещаниях: Второй и Третьей межвузовских НТК "Достижения и перспективы развития технической кибернетики" (Москва, 1972г.; Киев, 1975г.); Пятой НТК по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем (Ташкент, 1975г.); НТС "Автоматизация ввода в ЭВМ графиков" (Москва, 1968г.); НТК по проблемам совершенствования проектирования радиотехнических систем и их элементов (Минск, 1975г.); НТС "Автоматизированные системы информационного обеспечения" (Челябинск, 1974г.); III НТС "Теория информационных систем и систем управления с распределенными параметрами" (Уфа, 1976г.); НТК "Проблемы развития современной элементной базы систем судовой радиоэлектроники и вычислительной техники" (Симферополь, 1977г.); НТК "Современные проблемы радиотехники в народном хозяйстве" (Москва, 1977г.); Первом и Втором НТС "Автоматизация проектирования систем автоматического и автоматизированного управления" (Таллин, 1976г.; Челябинск, 1978г.); НТК "Автоматизация поискового конструирования" (Йошкар-Ола, 1978г.); Первой НТК "Автоматизация проектных и конструкторских работ" (Москва, 1979г.); на ежегодных Республиканских НТК НТОРЭС им. А.С. Попова 1968-1979г. (г. Минск).

Количество публикаций. По теме диссертации опубликовано 4 монографии, 95 научных работ, из них 46 научных статей во всесоюзных, зарубежных и республиканских изданиях, в том числе 2 - в США. Получено 24 авторских свидетельства на изобретения, на три из которых получено 12 патентов из различных стран (США, Великобритания, Франция, Япония, Италия, ГДР, СССР), одно свидетельство на промышленный образец.

Структура и объем работы. Диссертация включает предисловие, введение, пять глав, заключение, приложения, библиографию, содержащую 475 наименований. Число рисунков 87. Основное содержание диссертации изложено на 275 стр.

Автор выражает глубокую благодарность п.т.н., проф. Чеголину П.М. за большую помощь, творческое содружество и консультации, а также за поддержку научного направления работ по общей теории корневых траекторий и ее приложений. Автор искренне благодарит д.т.н., проф. Удермана Э.Г., к.ф.-м.н., доц. Бендрикова Г.А. за постоянное внимание, обсуждение результатов и ценные советы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

В п р е д и с л о в и и аннотированы основные научные результаты, выносимые на защиту.

В о в в е д е н и и произведен обзор публикаций по теории корневых траекторий, методам расчета систем управления с помощью корневых годографов, проанализированы направления развития корневых методов расчета, методов и средств автоматизации проектирования САУ, сформулированы цель и задачи работы.

В г л а в е п е р в о й разработаны основные принципы общей теории корневых траекторий (принцип отображения, принцип преобразования плоскостей, принцип функциональной параметризации), рассмотрена классификация корневых годографов и полей корневых траекторий, способы их математического описания, методы определения заданных областей в пространстве параметров САУ, функции корневой чувствительности.

Принцип отображения произвольных кривых, их семейств и заданных областей комплексных плоскостей свободных параметров на плоскости комплексных переменных алгебраических уравнений, описывающих САУ, определяет методы задания и математического описания корневых годографов, обобщенных корневых годографов и полей корневых траекторий. На основании данного принципа корневой годограф определяется как отображение заданной кривой (прямой) плоскости варьируемого (свободного) параметра алгебраического уравнения, осуществляемое с помощью функции, определяемой из данного уравнения. В зависимости от вида функции отображения введены понятия дискретного, полного, фрагментарного корневых годографов. Аналогично определены обобщенные корневые годографы и поля корневых траекторий.

Обобщенные корневые годографы (ОКТ) в отличие от известных корневых годографов представляют собой отображение совокупности линий, ориентированных вполне определенным образом друг относительно друга, что позволяет строить такие ОКТ, которые дают информацию о чувствительности корней к изменению параметров САУ. Поля корневых траекторий позволяют аналитически исследовать скорость миграции корней по ветвям корневых годографов и являются основой для разработки градиентного метода исследования корневой чувствительности САУ. Пусть свободный параметр, например, K , входит в алгебраическое уравнение произвольным образом

$$f(p, K) = A_0(p)K^4 + A_1(p)K^{3-1} + \dots + A_s(p) = 0, \quad (I)$$

где $A_j(p)$ - некоторые многочлены от $p = \delta + i\omega$, $j = \overline{0, 3}$. Функция корневой чувствительности определяется

$$\kappa = \frac{\partial f(p, K) / \partial f(p, K)}{\partial K / \partial p} = \frac{s A_0(p) K^{s-1} + (s-1) A_1(p) K^{s-2} + \dots + A_{s-1}(p)}{A'_0(p) K^s + A'_1(p) K^{s-1} + \dots + A'_s(p)} \quad (2)$$

Уравнение для функции корневой чувствительности

$$\begin{vmatrix} A_0(p) & A_1(p) & \dots & A_s(p) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_0(p) & \dots & & A_s(p) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_0(p) & \dots & & A_s(p) \\ \kappa A_0(p) & \kappa A'_1(p) + s A_0(p) & \dots & \kappa A'_s(p) + A_{s-1}(p) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \kappa A_0(p) & \dots & & \kappa A'_s(p) + A_{s-1}(p) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \kappa A_0(p) & \dots & \kappa A'_s(p) + A_{s-1}(p) & \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

Принцип последовательных преобразований плоскостей свободных параметров определяет процедуру последовательных переходов к различным варьируемым параметрам. Пусть задано некоторое алгебраическое уравнение, в котором выделен варьируемый параметр, как показано в уравнении (I). Данное уравнение порождает корневой годограф, основное аналитическое уравнение которого представим относительно следующего варьируемого параметра также в виде (I), найдем следующее уравнение корневого годографа в новой системе координат. Из последнего уравнения корневого годографа вновь выделим варьируемый параметр и снова получим уравнение траекторий корней, с которыми можно далее продолжать вышеуказанные действия. Находя последовательно формулы параметра и используя заданные критерии качества САУ, получим в пространстве выделенных варьируемых параметров границы области заданного качества системы. Принцип преобразований плоскостей позволяет производить произвольный перебор варьируемых параметров и их исключение или обращение к новым переменным.

Принцип функциональной параметризации определяет метод решения задачи построения корневых годографов при произвольном законе изменения варьируемого параметра в алгебраическом уравнении, порождающем траектории корней. Для уравнения (I), порождающего функциональный корневой годограф (ФКТ)

$$\begin{aligned} & A_{0R} u^3 + (A_{0I} C_{s-1}^1 v + A_{1R}) u^{s-1} + (-A_{0R} C_s^2 v^2 - A_{1I} C_{s-1}^1 v + A_{2R}) u^{s-2} + \\ & + (A_{0I} C_s^3 v^3 - A_{1R} C_{s-1}^2 v^2 - A_{2I} C_{s-2}^1 v + A_{3R}) u^{s-3} + (A_{0R} C_s^4 v^4 + \\ & + A_{1I} C_{s-1}^3 v^3 - A_{2R} C_{s-2}^2 v^2 - A_{3I} C_{s-3}^1 v + A_{4R}) u^{s-4} + \dots = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$A_{01}u^3 + (A_{0R}C_3^1v + A_{11})u^{3-1} + (-A_{01}C_3^2v^2 - A_{1R}C_{3-1}^1v + A_{21})u^{3-2} + (-A_{0R}C_3^3v^3 - A_{11}C_{3-1}^2v^2 + A_{2R}C_{3-2}^1v + A_{31})u^{3-3} \dots = 0. \quad (5)$$

В зависимости от типа корневого годографа необходимо воспользоваться соотношениями между u и v , произвести подстановку их в выражения (4), (5) и расположить члены по степеням одного из неизвестных, после чего с помощью результата, элементами которого будут коэффициенты преобразованных уравнений (4), (5), получим уравнение ФКГ в канонической форме.

Корневые годографы являются сложными геометрическими кривыми, конфигурация которых зависит от вида функции отображения плоскости варьируемого параметра на плоскость корней алгебраического уравнения, от типа и положения отображаемой кривой на плоскости параметра, а также от вида поверхности фиксации траекторий корней. На основе принципов общей теории корневых траекторий разработана система классификации корневых годографов ОКГ и полей траекторий корней. Разработаны метод понижения степеней полиномов и метод результатных миноров для выделения областей заданного качества САУ в пространстве варьируемых параметров. Метод понижения степеней полиномов состоит в последовательном синтезе полинома предельных точек корневого годографа при заданных его начальных точках так, чтобы при некотором значении свободного параметра K степень уравнения, порождающего корневой годограф, стала ниже степени полинома начальных точек, а корни его остались в первоначальной области расположения корней. На каждом шаге процедуры понижения степеней определяется условие расположения корней в заданной области в виде

$$\operatorname{Re} z'(\operatorname{Im} f(p), \operatorname{Re} f(p))|_{\omega=\chi(s)} \leq 0. \quad (6)$$

По характеру расположения корней последнего тривиального полинома (первой или второй степени) устанавливаются необходимые и достаточные условия заданного расположения корней. Доказана теорема об инвариантности результатных уравнений корневых годографов, которая упорядочивает выбор варьируемых параметров.

