УДК 629.7:533.6.013.12 EDN: IDBNFR

АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ МЕТОДИК РАСЧЕТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДОЗВУКОВОГО КРЫЛА ПЛАНИРУЮЩИХ АВИАЦИОННЫХ СРЕДСТВ ПОРАЖЕНИЯ ПО АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ПРОФИЛЯ ЭТОГО КРЫЛА

Д.С. Михайлов mikhaylovds1@student.bmstu.ru
Д.Ю. Тищенко tishchenkody@bmstu.ru
Л.А. Лаптева lapteva_l@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены методики расчета аэродинамических характеристик дозвукового крыла планирующих авиационных средств поражения по аэродинамическим характеристикам профиля этого крыла. Приведены формулы пересчета производной коэффициента подъемной силы профиля в производную коэффициента подъемной силы изолированного крыла. Проанализированы зависимости для расчета коэффициента индуктивного сопротивления крыла конечного удлинения. Выполнены анализ методик и сравнение результатов расчета с результатами численного моделирования обтекания крыльев с несимметричным профилем большой и малой толщины. Численное моделирование проведено с использованием программного обеспечения для гидрогазодинамических расчетов, основанных на интегрировании уравнений Навье — Стокса, осредненных по числу Рейнольдса. В качестве допущений принято, что зависимости аэродинамических характеристик проанализированы при числах Маха, не превышающих критическое значение, в линейном диапазоне углов атаки для коэффициента подъемной силы. Проведено сравнение крыльев с разными параметрами плановой проекции с профилями NACA2208 и NACA2215. По результатам сравнения сделан вывод о применимости математических зависимостей для формирования эмпирико-аналитических методик аэродинамиче-

Ключевые слова

Планирующие авиационные средства поражения, крыло бесконечного удлинения, крыло конечного удлинения, аэродинамические характеристики, эмпирико-аналитические методики аэродинамического расчета, численное моделирование

ского расчета дозвукового изолированного крыла планирующих авиационных средств поражения. Такие методики применимы на ранних этапах проектирования дозвуковых летательных аппаратов

Поступила 07.06.2025
Принята 23.03.2026
© Автор(ы), 2026

Введение. Существует несколько способов определения аэродинамических характеристик (АДХ) объекта. К ним относятся, например, трубные испытания, численное интегрирование уравнений Навье — Стокса (как правило, в специализированных программных пакетах CFD вычислительной гидродинамики), эмпирико-аналитические (инженерные) методики. Проектирование планирующих авиационных средств поражения (АСП) — сложный итерационный процесс, который включает в себя несколько этапов. На ранних этапах проектирования формируемый облик летательного аппарата (ЛА) претерпевает многочисленные изменения. На стадии формировании облика планирующих АСП для сокращения общего времени проектирования и экономии вычислительных ресурсов целесообразно применять инженерные методики расчета АДХ.

Многие планирующие АСП имеют несущие поверхности (НП) с несимметричным профилем для достижения высокого аэродинамического качества, которое напрямую влияет на дальность полета. Эмпирико-аналитические методики [1–6] не позволяют в явном виде учесть влияние профиля крыла на АДХ крыла конечного удлинения. Такие методики оперируют лишь абстрактным симметричным профилем каплевидной формы, используя в математических моделях основные геометрические характеристики: относительные толщину и координату положения линии максимальных толщин [1, 2]. Для более точной оценки несущих способностей профилированного крыла необходимо дополнить инженерные методики зависимостями для расчета АДХ крыла по АДХ профиля этого крыла.

Цель настоящей работы — формирование рекомендаций по использованию математических зависимостей для расчета коэффициента подъемной силы и коэффициента силы лобового сопротивления изолированного дозвукового крыла по АДХ профиля этого крыла с использованием обзора и анализа этих зависимостей. Рассмотрены НП простой (трапециевидной) формы в плане. Профиль крыла не менялся по размаху. Математические зависимости [6] проанализированы путем сравнения между собой и с результатами численных расчетов. Аэродинамические характеристики изолированных НП рассмотрены в линейном диапазоне

(при малых углах атаки) для чисел Маха невозмущенного потока, не превышающих критическое значение $M < M_{кр}$.

Методы решения задач, принятые допущения. *Производная коэффициента подъемной силы крыла по углу атаки.* Для создания подъемной силы крыла при нулевом угле атаки используется несимметричный профиль крыла. Методики для пересчета АДХ крыла бесконечного удлинения на АДХ крыла конечного удлинения [6] используют зависимости

$$c_{ya}^{\alpha} = f\left(c_{ya\ \text{проф}}^{\alpha},\ \ \lambda,\ \ \chi_{0,5},\ \ \eta\right),$$

где $c_{ya\ \text{проф}}^{\alpha}$ — производная коэффициента подъемной силы по углу атаки профиля; λ — удлинение крыла; $\chi_{0,5}$ — угол стреловидности по линии середин хорд; η — сужение. Характерные зависимости $c_{ya}(\alpha)$ для симметричного и несимметричного профилей крыла приведены на рис. 1.

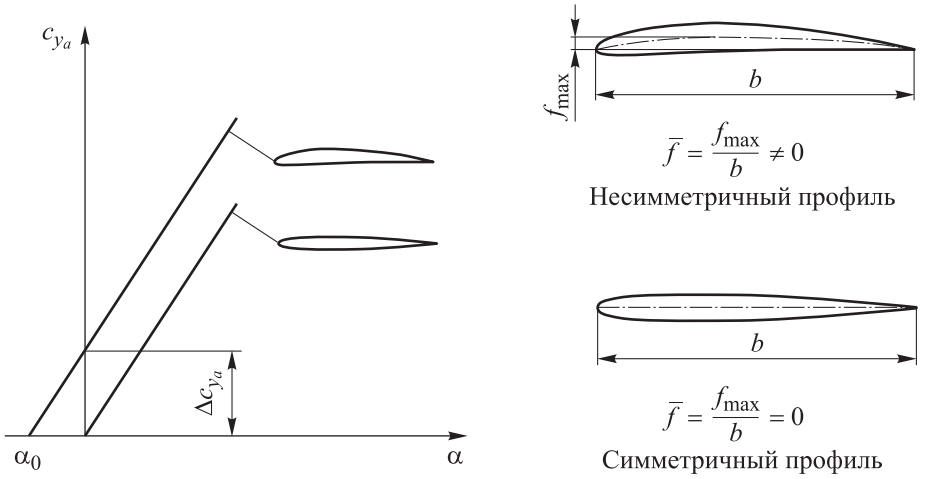


Рис. 1. Характерные зависимости $c_{ya}(\alpha)$ для симметричного и несимметричного профилей крыла

Для разных конфигураций крыла применимы различные формулы для расчета значения c_{ya}^{α}.

Для крыла произвольной формы в плане с симметричным дозвуковым профилем справедлива формула [1]

$$c_y^{\alpha} = \lambda\, f\left(\lambda\sqrt{\left|M^2 - 1\right|},\ \ \lambda\,\mathrm{tg}\,\chi_{0,5},\ \ \eta\right). \qquad (1)$$

Для нестреловидного крыла используется формула

$$c_{y_a}^{\alpha} = \frac{c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha}}{1 + c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha} \dfrac{1+\tau}{\pi\lambda}}, \tag{2}$$

где τ — коэффициент, характеризующий форму крыла в плане [6, с. 39].

