УДК 621.01 EDN: JQLHEO

АНАЛИЗ МЕТОДОВ КОМБИНИРОВАНИЯ И РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО СИНТЕЗА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ 6R-МЕХАНИЗМОВ ДЛЯ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

Ф.Ф. Хабибуллин ffkhabibullin@kai.ru

КНИТУ-КАИ, г. Казань, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены теоретические основы структурного синтеза пространственных шестизвенных механизмов, применяемых в мехатронных устройствах для решения технологических процессов. Приведены результаты анализа существующих методов комбинирования пространственных четырехзвенных механизмов, а также выводы и рекомендации по выбору методов их комбинирования исходя из направленностей мехатронных устройств, разработанных на основе методов комбинирования. Получены уравнения для синтеза пространственного шестизвенного механизма путем объединения двух подобных пространственных четырехзвенных механизмов и «веерного» объединения трех пространственных четырехзвенных механизмов. На основе полученных уравнений разработаны программные коды синтеза таких механизмов. Рассмотрены возможности использования программных кодов программного комплекса для автоматизированного проектирования пространственных шестизвенных механизмов КОМПАС-3D v23. Предложены рекомендации по использованию программного комплекса для проектирования мехатронных устройств, выполненных на базе пространственных шестизвенных механизмов

Ключевые слова

Пространственный механизм, кривошип, передача вращательного движения, синтез механизма, комбинирование механизмов, САПР, программный код

Поступила 17.11.2025
Принята 15.01.2026
© Автор(ы), 2026

Работа выполнена в рамках хозяйственного договора № 526 от 11.04.2025 на тему «Разработка системы автоматизированного проектирования приводов мехатронных устройств» и при поддержке гранта Академии наук Республики Татарстан образовательным организациям высшего образования, научным и иным организациям на поддержку планов развития кадрового потенциала в части стимулирования их научных и научно-педагогических работников к защите докторских диссертаций и выполнению научно-исследовательских работ (соглашение №15/2025-ПД-КАИ от 22.12.2025)

Введение. Развитие современной науки о механизмах и машинах неразрывно связано с прогрессом в машиностроении, в том числе в области робототехники, мехатроники и автоматизации производственных процессов. Одним из наиболее изученных, но в то же время сложных направлений является исследование пространственных кинематических цепей и многозвенных механизмов, способных обеспечивать движение звеньев в трехмерном пространстве при сохранении минимального числа степеней свободы.

Особое место занимают механизмы с шестью вращательными парами, представляющие собой замкнутые структуры с высокой маневренностью и потенциальной применимостью в мехатронных устройствах различного назначения. Эти механизмы являются основой для построения манипуляторов, экзоскелетов, хирургических инструментов и промышленных роботов, где требуется совмещение высокой точности, плавности движения и энергоэффективности.

В области исследования пространственных кинематических цепей и многозвенных механизмов накоплен богатый научный и инженерный опыт. Классическими работами Р. Балла заложен фундамент винтовой теории перемещений, которая до сих пор является важнейшим инструментом для анализа пространственных систем. В СССР при участии основоположника научной школы теории механизмов и машин академика И.И. Артоболевского получили развитие идеи структурного синтеза, задачи классификации и систематизации многозвенных механизмов. Важнейший вклад внес английский математик Дж. Беннетт, который в начале XX века предложил оригинальный пространственный механизм с четырьмя вращательными парами, получивший впоследствии широкую известность. Отметим, что механизм Беннетта оказался уникальным решением, сочетающим компактность конструкции и отсутствие мертвых положений, что сделало его прототипом для целого ряда более сложных пространственных механизмов. В дальнейшем работы Э. Вальдрона и других исследователей позволили расширить теоретические представления о свойствах подобных структур, а применение компьютерных методов анализа дало возможность перейти от абстрактных моделей к инженерным расчетам и экспериментальной проверке.

На основании анализа российских и зарубежных фундаментальных работ [1–29] определено, что пространственный механизм с четырьмя вращательными парами, содержащий только одноподвижные вращательные кинематические пары, называют пространственным четырехзвенным (4R) механизмом, что облегчает восприятие в изучении много-

звенных модификаций данного механизма, которые будем определять как пространственные пятизвенные (5R), шестизвенные (6R) и далее (nR) механизмы [30–33].

Многочисленные исследования посвящены анализу условий замкнутости, изучению параметрических ограничений и выявлению областей, где такие пространственные механизмы проявляют наибольшую эффективность. Применяемые численные методы, включая метод конечных элементов, позволяют моделировать жесткость и устойчивость механизмов под нагрузкой. Экспериментальные макеты подтверждают адекватность теоретических моделей и позволяют выявлять скрытые особенности, которые невозможно учесть аналитически. Таким образом, можно указывать на сформировавшуюся научную школу, объединяющую фундаментальные подходы, инженерные методы и практическую реализацию. Несмотря на значительный прогресс, в данной области сохраняется целый ряд аспектов, которые остаются недостаточно исследованными. Прежде всего, это касается вопросов жесткости пространственных механизмов. Многие пространственные 6R-механизмы имеют высокую подвижность, но недостаточно устойчивы и подвержены деформациям под действием силовых нагрузок [34–36]. В ряде случаев это ограничивает их применение в мехатронных устройствах, где точность является критическим параметром. Другой малоизученный аспект связан с исключением мертвых положений, хотя сам по себе пространственный 4R-механизм гарантирует непрерывность движения. При комбинировании нескольких подобных структур в более сложные цепи возникает риск появления новых сингулярностей, а также неопределенных конфигураций. Эта проблема требует как теоретического анализа, так и экспериментальной проверки. Таким образом, можно выделить несколько ключевых пробелов: отсутствие систематизированных подходов к обеспечению жесткости пространственных механизмов, ограниченные данные о динамике и вибрациях, недостаточное внимание к энергоэффективности и не до конца решенная проблема исключения мертвых положений при усложнении структур. Все это подтверждает актуальность исследований в области структурного синтеза пространственных механизмов [37–39].

Современные мехатронные устройства, машины, станки, робототехнические системы требуют высоких точности и скоростей передвижения исполнительных устройств. В связи с этим определена *цель настоящей работы* — привести результаты анализа существующих методов синтеза пространственных механизмов и, основываясь на этих методах, разработать метод комбинирования пространственных nR-механизмов, позво-

ляющих разработать механизмы, имеющие высокую точность, плавность движения и отсутствие мертвых положений.

Методологической основой работы послужили аналитические и геометрические методы теории механизмов и машин, включая винтовую теорию перемещений, а также численные методы моделирования для оценки жесткости конструкций.

Результаты исследования демонстрируют возможность построения устойчивых и функциональных пространственных 6R-механизмов за счет последовательного или веерного объединения нескольких пространственных 4R-механизмов. Полученные механизмы показывают высокую кинематическую изотропность и перспективны для применения в роботах-манипуляторах, экзоскелетах, хирургических установках и адаптивных промышленных системах.

Материалы и методы. Результаты. *Комбинирование из двух подобных механизмов.* Применение метода комбинирования пространственного 6R-механизма путем объединения двух пространственных 4R-механизмов в кинематической теории позволяет расширить возможности базового четырехзвенника. Этот подход основан на принципах подобия и симметрии, которые обеспечивают сохранность подвижности при интеграции структур. Отметим, что подобными считаются механизмы, у которых сохраняются пропорции длин звеньев и углы между осями шарниров.