Теорема I. Результатные уравнения корневого годографа, построенные с помощью уравнения траекторий корней и формулы параметра, порождаемые алгебраическим уравнением при вариации его коэффициентов, инвариантны относительно коэффициентных функций отображения.

Метод результатных миноров состоит в нахождении результата (6) и перестроении его в определитель вида

$$\overline{\text{Rez}}_{m+1} = \begin{vmatrix} B_0, B_1, \dots & B_t & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_0, A_1, \dots & A_m & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0, B_0, B_1, \dots & B_t & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0, A_0, A_1, \dots & A_m & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & B_0, B_1, \dots & B_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_0, A_1, \dots & A_m & \end{vmatrix} \quad (7)$$

где A_i, B_j — коэффициенты полиномов $\text{Inf}(p), \text{Ref}(p)$ при заданной зависимости $\omega = \gamma(\delta)$. Главные миноры определители (7) определяют в пространстве коэффициентов алгебраического уравнения совокупность кривых, и позволяют для каждого конкретного случая найти необходимые и достаточные условия. Для раскрытия определителей используется метод многомерных коммутативных преобразований функций нескольких независимых переменных.

Глава вторая посвящена разработке новых методов построения, анализа и синтеза корневых годографов и полей корневых траекторий. Существенным отличием предложенных методов является их универсальность, возможность нахождения корневых годографов любых типов, простота алгоритмизации и машинной их реализации. Рассмотрены две группы методов: графоаналитические и аналитические. Графоаналитические методы основаны на следующей теореме суперпозиции.

Теорема 2. Пусть $f_1=0, f_2=0, \dots, f_k=0$ есть уравнения корневых годографов, порожденных функциями $G_1, G_2, \dots, G_k$ соответственно. Тогда решения системы уравнений $f_1=0, f_2=0, \dots, f_k=0$ при подстановке в уравнение корневого годографа $f=0$, порожденного функцией $G=G_1 G_2 \dots G_k$ сводятся к тождеству.

Теорема суперпозиции позволяет, выбирая сначала функции G_1, G_2 построить годограф функции $G_1 G_2$; затем с помощью годографов функций $G_1 G_2, G_3$ построить годограф функции $G_1 G_2 G_3$; далее с помощью годографа G_4 , годографа $G_1 G_2 G_3$ построить годограф функции $G_1 G_2 G_3 G_4$ и, продолжая аналогично, наконец, получить годограф функции $G=G_1 G_2 \dots G_k$. На годографах функций $G_1, G_2, \dots, G_k$ не накладываются никакие ограничения, поэтому функции $G_1, G_2, \dots, G_k$ целесообразно выбирать такими, чтобы их годографы можно было просто построить, например, годографы в виде окружности, прямых.

Аналитические методы построения на использовании основных аналитических уравнений траекторий корней и многомерных коммутативных преобразований функций нескольких независимых переменных. С помощью операторов сложения и умножения данных функций, реализуемых

блоки (модули) основных аналитических уравнений корневых годографов, после чего синтезируются уравнения годографов заданных типов. Гесметрическое воспроизведение траекторий корней осуществляется после численного решения уравнения корневого годографа в определенной области изменения одной из переменных.

Разработаны аналитические методы исследования микроструктур корневых годографов: получение параметрических уравнений траекторий корней, их особых точек, асимптот, касательных, огибающих семейства корневых годографов. Рассмотрен вывод основных аналитических уравнений годографов различных типов для систем с запаздыванием и многосвязных систем, а также уравнений траекторий корней в логарифмических координатных системах. В основе построений и анализа обобщенных корневых годографов лежит совместное решение основного аналитического уравнения корневого годографа $Q(\delta, \omega) = 0$ и уравнения ортогонального годографа $L(\delta, \omega)$ или амплитудно-фазовых выражений. С этой целью составляется результат $Q(\delta, \omega), L(\delta, \omega)$, приравнивается нулю и находятся его корни, которые образуют координаты точек ОКГ. Получены соотношения, описывающие поля корневых траекторий различных типов, разработан метод задания полей и их расчета. Метод основан на использовании уравнений траекторий корней и определении с их помощью потенциала поля. Рассмотрены нестационарные поля корневых траекторий. Все результаты доведены до программной реализации, и их проверка и практическое использование подтвердили правильность выдвинутых идей и математических расчетов. Приведены фотографии корневых годографов, ОКГ, полей корневых траекторий, полученные с экрана дисплея.

В главе три разработаны корневые методы решения задач абсолютной устойчивости положения равновесия, гиперустойчивости, $\mathcal{L}_2$ -устойчивости, абсолютной устойчивости процессов, $\mathcal{H}$ -устойчивости.

Рассматривается система

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x} + \bar{b}\xi, \quad \bar{b} = \bar{c}'\bar{x}, \quad (8)$$

с нелинейными блоками вида

$$\xi = \varphi(\bar{b}), \quad \xi = \varphi(\bar{b}, t), \quad \xi = \varphi(\bar{b}(\tau)) \Big|_0^t, t) \quad (9)$$

и передаточной функцией линейной части

$$G(p) = \bar{c}'(A - pI)^{-1}\bar{b} = (P(\delta, \omega) + iR(\delta, \omega)) / (E(\delta, \omega) + iF(\delta, \omega)), \quad (10)$$

причем

$$\alpha \leq \xi/\bar{b} \leq \beta, \quad \alpha < \beta. \quad (11)$$

Введено понятие корневого годографа конических сечений: корне-

вым годографом конических сечений (ККС) называется отображение кривой второго порядка комплексной плоскости $w = G(p)$, $w = u + iv$, на комплексную плоскость p с помощью функции, обратной функции (10).

Выведены уравнения корневого годографа произвольного кругового образа (КПК0)

$$(\alpha + \beta)[E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)] - \omega \alpha (\beta - \alpha)[E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) - F(\delta, \omega)P(\delta, \omega)] + \alpha \beta [P^2(\delta, \omega) + R^2(\delta, \omega)] + E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega) = 0;$$

корневого годографа эллиптического образа (КЭ0)

$$\alpha \beta [E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)]^2 + \frac{\alpha \beta}{1 - e^2} [E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) - F(\delta, \omega)P(\delta, \omega)]^2 + (\alpha + \beta)[E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)] \times [E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega)] + [E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega)]^2 = 0;$$

корневого годографа параболического образа (КП0)

$$\alpha \beta [F(\delta, \omega)R(\delta, \omega) + E(\delta, \omega)P(\delta, \omega)]^2 + 2\alpha \beta \operatorname{tg} \gamma [E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) - F(\delta, \omega)P(\delta, \omega)] \times [E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)] + \alpha \beta \operatorname{tg}^2 \gamma [E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) - F(\delta, \omega)P(\delta, \omega)]^2 + (\alpha + \beta)[E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)][E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega)] + \left[\frac{2\alpha \beta \operatorname{tg} \gamma}{\cos^2 \gamma} + (\alpha + \beta) \operatorname{tg} \gamma \right] \times [E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) - F(\delta, \omega)P(\delta, \omega)][E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega)] + [E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega)]^2 = 0.$$

Используя понятия минимальной устойчивости НСАУ интегральной и локальной связей функций $\xi(t), \zeta(t)$ системы (8) с блоками нелинейностей (9), рассмотрена интерпретация соответствующих частотных теорем В.М.Попова и В.А.Якубовича в корневой области.

Теорема 3. Пусть система (8) минимально устойчива в классе $\mathcal{T}$ функций $(\xi(t), \zeta(t))$, удовлетворяющих интегральной связи с формой $\mathcal{F}(\xi, \zeta)$. Тогда для абсолютной устойчивости системы (8) в классе $\mathcal{T}$ как вещественном, так и в комплексном случае необходимо и достаточно, чтобы все ветви хотя бы одного корневого годографа конических сечений, описываемого уравнениями (12) - (14), целиком лежали в левой полуплоскости p .

Теорема 4. Пусть система (8) минимально устойчива в классе Λ всех комплексных (в комплексном случае) или вещественных (в вещественном случае) пар функций $(\xi(t), \zeta(t))$, удовлетворяющих локальной связи с формой $\mathcal{F}(\xi, \zeta)$. Тогда для абсолютной устойчивости системы (8) в классе Λ как в вещественном, так и в комплексном случаях, достаточно, чтобы все ветви хотя бы одного ККС, описываемых уравнениями (12) - (14), целиком лежали в левой полуплоскости p , причем в этом случае абсолютная устойчивость экспоненциальна. В комплексном случае, когда матрица формы $\mathcal{F}(i\omega, \xi)$ невырождена, условие расположения всех ветвей ККС в левой полуплоскости p также и необходимо для абсолютной устойчивости в

классе Λ

На основании обобщения корневых условий устойчивости систем сформулированы и доказаны корневые критерии абсолютной устойчивости положения равновесия НСАУ.