Для прямоугольного крыла $(\zeta = 1/\eta = 1)$ применяют формулу из работы[1] В.А. Фролова

$$c_{y_a}^{\alpha} = k \frac{c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha}}{E + c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha} \Big/ (\pi\lambda)}, \tag{3}$$

где k = 0,995. Для сужающегося крыла приемлемую точность для поправки Р.Т. Джонса получают по формуле

$$E = 1 + \frac{2\overline{\eta}}{\lambda\left(1+\overline{\eta}\right)}.$$

Для нестреловидного $(\chi_{0,5} = 0)$ крыла с большим удлинением λ можно использовать формулу

$$c_{y_a}^{\alpha} = \frac{c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha}}{1 + c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha} \Big/ (\pi\lambda)}. \tag{4}$$

Формула для производной подъемной силы стреловидного крыла $(\chi_{0,5} \neq 0)$ большого удлинения λ имеет вид

$$c_{y_a}^{\alpha} = \frac{c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha} \cos\chi_{0,5}}{1 + c_{y_a\ \text{проф}}^{\alpha} \cos\chi_{0,5} \Big/ (\pi\lambda)}. \tag{5}$$

Для крыльев малых удлинений $(\lambda < 1)$ можно использовать формулу Джонса

$$c_{y_a}^{\alpha} = \frac{\pi\lambda}{2}. \tag{6}$$

Формулу Джонса можно представить в двух вариантах. Для крыльев малого и большого удлинений [6, с. 38]

$$c_{y_a}^{\alpha} = \frac{2\pi\lambda}{\overline{p}\lambda + 2}, \tag{7}$$

[1] Фролов В.А. Аэродинамические характеристики профиля и крыла. Самара, Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007.

где

$$\overline{p} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\cos \chi_0} + \frac{1}{\cos \chi_1} \right) + \frac{2}{\lambda \left(\eta + 1 \right)}.$$

Оценить значение коэффициента подъемной силы при нулевом угле атаки Δc_{y_a} (см. рис. 1) можно с помощью зависимости (2) (левая и правая части зависимости умножаются на $\alpha \neq 0$):

$$c_{y_a}^{\alpha} \alpha = \frac{c_{y_a \text{ проф}}^{\alpha}}{1 + c_{y_a \text{ проф}}^{\alpha} \dfrac{1+\tau}{\pi\lambda}} \alpha.$$

Поскольку в рамках настоящей работы рассматриваются АДХ в линейном диапазоне, справедливо выражение

$$c_{y_a} = \frac{c_{y_a \text{ проф}}}{1 + c_{y_a \text{ проф}}^{\alpha} \dfrac{1+\tau}{\pi\lambda}}.$$

Для расчета коэффициента подъемной силы крыла при нулевом угле атаки (см. рис. 1) применяется формула

$$\Delta c_{y_a} = c_{y_a} \Big|_{\alpha = 0} = \frac{c_{y_a \text{ проф}} \Big|_{\alpha = 0}}{1 + c_{y_a \text{ проф}}^{\alpha} \dfrac{1+\tau}{\pi\lambda}}. \tag{8}$$

Коэффициент силы лобового сопротивления. Рассматривая случай обтекания крыла при $M < M_{кр}$, коэффициент силы лобового сопротивления крыла можно представить как

$$c_{x_a} = c_{x_a 0} + c_{x_a i} = c_{x_a p} + c_{x_a в} + c_{x_a i}, \tag{9}$$

где коэффициент волнового сопротивления $c_{x_a в} = 0$, поскольку $M < M_{кр}$; коэффициент профильного сопротивления $c_{x_a p}$ рассчитывается по эмпирико-аналитической методике [1].

При использовании формулы для индуктивного сопротивления $c_{x_a i}$ расчет ведется в следующей последовательности (формула для $c_{x_a i}$ справедлива для малых значений углов атаки, для $\alpha > \alpha_{кр}$ формула дает высокую погрешность).

Коэффициент индуктивного сопротивления по [1]

$$c_{x_a i} = c_y \sin \alpha - c_F \cos \alpha, \tag{10}$$

где c_F — коэффициент подсасывающей силы консолей.

В то же время [6, с. 39]

$$c_{x_a i} = \frac{c_y^2}{\pi \lambda_{\text{эфф}}}, \tag{11}$$

где

$$\lambda_{\text{эфф}} = \frac{\lambda}{1+\delta}$$

— эффективное удлинение крыла [6, с. 39],

$$\delta = 0{,}002 \frac{\lambda}{\cos \chi_{0,25}} \left(3{,}1 - \frac{14}{\eta} + \frac{20}{\eta^2} - \frac{8}{\eta^3} \right).$$

Коэффициент силы лобового сопротивления для дозвукового крыла с несимметричным профилем. Индуктивное сопротивление $c_{x_a i}$ крыла можно рассчитать по (10) и (11). Тогда

$$c_y \sin\alpha - c_F \cos\alpha = \frac{c_y^2}{\pi \lambda_{\text{эфф}}}.$$

Перенесем $c_y \sin\alpha$ в правую часть уравнения

$$-c_F \cos\alpha = \frac{c_y^2}{\pi \lambda_{\text{эфф}}} - c_y \sin\alpha.$$

Коэффициент подсасывающей силы

$$c_F = c_y \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{c_y^2}{\pi \lambda_{\text{эфф}} \cos\alpha}.$$

Согласно [1], запишем

$$\overline{c}_F = \frac{1}{c_y^\alpha} - \frac{1}{\pi \lambda_{\text{эфф}}}.$$

Теоретическое значение коэффициента подсасывающей силы изолированного крыла пропорционально квадрату коэффициента нормальной силы [1]:

$$c_{F_{\text{теор}}} = \overline{c}_F \, c_y^2.$$

С учетом этого получаем

$$c_{F_{\text{теор}}} = \frac{c_y^2}{c_y^\alpha} - \frac{c_y^2}{\pi \lambda} = \frac{c_y^2}{c_y^\alpha} - \frac{c_y^2}{\pi \lambda_{\text{эфф}}}.$$

Далее выполняется подстановка $c_{F_{\text{теор}}}$ в выражение для $c_{x_a i}$:

$$c_{x_a i} = c_y \sin\alpha - c_F \cos\alpha = c_y \sin\alpha - \frac{c_y^2}{c_y^\alpha}\cos\alpha + \frac{c_y^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}}\cos\alpha.$$

При малых углах атаки имеет место линейная зависимость $c_y = c_y^\alpha \alpha$. С учетом этого выражение для $c_{x_a i}$ можно записать как

$$c_{x_a i} = c_y^\alpha \alpha^2 - \frac{c_y^{\alpha 2}\alpha^2}{c_y^\alpha} + \frac{c_y^{\alpha 2}\alpha^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}},$$

после преобразований получим

$$c_{x_a i} = c_y^\alpha \alpha^2 - c_y^\alpha \alpha^2 + \frac{c_y^{\alpha 2}\alpha^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}} = \frac{c_y^{\alpha 2}\alpha^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}} = \frac{c_y^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}}.$$

Таким образом, для коэффициента индуктивного сопротивления для большого диапазона углов атаки справедлива формула

$$c_{x_a i} = c_y \sin\alpha - \frac{c_y^2}{c_y^\alpha}\cos\alpha + \frac{c_y^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}}\cos\alpha, \qquad (12)$$

которая для малых углов атаки вырождается в формулу (11) из [6, с. 39].