В мехатронных системах такие механизмы применяют для создания энергоэффективных многозвенных систем. Применение модификаций пространственного 4R-механизма дает возможность улучшить кинематические характеристики, где требуется плавное движение и низкое энергопотребление. Схема получения пространственного 6R-механизма путем объединения двух подобных пространственных 4R-механизмов приведена на рис. 1.

Рассмотрим два пространственных 4R-механизма: *ABKF* и *DCLF* (рис. 1, *а*). Для них выполняются условия:

$$l_{AB} / l_{BK} = l_{DC} / l_{CL}; \quad \alpha_{AB} = \alpha_{DC}; \quad \alpha_{BK} = \alpha_{CL},$$

где l_{AB}, l_{BK}, l_{DC}, l_{CL} — длины звеньев *AB*, *BK*, *DC*, *CL*; α_{AB}, α_{DC}, α_{BK}, α_{CL} — углы между перекрещивающимися осями шарниров (см. рис. 1).

Для лучшего понимания этого условия отметим, что подобие механизмов подразумевает пропорциональность не только длин, но и углов между перекрещивающимися осями шарниров, что следует из теоремы Беннетта о необходимых условиях подвижности:

1) кратчайшие расстояния между осями шарниров противоположных звеньев одинаковы:

$$l_1 = l_3, \quad l_2 = l_4; \tag{1}$$

2) установочные углы противоположных звеньев равны между собой:

$$\alpha_1 = \alpha_3, \quad \alpha_2 = \alpha_4; \tag{2}$$

3) концы кратчайших соседних звеньев совпадают;

4) кратчайшие расстояния звена пропорциональны синусам соответствующих установочных углов звена:

$$l_1 / \sin \alpha_1 = l_2 / \sin \alpha_2. \tag{3}$$

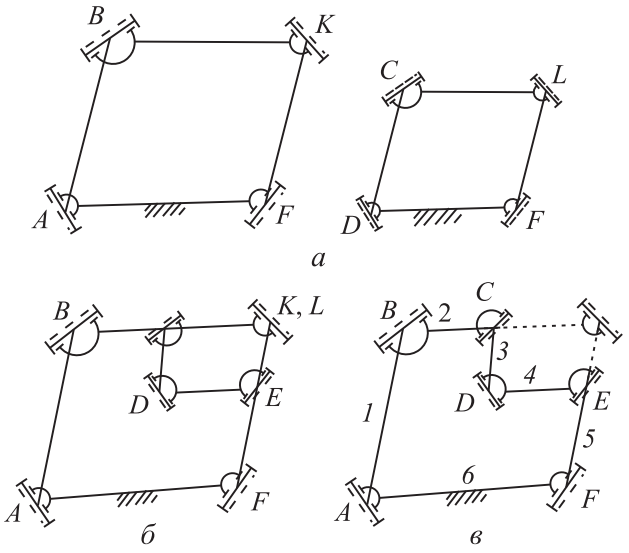


Рис. 1. Схемы получения пространственного 6R-механизма путем объединения двух подобных пространственных 4R-механизмов

В математическом смысле это можно выразить через матрицы преобразований винтовых координат, где углы α, β определяют ориентацию осей. В мехатронных устройствах такие условия обеспечивают уникальность конфигураций, предотвращая сингулярности.

Если объединить эти механизмы так, чтобы совпали оси шарниров *K* и *L*, звенья *CL* и *BK*, а также звенья *LE* и *KF* (рис. 1, *б*), то, отбросив части *CK* и *EK* звеньев *BK* и *KF*, получим шестизвенный механизм *ABCDEF* (рис. 1, *в*) с однократной подвижностью. В этом механизме звенья *BC* и *EF* имеют шарниры с параллельными осями, при этом

$$l_2 = l_{BK} - l_{CL}; \quad l_5 = l_{AB} - l_{DC},$$

где l_2 и l_5 — длины звеньев *BC* и *FE*.

Учитывая, что звено *3* (*DC*) всегда параллельно звену *1* (*AB*), звено *4* (*DE*) — звену *6* (*AF*) шарнира *D* — оси шарнира *A*, получаем уравнение для определения параметров звена *6*:

$$\alpha_6 = \arccos(\cos\alpha_{AK}\cos\alpha_4 - \sin\alpha_{AK}\sin\alpha_4\sin\beta_1);$$

$$l_6 = $$

$$= \frac{\sin\alpha_6(l_K\sin\alpha_4\cos\alpha_{AK}\cos\beta_1 - l_4(\sin\alpha_4\cos\alpha_{AK} + \sin\alpha_4\cos\alpha_{AK}\cos\beta_1))}{(\sin\alpha_4\cos\alpha_{AK} + \sin\alpha_{AK}\sin\alpha_4\sin\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_{AK}\sin^2\beta_1}. \quad (4)$$

Конструктивные параметры звена *6* механизма, а именно смещение шарнира от кратчайшего расстояния для работоспособности модификации механизма в мехатронных устройствах можно определить по следующему уравнению:

$$h_{AF}^A = \frac{l_4(\sin\alpha_{AK}\cos\beta_1 - l_K(\sin\alpha_{AK} + \sin\alpha_4\sin\beta_1\cos\alpha_6))}{(\sin\alpha_4\cos\alpha_{AK} + \sin\alpha_{AK}\sin\alpha_4\sin\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_{AK}\sin^2\beta_1};$$

$$h_{AF}^F = $$

$$= \frac{l_K(\sin\alpha_{AK}(\sin\alpha_{AK}\cos\alpha_4 + \sin\alpha_4\cos\alpha_{AK}\sin\beta_1) - l_4(\sin\alpha_{AK}\cos\beta_1\cos\alpha_6)}{(\sin\alpha_4\cos\alpha_{AK} + \sin\alpha_{AK}\sin\alpha_4\sin\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_{AK}\sin^2\beta_1}. \quad (5)$$

Отметим, что в такой модификации пространственного 6R-механизма звенья, связанные со станиной, всегда будут кривошипами. Мертвых положений механизм не имеет. Анализ CAD-модели показывает невысокую жесткость конструкции.

Расширяя анализ, отметим, что параллельность осей шарниров *BC* и *EF* является ключевым фактором, обеспечивающим замкнутость цепи. С точки зрения кинематики это приводит к тому, что траектории точек на этих звеньях описываются эллиптическими кривыми в пространстве, что можно моделировать с помощью уравнений Родригеса — Гамильтона. В мехатронных устройствах применение данного подхода позволит создавать конструкции, которым необходимо проходить сложные программируемые траектории. Например, автоматизированные или роботизированные сварные установки для сложных геометрических поверхностей.

Отметим, что в механизмах такого типа звенья, связанные со станиной, всегда будут кривошипами, что подразумевает возможность полного вращения, аналогичного вращению кривошипа в плоских механизмах. Мертвых положений механизм не имеет, что подтверждается анализом

матрицы кинематической цепи. Модель такого механизма показала его недостаточную жесткость по сравнению с другими механизмами, что можно объяснить повышенными моментами инерции в перекрещивающихся осях. Для количественной оценки жесткости пространственных nR-механизмов использованы методы конечных элементов, где деформации моделируются под действием внешних сил.

