УДК 532.528

Анализ зависимости частот кавитационных автоколебаний от подачи и кавитационного запаса центробежного насоса с боковым подводом

А.А. Проценко, П.М. Шкапов, В.О. Ломакин, И.О. Запорожец

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Analysis of the dependence of the frequencies of cavitation self-oscillations on the supply and cavitation reserve of a centrifugal pump with a side inlet

A.A. Protsenko, P.M. Shkapov, V.O. Lomakin, I.O. Zaporozhets

Bauman Moscow State Technical University

Приведены результаты анализа кавитационных автоколебаний в центробежном насосе с боковым подводом на основе экспериментальных данных периода колебаний при изменении подачи и кавитационного запаса *NPSH*. Построена аппроксимирующая поверхность периода колебаний *T* в зависимости от подачи *Q* и кавитационного запаса *NPSH*, выявлены зоны различной чувствительности периода колебаний к изменению каждого параметра. С помощью метода Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) получено дифференциальное уравнение в частных производных, отражающее динамику системы. Построены карты градиентов и зон согласованного/противоположного воздействия разных параметров на период колебаний, а также карта кривизны поверхности *T*(*Q*, *NPSH*) по собственным значениям матрицы Гессе. Результаты исследования можно использовать для прогнозирования и оптимизации рабочих режимов насосных установок; а также для адаптации проточных частей лопастных насосов типа ВВ3, работающих в условиях вакуума на входе и субоптимальных подач. Анализ полученных данных полезен для описания процесса кавитационных автоколебаний.

EDN: QFDWCH, https://elibrary/qfdwch

Ключевые слова: кавитационные автоколебания, центробежный насос, кавитационный запас, устойчивость колебаний

This paper presents an analysis of cavitation-induced self-oscillations in a centrifugal vane pump with a side inlet. The study is based on experimental data characterizing the oscillation period *T* as a function of flow rate *Q* and net positive suction head *NPSH*. An approximating surface *T*(*Q*, *NPSH*) is constructed, enabling the identification of zones with varying sensitivity of the period to changes in each operational parameter. A partial differential equation, derived using the Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) method, models the underlying system dynamics. The analysis further includes the construction of gradient maps to delineate zones of synergistic and antagonistic parameter influence, as well as a curvature map based on the eigenvalues of the Hessian matrix. The results provide a

foundation for predicting and optimizing pump operating regimes to mitigate cavitation oscillations. Furthermore, the findings offer insights for adapting the flow paths in BB3-type vane pumps operating under inlet vacuum conditions and in regimes characterized by a flow rate below the optimal operating point. The analysis yields new perspectives on the mechanisms governing cavitation self-oscillations.

EDN: QFDWCH, https://elibrary/qfdwch

Keywords: cavitation frequencies, self-oscillations, centrifugal pump, cavitation reserve, oscillation stability

В гидравлических машинах, включая центробежные насосы (ЦН), кавитационные автоколебательные процессы представляют собой сложные нелинейные явления, зависящие от взаимодействия гидродинамических, кавитационных и конструкционных факторов [1, 2]. Их развитие приводит к негативным последствиям — резкому росту вибраций, снижению коэффициента полезного действия и износу рабочих органов [3, 4], а также указывает на особые режимы работы оборудования [5].

К параметрам, определяющим условия возникновения кавитационных автоколебаний, относятся кавитационный запас *NPSH* (Net Positive Suction Head — чистая положительная высота всасывания), характеризующий превышение полного напора на входе в ЦН над напором насыщенного пара, и подача Q , отражающая гидравлическую нагрузку [6, 7]. Их сочетание формирует область устойчивых и неустойчивых режимов, причем границы между ними зависят от конструкции ЦН, режима эксплуатации и гидравлических условий.

Традиционные подходы к изучению подобных процессов включают в себя экспериментальные исследования, построение аналитических моделей гидродинамической устойчивости и численное моделирование (Computational Fluid Dynamics) кавитационных явлений [8, 9]. Однако такие методы часто характеризуются большими затратами времени и ресурсов, а получаемые результаты все равно требуют экспериментальной верификации.

Цель работы — анализ зависимости частот кавитационных автоколебаний от подачи и кавитационного запаса ЦН с боковым подводом.