Поскольку в рамках настоящей работы рассматриваются крылья с несимметричным профилем, в выведенном выражении для $c_{x_a i}$ необходимо учесть наличие нулевой подъемной силы на некотором угле α_0, отличном от нуля,

$$c_{x_a i} = c_y \sin(\alpha - \alpha_0) - \frac{c_y^2}{c_y^\alpha}\cos(\alpha - \alpha_0) + \frac{c_y^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}}\cos(\alpha - \alpha_0). \qquad (13)$$

Таким образом, выражение для c_{x_a} будет иметь вид

$$c_{x_a} = c_{x_a p} + c_y \sin(\alpha - \alpha_0) - \frac{c_y^2}{c_y^\alpha}\cos(\alpha - \alpha_0) + \frac{c_y^2}{\pi\lambda_{\text{эфф}}}\cos(\alpha - \alpha_0). \qquad (14)$$

Дальнейший анализ и сопоставление результатов расчета по приведенным формульным зависимостям для c_{y_a} и c_{x_a} осуществлялся путем сравнения с результатами численного моделирования.

Аэродинамические характеристики профилей крыла получены с помощью интерактивной программы XFOIL [7–9].

Результаты и их обсуждение. Для численного моделирования рассматривались изолированные крылья с типовыми конфигурациями для

планирующих АСП в плане с несимметричными профилями малой и большой относительных толщин (табл. 1). Трехмерные модели крыльев, выполненные для численного моделирования, приведены на рис. 2.

Таблица 1

Изолированные крылья для численного моделирования

Номер варианта крыла	Удлинение λ	Обратное сужение крыла ζ	Стреловидность по кромке, град		Площадь крыла в плане S, м^2
			передней χ_0	задней χ_1	
Профиль крыла NACA2215					
1	6	1	0	0	6
2	8	0,5	0	0	4,5
3	6	1	15	15	6
Профиль крыла NACA2208					
4	6	1	0	0	6
5	8	0,5	0	0	4,5
6	6	1	30	30	6

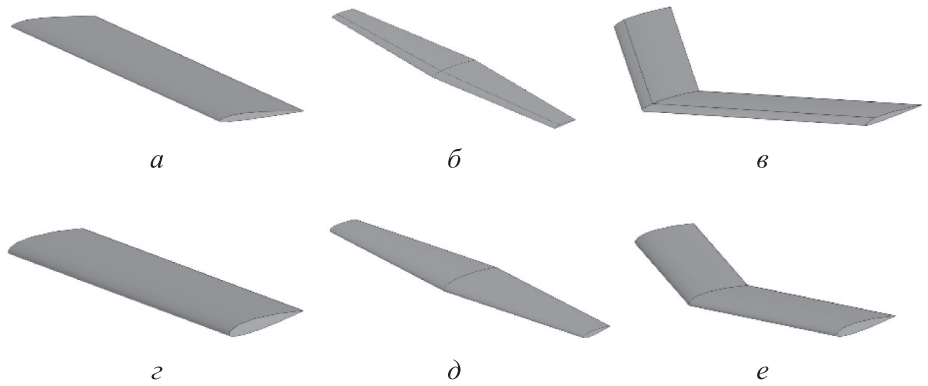


Рис. 2. Трехмерные модели изолированных крыльев, выполненные для численного моделирования, варианты № 1–6 (*а–е*)

Валидация методики численного моделирования в программном комплексе для численных расчетов [10–16] осуществлялась на результатах трубных испытаний[2] прямоугольного крыла с симметричным профилем NACA0012. Модель прямоугольного крыла ($\lambda = 5$) с симметричным профилем для валидации методики численного моделирования приведена на рис. 3.

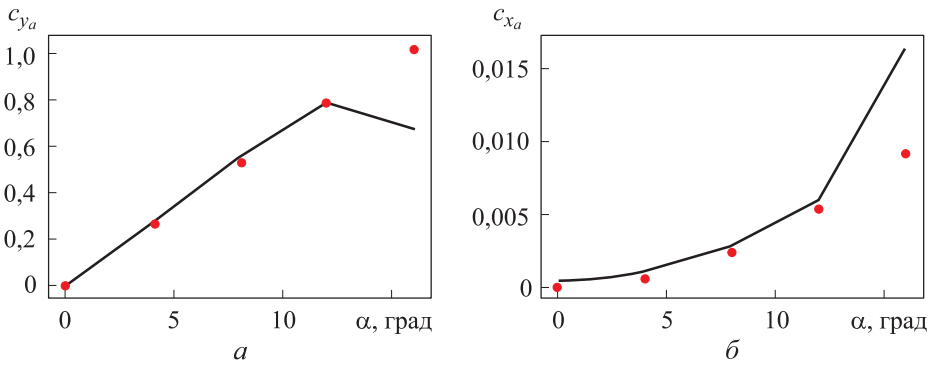
[2] Ушаков Б.А., Красильщиков П.П., Волков А.К. и др. Атлас аэродинамических характеристик профилей крыльев. М., Изд-во БНТ НКАП при ЦАГИ, 1940.



Рис. 3. Модель прямоугольного крыла (λ = 5) с симметричным профилем для валидации методики численного моделирования

В качестве расчетной сетки использовалась неструктурированная сетка с тетраэдрическими ячейками. Во всех шести случаях число расчетных ячеек не превышало 2 500 000. Расчеты проведены для модели k–ω-SST. Для разрешения пограничного слоя выполнено разбиение пристеночной области. Толщина первой ячейки выбрана из условия равенства безразмерной функции y^+ единице[3] [17, 18].

Численное моделирование проводилось в симметричной постановке, поскольку во всех расчетных вариантах отсутствовал угол скольжения. Сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных исследований прямоугольного крыла NACA0012 (λ = 5) приведено на рис. 4. Общий вид расчетной области и неструктурированная расчетная сетка, дающие сеточно-независимое решение при моделировании обтекания прямоугольного крыла NACA0012 (λ = 5), приведены на рис. 5.