Если использовать пространственный 4R-механизм, где угол скрещивания осей шарниров ведущего кривошипа равен 20° (α_1), то, следовательно, на основании уравнения (2) угол скрещивания осей шарниров ведомого кривошипа также равен 20° (α_3) и по конструктивным требованиям длины у данных звеньев равны 200 мм, тогда длины звенев *2* и *4* (l_2, l_4) будут равны 350 мм. На основании уравнения (3) рассчитаем углы скрещивания осей шарниров звеньев *2* и *4* (α_2, α_4), они будут равны 36° и 45°. Рассчитанные значения параметров двух подобных пространственных 4R-механизмов дают возможность проанализировать зависимость жесткости конструкции пространственного 6R-механизма, полученного комбинированием из двух подобных механизмов, от угловых параметров. В результате получен график оценки жесткости звеньев пространственных nR-механизмов, полученных на основе метода конечных элементов. Зависимость жесткости механизма от угловых параметров приведена на рис. 2. В результате анализа данных можно подобрать необходимое значение угла скрещивания осей, что влияет на закон вращения данного звена и, соответственно, на кинематические параметры характерной точки мехатронного устройства.

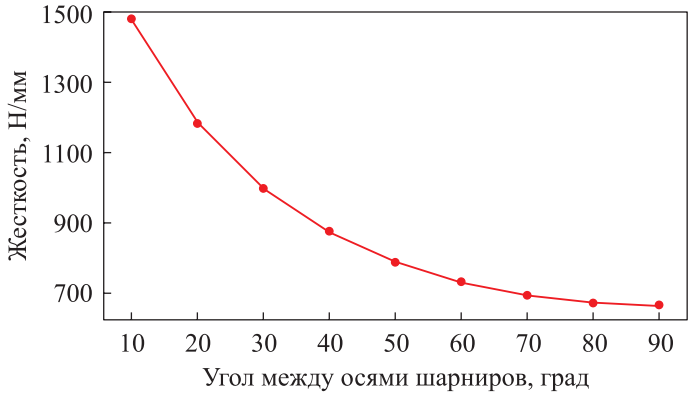


Рис. 2. Зависимость жесткости механизма от угла между осями шарниров

Отметим, что при проектировании мехатронных устройств для отрасли машиностроения можно использовать приведенный на рис. 2

график с учетом нагрузок на звено и подобрать необходимую модификацию механизма мехатронного устройства, что, в свою очередь, позволит повысить примерно на 20 % прочностные характеристики звена и, как следствие, прочность механизма.

В практическом плане пространственный 6R-механизм может применяться в роботизированных руках, где требуется синхронизированное движение нескольких сегментов, например, в хирургических роботах типа Да Винчи, где точность и отсутствие блокировок критичны. В связи с этим проведены исследования по определению зависимости деформации звеньев пространственного 6R-механизма под нагрузкой 50 Н от длины звеньев (рис. 3). На рис. 3 видны небольшие колебания, однако динамика графика изменяется после 0,6 м длины звена. В результате анализа параметров деформации выявлено, что такие модификации пространственного 6R-механизма нежелательно проектировать с длинами звеньев более 0,6 м.

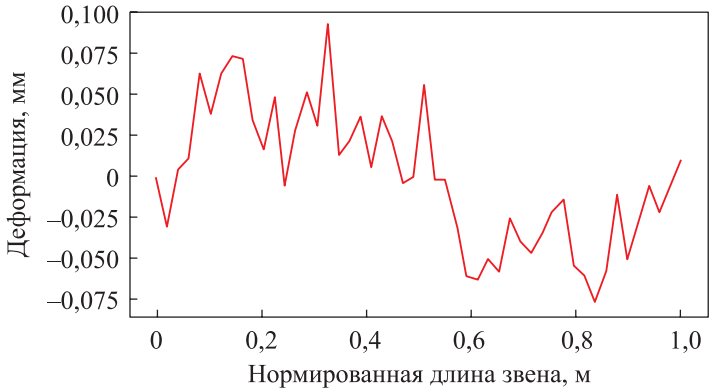


Рис. 3. Зависимость деформации звеньев пространственного 6R-механизма под нагрузкой 50 Н от нормированной длины звена

На основании (4) и зависимости, приведенной на рис. 3, можно подобрать соотношение длин звеньев и оптимизировать конструкцию так, чтобы увеличить на 20…30 % жесткость звена механизма и мехатронного устройства.

Комбинирование из трех подобных механизмов. Переходя к более сложным конфигурациям, рассмотрим комбинирование пространственного 6R-механизма из трех пространственных 4R-механизмов. Введем понятия последовательного и веерного объединения, что позволяет создавать механизмы с повышенной степенью свободы и, соответственно, с увеличенным числом сложных геометрических поверхностей для выполнения технологических процессов в промышленном дизайне. С науч-

ной точки зрения это связано с теорией модульного синтеза механизмов, разработанной в трудах И.И. Артоболевского и других советских ученых-механиков. В робототехнике такие механизмы применяют в механизмах для создания пространственных nR-механизмов, используемых в адаптивных манипуляторах.

Для подробного рассмотрения комбинирования данного типа возьмем три одинаковых пространственных 4R-механизма типа параллелограмм. Отметим, что у пространственных 4R-механизмов во время проектирования в кривошипах ось дальнего шарнира поворачивают по ходу часовой стрелки по отношению к ближайшему шарниру, по сравнению с пространственным 4R-механизмом типа антипараллелограмм, у которого в кривошипах ось дальнего шарнира поворачивают во время проектирования против хода часовой стрелки по отношению к ближайшему шарниру.

Схемы получения пространственного 6R-механизма путем последовательного объединения трех пространственных 4R-механизмов приведены на рис. 4. Для комбинирования взяты пространственные 4R-механизмы с контурами *ABCK*, *KCDL*, *LDEF* (рис. 4, *а*).

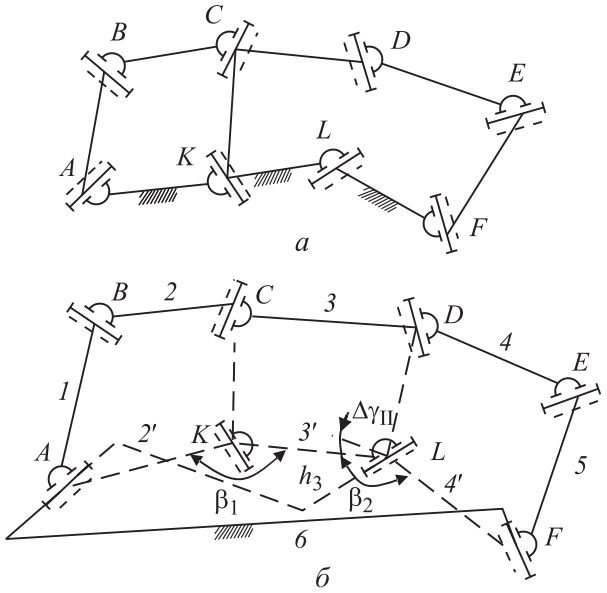


Рис. 4. Схемы получения пространственного 6R-механизма путем последовательного объединения трех пространственных 4R-механизмов