Первый корневой критерий абсолютной устойчивости НСАУ. Пусть заданы все коэффициенты передаточной функции линейной части системы и числа α , β , определяющие сектор расположения нелинейных характеристик нелинейного блока. Тогда для абсолютной устойчивости системы в заданном классе нелинейностей достаточно, чтобы все ветви хотя бы одного корневого годографа конических сечений целиком лежали в левой полуплоскости собственных частот линейной части НСАУ.

Второй корневой критерий абсолютной устойчивости НСАУ. Пусть заданы все коэффициенты передаточной функции линейной части системы и числа α , β , определяющие сектор расположения нелинейных характеристик нелинейного блока. Тогда для абсолютной устойчивости НСАУ достаточно существования хотя бы единственного значения свободного параметра или сочетания нескольких свободных параметров уравнения заданного корневого годографа конических сечений, при котором все точки корневого годографа Теодорчика-Эванса (КТЕ) на плоскости $\omega = \omega_r + i\omega_i$, порождаемого уравнением КПС при $\delta = 0$, лежат вне действительной оси ω_r .

Данные критерии обеспечивают решение первой задачи об абсолютной устойчивости НСАУ, в частности, первой задачи М.А. Айзермана. На основе принципов общей теории корневых траекторий разработан корневой метод решения второй задачи абсолютной устойчивости НСАУ о нахождении максимального сектора расположения нелинейных характеристик. Метод состоит в переходе от уравнения КПС к уравнению КТЕ на плоскости $\omega = \omega_r + i\omega_i$, затем к уравнению на плоскости $\omega_r = \omega_{rr} + i\omega_{ri}$, рассматривая в качестве варьируемых параметров q, k .

Максимальному значению $k = k_{max}$ соответствует положение точки пересечения ветвей КТЕ на плоскости с действительной осью ω_{rr} , в которой параметр траекторий корней имеет наименьшую величину.

Разработан корневой метод решения третьей задачи абсолютной устойчивости НСАУ об отыскании максимальной области абсолютной устойчивости в пространстве коэффициентов передаточной функции линейной части системы, дополненным параметрами нелинейности. Рассматривая q как параметр траекторий корней, находится на плоскости ω уравнение КТЕ. На основании второго корневого критерия абсолютной устойчивости НСАУ задача сводится к определению усло-

вий, при которых все корни уравнения КТЭ при $\omega_x = 0$, представленного в виде

$$f(\omega) = A_0 \omega^{2s} + A_2 \omega^{2s-2} + \dots + A_{2s} = 0, \quad (15)$$

являются комплексными. Метод результантных миноров обеспечивает определение заданной области в пространстве коэффициентов

Теорема 5. Пусть система (8) минимально устойчива в классе всех пар функций $(\xi(t), \sigma(t))$, удовлетворяющих локальной связи с формой $\mathcal{F}(\xi, \sigma)$. Тогда для абсолютной устойчивости системы (8) в пространстве коэффициентов передаточной функции линейной части НСАУ, дополненном параметрами нелинейностей класса Λ , достаточно выполнения одного из следующих равенств, которые являются равносильными

$$a) \text{Var}\{A_0, \overline{\text{Rez}_1}, \overline{\text{Rez}_3}, \dots\} + \text{Var}\{1, -\overline{\text{Rez}_2}, \overline{\text{Rez}_4}, \dots\} = s; \quad (16)$$

или

$$b) \text{Var}\left\{A_0, \overline{\text{Rez}_1}, -\frac{\overline{\text{Rez}_2}}{\overline{\text{Rez}_1}}, \frac{\overline{\text{Rez}_3}}{\overline{\text{Rez}_2}}, \frac{\overline{\text{Rez}_4}}{\overline{\text{Rez}_3}}, \dots, (-1)^s \frac{\overline{\text{Rez}_{2s}}}{\overline{\text{Rez}_{2s-1}}}\right\} = s \quad (17)$$

$$\text{или } = \text{Var}\left\{A_0, -\overline{\text{Rez}_1}, -\frac{\overline{\text{Rez}_2}}{\overline{\text{Rez}_1}}, \frac{\overline{\text{Rez}_3}}{\overline{\text{Rez}_2}}, \frac{\overline{\text{Rez}_4}}{\overline{\text{Rez}_3}}, \dots, (-1)^s A_{2s}\right\} = s;$$

$$c) \text{Var}\{A_0, (-1)^s \Delta_1, (-1)^s \Delta_2 / \Delta_1, \dots, (-1)^s \Delta_{2s} / \Delta_{2s-1}\} = s \quad (18)$$

$$= \text{Var}\{A_0, (-1)^{s+1} \Delta_1, (-1)^{s+2} \Delta_2 / \Delta_1, \dots, (-1)^{3s} \Delta_{2s} / \Delta_{2s-1}\} = s,$$

где символ Var обозначает, что определяется число перемен знака в ряду, указанном в фигурных скобках; $\text{Rez}_j, j=1, 2, s$ — главные миноры определители (7), имеющего вид для функции (15)

$$\text{Rez}_{2s} = \begin{vmatrix} 2sA_0 & (2s-2)A_2 & \dots & 2A_{2s-2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_0 & A_2 & \dots & A_{2s} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2sA_0 & \dots & 2A_{2s-2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_0 & \dots & A_{2s} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 2sA_0 & (2s-2)A_2 & \dots & 2A_{2s-2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & A_0 & A_2 & \dots & A_{2s} & 0 \end{vmatrix} \quad (19)$$

причем $\text{Rez}_j \neq 0, \Delta_j \neq 0, j=1, 2, s; \Delta_j$ — главные миноры модифицированного определителя (19), где перед всеми коэффициентами A_{2s-2j} стоят множители $(-1)^j, j=1, s$. Соотношения между минорами Rez_j и Δ_j и дискриминантом уравнения (15) следующие

$$\text{sign } \Delta_{2s-1} = (-1)^s \text{sign } \text{Dis}[f(\omega^2)]; \quad 2^s \text{Rez}[f(\omega^2), f'(\omega^2)] = (-1)^{\frac{s(s-1)}{2}} \text{Rez}_{2s}; \quad (-1)^{\frac{s(s-1)}{2}} A_0 \text{Dis}[f(\omega^2)] = \text{Rez}[f(\omega^2), f'(\omega^2)],$$

причем для выполнения теоремы 5 необходимо, чтобы

$$\text{Dis}[f(\omega^2)] \begin{cases} > 0, \text{ если } s/2 - \text{четное,} \\ < 0, \text{ если } s/2 - \text{нечетное,} \end{cases} \quad (20)$$

что однозначно определяет знаки двух последних миноров в выраже-

ниях (I6) – (I8).

Для построения области абсолютной устойчивости НСАУ в смысле удовлетворения критерию В.М.Попова на основании теоремы 5 необходимо построить определитель устойчивости (I9), найти все его главные миноры и с помощью равенств (I6) – (I8) с учетом (20) установить их знаки. Данные минорные неравенства определяют области абсолютной устойчивости В.М.Попова в пространстве коэффициентов $A_{2j}, j=0,1$. Используя метод многомерных коммутативных преобразований функций многих переменных, произведем вместо A_{2j} подстановку коэффициентов a_i, b_j, k , а затем параметров элементарных звеньев НСАУ, и таким образом, получим область абсолютной устойчивости в пространстве параметров системы. Для определения зависимости области абсолютной устойчивости от сектора нелинейности решается система уравнений

$$\overline{\text{Re} z_{23}} = 0, \quad \frac{\partial \overline{\text{Re} z_{23}}}{\partial k} = 0. \quad (21)$$

Выведены на основании теории гиперустойчивости В.М.Попова критерии гиперустойчивости нелинейных систем и выражения, описывающие области гиперустойчивости в пространстве параметров НСАУ, а также условия гиперустойчивости систем с нелинейностью, зависящей от двух параметров, с монотонной нелинейной характеристикой и дискретных систем.

Теорема 6. Для того чтобы НСАУ была гиперустойчивой, необходимо и достаточно, чтобы все ветви корневого годографа с нулевой реальной частью (КГР), описывающиеся уравнением

$$E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega) = 0 \quad (22)$$

и порождаемые передаточной функцией линейной части системы (I0), целиком лежали в левой полуплоскости p или касались мнимой оси $i\omega$.