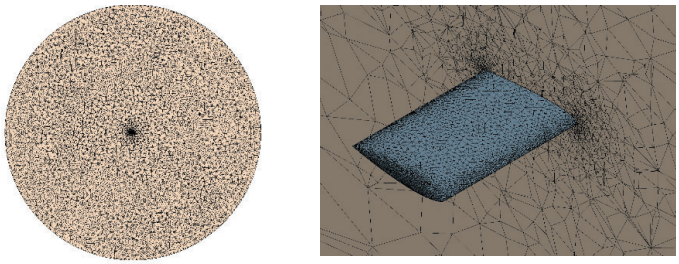
а *б*

Рис. 4. Сравнение результатов численного моделирования и экспериментального исследования прямоугольного крыла NACA0012 (λ = 5) для $c_{y_a}(\alpha)$ (*а*) и $c_{x_a}(\alpha)$ (*б*) (— — CFD-расчет; • — эксперимент)

Сравнив результаты расчета и экспериментальных исследований (см. рис. 4), можно сделать вывод о высокой сходимости АДХ, полученных путем численного моделирования, с экспериментальными данными

[3] CFD online — Y-plus wall distance estimation.
URL: https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php (дата обращения: 15.10.2024).

в линейном диапазоне зависимостей АДХ от угла атаки. Это свидетельствует о возможности использовать выбранный метод численного моделирования для дальнейших исследований в части сравнения результатов расчета по аналитическим зависимостям с численными расчетами сформированных вариантов крыльев (см. табл. 1).



а *б*

Рис. 5. Общий вид расчетной области (*а*) и неструктурированная расчетная сетка (*б*) для моделирования обтекания прямоугольного крыла NACA0012 ($\lambda = 5$)

Численное моделирование крыльев с несимметричным профилем проведено для числа Маха $M = 0{,}2$ и углов атаки, соответствующих линейному диапазону зависимостей АДХ.

Коэффициент подъемной силы. Сравнение зависимостей $c_{y_a}(\alpha)$, полученных по формулам (1)–(3) и (5)–(7) и CFD-расчетом, для крыльев с профилями NACA2208 и NACA2215 приведено в табл. 2, 3, графики зависимостей $c_{y_a}(\alpha)$ для шести вариантов крыльев с профилями NACA2215 — на рис. 6. В связи с тем что исследуются АДХ изолированного крыла в линейном диапазоне, зависимости $c_{y_a}(\alpha)$ целесообразно сравнивать, используя производные коэффициента подъемной силы по углу атаки $c_{y_a}^{\alpha}$. При малых углах атаки имеет место линейная зависимость $c_{y_a} = c_{y_a}^{\alpha}\alpha$.

Таблица 2

Сравнение значений $c_{y_a}^{\alpha}$ для крыльев с профилем NACA2208

Расчет	Вариант № 1		Вариант № 2		Вариант № 3	
	$c_{y_a}^{\alpha}$, рад$^{-1}$	δ, %	$c_{y_a}^{\alpha}$, рад$^{-1}$	δ, %	$c_{y_a}^{\alpha}$, рад$^{-1}$	δ, %
CFD	4,36	–	4,87	–	4,13	–
По формулам:						
(1)	4,25	2,56	4,77	2,10	3,84	6,99
(2)	4,53	3,88	4,87	0,07	4,53	9,71

Окончание табл. 2

Расчет	Вариант № 1		Вариант № 2		Вариант № 3	
	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %
(3)	4,18	4,01	4,56	6,37	4,18	1,38
(5)	4,73	8,52	5,05	3,51	4,24	2,71
(6)	4,71	8,14	6,28	28,9	4,71	14,21
(7)	6,28	44,19	8,38	71,87	5,98	44,82

Таблица 3

Сравнение значений c_{ya}^{α} для крыльев с профилем NACA2215

Расчет	Вариант № 1		Вариант № 2		Вариант № 3	
	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %	c_{ya}^{α}, рад$^{-1}$	δ, %
CFD	4,36	–	4,92	–	4,49	–
По формулам:						
(1)	4,25	2,55	4,77	3,00	4,15	7,37
(2)	4,59	5,40	4,95	0,57	4,59	2,23
(3)	4,25	2,48	4,64	5,68	4,25	5,42
(5)	4,80	10,18	5,13	4,23	4,68	4,13
(6)	4,71	8,15	6,28	27,72	4,71	4,90
(7)	6,28	44,2	8,38	70,30	6,21	38,24

По результатам сравнения (см. рис. 6, табл. 2, 3) можно сделать вывод о значительном расхождении (> 10 %) значений c_{ya}^{α}, полученных численным моделированием и по формулам (6) и (7). Минимальные относительные погрешности при сравнении с CFD-расчетом имеют место, когда производные коэффициента подъемной силы по углу атаки рассчитываются по формулам (1)–(3) и (5).

Для прямоугольного крыла с несимметричным профилем малой толщины NACA2208 наименьшее значение относительной погрешности по сравнению с численным моделированием дает формула (1). Для такого же крыла в плановой проекции, но с профилем NACA2215 — формула (3). Для крыльев с сужением $(\zeta = 1/\eta = 0{,}5)$ наименьшее значение δ имеет место при расчете по формуле (2). Так, для крыла с профилем NACA2208 $\delta = 0{,}07$ %, для крыла с профилем NACA2215 $\delta = 0{,}57$ %. Для крыльев со стреловидностью $(\chi_0 > 0)$ значения c_{ya}^{α}, полученные по формулам (2), (3), при сравнении с численным моделированием дают относительную погрешность не более 10 %.