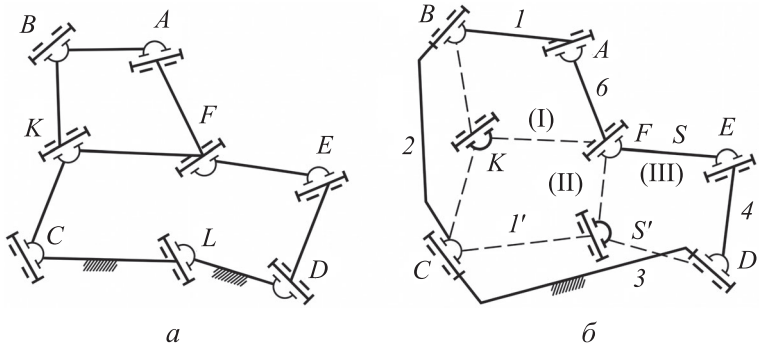
В первом случае, отбросив звенья *CK* и *DL* и соединив оси шарниров *A* и *F* звеном *6* (*AF*), получим шестизвенный механизм *ABCDEF* (см. рис. 4, *а*) однократной подвижности, параметры которого связаны:

$$\frac{l_1}{\sin\alpha_1}=\frac{l_2}{\sin\alpha_2}=\frac{l_3}{\sin\alpha_3}=\frac{l_4}{\sin\alpha_4}. \qquad (6)$$

Соотношение (6) представляет собой алгебраическое уравнение, вытекающее из условий замкнутости цепи, и может быть выведено через векторный анализ положений. Для детального расчета параметров комбинированного звена *6* (рис. 4, *б*), полученного путем объединения трех звеньев (см. рис. 4, *а*), воспользуемся следующей методикой. Вначале по формулам определяем параметры промежуточного звена *AL* (см. рис. 4, *б*), получаемого объединением двух звеньев *AK* и *KL*, и далее — параметры искомого звена *6* (*AF*), полученного в результате объединения звена *AL* и звена *4′* (*LF*). В указанные формулы надо подставить найденные параметры звена *AL*, звеньев *4′* или *4* (они одинаковы, т. е. $l_{4'}=l_4$ и $\alpha_{4'}=\alpha_4$) и вместо угла β_1 — разность углов β_2 и $\Delta\gamma_{II}$ (т. е. $\beta_2-\Delta\gamma_{II}$), а отрезок h в формуле заменить отрезком b_3. Отметим, что полученная последовательность и уравнения будут использованы при разработке метода автоматизированного синтеза пространственных nR-механизмов.

Исследования показывают, что также существует второй случай, по которому можно объединить три пространственных 4R-механизма. Отбросив звенья *FK* и *FL*, соединив оси шарниров *B* и *C*, *C* и *D* звеньями *2* (*BC*) и *3* (*CD*), получим пространственный 6R-механизм *ABCDEF*, также однократной подвижности (рис. 5, *б*). Параметры его определяются так:

$$\frac{l_1}{\sin\alpha_1}=\frac{l_4}{\sin\alpha_4}=\frac{l_5}{\sin\alpha_5}=\frac{l_6}{\sin\alpha_6}. \qquad (7)$$



а *б*

Рис. 5. Схемы получения пространственного 6R-механизма путем веерного объединения трех пространственных 4R-механизмов

В полученном пространственном 6R-механизме (рис. 5), как и в пространственном 6R-механизме, приведенном на рис. 4, оси шарниров ком-

бинированных звеньев в общем случае перекрещиваются, в частном случае они могут быть или параллельными или пересекаться. Звенья, связанные со станиной, всегда будут кривошипами. Наподобие ранее исследованной модификации пространственного 6R-механизма, структурные параметры звена *6* можно найти по уравнениям:

$$\alpha_3 = \arccos(\cos\alpha_2 \cos\alpha_4 + \sin\alpha_2 \sin\alpha_4 \sin\beta_1);$$
$$l_3 = \frac{\sin\alpha_6 \cdot l_2(\sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1 - \sin\alpha_2 \cos\alpha_4)}{(\sin\alpha_4 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \sin\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1} + \tag{8}$$
$$+ \frac{l_4(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 \cos\beta_1 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 - h_2 \sin\alpha_2 \sin\alpha_4 \cos\beta_1)}{(\sin\alpha_4 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \sin\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1}.$$

Конструктивные параметры звена *6* механизма, а именно смещение шарнира от кратчайшего расстояния для работоспособности механизма в мехатронных устройствах, можно определить по следующим уравнениям:

$$h_{CD}^C = -\left(\frac{\sin\alpha_4 \cdot h(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 \cos\beta_1 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2)}{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1} + \right.$$
$$\left. + \frac{(l_4 \sin\alpha_2 - l_2 \sin\alpha_4 \cos\alpha_6)\sin\beta_1}{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1} \right); \tag{9}$$
$$h_{CD}^D = -\left(\frac{\sin\alpha_2 \cdot h(\sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1 - \sin\alpha_2 \cos\alpha_4)}{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1} + \right.$$
$$\left. + \frac{(l_2 \sin\alpha_4 - l_4 \sin\alpha_2 \cos\alpha_6)\sin\beta_1}{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_4 - \sin\alpha_4 \cos\alpha_2 \cos\beta_1)^2 + \sin^2\alpha_4 \sin^2\beta_1} \right).$$

Многократные аналитические исследования и анализ CAD-модели показывают, что механизмы, приведенные на рис. 4 и 5, не имеют мертвых положений. Однако для увеличения жесткости необходимо оставить промежуточное звено, например, *KC* (см. рис. 4, *б*).

Основываясь на анализе пространственных 6R-механизмов и методах комбинирования, отметим, что для проектирования мехатронных устройств в машиностроении, станкостроении и робототехнических системах данные механизмы являются очень перспективными с точки зрения кинематических и конструктивных параметров. На основании полученных уравнений, в том числе (4) и (5) для синтеза пространственных 6R-механизмов из двух пространственных 4R-механизмов, а также (8) и (9) для синтеза пространственных 6R-механизмов из трех пространственных 4R-механизмов, создан скрипт на языке Python для автоматизации синтеза подобных пространственных 6R-механизмов.

Созданный для автоматизации синтеза пространственного 6R-механизма, получаемого объединением двух подобных 4R-механизмов, Python-скрипт содержит следующие условия:

– принимает в качестве входа параметры двух 4R-блоков (углы скрещивания, длины звеньев и др.);

– использует формулы/условия замыкания как систему уравнений;

– решает систему методом наименьших квадратов;

– выдает найденные параметры звена *6* и проверяет удовлетворение условий (в частности, работоспособность модификации механизма).