КГР представляет собой отображение мнимой оси плоскости $w = G(p) = u + i\nu$ на плоскость p и принципиально отличается от общеизвестных корневых годографов Теодорчика–Эванса, однако методика построения КГР и КГТЭ и свойства их ветвей совпадают. Фазовое уравнение КГР имеет вид

$$\sum_{j=1}^m \psi_j - \sum_{j=1}^n \varphi_j = \frac{\pi}{2} (2k+1), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

КГР, так же как и КГТЭ, обладает асимптотическими свойствами. Центр асимптот КГР совпадает с центром асимптот КГТЭ, углы наклона асимптот равны

$$\gamma_k = \frac{\pi (2k+1)}{2(n+m)}; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Теорема 7. Для того чтобы НСАУ была гиперустойчивой, необходимо и достаточно, чтобы полюсы функции (I0) лежали в левой полуплоскости

скости p и уравнение КГР (22) при $\delta=0$ не имело действительных корней или в них аргумент функции корневой чувствительности по параметру v был кратен $\pi/2$.

На основе принципа последовательных преобразований плоскостей свободных параметров рассмотрен способ построения областей гиперустойчивости в пространстве параметров НСАУ.

Теорема 8. Для того чтобы НСАУ с нелинейностью, зависящей от двух параметров, была гиперустойчивой, необходимо и достаточно, чтобы на действительной оси ω_R плоскости $\omega = \omega_R + i\omega_I$ лежали ветви только положительного корневого годографа Теодорчика-Эванса, описываемые уравнением

$$\alpha M(\omega_R, \omega_I) - \beta \omega_R N(\omega_R, \omega_I) - \beta \omega_I Q(\omega_R, \omega_I) = 0,$$

где использованы разложения $U = H + iM$; $V = Q + iN$; $U = \operatorname{Re} G(p)$, $V = \operatorname{Im} G(p)$.

Теорема 9. Для того, чтобы НСАУ с монотонной нелинейной характеристикой была гиперустойчивой, необходимо и достаточно, чтобы ветви КГР

$$(\delta + p_1 + p_2) \{ (\alpha(\delta + p_1 + p_2) + \lambda_0 [U((\alpha + \beta\delta)(\delta + p_1 + p_2) + \delta + p_2) - \omega V(1 + \alpha + \beta(2\delta + p_1 + p_2))] \} + \alpha\omega^2 + \omega\lambda_0 \{ V[(\alpha + \beta\delta)(\delta + p_1 + p_2) + \delta + p_2] + \omega U[1 + \alpha + \beta(2\delta + p_1 + p_2)] \} = 0$$

не пересекали мнимой оси $i\omega$ плоскости p .

Предложен способ анализа влияния вариации параметров α, β, p_1, p_2 на устойчивость системы.

Рассмотрен метод исследования дискретных гиперустойчивых систем, в основе которого лежит использование $\mathbb{Z}$ -преобразования передаточных функций (Ю), а затем дробно-линейного преобразования и построения корневых годографов по данным функциям с последующим анализом расположения их ветвей относительно мнимой оси.

Теорема Ю. Для того, чтобы НСАУ, процессы в которой описываются выражениями

$$\begin{aligned} b(t) &= -b_0(t) + \int_0^t g(t-\tau)y(\tau)d\tau, \\ y(t) &= \varphi(e(t), t); g(t) \in \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2; b_0(t) \in \mathcal{L}_2, \\ \varphi(0, t) &= 0; \alpha e^2(t) \leq e(t)\varphi(e(t), t) \leq \beta e^2(t); t \geq 0, \\ e(t) &= x(t) - b(t); |b_0(t)| < \infty, t \in (0, \infty), \end{aligned} \quad (23)$$

была $\mathcal{L}_2$ -устойчивой, достаточно, чтобы все ветви КГР, получаемые с помощью функции

$$W(p) = \frac{1 + \beta G(p)}{1 + \alpha G(p)},$$

целиком находились в левой полуплоскости p .

Теорема II. Для того, чтобы для системы (23) выполнялись условия



вия $\mathcal{L}_2$ -устойчивости И.Сандберга, необходимо и достаточно, чтобы частотный годограф функции (24) полностью находился в правой полуплоскости комплексной плоскости p .

Теорема 12. Пусть задана система (23) при возмущении по начальным условиям $\delta_0(t)$ и возмущении $\Delta x(t) \in \mathcal{L}_2$ по входному сигналу $x(t)$ и пусть

$$\frac{\Delta \Psi(t)}{\Delta x(t)} \in [k_1, k_2], \quad k_1 \leq \frac{\partial \Psi(e, t)}{\partial t} \leq k_2.$$

Тогда для абсолютной устойчивости процессов достаточно, чтобы ветви корневого годографа, описываемого уравнением

$$k_1 k_2 [P^2(\delta, \omega) + R^2(\delta, \omega)] + (k_1 + k_2) [E(\delta, \omega) P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega) R(\delta, \omega)] + E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega) = 0,$$

целиком лежали в левой полуплоскости p .

В качестве примера приведено решение задачи, предложенной Р. Броккетом и развитой Г.Пауrom и А.Цоем об устойчивости НСАУ

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + 2 \frac{d\delta}{dt} + \varphi(t, \delta, \frac{d\delta}{dt}) \chi \delta + 2\delta \frac{d\delta}{dt} = 0; \quad \alpha < \varphi(t, \delta, \dot{\delta}) < \beta,$$

и получено уравнение, описывающее область абсолютной устойчивости системы (48)

$$4\alpha\beta - [4(1 - \delta\alpha)(1 + \delta\beta) - \alpha - \beta]^2 = 0.$$

Приведем сравнение результатов, полученных Г.Пауrom и А.Цоем методом функций Ляпунова и корневым методом; показано, что корневой метод, позволяет строить функции Ляпунова для задач данного класса совершенно формально по определенному алгоритму.

Теорема 13. Пусть задана система (23), где $\varphi(e(t))$ удовлетворяет условию

$$0 \leq \frac{\varphi(e_2) - \varphi(e_1)}{e_2 - e_1} \leq 2$$

для любых e_1, e_2 . Пусть задано пространство $\mathcal{K}$ действительных периодических по t функций с периодом T , которые являются интегрируемыми с квадратом в течение периода. Тогда для того чтобы система (23) была $\mathcal{K}$ -устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы корневой годограф, описываемый уравнением

$$2[E(\delta, \omega)P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega)R(\delta, \omega)] + E^2(\delta, \omega) + F^2(\delta, \omega) = 0,$$

целиком находился в левой полуплоскости p ($\omega = 2\pi n/T$).

На основании теоремы 13 получено простое частотное условие $\mathcal{K}$ -устойчивости НСАУ

$$\max_n [\operatorname{Re} G(i2\pi n/T)] + \frac{1}{2} \geq 0.$$

Полученные результаты доведены до программной реализации и их проверка и практическое использование подтвердили правильность предложенных решений. Существенно отметить, что в отличие от известных методов данные методы обеспечивают решение задач абсолют-

ной устойчивости, гиперустойчивости, устойчивости процессов, $\mathcal{L}_2$ -устойчивости, $\mathcal{H}$ -устойчивости в корневой области, имеют одинаковые вычислительные процедуры, что наиболее эффективно позволяет использовать ЦВМ.

Глава четвертая посвящена разработке принципов алгоритмизации задач построения корневых годографов, анализа и синтеза линейных систем и их реализации. Рассмотрены задачи построения уравнений траекторий корней с помощью ЭВМ в аналитическом виде, графического воспроизведения корневых годографов и пространственных годографов свободного параметра, анализа и синтеза систем по корневым критериям качества, расчета параметров полей корневых траекторий. Решение данных задач основано на принципе символьно-индексных преобразований. Многочлены нескольких независимых переменных представляются в виде последовательностей, упорядоченных по степеням переменных. Численная реализация аналитических преобразований осуществляется на базе индексной арифметики. С помощью операторов арифметических преобразователей функций нескольких независимых переменных осуществляется построение базовых модулей и с их помощью синтезируются любые заданные уравнения корневых годографов. В основе алгоритмов вывода уравнений динамики САУ в символьной форме с помощью ЦВМ положен метод многомерных коммутативных преобразований функций независимых переменных и операции индексной арифметики. Для численных расчетов САУ разработаны алгоритмы графического воспроизведения траекторий корней и пространственных годографов свободного параметра.