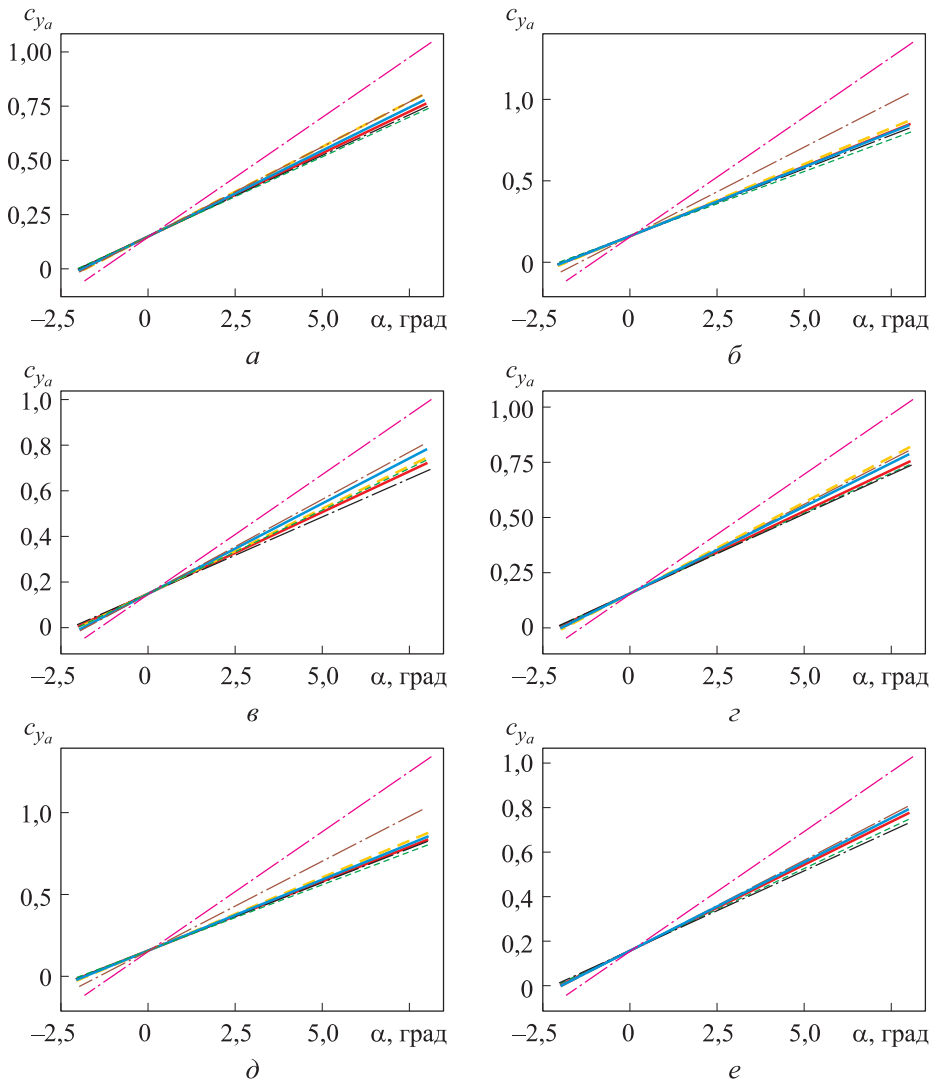


Рис. 6. Графики зависимостей $c_{y_a}(\alpha)$, полученные по формулам (1) (—·—), (2) (——), (3) (----), (5) (– –), (6) (—··—), (7) (—·—) и CFD-расчетом (——), для шести вариантов крыльев с профилем NACA2215:

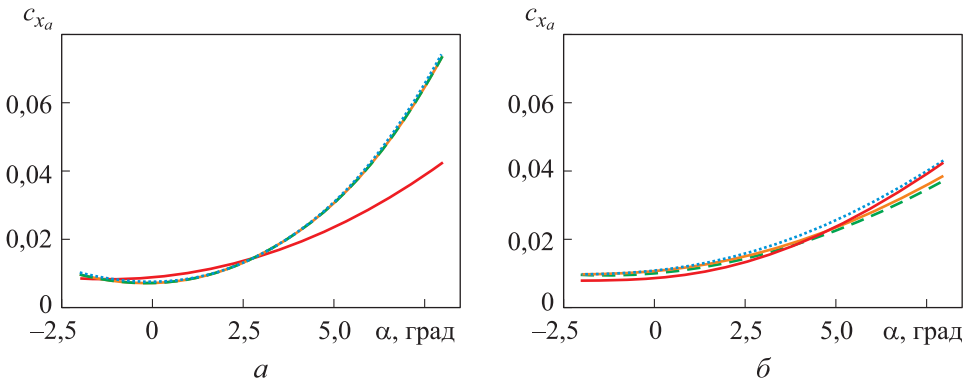
№ 1 ($\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 0$) (*а*); № 2 ($\lambda = 8$; $1/\eta = 0{,}5$; $\chi = 0$) (*б*);
№ 3 ($\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 30°$) (*в*); № 4 ($\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 0$) (*г*);
№ 5 ($\lambda = 8$; $1/\eta = 0{,}5$; $\chi = 0$) (*д*); № 6 ($\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 15°$) (*е*)

В результате сравнения значений производной коэффициента подъемной силы по углу атаки для крыльев с несимметричным профилем малой и большой толщины с тремя конфигурациями в плане (прямоугольное крыло, крыло с сужением, крыло со стреловидностью) можно сделать вывод, что наилучшее совпадение со значениями, полученными путем

численного моделирования, дают формулы (1)–(3). Для дальнейших расчетов коэффициентов подъемной силы крыла конечного удлинения по значениям коэффициентов подъемной силы его профиля целесообразно использовать указанные формулы.

Коэффициент лобового сопротивления. Поскольку несимметричный профиль крыла при нулевом угле атаки имеет подъемную силу, которая обусловлена его геометрией, то для расчета индуктивного сопротивления крыла рассматриваются зависимости (10) и (13). На рис. 7, 8 приведены графики зависимостей $c_{x_a}(\alpha)$, полученные при расчете $c_{x_a i}$ различными способами. Результаты сравнения трех кривых $c_{x_a}(\alpha)$ приведены на рис. 7, 8. Индуктивное сопротивление для них рассчитывалось с помощью значений c_y^α и $c_{y_a}^\alpha$, полученных по формулам (1) и (2), (3). Включение в сравнение формул (5)–(7) нецелесообразно ввиду выявленной неудовлетворительной сходимости значений $c_{y_a}(\alpha)$ с результатами CFD-расчета (см. рис. 6, 7).

В результате анализа графиков зависимостей $c_{x_a}(\alpha)$, приведенных на рис. 7, 8, можно заключить, что при расчете индуктивного сопротивления по формуле (10) наблюдается значительное расхождение значений $c_{x_a}(\alpha)$ при $\alpha \neq 0$ (относительная погрешность более 20 %). При использовании для расчета $c_{x_a i}$ формулы (13), которая справедлива для широкого диапазона углов атаки и учитывает несимметричность профиля, имеет место высокая сходимость расчетных значений $c_{x_a i}$ с результатами численного моделирования (относительная погрешность не более 20 %).



а *б*

Рис. 7 (начало). Зависимости $c_{x_a}(\alpha)$, рассчитанные по формулам (10) (*а*) и (13) (*б*) с помощью значений c_y^α и $c_{y_a}^\alpha$, полученных по (1) (——) и (2), (3) (····· , – –), для крыла с профилем NACA2208, вариант: № 1 (*а*, *б*) $\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 0$ (—— — CFD-расчет)