Для наглядности использования условий существования и уравнений определения параметров пространственных 6R-механизмов, получаемых путем объединения двух подобных 4R-механизмов и веерного объединения трех 4R-механизмов для проектирования мехатронных устройств, на рис. 6 и 7 приведены скриншоты частей программных кодов 1 и 2. В коде 1 представлены условия определения необходимых параметров, в том числе длины звена, угла скрещивания осей шарниров и смещения шарниров звена от кратчайшего расстояния. Программный код 1 дает возможность автоматизировать синтез пространственного 6R-механизма из двух подобных 4R-механизмов для проектирования мехатронных устройств.

```
x = [alpha6_rad, l6, hA, hF] -- набор, который будем искать
    def F(x):
        alpha6 = x[0]    # рад
        l6      = x[1]   # мм
        hA      = x[2]   # смещение шарнира от кратчайшего
расстояния (по A)
        hF      = x[3]   # смещение шарнира от кратчайшего
расстояния (по F)
lhs - rhs = 0,
         где lhs = cos(alpha6), rhs = big_expr(...) / nor-
malizing denominator.
        try:
           num = (math.cos(a_a4) * math.cos(a_a1) -
math.cos(a_a2) * math.sin(b_a2) * math.sin(b_a3))
            den = (math.sin(a_a4) * (math.sin(b_a1) *
math.cos(b_a2) + math.cos(b_a1) * math.sin(b_a2)))
            rhs = num / (den + 1e-12)
            eq1 = math.cos(alpha6) - rhs
        except Exception as e:
…
    result = synthesize_6R(params)
    print("Результат синтеза 6R:")
    for k,v in result.items():
    print(f"  {k}: {v}")
```

Рис. 6. Скриншот части программного кода 1

Аналогично с учетом полученных результатов комплексного анализа пространственного 6R-механизма и параметров и переменных для проектирования пространственного 6R-механизма путем веерного объединения трех пространственных 4R-механизмов в (8) и (9) также разработан программный код 2 для автоматизированного синтеза. В коде 1 есть основные части: начало, основные условия для определения образованного звена, в этом случае шестого звена и конец части кода, где будут приведены значения показателей длины звена, угла скрещивания осей шарниров и смещений шарниров от кратчайшего расстояния звена. Код 2, аналогично коду 1, дает возможность автоматизировать синтез пространственного 6R-механизма из трех 4R-механизмов для проектирования мехатронных устройств.

```
import math
import numpy as np
from scipy.optimize import least_squares
def deg2rad(d): return d * math.pi / 180.0
def rad2deg(r): return r * 180.0 / math.pi
def clamp(x, a=-1.0, b=1.0): return max(a, min(b, x))
…
    def residuals(x):
        alpha6 = x[0]
        l6     = x[1]
        hB     = x[2]
        hC     = x[3]
        hD     = x[4]
alpha6 = arccos( ... )
        α6 = arccos( NUM / DEN )
…
    result = synthesize_6R_fan(params_example, verbose=True)
    print
    for k, v in result.items():
           print(f"{k}: {v}")
```

Рис. 7. Скриншот части программного кода 2

Коды 1 и 2 разработаны в качестве части программного комплекса автоматизированного проектирования приводов мехатронных устройств для внедрения в КОМПАС-3D v23.

Обсуждение результатов. При последовательном объединении двух пространственных 4R-механизмов сохраняется однократная подвижность при условии равенства пропорций длин звеньев и углов между осями шарниров. Проверка с использованием матриц преобразований винтовых координат подтвердила корректность замкнутости цепей, а численные эксперименты показали увеличение до 20 % жесткости конструкции при опти-

мизации угловых параметров. В то же время определено, что веерное объединение трех пространственных 4R-механизмов обеспечивает более высокие жесткость и устойчивость по сравнению с последовательным соединением двух подобных пространственных 4R-механизмов. Использование метода конечных элементов (FEM) позволило увеличить до 35 % сопротивляемость циклическим нагрузкам, а деформацию звеньев при нагрузке 50 Н уменьшить на 15 % по сравнению с последовательными схемами.

Приведем ключевые параметры, полученные в результате комплексного анализа модификаций пространственных 6R-механизмов. Пространственный механизм, полученный путем последовательного объединения двух подобных пространственных 4R-механизмов (при отсутствии мертвых положений), имеет средние жесткость и динамическую устойчивость, применяется для экзоскелетов, манипуляторов. Пространственный механизм, полученный путем веерного объединения трех пространственных 4R-механизмов (также при отсутствии мертвых положений), наоборот, имеет высокие жестокость и динамическую устойчивость и применяется для промышленных роботов.

Предложенные схемы объединения пространственных 4R-механизмов имеют значительные преимущества по сравнению со схемами, предлагаемыми в других исследованиях. В то время как в классических пространственных 6R-механизмах часто наблюдаются сингулярности и потери жесткости, предложенные конструкции обеспечивают стабильную работу без мертвых положений. Последовательные схемы отличаются большей энергоэффективностью, что делает их перспективными для медицинских приложений и экзоскелетов, где требуется экономия энергии. Веерные схемы, напротив, выигрывают по жесткости и динамической устойчивости, что делает их более подходящими для промышленной робототехники, особенно в условиях многократных циклических нагрузок. Результаты динамического анализа позволяют утверждать, что такие механизмы могут использоваться в системах, работающих в условиях вибраций: снижение на 12…15 % амплитуды колебаний при оптимизации угловых параметров открывает перспективы применения в высокоточных роботах, включая хирургические установки. Отметим, что оптимизация углов α и β в матрицах преобразований винтовых координат может стать универсальным условием синтеза, исключающим сингулярные положения для любых комбинаций пространственного 4R-механизма. На основании уравнений (4), (5) и (8), (9) разработаны программные коды для автоматизации синтеза пространственных 6R-механизмов мехатронных устройств. Исследуя аналогичные программы автоматизации

проектирования выявили, что использование данного программного комплекса даст возможность разработать новые виды и модификации пространственных 6R-механизмов с повышенной точностью и большим диапазоном скоростных показателей.

Заключение. Проведенное исследование подтвердило перспективность применения пространственных 4R-механизмов для синтеза пространственных 6R-механизмов, обеспечивающих высокую подвижность, отсутствие мертвых положений и хорошие показатели устойчивости. Разработанные последовательный и веерный методы объединения показали свою эффективность в создании конструкций, отличающихся устойчивостью и предсказуемостью движения. Математический анализ с использованием винтовой теории и матричных преобразований позволил строго обосновать условия замкнутости цепей, что является ключевым требованием к корректной работе механизмов.

Численное моделирование с применением метода конечных элементов подтвердило увеличение жесткости и снижение деформаций при оптимизации параметров, а также выявило характерные резонансные частоты и диапазоны их подавления.

Анализируя энергоэффективность мехатронных устройств определили, что последовательные конфигурации имеют более высокий КПД и ориентированы на медицинские и биомеханические применения, тогда как веерные конструкции обеспечивают преимущество по жесткости и динамической устойчивости, что делает их перспективными для промышленной робототехники.

Сравнение полученных результатов с существующими результатами исследований в области пространственных 6R-механизмов подтверждает научную новизну предложенного подхода. Если традиционные конструкции нередко сталкивались с проблемами сингулярностей и недостаточной жесткости, то приведенные в настоящей работе модели демонстрируют комплексное решение этих задач. Кроме того, полученные уравнения используются для разработки программных кодов, которые являются частью программного комплекса для автоматизированного проектирования приводов мехатронных устройств.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. М., Изд-во АН СССР, 1952.