Разработаны методы алгоритмизации задач анализа абсолютной устойчивости НСАУ, построения областей устойчивости и заданного качества систем в пространстве параметров, приближенного исследования автономных НСАУ, исследования устойчивости процессов. В процессе численных преобразований производится синтез уравнений корневых годографов заданных типов, их модификация и решение. Данные алгоритмы обеспечивают решение первой и второй задач абсолютной устойчивости положения равновесия НСАУ, гиперустойчивости, $\mathcal{L}_2$ -устойчивости, устойчивости процессов. Разработан корневой метод алгоритмизации перехода в пространство параметров. С помощью операторов арифметических преобразований функций нескольких независимых переменных обеспечивается синтез уравнений корневых годографов, их преобразование, переход к новым плоскостям, построение результата, определителя устойчивости или заданного качества НСАУ и его главных миноров, раскрытие определителей и определе-

ние минорных равенств, построение уравнений границ областей устойчивости или заданного качества НСАУ в общем виде. Разработанные алгоритмы обеспечивают также решение задач построения областей устойчивости и заданного качества линейных систем путем замены матрицы устойчивости НСАУ матрицей Гурвица. Применение методов общей теории корневых траекторий для расчета параметров возможных автоколебаний в автономных НСАУ основывается на принципе гармонической линеаризации Гольдфарба-Попова. В отличие от корневых методов исследования периодических режимов Э.Г.Удερмана, Л.П.Смоляникова и В.А.Хохлова и др. рассмотрено использование функций корневой чувствительности (2). Для системы (8) с передаточной функцией линейной части (10) и нелинейным блоком с гармоническим коэффициентом передачи $K(A)$, где A - амплитуда гармонических колебаний, условие для выделения устойчивых автоколебаний имеет вид

$$\text{sign}[\alpha_j(\omega_j^e)] \oplus \text{sign}\left[\frac{dK}{dA}\right] = 1, \quad (26)$$

где

$$\text{sign}[f] = \begin{cases} 0 & \text{при } f \geq 0, \\ 1 & \text{при } f < 0. \end{cases}$$

$\alpha_j(\omega_j^e)$ - значение функции корневой чувствительности при $\delta=0$; ω_j^e - частоты возможных автоколебаний в исследуемой НСАУ; символ $\oplus$ обозначает операцию сложения по модулю два. Алгоритм исследований и расчета автоколебательного режима включает процедуры построения уравнения Бендрикова-Теодорчика, его решение при $\delta=0$ и нахождение частот ω_j^e , построение функции корневой чувствительности заданного типа, вычисление ее значений для ω_j^e , построение функции $K(A)$ и ее производной, проверку условия (26). Достоинством данного алгоритма является использование процедур формирования уравнений корневых годографов, их преобразований и решения, т.е. набора типовых алгоритмов, используемых при исследовании САУ на основе общей теории корневых траекторий, а также применение функций корневой чувствительности общего вида, что позволяет исследовать более широкий класс НСАУ по сравнению с методами Э.Г.Удερмана, Л.П.Смоляникова, В.А.Хохлова, К.Ф.Теодорчика и Ю.И.Кузнецова, Дж.Траксела и др.

Разработана структура и принципы организации программного комплекса GRLT (General Root-Locus Theory) для исследования и проектирования систем управления. Комплекс GRLT представляет собой особым образом организованную систему программ для анализа и синтеза систем автоматического управления на основе общей теории кор-

невых траекторий, однако программы комплекса позволяют без дополнительных изменений применять и частотные методы расчета. Комплекс GRIT является сложной развивающейся системой и обеспечивает решение задач аналитического исследования динамики САУ различных типов (линейных, нелинейных, дискретных, систем с запаздыванием и др.) с возможностью перехода к числовым расчетам. Комплекс содержит систему базовых программ и ряд подкомплексов, предназначенных для решения определенных классов задач, а также совокупность сервисных программ и программ управления. В состав системы базовых программ входят программы двух категорий – элементарные базовые подпрограммы и функциональные базовые подпрограммы, решающие достаточно сложные задачи, такие как формирование базовых модулей уравнений траекторий колебаний, уравнений корневых годографов. На основе базовых программ строятся системы программ (подкомплексы), обеспечивающие решение определенных классов задач теории автоматического управления. Подкомплексы обеспечивают наибольшую простоту взаимодействия проектировщика с ЦВМ при автоматизированном проектировании САУ, тогда как система базовых программ позволяет строить произвольные системы программ для решения задач, не предусмотренных в данной версии GRIT подкомплексами. Сервисные программы комплекса служат для облегчения подготовки исходных данных и оформления выходной информации в виде, удобном для анализа, передачи и документирования, а также для упрощения взаимодействия инженера-проектировщика с ЦВМ. Каждый из подкомплексов состоит из подсистем программ, специальным образом связанных между собой вызывающей программой в структуру, готовую к выполнению на ЦВМ и обеспечивающую расчет и исследование определенных характеристик САУ, при этом вызывающая программа берет на себя функции ввода исходной информации, вызова необходимых программ и вывода информации (на АЦПУ, магнитный диск, магнитную ленту, графопостроитель, дисплей) как в числовом, так и в графическом виде. Подсистема программ является наивысшим уровнем объединения программных единиц комплекса GRIT и относится к подпрограммам нулевого уровня. Входными параметрами подпрограмм нулевого уровня, которые передаются через список формальных параметров, являются имена подпрограмм, которые изменяются при настройке подпрограммы нулевого уровня для решения конкретных задач.

Подкомплексы построены по принципу модульности, что позволяет набирать из одних и тех же модулей подкомплексы различного назначения, создавать новые, модифицировать существующие без нарушения

их структуры. Модули хранятся в библиотеках программ и вызываются при трансляции и редактировании подпрограмм нулевого уровня.

Отличительной особенностью комплекса GRIT является также наличие процедур аналитических преобразований на базе арифметических операторов сложения и умножения функций нескольких независимых переменных. Соответствующие подсистемы комплекса обеспечивают вывод уравнений траекторий корней, границ областей устойчивости и заданного качества САУ в аналитической форме на ЦМ, преобразование структурных схем автоматических систем, выделение их свободных параметров, проекций отображения характеристик и переход к числовым расчетам. Это позволяет использовать комплекс GRIT для теоретических исследований САУ.

Система базовых программ является основой для построения подсистем комплекса GRIT и отвечает условиям функциональной и физической полноты.

Комплекс GRIT реализован на алгоритмическом языке ФОРТРАН для машины ЕС ЭМ и на диалоговом языке APL для вычислительной системы ИБМ 360, модель 91, нашел практическое применение в проектных, научных и учебных организациях.

В главе пятой разработаны принципы организации вычислительных комплексов для исследований систем автоматического управления на базе ЦМ общего назначения, вычислительных систем, специализированных ЦМ, комбинированных вычислительных комплексов. Наибольшая эффективность использования ЦМ для расчетов САУ достигается при создании на их основе систем автоматизированного проектирования (САПР САУ), включающих помимо стандартного оборудования ЦМ ряд специализированных технических и программных средств, обеспечивающих диалоговые режимы проектирования, гибкое управление вычислительными процессами, оперативность обработки и документирования информации.

Рассмотрено построение систем для исследований САУ на базе наиболее распространенных ЦМ среднего класса типа "Минск-32", ЕС-1020 с электронно-лучевыми индикаторами и аппаратурой ввода графической информации. Сопряжение периферийных устройств с ЦМ осуществляется через буферное устройство сопряжения и обмена, на которое возлагается функция канала обмена между группой ПУ и ЦМ, обеспечивающего их информационное и конструктивное сопряжение, а также разветвление каналов связи.

Разработана структура вычислительного комплекса для автоматизированного проектирования и организации конструирования и созда-

ния систем управления. Комплекс содержит центральный процессор (ЦП), осуществляющий управление вычислительными процессами, распределением ресурсов, координацию и взаимодействие всех устройств. К нему подключаются трансляционный процессор с внешним накопителем, предназначенный для трансляции команд и программ пользователей во внутренний язык машины, и рабочие процессоры со своими ЗУ, на которых осуществляется выполнение задач проектирования и конструирования, арифметических и логических операций. Кроме того, к ЦП подсоединены информационно-справочная система, процессор моделирования, процессор взаимодействия, периферийно-комбинационные процессоры (ПКП). ПВ позволяет организовать совместную работу проектировщиков друг с другом, преобразование информации с целью передачи ее в заданной форме на индикаторы взаимодействия различных пользователей для применения в их программах, графических построениях и изображениях, ПКП предназначены для подключения к ЦП устройств ввода-вывода и совмещенного выполнения операций по обработке команд и данных в процессорах и операций обмена информацией между процессорами и внешними устройствами. К ПКП подсоединены пульты управления систем отображения и взаимодействия и системы диспетчеризации. Рассмотрена структура процессора взаимодействия.

Разработана структура вычислительного комплекса на базе специализированных ЦВМ, включающего идентификатор динамических характеристик объектов, устройство восстановления функций, годографатор, устройство формирования характеристик качества, устройство формирования эталонных моделей, устройство анализа степени нелинейности объектов, устройство анализа нелинейных систем, устройства ввода-вывода информации. Особенностью комплекса является агрегатирование специализированных модулей через корректор-коммутатор, что позволяет строить вычислительные комплексы с переменной и расширяемой структурой.

Разработана структура комбинированного вычислительного комплекса, включающего ЦВМ общего назначения и специализированные вычислительные устройства, решающие определенные классы задач. Рассмотрено построение комплекса на базе ЦВМ ЕС-1020 и специализированного модуля, осуществляющего расчет и воспроизведение траекторий корней. На ЦВМ возлагаются функции исследования динамики систем в полном объеме программного комплекса GRIT.