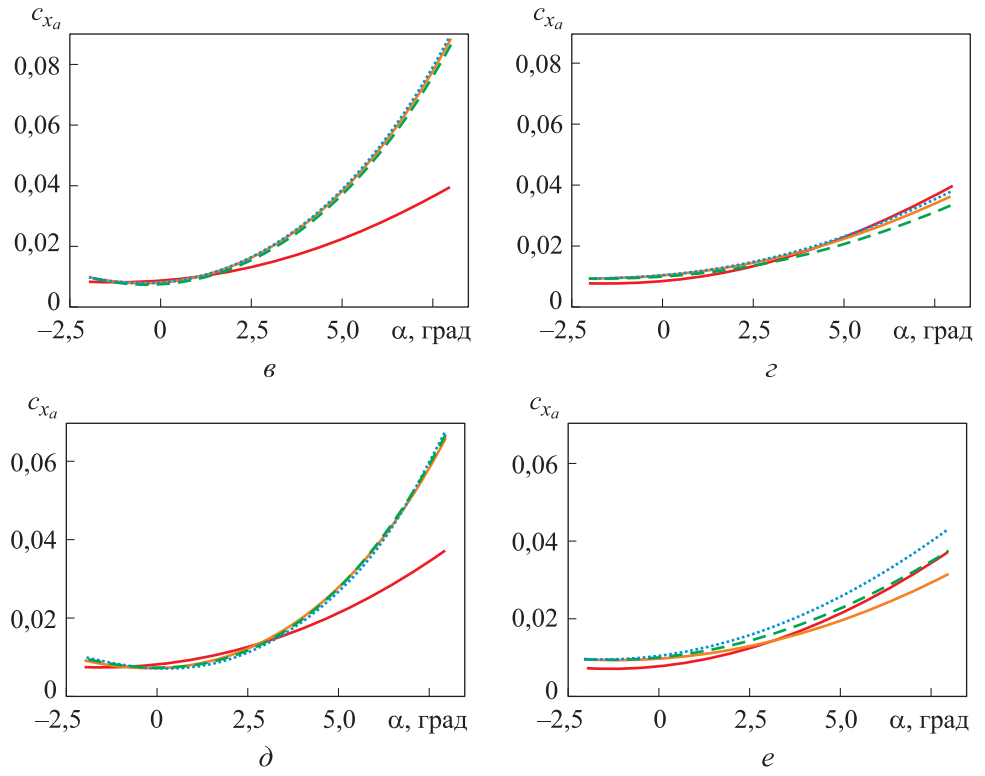


Рис. 7 (окончание). Зависимости $c_{x_a}(\alpha)$, рассчитанные по формулам (10) (*в*, *д*) и (13) (*г*, *е*) с помощью значений c_y^{α} и $c_{y_a}^{\alpha}$, полученных по (1) (—) и (2), (3) (····· , – –), для крыла с профилем NACA2208, варианты:

№ 2 (*в*, *г*) $\lambda = 8$; $1/\eta = 0{,}5$; $\chi = 0$; № 3 (*д*, *е*) $\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 30°$ (— CFD-расчет)

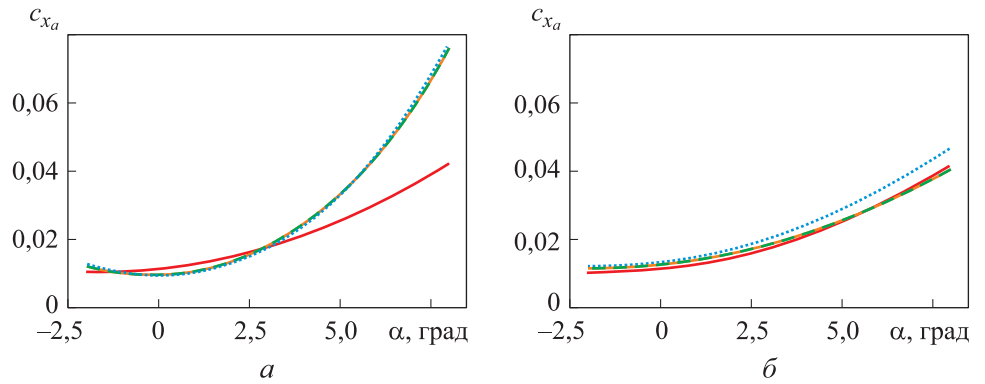


Рис. 8 (начало). Зависимости $c_{x_a}(\alpha)$, рассчитанные по формулам (10) (*а*) и (13) (*б*) с помощью значений c_y^{α} и $c_{y_a}^{\alpha}$, полученных по (1) (—) и (2), (3) (····· , – –), для крыла с профилем NACA2215, вариант:

№ 4 (*а*, *б*) $\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 0$ (— CFD-расчет)

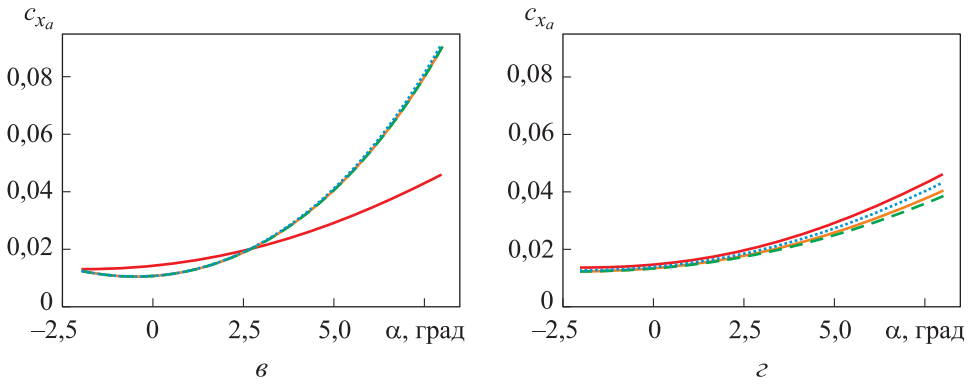


Рис. 8 (окончание). Зависимости $c_{x_a}(\alpha)$, рассчитанные по формулам (10) (*в, д*) и (13) (*г, е*) с помощью значений c_y^α и $c_{y_a}^\alpha$, полученных по (1) (—) и (2), (3) (····· , – –), для крыла с профилем NACA2215, варианты: № 5 (*в, г*) $\lambda = 8$; $1/\eta = 0{,}5$; $\chi = 0$; № 6 (*д, е*) $\lambda = 6$; $1/\eta = 0$; $\chi = 15°$ (— — CFD-расчет)

Заключение. Проведен обзор и анализ математических зависимостей для расчета коэффициентов подъемной силы и коэффициентов силы лобового сопротивления дозвукового крыла планирующих АСП по АДХ профиля этого крыла [6]. Рассмотрены несущие поверхности простой формы в плане с постоянным несимметричным профилем по размаху. Такие конфигурации несущих поверхностей являются типичными для планирующих АСП. Сформированы рекомендации по использованию математических зависимостей для расчета аэродинамических коэффициентов дозвукового крыла планирующих АСП.

Анализ математических зависимостей для пересчета $c_{y_a}^\alpha$ профиля на $c_{y_a}^\alpha$ крыла (см. рис. 6) позволяет сделать вывод о применимости формул (1)–(3) для расчета крыла с несимметричным профилем. При сравнении с результатами численного моделирования использование формул (1)–(3) дает относительную погрешность, которая не превышает 10 % (см. рис. 6, табл. 2, 3).

Коэффициент индуктивного сопротивления целесообразно рассчитывать по предложенной в настоящей работе зависимости (13), которая учитывает несимметричность профиля крыла и справедлива для широкого диапазона углов атаки. В этом случае имеет место наилучшее совпадение значений $c_{x_a i}$, полученных по эмпирико-аналитической методике, и значений, полученных путем численного моделирования (относительная погрешность менее 20 %). Сравнение продемонстрировано на рис. 7, 8.

Анализ математических зависимостей для расчета аэродинамических характеристик дозвукового крыла проведен для крыльев с несимметричным профилем большой и малой толщины с различными формами крыла в плане: прямоугольной, с сужением и со стреловидностью. Для более детального анализа целесообразно выполнить сравнение для крыльев с большей вариативностью геометрических параметров: λ, χ, η, S.

Результаты исследований можно использовать для формирования и дополнения эмпирико-аналитических методик аэродинамического расчета изолированных крыльев [19, 20] планирующих АСП и иных дозвуковых ЛА.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Лаптева Л.А., Тищенко Д.Ю. AeroBDSM (SDK): библиотека подпрограмм для аэродинамического расчета летательного аппарата. Свид-во о гос. рег. прогр. для ЭВМ № 2023613387 от 14.02.2023.