[2] Макарова Е.А., Ветлицын М.Ю., Шаронов Н.Г. Адаптивные захваты робототехнических систем. *Известия ВолгГТУ*, 2023, № 4, с. 57–63.
DOI: https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-4-275-57-63

[3] Глазунов В.А. Методологические проблемы развития технических наук (на материале теории механизмов и машин). Дис. … канд. фил. наук. Иваново, Ивановская гос. хим.-технол. акад., 1999.

[4] Глазунов В.А. Методологические проблемы теоретической робототехники. Дис. … д-ра фил. наук. М., Институт философии РАН, 2003.

[5] Глазунов В.А., Ларюшкин П.А., Шалюхин К.А. и др. Структура, кинематика и прототипирование параллельного манипулятора с удаленным центром вращения. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2023, № 6, с. 54–61. DOI: https://doi.org/10.31857/S0235711923060081

[6] Глазунов В.А., Скворцов С.А., Ковалева Н.Л. и др. Решение задачи о скоростях и положениях для модифицированного механизма ротопода с четырьмя кинематическими цепями. *Станкоинструмент*, 2025, № 3, с. 68–71.
DOI: https://doi.org/10.22184/2499-9407.2025.40.3.68.71

[7] Глазунов В.А., Левин С.В., Шалюхин К.А. Разработка электромеханических манипуляторов на основе постоянных магнитов. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2025, № 2, с. 70–75. DOI: https://doi.org/10.52261/023462062025270

[8] Дворников Л.Т. В доказательство состоятельности опыта структурного синтеза механизмов. *Теория механизмов и машин*, 2006, № 1, т. 4, с. 44–48. EDN: KZHIWR

[9] Воробьева Н.С., Несмиянов И.А., Дяшкин А.В. и др. Робототехнический комплекс для возделывания овощных культур. *Известия ВолгГТУ*, 2024, № 4, с. 41–44. EDN: MTXZTD

[10] Ларюшкин П.А., Хрестина А.А., Синицына Ю.В. и др. К вопросу структурного синтеза кинематических цепей сферических механизмов параллельной структуры с линейными приводами. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2025, № 2, с. 3–11. DOI: https://doi.org/10.7868/s3034580425020012

[11] Ларюшкин П.А., Хрестина А.А., Синицына Ю.В. и др. Анализ особых положений кинематических цепей сферических параллельных манипуляторов с линейными приводами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 7, с. 15–25. EDN: OZWYUP

[12] Ларюшкин П.А., Исполов Е.М., Долгих А.И. Решение задачи о положениях и исследование рабочей зоны плоского кинематически избыточного механизма параллельной структуры. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 11, с. 20–28. EDN: VUIBRW

[13] Коловский М.З. О некоторых направлениях модернизации курса ТММ. *Теория механизмов и машин*, 2003, № 1, с. 3–29. EDN: OKBAJF

[14] Жога В.В., Нелюбова А.В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. *Известия ВолгГТУ*, 2024, № 4, с. 60–65. EDN: OFYWSE

[15] Жога В.В., Нелюбова А.В. Кинематический синтез аналитических законов перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 9, с. 29–36. EDN: QHQDGZ

[16] Малышев А.П. Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры. *Известия Томского технологического института*, 1923, т. 44, № 2, с. 95.

[17] Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов. М., Машиностроение, 1972.

[18] Идрисова С.М., Марчук Е.А., Малолетов А.В. Исследование деформаций металлических башен — опор параллельного тросового робота. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2022, № 2, с. 113–123.
DOI: https://doi.org/10.52261/02346206_2022_2_113

[19] Марчук Е.А., Калинин Я.В., Иванов М.А. и др. О выборе математических моделей висячих элементов при проектировании крупногабаритного параллельного тросового робота. *Известия ВолгГТУ*, 2022, № 9, с. 56–62.
DOI: https://doi.org/10.35211/1990-5297-2022-9-268-56-62

[20] Ветлицын М.Ю., Шаронов Н.Г., Малолетов А.В. и др. Разработка комплекса испытательных средств для исследования адаптивных реконфигурируемых структур. *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2023, № 4, с. 99–106.
EDN: VNQGDK

[21] Bennett G.T. The parallel motion of Sarrus and some allied mechanisms. *Philosophy Magazine,* 1905, vol. 6, no. 9, pp. 803–810.

[22] Bo L., Jianzhong S., Appleton E., et al. Kinematics analysis of a 5-DOF anthropopathic arm based on Sarrus linkage. *J. Mech. Eng.*, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 18–23. DOI: https://doi.org/10.3901/JME.2013.03.018

[23] He X., Kong X., Chablat D., et al. Kinematic analysis of a single-loop reconfigurable 7R mechanism with multiple operation modes. *Robotica*, 2014, vol. 32, no. 7, pp. 1171–1188. DOI: https://doi.org/10.1017/S0263574713001197

[24] Hoover A.M., Fearing R.S. Analysis of off-axis performance of compliant mechanisms with applications to mobile millirobot design. *Proc. IROS*, 2009, pp. 2770–2776.
DOI: https://doi.org/10.1109/IROS.2009.5354374

[25] Zhao Y., Li T., Yu X., et al. Mobility analysis of a Sarrus linkage-like 7-R single closed loop mechanism. *IEEE ICRA*, 2013, pp. 4171–4176.
DOI: https://doi.org/10.1109/ICRA.2013.6631166

[26] Minor M., Burroughs M., Freckleton K., et al. Sarrus-based passive mechanism for rotorcraft perching. *J. Mechanisms Robotics*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 1–11.

[27] Sahai R., Srinath A., Groff R., et al. Towards a 3g crawling robot through the integration of microrobot technologies. *IEEE ICRA*, 2006, pp. 296–302.
DOI: https://doi.org/10.1109/ROBOT.2006.1641727

[28] Zhang K., Dai J.S. Trifurcation of the evolved Sarrus-motion linkage based on parametric constraints. In: *Advances in robot kinematics*. Springer, 2014, pp. 345–353.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-06698-1_36

[29] Chen Y., You Z. An extended Myard linkage and its derived 6R linkage. *J. Mech. Des.*, 2008, vol. 130, no. 5, art. 052301. DOI: https://doi.org/10.1115/1.2885506

[30] Liu K., Ma H., Liu J., et al. Geometric construction and reconfiguration analysis of multi-mode two-loop spatial mechanisms and their multi-loop extensions. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 213, art. 106083.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106083

[31] Hu S., Li R., Kong X., et al. A dynamics-based method for determining the local finite mobility of single-loop spatial mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 214, art. 106097. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106097

[32] Мудров А.Г. Разработка пространственных перемешивающих устройств нового поколения, применяемых в сельском хозяйстве и промышленности. Дис. … д-ра техн. наук. Казань, КазГСХА, 1999.