Разработаны принципы построения и реализации специализированных модулей вычислительных комплексов, предназначенных для создания систем автоматизированного проектирования и исследования САУ.

Модули строятся по принципу автономности и асинхронности. Обмен информацией между модулями осуществляется с помощью унифицированной системы связей. Разработано устройство считывания многоканальных осциллограмм, нашедшее практическое применение на ряде предприятий страны. Разработаны принципы проектирования устройств статистической обработки экспериментальных данных САУ с целью идентификации их характеристик: цифровых вычислителей законов распределения вероятностей, корреляционных и спектральных функций. Описаны функциональные схемы данных модулей. Разработаны принципы проектирования цифровых идентификаторов спектрального и корреляционного типа для определения передаточных функций САУ. Рассмотрена структурная схема идентификатора спектрального типа с использованием цифрового коррелятора и синус-косинусного преобразователя. Описан способ построения и реализации функциональной схемы идентификатора корреляционного типа на основании алгебраического метода решения уравнения идентификации. Разработаны принципы построения устройств восстановления функций, обеспечивающих формирование аналитических зависимостей, например, импульсных переходных характеристик объектов, при обработке экспериментальных данных. Восстанавливаемая функция представляется в виде

$$y = f(t) = a_1 e^{\alpha_1 t} + a_2 e^{\alpha_2 t} + \dots + a_k e^{\alpha_k t} \quad (27)$$

Исходными данными являются n значений независимой переменной $t_1, t_2, \dots, t_n$ и функции $y_1, y_2, \dots, y_n$ ($k \leq n/2$). Алгоритм работы УВФ включает формирование и решение системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 s_k + y_2 s_{k-1} + \dots + y_k s_1 + y_{k+1} = 0 \\ y_2 s_k + y_3 s_{k-1} + \dots + y_{k+1} s_1 + y_{k+2} = 0 \\ \vdots \\ y_k s_k + y_{k+1} s_{k-1} + \dots + y_{2k-1} s_1 + y_{2k} = 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

решение уравнения

$$Z^k + \beta_1 Z^{k-1} + \dots + \beta_{k-1} Z + \beta_k = 0 \quad (29)$$

и вычисление

$$\alpha_i = \ln Z_i / h,$$

где Z_j - корни уравнения (29), после чего строится система уравнений

$$y_j = p_1 z_1^j + p_2 z_2^j + \dots + p_k z_k^j, \quad j = \overline{0, 2n-1},$$

из которых находятся значения $p_i, i=1, k$, а затем вычисляются

$$a_j = p_j e^{-\alpha_j t_j}, \quad j = 1, k.$$

Описана функциональная схема УВГ.

Разработаны принципы построения и реализации цифровых годографаторов. Включение цифровых годографаторов в состав вычислительных комплексов для автоматизированного проектирования и исследования САУ придает им качественно новые свойства, обеспечивая не только решение задач анализа и синтеза систем управления, но и исследование их возможных динамических свойств, выбор наилучших режимов работы. Принцип действия фазового годографатора основан на реализации уравнения

$$\sum_{j=1}^n \arctg \frac{\omega - \omega_{p_j}}{\delta - \delta_{p_j}} - \sum_{k=1}^m \arctg \frac{\omega - \omega_{z_k}}{\delta - \delta_{z_k}} = \pi n; N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

где $\delta = 0 \vee \pi$ для корневых годографов Теодорчика-Эванса и является произвольным для КГФУ. Принцип построения аналитического годографатора основан на реализации основных аналитических уравнений траекторий корней в канонической форме

$$\sum_{k=0}^{M+N} \sum_{\substack{m=0 \\ (m+n=k)}}^k \sum_{\substack{n=0 \\ (p+\lambda=n)}}^{p+2k} \sum_{\substack{p,\lambda=0 \\ (p+\lambda=n)}}^{\infty} (-1)^{M+N-k} \frac{\omega}{C_{m-p}^{2M-2m}} \delta^{2(M-N-k)} \frac{\delta^{2k-2n}}{C_{n-\lambda}^{2N-2n+1}} a_{\lambda} b_p (C_{m-p}^{2M-2m+1} C_{n-\lambda}^{2N-2n}) = 0.$$

На все разработанные устройства и их элементы получены авторские свидетельства, подтверждающие новизну и полезность предложенных решений. Таким образом, общая теория корневых траекторий и методы автоматизации проектирования САУ на ее основе породили обширное семейство технических средств, многие из которых не имеют аналогов.

В приложении рассмотрена реализация вычислительного комплекса для автоматизированного проектирования (КАПР САУ), включающего два информационных узла и один центральный на базе трех машин ЕС-1020. Комплексирование осуществляется на уровне каналов прямого управления и на уровне внешних запоминающих устройств на магнитных дисках.

Разработана структура системы математического обеспечения процессов проектирования, которая работает совместно с операционными системами ЦВМ и включает ряд комплексов программ, обеспечивающих организацию процессов автоматизированного проектирования, решения задач проектирования и моделирования САУ. Рассмотрен состав и структура основных программных комплексов КАПР САУ, организация их функционирования: система программ организации диалогового процесса проектирования и система диспетчеризации. В приложении также приведены результаты машинных расчетов САУ: систем управления латучими ножницами непрерывного заготовочного стана, комплекса тралового лова рыбы и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложены и разработаны основные принципы общей теории корневых траекторий: принцип отображения произвольных кривых, их семейств и заданных областей плоскостей свободных параметров динамических систем на плоскости комплексных переменных, принцип последовательных многократных преобразований плоскостей свободных параметров и принцип функциональной параметризации. Разработаны методы аналитического описания корневых годографов, пространственных траекторий свободных параметров, полей траекторий корней, методы определения заданных областей в пространстве параметров, способы построения функций корневой чувствительности при произвольных законах изменения варьируемых параметров.

2. Разработаны методы построения, анализа и синтеза корневых годографов произвольных образов, обеспечивающие построение и исследование корневых годографов произвольных типов, позволяющие находить пределы изменения характеристик качества САУ, критические режимы работы систем, синтезировать корневые годографы с помощью ЦВМ, дают средства аналитического и графического исследования корневой чувствительности САУ. Разработаны методы определения корневых годографов различных типов для многосвязных систем, систем с запаздыванием, а также способы аналитического описания корневых годографов в логарифмических координатных системах. Методы не имеют аналогов и реализованы в программном комплексе GRLT на ЦВМ типа "Минск-32", ЕС-1020, IBM/360.

3. На основе общей теории корневых траекторий предложены и разработаны корневые методы решения задач абсолютной устойчивости положения равновесия нелинейных систем. В отличие от известных методов решения задач абсолютной устойчивости НСАУ корневые методы основаны на использовании уравнений корневых годографов комплексных сечений и анализа положения их ветвей относительно координатных осей, что позволяет находить области абсолютной устойчивости и заданного качества НСАУ. Корневые методы характеризуются однородностью вычислительных процедур, возможностью построения с помощью ЦВМ уравнений траекторий корней, нахождения экстремальных параметров САУ, областей абсолютной устойчивости и заданного качества систем в пространстве их параметров. Разработанные методы решения задач абсолютной устойчивости НСАУ реализованы в программном комплексе GRLT.

4. Предложены и разработаны корневые методы решения задач гистерустойчивости НСАУ, L_2 -устойчивости, H_∞ -устойчивости, устойчи-

26.

ности процессов НСАУ. В отличие от известных методов, корневые методы обеспечивают исследование устойчивости НСАУ при вариации любых параметров системы, дают возможность находить границы допустимых изменений параметров, определять области устойчивости в пространстве параметров.

5. Разработаны основы алгоритмизации задач построения корневых годографов, анализа и синтеза линейных и нелинейных САУ на базе общей теории корневых траекторий. В отличие от известных методов расчета САУ с помощью ЦМ в рассмотренных методах вывод уравнений траекторий корней и формул параметра решение задач анализа и параметрического синтеза линейных САУ, исследования устойчивости и качества НСАУ с помощью корневых годографов и полей корневых траекторий осуществляется непосредственно самой машиной в общем виде, после чего производится переход к числовым расчетам и графическим построениям. Предложенные методы реализованы в программном комплексе **GRLT**.

6. Разработана структура и принципы функционирования программного комплекса **GRLT** для исследования и проектирования САУ с помощью ЦМ на основе общей теории корневых траекторий. Комплекс **GRLT** имеет модульно-иерархическую структуру. Программы комплекса **GRLT** обеспечивают вывод уравнений и функций оценки в общем виде, вычисления в плоскости полюсов и нулей, плоскости значений функций во временной области, т.е. позволяют использовать не только корневые, но и частотные методы расчета САУ, а также работать как в режиме пакетной обработки информации на ЦМ, так и в диалоговом режиме. Программный комплекс реализован на алгоритмических языках Фортран, АPL, апробирован на ЦМ ЕС ЭВМ, IBM 360. Внедрение комплекса **GRLT** в производство подтвердило его эффективность при проектировании реальных систем.