[2] Лаптева Л.А., Тищенко Д.Ю. AeroBDSM (ООР): объектно-ориентированное программное обеспечение для аэродинамического расчета летательных аппаратов. Свид-во о гос. рег. прогр. для ЭВМ № 2023680796 от 05.10.2023.

[3] Тищенко Д.Ю., Лаптева Л.А., Гарпинич Д.Н. и др. Разработка библиотеки подпрограмм для автоматизированного аэродинамического проектирования в рамках учебного процесса. *Известия ТГУ. Технические науки*, 2023, № 1, с. 205–213. EDN: EBLFAP

[4] Куркова М.К., Михайлов Д.С., Тищенко Д.Ю. и др. Анализ способов определения аэродинамических характеристик дозвукового профиля с целью уточнения эмпирико-аналитической методики расчета коэффициента максимальной подъемной силы и критического угла атаки крыла. *Аэрокосмическая техника и технологии*, 2026, т. 4, № 1, с. 32–50. EDN: XWFSFS.
DOI: https://doi.org/10.52467/2949-401X-2026-4-1-32-50

[5] Михайлов Д.С., Лаптева Л.А., Тищенко Д.Ю. и др. Автоматизированный расчет критического числа Маха дозвуковых профилей крылатых ракет. *Известия РАРАН*, 2023, № 129, с. 110–117. EDN: KTQDES

[6] Бураго С.С., Попов С.А. Аэродинамика и компоновка маневренных дозвуковых и сверхзвуковых летательных аппаратов. М., Изд-во МАИ, 2019.

[7] Шелобанов Л.Д., Михайлов Д.С., Тищенко Д.Ю. и др. Сравнение методов вычислительной аэрогидродинамики для расчета аэродинамических характеристик дозвуковых профилей крыла в двумерной постановке. *Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике. 10-я Росс. конф.* М., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2024, с. 225–229. EDN: PQZDPS

[8] Пархаев Е.С., Семенчиков Н.В. Некоторые вопросы оптимизации профиля крыла малоразмерного беспилотного летательного аппарата. *Труды МАИ*, 2015, № 80. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=56884

[9] Коцько П.А., Лемешонок Т.Ю., Сизова А.А. Применение нейронных сетей для аэродинамических расчетов. *Аэрокосмическая техника и технологии*, 2023, т. 1, № 3, с. 79–90. EDN: ESYIXR

[10] Владимирова Н.А. Исследование обтекания прямых и стреловидных крыльев большого удлинения при околозвуковых скоростях. *Ученые записки ЦАГИ*, 1983, т. 14, № 4, с. 9–16.

[11] Москаленко В.О., Цой А.И., Недогарок А.А. Исследование аэродинамических характеристик крыла с законцовками различной формы. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, № 10.
DOI: http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-10-1921

[12] Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск, Регулярная и хаотическая механика, 2000.

[13] Епихин А.С., Калугин В.Т. Реализация гибридной методики расчета обтекания маневренного летательного аппарата с использованием открытого пакета OpenFoam. *Научный Вестник МГТУ ГА*, 2016, т. 19, № 4, с. 131–138. EDN: XBVWNT

[14] Дебабов А.С., Смирнов А.В. Моделирование трансзвукового обтекания изолированного крыла на многопроцессорном комплексе ИЗОТ-1014, ЕС-2706. *Ученые записки ЦАГИ*, 1992, т. 23, № 1, с. 88–92.

[15] Широков И.А. Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша,* 2021, № 56. DOI: https://doi.org/10.20948/prepr-2021-56

[16] Ковалев М.А., Никитин А.Н. К выбору аэродинамической компоновки дозвуковой крылатой ракеты. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*, 2019, т. 18, № 3, с. 59–66.
DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7533-2019-18-3-59-66

[17] Куркова М.К., Михайлов Д.С., Тищенко Д.Ю. и др. Анализ методики расчета аэродинамических характеристик крыльев на критических углах атаки. *Известия ТГУ. Технические науки*, 2024, № 12, с. 69–75. EDN: EXYFJB

[18] Воронич И.В., Колчев С.А., Коньшин В.Н. и др. Аэродинамические характеристики малоразмерного беспилотного летательного аппарата. *Матер. XXII науч.-техн. конф. по аэродинамике ЦАГИ.* Жуковский, ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, 2011, с. 44–45. EDN: WCBDMJ

[19] Степанов К.А., Тимченко С.В. Аэродинамическое проектирование изолированного трехмерного крыла беспилотного летательного аппарата. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2018, № 54, с. 118–130. DOI: https://doi.org/10.17223/19988621/54/10

[20] Пейгин С.В., Орлов С.А. Оптимальное аэродинамическое проектирование конфигурации «крыло–фюзеляж» широкофюзеляжного дальнемагистрального самолета. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2020, № 63, с. 115–124. DOI: https://doi.org/10.17223/19988621/63/10

Михайлов Данил Сергеевич — аспирант кафедры «Ракетные и импульсные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Тищенко Денис Юрьевич — ассистент кафедры «Ракетные и импульсные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Лаптева Людмила Аркадьевна — канд. техн. наук, доцент кафедры «Ракетные и импульсные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Михайлов Д.С., Тищенко Д.Ю., Лаптева Л.А. Анализ и сравнение методик расчета аэродинамических характеристик дозвукового крыла планирующих авиационных средств поражения по аэродинамическим характеристикам профиля этого крыла. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2026, № 3 (158), с. 17–37. EDN: IDBNFR

ANALYSIS AND COMPARISON OF METHODS FOR CALCULATING THE AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF A SUBSONIC WING OF GLIDING AIRCRAFT WEAPONS BASED ON THE AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE PROFILE OF THIS WING

D.S. Mikhaylov mikhaylovds1@student.bmstu.ru
D.Yu. Tishchenko tishchenkody@bmstu.ru
L.A. Lapteva lapteva_l@bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article discusses methodologies for calculating the aerodynamic characteristics of subsonic wings of gliding munitions based on the aerodynamic profile characteristics of these wings. It examines the formulas for converting the derivative of the lift coefficient of the profile to the derivative of the lift coefficient of the isolated wing. The dependencies for calculating the induced drag coefficient of a wing of finite aspect ratio are analyzed. A comparative analysis of methodologies and calculation results with numerical simulation outcomes for the flow around wings with asymmetric profiles of varying thicknesses is performed.