[33] Яруллин М.Г., Галиуллин И.А. Исследование механизма Брикарда с помощью алгоритмов компьютерной графики. *Вестник технологического университета*, 2015, т. 18, № 21, с. 137–140. EDN: VDKHPD

[34] Alizade R.I., Kiper G., Dede M.I.C., et al. Derivation of input/output relationships for the Bennett 6R linkages based on the method of decomposition. In: *New advances in mechanisms, transmissions and applications*. Springer, 2014, pp. 225–231.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-007-7485-8_28

[35] Kong X. Type synthesis of variable-DOF single-loop spatial mechanisms using Bennett 4R mechanisms and Goldberg 5R mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 206, art. 105902. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105902

[36] Liu K., Kong X., Yu J. Algebraic synthesis of single-loop 6R spatial mechanisms for constant velocity transmission between two adjacent parallel, intersecting or skew axes. *Mech. Mach. Theory*, 2024, vol. 200, art. 105725.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105725

[37] Мудров А.П., Хабибуллин Ф.Ф., Пикмуллин Г.В. и др. Синтез пространственных пяти- и шестизвенных механизмов с вращательными парами по движению выходного звена. *Вестник Казанского государственного аграрного университета*, 2022, т. 17, № 2, с. 92–98. DOI: https://doi.org/10.12737/2073-0462-2022-92-98

[38] Пикмуллин Г.В., Мудров А.П. Использование механизма Беннетта. *Современное состояние и перспективы развития технической базы агропромышленного*

комплекса. Науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. Казань, Казанский ГАУ, 2021, с. 372–379. EDN: BNVDHV

[39] Chen Z., Kong X., Zhao C., et al. Type synthesis of 3-RSR equivalent 2R1T parallel mechanisms based on screw theory. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 211, art. 106032. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106032

Хабибуллин Фаниль Фаргатович — канд. техн. наук, заведующий кафедрой машиноведения и инженерной графики КНИТУ-КАИ (Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 10).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Хабибуллин Ф.Ф. Анализ методов комбинирования и разработка программы автоматизированного синтеза пространственных 6R-механизмов для мехатронных устройств. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2026, № 3 (158), с. 120–142. EDN: JQLHEO

ANALYSIS OF COMBINATION METHODS AND DEVELOPMENT OF A SOFTWARE PACKAGE FOR SYNTHESIZING SPATIAL SIX-LINK MECHANISMS FOR MECHATRONIC DEVICES

F.F. Khabibullin ffkhabibullin@kai.ru

KNITU-KAI, Kazan, Russian Federation

Abstract

This article examines the theoretical foundations of the structural synthesis of spatial six-link mechanisms applicable to mechatronic devices for solving technological processes. The results of an analysis of existing methods for combining spatial four-link mechanisms are presented. Conclusions and recommendations for selecting methods for combining spatial four-link mechanisms are presented based on the intended use of mechatronic devices developed using these combination methods. Equations are derived for the synthesis of a spatial six-link mechanism by combining two similar spatial four-link mechanisms. Equations are also derived for the synthesis of a spatial six-link mechanism by "fan-shaped" combination of three spatial four-link mechanisms. Based on the obtained equations for synthesizing a spatial six-link mechanism, software codes were developed for synthesizing a spatial six-link mechanism by combining two simi-

Keywords

Spatial mechanism, crank, rotary motion transmission, mechanism synthesis, mechanism combination, CAD, software code

lar spatial four-link mechanisms and by “fan-shaped” combining three spatial four-link mechanisms. The potential for using these software codes for the KOMPAS-3D v23 automated design software package is presented. Recommendations for using the software package for designing mechatronic devices based on spatial six-link mechanisms are presented

Received 17.11.2025
Accepted 15.01.2026
© Author(s), 2026

The work was carried out within the framework of business agreement no. 526 dated 11.04.2025, on the topic “Development of an Automated Design System for Mechatronic Device Drives” and with the support of a grant from the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, educational institutions of higher education, scientific and other organizations are supported in their efforts to develop human resources by encouraging their scientific and scientific-pedagogical staff to defend doctoral dissertations and carry out research work (agreement no. 15/2025-PD-KAI dated 22.12.2025)

REFERENCES

[1] Assur L.V. Issledovanie ploskikh sterzhnevykh mekhanizmov s nizshimi parami s tochki zreniya ikh struktury i klassifikatsii [Research of planar linkage mechanisms with lower pairs from the viewpoint of their structure and classification]. Moscow, AN SSSR Publ., 1952.

[2] Makarova E.A., Vetlitsyn M.Yu., Sharonov N.G. Adaptive grippers of robotic systems. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2023, no. 4, pp. 57–63 (in Russ.). DOI: https://doi.org/10.35211/1990-5297-2023-4-275-57-63

[3] Glazunov V.A. Metodologicheskie problemy razvitiya tekhnicheskikh nauk (na materiale teorii mekhanizmov i mashin). Dis. kand. fil. nauk [Methodological problems of development of technical sciences (based on the theory of mechanisms and machines). Cand. Phil. Sc. Diss.]. Ivanovo, Ivanovskaya gos. khim.-tekhnol. akad., 1999 (in Russ.).

[4] Glazunov V.A. Metodologicheskie problemy teoreticheskoy robototekhniki. Dis. d-ra fil. nauk [Methodological problems of theoretical robotics. Cand. Phil. Sc. Diss.]. Moscow, Institut Filosofii RAN, 2003 (in Russ.).

[5] Glazunov V.A., Laryushkin P.A., Shalyukhin K.A., et al. Structure, kinematics, and prototyping of a parallel manipulator with a remote center of rotation. *J. Mach. Manuf. Reliab*., 2023, vol. 52, no. 6, pp. 585–591. DOI: https://doi.org/10.1134/S1052618823060080

[6] Glazunov V.A., Skvortsov S.A., Kovaleva N.L., et al. Solution to the problem of velocities and positions for the modified rotopod mechanism with four kinematic chains. *Stankoinstrument*, 2025, no. 3, pp. 68–71 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.22184/2499-9407.2025.40.3.68.71

[7] Glazunov V.A., Levin S.V., Shalyukhin K.A. Solution to the problem of velocities and positions for the modified rotopod mechanism with four kinematic chains. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii*, 2025, no. 2, pp. 70–75 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.52261/023462062025270

[8] Dvornikov L.T. In proof of the validity of structural synthesis experience of mechanisms. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines], 2006, no. 1, vol. 4, pp. 44–48 (in Russ.). EDN: KZHIWR

[9] Vorobyeva N.S., Nesmiyanov I.A., Dyashkin A.V., et al. A robotic complex for the cultivation of vegetable crops. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2024, no. 4, pp. 41–44 (in Russ.). EDN: MTXZTD

[10] Laryushkin P.A., Khrestina A.A., Sinitsyna Yu.V., et al. The issue of type synthesis of kinematic chains of spherical parallel mechanisms with linear drives. *J. Mach. Manuf. Reliab*., 2025, vol. 54, no. 2, pp. 125–132. DOI: https://doi.org/10.1134/S1052618824701760

[11] Laryushkin P.A., Khrestina A.A., Sinitsyna Yu.V., et al. Singularity analysis of the kinematic chains of parallel manipulators with the linear drives. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2025, no. 7, pp. 15–25 (in Russ.). EDN: OZWYUP

[12] Laryushkin P.A., Ispolov E.M., Dolgikh A.I. Solving the working area positioning and studying problem in the kinematically redundant parallel structure mechanism. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2023, no. 11, pp. 20–28 (in Russ.). EDN: VUIBRW

[13] Kolovskiy M.Z. On some directions of TMM course modernization. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines], 2003, no. 1, pp. 3–29 (in Russ.). EDN: OKBAJF

[14] Zhoga V.V., Nelyubova A.V. Substantiation of the computational dynamics scheme for a parallel-serial structure manipulator with additional coupling. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2024, no. 4, pp. 60–65 (in Russ.).
EDN: OFYWSE

[15] Zhoga V.V., Nelyubova A.V. Kinematic synthesis of analytical laws of the actuator displacement of a manipulator with the parallel-sequential structure and additional coupling. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2024, no. 9, pp. 29–36 (in Russ.). EDN: QHQDGZ

[16] Malyshev A.P. Analysis and synthesis of mechanisms from the viewpoint of their structure. *Izvestiya Tomskogo tekhnologicheskogo instituta*, 1923, vol. 44, no. 2, p. 95 (in Russ.).