7. Разработаны принципы организации структур вычислительных комплексов для автоматизированного исследования и проектирования САУ: вычислительных комплексов на базе ЦМ общего назначения, вычислительных комплексов на базе вычислительных систем и специализированных ЦМ, комбинированных вычислительных комплексов. В отличие от известных САПР САУ вычислительные комплексы включают устройства для исследования возможных динамических свойств систем с помощью корневых годографов построения математических моделей САУ в аналитической форме, определения степени нелинейности объектов. Качественно новые свойства и острые возможности придадут вычислительным комплексам процессоры взаимодействия, которые позволяют

организовать коллективную работу пользователей над одним проектом. Реализация и экспериментальные исследования структур вычислительных комплексов, алгоритмов их функционирования на базе ЦВМ "Минск-32", ЕС-1020 подтвердили правильность предложенных решений, эффективность машинных исследований САУ.

8. Р зработаны принципы построения специализированных модулей вычислительных комплексов: устройств ввода и отображения информации, статистической обработки экспериментальных данных, идентификаторов, устройств восстановления функций, цифровых голографаторов. В отличие от известных вычислительных машин подобного назначения данные устройства отличаются взаимосвязностью структур, непосредственной работой операционных устройств друг с другом, возможностью автономной работы и в составе комбинированных и специализированных комплексов, сочетанием синхронного и асинхронного принципа управления. Предложенные схемы модулей не имеют аналогов ни в нашей стране, ни за рубежом, защищены 24 авторскими свидетельствами, 12 патентами, выданными США, Англией, Францией, Италией, Японией, ГДР, ЧССР.

Совокупность научных результатов, включающих разработку общей теории корневых траекторий, методов исследования и процедур расчета систем управления, методов и средств автоматизации проектирования САУ на ее основе, можно квалифицировать, по нашему мнению, как существенное теоретическое обобщение, дающее новое направление научных исследований, отличающееся новым математическим аппаратом, машинной ориентацией методов расчета сложных динамических систем, применением ЦВМ для аналитических исследований САУ, новой организацией вычислительных комплексов для автоматизированного проектирования систем и обеспечивающее решение крупной научной проблемы автоматизации исследований САУ, имеющей важное практическое значение.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Римский Г.В. Основы общей теории корневых траекторий систем автоматического управления. Минск: Наука и техника, 1972, 20,5 п.л.

2. Римский Г.В. Автоматизация анализа динамических систем на основе общей теории корневых траекторий. Минск: Наука и техника, 1973, 13,4 п.л.

3. Римский Г.В., Таборовей В.В. Автоматизация исследований динамических систем. Минск: Наука и техника, 1978, 21 п.л.

4. Чеголин П.М., Римский Г.В., Леонович Э.Н. Системы преобразования многоканальной графической информации в электрические сигналы. Минск: Наука и техника, 1969, 18,5 п.л.

5. Римский Г.В. Поля корневых траекторий систем автоматического управления. "Автоматика и телемеханика", № 7, 1970, с. 169-172.

6. Римский Г.В. Градиентный метод исследования корневой чувствительности систем автоматического управления. "Автоматика и телемеханика", № II, 1970, с. 182-184.

7. Римский Г.В. Корневой метод анализа асимптотической устойчивости в больших нелинейных систем. "Автоматика и телемеханика", № 3, 1975, с. 15-23.

8. Римский Г.В. Корневые критерии гиперустойчивости нелинейных автоматических систем. "Известия АН СССР. Техническая кибернетика", № 6, 1974, с. 169-176.

9. Римский Г.В. Исследование асимптотической устойчивости нелинейных систем с помощью корневых годографов конических сечений. "Известия высших учебных заведений. Приборостроение", № I, 1977, с. 32-35.

10. Римский Г.В. К определению области абсолютной устойчивости нелинейных систем в пространстве параметров. "Известия высших учебных заведений. Электромеханика", № 5, 1977, с. 571-576.

11. Римский Г.В. Корневой метод построения областей абсолютной устойчивости нелинейных систем. Там же. № 6, 1979, с. 499-503.

12. Римский Г.В. Вопросы синтеза систем автоматического управления методом траекторий корней. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 4, 1968, с. 68-72.

13. Римский Г.В. О квадратичных годографах Ш.Чанга. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № I, 1969, с. 57-59.

14. Римский Г.В. Обобщенные корневые годографы систем автоматического управления. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 2, 1969, с. 60-62.

15. Римский Г.В. Автоматизация построения траекторий корней систем автоматического управления. "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, декабрь 1969, с. 138-143.

16. Римский Г.В. Вопросы проектирования цифровых годографаторов. "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, март 1970, с. 169-179.

17. Римский Г.В. О полях корневых траекторий систем автоматического управления. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 2,

1970. с. 64-70.

18. Римский Г.В. К синтезу оптимальных и самонастраивающихся систем методом траекторий корней. "Вычислительная техника в машиностроении", июнь 1970, с. 210-216.

19. Римский Г.В. Принципы общей теории корневых траекторий систем автоматического управления. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 3, 1970, с. 65-69.

20. Римский Г.В. Исследование чувствительности систем автоматического управления с помощью полей корневых траекторий. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 4, 1970, с. 57-61.

21. Римский Г.В. Корневые годографы И.Чу в общем случае. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 1, 1971, с. 66-70.

22. Римский Г.В. Об одном тезисе общей теории корневых траекторий систем автоматического управления. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 1, 1974, с. 112-117.

23. Римский Г.В. Гиперустойчивость автоматических систем с монотонными нелинейными характеристиками. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 1, 1975, с. 96-100.

24. Римский Г.В. Принципы организации и структура программного комплекса GRILT САПР САУ. "Автоматика и вычислительная техника", вып. 8, изд. "Высшая школа", 1978, с. 39-45.

25. Rimsky G.V. Design of Feedback Systems on Computers. Application of the General Root-Locus Theory. "The UCLA Computer Science Department Quarterly". April, vol. 4, № 2, 1976, p. 41-46.

26. Rimsky G.V. Stability Analysis of Nonlinear Systems and Root-Locus Functions. "The UCLA Computer Science Department Quarterly". April, vol. 5, № 2, 1977, p. 59-73.

27. Римский Г.В., Солодкин Г.И. Корневые условия абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического управления. "Известия АН СССР. Техническая кибернетика", № 6, 1971, с. 182-184.

28. Римский Г.В., Соловьев В.П., Таборовец В.П. К автоматизации исследования абсолютной устойчивости систем управления с двумя нелинейными звеньями. "Известия высших учебных заведений. Приборостроение", № 11, 1977, с. 46-51.

29. Римский Г.В., Скудняков Ю.А. Корневой критерий абсолютной устойчивости нелинейных дискретных систем при дополнительном ограничении на нелинейную функцию. "Известия высших учебных заведений. Электромеханика", № 5, с. 538-543, 1978.

30. Римский Г.В., Скудняков Ю.А. Анализ абсолютной устойчивости нелинейных дискретных систем методом корневых траекторий. "Известия высших учебных заведений. Электромеханика", № 12, 1978, с. 1318-1328.

31. Римский Г.В., Таборовец В.В. Методы исследования устойчивости динамических систем в пространстве варьируемых параметров. "Известия высших учебных заведений. Электромеханика", № 4, 1979, с. 347-353.

32. Римский Г.В., Шурпо Г.И. О синтезе систем автоматического управления с помощью полей корневых траекторий. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 4, 1969, с. 43-47.

33. Римский Г.В., Солодкин Г.И. О решении задачи об абсолютной устойчивости нелинейной системы на основе общей теории корневых траекторий. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 1, 1972, с. 104-111.

34. Римский Г.В., Солодкин Г.И. Решение первой задачи М.А. Айзермана об абсолютной устойчивости нелинейных систем на основе общей теории корневых траекторий. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 2, 1973, с. 99-105.

35. Римский Г.В., Солодкин Г.И. Решение второй задачи М.А. Айзермана об абсолютной устойчивости нелинейных систем на основе общей теории корневых траекторий. "Известия АН БССР", сер. физ.-техн. наук, № 3, 1973, с. 101-103.

36. Римский Г.В., Солодкин Г.И. К решению третьей задачи М.А. Айзермана об абсолютной устойчивости нелинейных систем на основе общей теории корневых траекторий. Сб. "Вычислительная техника в машиностроении", Минск: ИТК АН БССР, март 1972, с. 29-34.

37. Римский Г.В., Вишняков В.А. Один из способов построения обобщенных корневых годографов и полей корневых траекторий. Сб. "Автоматика и вычислительная техника", вып. 4, Минск: Высшая школа, 1974, с. 186-189.