Keywords

Glide-type aerial munitions, infinite aspect ratio wing, finite aspect ratio wing, aerodynamic characteristics, empirical-analytical methodologies for aerodynamic calculations, numerical simulation

The tool for conducting numerical simulations was hydrodynamic software that relies on integrating the Navier — Stokes equations averaged over the Reynolds number. Assumptions included that the aerodynamic characteristic dependencies were analyzed at Mach numbers not exceeding critical values, within the linear range of angles of attack for the lift coefficient. Wings with various planform parameters featuring NACA2208 and NACA2215 profiles were considered. Based on the comparison results, conclusions were drawn regarding the applicability of mathematical dependencies for developing empirical-analytical methodologies for aerodynamic calculations of subsonic isolated wings of gliding aerial bombs. Such methodologies are applicable in the early design stages of subsonic aircraft

Received 07.06.2025
Accepted 23.03.2026
© Author(s), 2026

REFERENCES

[1] Lapteva L.A., Tishchenko D.Yu. AeroBDSM (SDK): biblioteka podprogramm dlya aerodinamicheskogo rascheta letatelnogo apparata [AeroBDSM (SDK): a subroutine library for aerodynamic calculation of an aircraft]. Software state registration certificate EVM no. 2023613387 of 14.02.2023 (in Russ.).

[2] Lapteva L.A., Tishchenko D.Yu. AeroBDSM (OOP): obektno-orientirovannoe programmnoe obespechenie dlya aerodinamicheskogo rascheta letatelnykh apparatov [AeroBDSM (OOP): object-oriented software for aerodynamic calculation of aircraft]. Software state registration certificate EVM no. 2023680796 of 05.10.2023 (in Russ.).

[3] Tishchenko D.Yu., Lapteva L.A., Garpinich D.N., et al. Development of a subroutine library for automated aerodynamic design in the educational process. *Izvestiya TGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2023, no. 1, pp. 205–213 (in Russ.). EDN: EBLFAP

[4] Kurkova M.K., Mikhaylov D.S., Tishchenko D.Yu., et al. Analysis of methods for determining the aerodynamic characteristics of a subsonic airfoil to refine an empirical-analytical method for calculating the maximum lift coefficient and critical angle of attack of a wing. *Aerospace Engineering and Technology*, 2026, vol. 4, no. 1, pp. 32–50 (in Russ.). EDN: XWFSFS. DOI: https://doi.org/10.52467/2949-401X-2026-4-1-32-50

[5] Mikhaylov D.S., Lapteva L.A., Tishchenko D.Yu., et al. Automated calculation critical Mach number subsonic profiles of cruise missile. *Izvestiya RARAN*, 2023, no. 129, pp. 110–117 (in Russ.). EDN: KTQDES

[6] Burago S.S., Popov S.A. Aerodinamika i komponovka manevrennykh dozvukovykh i sverkhzvukovykh letatelnykh apparatov [Aerodynamics and layout of maneuverable subsonic and supersonic aircraft]. Moscow, Izd-vo MAI Publ., 2019.

[7] Shelobanov L.D., Mikhaylov D.S., Tishchenko D.Yu., et al. [Comparison of computational aerohydrodynamics methods for calculating the aerodynamic characteristics of sub-

sonic wing profiles in a two-dimensional formulation]. *Vychislitelnyy eksperiment v aeroakustike i aerodinamike. 10-ya Ross. konf.* [Computational Experiment in Aeroacoustics and Aaerodynamics. 10th Russ. Conf.]. Moscow, IPM im. M.V. Keldysha RAN Publ., 2024, pp. 225–229 (in Russ.). EDN: PQZDPS

[8] Parkhaev E.S., Semenchikov N.V. Some aspects of airfoil optimization process for small size unmanned aerial vehicles application. *Trudy MAI*, 2015, no. 80 (in Russ.). Available at: http://trudymai.ru/published.php?ID=56884

[9] Kotsko P.A., Lemeshonok T.Yu., Sizova A.A. Application of neural networks for aerodynamic calculations. *Aerokosmicheskaya tekhnika i tekhnologii* [Aerospace Engineering and Technology], 2023, vol. 1, no. 3, pp. 79–90 (in Russ.). EDN: ESYIXR

[10] Vladimirova N.A. Study of flow around straight and swept wings of high aspect ratio at transonic speeds. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1983, vol. 14, no. 4, pp. 9–16 (in Russ.).

[11] Moskalenko V.O., Tsoy A.I., Nedogarok A.A. The study of aerodynamic characteristics of the wing with tips of different shapes. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2019, no. 10 (in Russ.).
DOI: http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-10-1921

[12] Prandtl L. Gidroaeromekhanika [Hydroaeromechanics]. Izhevsk, Regulyarnaya i khaoticheskaya mekhanika Publ., 2000.

[13] Epikhin A.S., Kalugin V.T. The implementation of hybrid methods for numerical simulation flow analysis around an aircraft with the use of OpenFoam software package. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA* [Civil Aviation High Technologies], 2016, vol. 19, no. 4, pp. 131–138 (in Russ.). EDN: XBVWNT

[14] Debabov A.S., Smirnov A.V. Modeling of transonic flow around an isolated wing on the multiprocessor complexes IZOT-1014, EC-2706. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1992, vol. 23, no. 1, pp. 88–92 (in Russ.).

[15] Shirokov I.A. Numerical study of the aerodynamic characteristics of a triangular wing at different angles of attack and large Mach numbers. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha* [KIAM Preprint], 2021, no. 56 (in Russ.). DOI: https://doi.org/10.20948/prepr-2021-56

[16] Kovalev M.A., Nikitin A.N. Choosing the aerodynamic configuration of a subsonic cruise missile. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie* [Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering], 2019, vol. 18, no. 3, pp. 59–66 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7533-2019-18-3-59-66

[17] Kurkova M.K., Mikhaylov D.S., Tishchenko D.Yu., et al. Analysis of the methodology of calculation of aerodynamic characteristics of wings at critical angles of attack. *Izvestiya TGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2024, no. 12, pp. 69–75 (in Russ.). EDN: EXYFJB

[18] Voronich I.V., Kolchev S.A., Konshin V.N., et al. [Aerodynamic characteristics of a small-size unmanned aerial vehicle]. *Mater. XXII nauch.-tekh. konf. po aerodinamike TsAGI* [Proc. XXII Sc.-Tech. Conf. on Aerodynamics TsAGI]. Zhukovskiy, TsAGI im. N.E. Zhukovskogo Publ., 2011, pp. 44–45 (in Russ.). EDN: WCBDMJ

[19] Stepanov K.A., Timchenko S.V. Aerodynamic design for an isolated three-dimensional wing of an unmanned aerial vehicle. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics], 2018, no. 54, pp. 118–130 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.17223/19988621/54/10

[20] Peygin S.V., Orlov S.A. Optimal aerodynamic design of a wing-body configuration for a wide-body long-range aircraft. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics], 2020, no. 63, pp. 115–124 (in Russ.). DOI: https://doi.org/10.17223/19988621/63/10

Mikhaylov D.S. — Post-Graduate Student, Department of Rocket and Pulse System, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Tishchenko D.Yu. — Assistant, Department of Rocket and Pulse System, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Lapteva L.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Rocket and Pulse System, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Mikhaylov D.S., Tishchenko D.Yu., Lapteva L.A. Analysis and comparison of methods for calculating the aerodynamic characteristics of a subsonic wing of gliding aircraft weapons based on the aerodynamic characteristics of the profile of this wing. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2026, no. 3 (158), pp. 17–37 (in Russ.). EDN: IDBNFR