[17] Reshetov L.N. Konstruirovanie ratsionalnykh mekhanizmov [Design of rational mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie, 1972.

[18] Idrisova S.M., Marchuk E.A., Maloletov A.V. Study of deformations of metal towers — supports of a parallel cable-driven robot. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii* [Problems of Mechanical Engineering and Automation], 2022, no. 2, pp. 113–123 (in Russ.). DOI: https://doi.org/10.52261/02346206_2022_2_113

[19] Marchuk E.A., Kalinin Ya.V., Ivanov M.A., et al. On mathematical modeling of sagging elements of large-sized parallel cable-driven robot. *Izvestiya VolgGTU* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2022, no. 9, pp. 56–62 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.35211/1990-5297-2022-9-268-56-62

[20] Vetlitsyn M.Yu., Sharonov N.G., Maloletov A.V., et al. Development of a complex of testing tools for studying adaptive reconfigurable structures. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii* [Problems of Mechanical Engineering and Automation], 2023, no. 4, pp. 99–106 (in Russ.). EDN: VNQGDK

[21] Bennett G.T. The parallel motion of Sarrus and some allied mechanisms. *Philosophy Magazine*, 1905, vol. 6, no. 9, pp. 803–810 (in Russ.).

[22] Bo L., Jianzhong S., Appleton E., et al. Kinematics analysis of a 5-DOF anthropopathic arm based on Sarrus linkage. *J. Mech. Eng.*, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 18–23.
DOI: https://doi.org/10.3901/JME.2013.03.018

[23] He X., Kong X., Chablat D., et al. Kinematic analysis of a single-loop reconfigurable 7R mechanism with multiple operation modes. *Robotica*, 2014, vol. 32, no. 7, pp. 1171–1188. DOI: https://doi.org/10.1017/S0263574713001197

[24] Hoover A.M., Fearing R.S. Analysis of off-axis performance of compliant mechanisms with applications to mobile millirobot design. *Proc. IROS*, 2009, pp. 2770–2776.
DOI: https://doi.org/10.1109/IROS.2009.5354374

[25] Zhao Y., Li T., Yu X., et al. Mobility analysis of a Sarrus linkage-like 7-R single closed loop mechanism. *IEEE ICRA*, 2013, pp. 4171–4176.
DOI: https://doi.org/10.1109/ICRA.2013.6631166

[26] Minor M., Burroughs M., Freckleton K., et al. Sarrus-based passive mechanism for rotorcraft perching. *J. Mechanisms Robotics*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 1–11.

[27] Sahai R., Srinath A., Groff R., et al. Towards a 3g crawling robot through the integration of microrobot technologies. *IEEE ICRA*, 2006, pp. 296–302.
DOI: https://doi.org/10.1109/ROBOT.2006.1641727

[28] Zhang K., Dai J.S. Trifurcation of the evolved Sarrus-motion linkage based on parametric constraints. In: *Advances in robot kinematics*. Springer, 2014, pp. 345–353.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-06698-1_36

[29] Chen Y., You Z. An extended Myard linkage and its derived 6R linkage. *J. Mech. Des.*, 2008, vol. 130, no. 5, art. 052301. DOI: https://doi.org/10.1115/1.2885506

[30] Liu K., Ma H., Liu J., et al. Geometric construction and reconfiguration analysis of multi-mode two-loop spatial mechanisms and their multi-loop extensions. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 213, art. 106083.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106083

[31] Hu S., Li R., Kong X., et al. A dynamics-based method for determining the local finite mobility of single-loop spatial mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 214, art. 106097. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106097

[32] Mudrov A.G. Razrabotka prostranstvennykh peremeshivayushchikh ustroystv novogo pokoleniya, primenyaemykh v selskom khozyaystve i promyshlennosti. Dis. d-ra tekh. nauk [Development of new generation spatial mixing devices used in agriculture and industry. Dr. Sc. (Eng.). Diss.]. Kazan, KazGSKhA, 1999 (in Russ.).

[33] Yarullin M.G., Galiullin I.A. Study of the Bricard mechanism using computer graphics algorithms. *Vestnik tekhnologicheskogo universiteta* [Herald of Technological University], 2015, vol. 18, no. 21, pp. 137–140 (in Russ.). EDN: VDKHPD

[34] Alizade R.I., Kiper G., Dede M.I.C., et al. Derivation of input/output relationships for the Bennett 6R linkages based on the method of decomposition. In: *New advances in mechanisms, transmissions and applications*. Springer, 2014, pp. 225–231.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-007-7485-8_28

[35] Kong X. Type synthesis of variable-DOF single-loop spatial mechanisms using Bennett 4R mechanisms and Goldberg 5R mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 206, art. 105902. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105902

[36] Liu K., Kong X., Yu J. Algebraic synthesis of single-loop 6R spatial mechanisms for constant velocity transmission between two adjacent parallel, intersecting or skew axes. *Mech. Mach. Theory*, 2024, vol. 200, art. 105725.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105725

[37] Mudrov A.P., Khabibullin F.F., Pikmullin G.V., et al. Synthesis of spatial five- and six-link mechanisms with rotational pairs by the movement of the output link. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* [Vestnik of Kazan State Agrarian University], 2022, vol. 17, no. 2, pp. 92–98 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.12737/2073-0462-2022-92-98

[38] Pikmullin G.V., Mudrov A.P. [Using the Bennett mechanism]. *Sovremennoe sostoyanie i perspektivy razvitiya tekhnicheskoy bazy agropromyshlennogo kompleksa. Nauch. tr. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Current State and Prospects of Developing Technical Base of Agro-Industrial Complex. Proc. Int. Sc.-Pract. Conf.]. Kazan, Kazanskiy GAU Publ., 2021, pp. 372–379 (in Russ.). EDN: BNVDHV

[39] Chen Z., Kong X., Zhao C., et al. Type synthesis of 3-RSR equivalent 2R1T parallel mechanisms based on screw theory. *Mech. Mach. Theory*, 2025, vol. 211, art. 106032.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2025.106032

Khabibullin F.F. — Cand. Sc. (Eng.), Head of the Department of Mechanical Science and Engineering Graphics, KNRTU-KAI (Karla Marksa ul. 10, Kazan, 420111 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Khabibullin F.F. Analysis of combination methods and development of a software package for synthesizing spatial six-link mechanisms for mechatronic devices. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2026, no. 3 (158), pp. 120–142 (in Russ.). EDN: JQLHEO