38. Римский Г.В., Зайцев В.М., Путков В.Н. Алгоритм автоматизированного исследования абсолютной устойчивости одного класса нелинейных систем управления. Сб. "Автоматика и вычислительная техника", вып. 5, Минск: Высшая школа, 1975, с. 47-53.

39. Римский Г.В., Вишняков В.А., Скудняков Ю.А., Таборовец В.В. Автоматизация исследования абсолютной устойчивости нелинейных систем на основе общей теории корневых траекторий. Сб. "Автоматика и вычислительная техника", вып. 6. Минск: Высшая школа, 1976, с. 63-70.

40. Римский Г.В., Соловьев В.П. К исследованию абсолютной устойчивости систем с распределенным запаздыванием. Сб. "Радиотехника и электроника", вып. 7. Минск: Высшая школа, 1977, с. 82-85.

41. Римский Г.В., Зайцев В.М., Путков В.Н. К вопросу исследования колебательности САУ методом корневого годографа. Сб. "Автоматика и вычислительная техника", вып. 6. Минск: Высшая школа, 1976, с. 75-81.

42. Римский Г.В., Полещук С.И. Анализ корневых годографов Теодорчика-Эванса основных классов систем автоматического управления. "Вычислительная техника в машиностроении", Минск: ИТК АН БССР, сентябрь 1969, с. 56-64.

43. Римский Г.В., Римская М.А. Анализ схемы формирования методом траекторий корней. В сб. "Автоматизация считывания и распознавания графиков". Минск: ИТК АН БССР, 1970, с. 91-107.

44. Римский Г.В., Чеголин П.М. О применении автоматов ввода графиков в качестве штатных внешних устройств ЭЦВМ. Сб. "Автоматизация считывания и распознавания графиков", Минск: ИТК АН БССР, 1970, с. 23-27.

45. Анишкевич Н.Н., Катилас Э.П., Леонович Э.Н., Римский Г.В., Чеголин П.М. Принципы проектирования автоматов считывания многоканальных записей. Сб. "Автоматизация считывания и распознавания графиков". Минск: ИТК АН БССР 1970, с. 28-32.

46. Зайцев В.М., Путков В.Н., Римский Г.В. Корневой метод решения первой задачи М.А. Айзермана об абсолютной устойчивости нелинейных САУ. Депонирование рукописи ДР 333 ЦНИИТЭИП. РЖ ВИНТИ "Математика", № 8, 1975.

47. Зайцев В.М., Путков В.Н., Римский Г.В. Амплитудно-фазовый критерий принадлежности точек плоскости собственных частот корневому годографу произвольного образа. Депонирование рукописи ДР 334 ЦНИИТЭИП. РЖ ВИНТИ "Метрология и измерительная техника", № 8, 1975.

48. Вишняков В.А., Римский Г.В., Скудняков Ю.А. Автоматизация построения корневых годографов систем автоматического управления. Депонирование рукописи ДР 350 УКРНИИТИ. РЖ. "Кибернетика", № 2, 1976.

49. Зайцев В.М., Путков В.Н., Римский Г.В. Об одном способе построения траекторий корней автоматических систем с помощью ЭЦВМ. Сб. "Вычислительная техника в машиностроении", Минск: ИТК АН БССР, декабрь 1971, с. 89-94.

50. Путков В.Н., Римский Г.В. Устройство отображения графической информации. Сб. "Вычислительная техника в машиностроении", Минск: ИТК АН БССР, июнь 1971, с. 160-164.

51. Римский Г.В. Цифровой вычислитель законов распределения вероятностей. А.С. № 369575. "Бюллетень открытий и изобретений", № 10, 1973, с. 145.

52. Римский Г.В. Устройство для вычисления корневых годографов систем автоматического управления. А.С. № 408313. "Бюллетень открытий и изобретений", № 47, 1973, с. 175-176.

53. Римский Г.В. Устройство для исследования характеристик систем автоматического управления. А.С. № 418831. "Бюллетень открытий и изобретений", № 9, 1974, с. 155.

54. Римский Г.В., Катилас Э.П., Берсенов В.А. Блок регулируемого запаздывания. А.С. № 319940. "Бюллетень открытий и изобретений", № 33, 1971, с. 162-163.

55. Римский Г.В., Катилас Э.П., Берсенов В.А. Запоминающее устройство. А.С. № 326642. "Бюллетень открытий и изобретений", № 4, 1972, с. 194.

56. Римский Г.В., Алексеев Г.И., Ярусов А.Г., Багаев Е.В., Мазур В.А., Кончак В.С. Синусно-косинусный функциональный преобразователь. А.С. № 341045. "Бюллетень открытий и изобретений", № 18, 1972, с. 184.

57. Римский Г.В., Катилас Э.П., Берсенов В.А., Надвиков С.И. Емкостное запоминающее устройство. А.С. № 353279. "Бюллетень открытий и изобретений", № 29, 1972, с. 126.

58. Римский Г.В., Катилас Э.П., Берсенов В.А. Устройство для считывания графической информации. А.С. № 356667. "Бюллетень открытий и изобретений", № 32, 1972, с. 145.

59. Римский Г.В., Морозевич А.Н. Устройство считывания графической информации. А.С. № 485476. "Бюллетень открытий и изобретений", № 35, 1975, с. 143.

60. Римский Г.В., Моновалов В.Е., Киселенко И.И., Чеголин П.М. Автомат для считывания кривых. Свидетельство на промышленный образец № 569 Комитета по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР с приоритетом от 13.03.68.

61. Чеголин П.М., Леонович Э.Н., Римский Г.В., Самуйлова В.Н. Устройство для считывания непрерывных визуальных кривых. А.С. № 237458. "Бюллетень открытий и изобретений", № 8, 1969, с. 8.

62. Чеголин П.М., Римский Г.В., Леонович Э.Н., Римская М.А. Устройство для автоматического считывания и распознавания пересече-

кающихся (соприкасающихся) графиков. А.С. № 321833. "Бюллетень открытый и изобретений", № 35, 1971.

63. Чеголин П.М., Римский Г.В., Римская М.А. Генератор импульсов. А.С. № 231218. "Бюллетень открытый и изобретений", № 35, 1968, с. III-II2.

64. Чеголин П.М., Римский Г.В., Римская М.А. Устройство для генерации счетных импульсов с коррекцией ошибок измерения длячитающих автоматов. А.С. № 265582. "Бюллетень открытый и изобретений", № 10, 1970, с. 141-142.

65. Чеголин П.М., Римский Г.В., Катилас Э.П., Ярусов А.Г. Многоканальное устройство для считывания графической информации. А.С. № 268763. "Бюллетень открытый и изобретений", № 14, 1970, с. 101.

66. Чеголин П.М., Римский Г.В., Пойда В.Н., Ярусов А.Г., Лобовкин М.И. Устройство для вычисления линии регрессии. А.С. № 290282. "Бюллетень открытый и изобретений", № 2, 1971, с. 122-123.

67. Вишняков В.А., Римский Г.В., Скудняков Ю.А. Устройство для вычисления корневых траекторий. А.С. № 556449. "Бюллетень открытый и изобретений", № 16, 1977, с. 138-139.

68. Римский Г.В., Вишняков В.А. Арифметическое устройство. А.С. № 60072. "Бюллетень открытый и изобретений", № 8, 1979, с. 165-166.

69. Вишняков В.А., Римский Г.В., Таборовец В.В. Устройство для определения устойчивости систем управления. А.С. № 648950. "Бюллетень открытый и изобретений", № 7, 1979, с. 169.

70. Вишняков В.А., Римский Г.В., Соловьев В.П., Таборовец В.В. Устройство для вычисления корневых годографов систем автоматического управления. А.С. № 660058. "Бюллетень открытый и изобретений", № 16, 1979, с. 235.

71. Римский Г.В., Вишняков В.А., Скудняков Ю.А., Соловьев В.П., Таборовец В.В. Методы общей теории корневых траекторий при автоматизированном проектировании динамических систем. Межвузовский сб. "Автоматизация конструирования в приборостроении", Горький: ГТУ, 1978, с. 162-171.

72. Римский Г.В., Скудняков Ю.А. Об абсолютной устойчивости одного класса нелинейных дискретных систем. "Известия высших учебных заведений. Приборостроение", № 7, 1979, с. 31-35.

73. Римский Г.В., Таборовец В.В., Вишняков В.А., Скудняков Ю.А., Соловьев В.П. Пакет прикладных проблемных программ **GRLT**. Государственный фонд алгоритмов и программ СССР. Институт математики АН ВССР. Рег. номер 20, 1979.

МВТУ им. Н.Э. Баумана

Подписано в печать 5.02.80. АТ- 06576

Объем 2 п.л. Тираж 100экз. Зак.182.

Бесплатно

Ротапринт типографии МВТУ им. Н.Э.Баумана
107005, Москва, Б-5, 2-ая Бауманская ул., 5