Предложен метод анализа автоколебаний в насосной системе на основе экспериментальных данных. Построена аппроксимирующая поверхность периода колебаний T в зависимости от подачи Q и кавитационного запаса *NPSH*. На основе анализа значений частных производных исследована чувствительность периода колебаний к изменению параметров Q и *NPSH*, получено дифференциальное уравнение, решение которого совпадает с аппроксимирующей поверхностью. Полученные результаты позволяют выделить критические области параметров и оценить устойчивость колебательных режимов, что можно использовать для оптимизации эксплуатации насосных установок [10–16].

Экспериментальные исследования. Натурные испытания выполнены на специализированном ЦН, смонтированном на калиброванном испытательном стенде, соответствующем требованиям первого класса точности по ГОСТ 6134–2007 (Насосы динамические. Методы испытаний). Система измерений включала в себя аналоговые датчики давления, расположенные на камерах осреднения давления со стороны всасывающего и нагнетательного патрубков, индукционный расходомер, моментомерную муфту и датчики температуры.

Основное конструктивное решение — выполнение передней крышки ЦН и части секций проточной части из монолитного оргстекла, что обеспечило возможность прямой высокоскоростной видеорегистрации кавитационных процессов в проточной части, для чего использована камера с выдержкой 40 мс и частотой кадров 5400 кадров/с.

Для обеспечения температурной стабилизации перекачиваемой по замкнутому контуру жидкости спроектирована система охлаждения с использованием градирной установки ГРД-12М.

В ходе испытаний выбраны диапазоны изменения подачи Q и кавитационного запаса *NPSH*, соответствующие кавитационным автоколебательным режимам, и ближайшие к ним.

Результаты эксперимента. В процессе экспериментальных исследований зафиксированы кавитационные автоколебания, сопровождавшиеся интенсивными вибрациями испытатель-

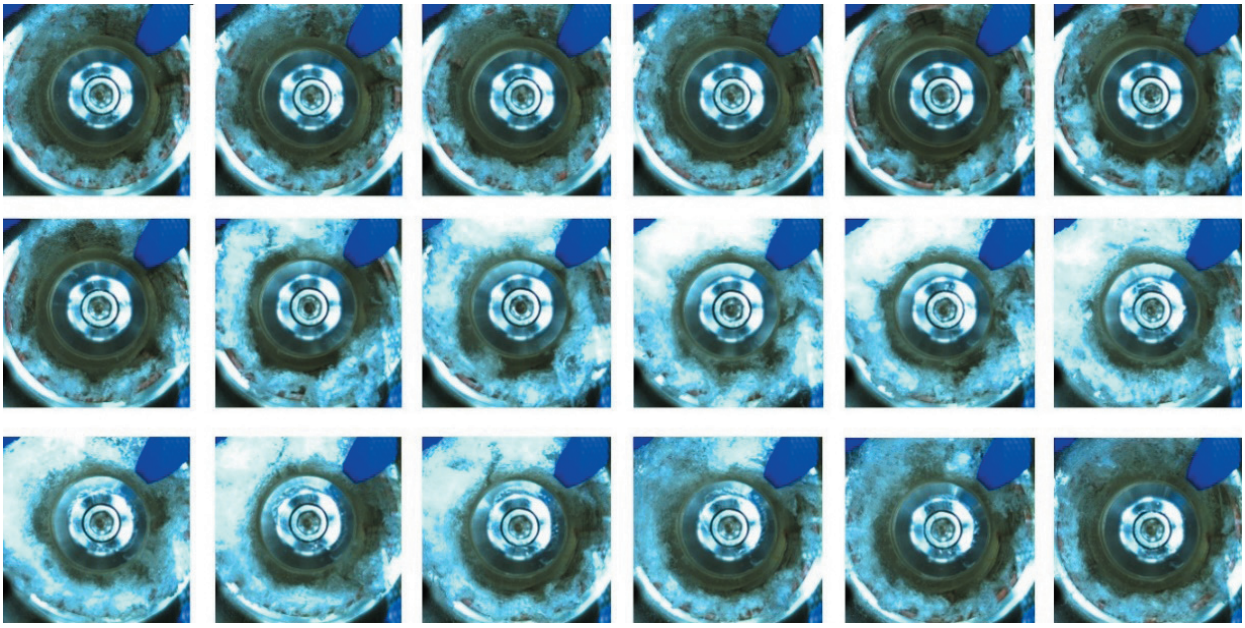


Рис. 1. Раскадровка высокоскоростной сьемки потока в проточной части ЦН

ного стенда. Анализ высокоскоростной видеозаписи позволил выявить динамику развития кавитационных каверн в проточной части ЦН и определить период колебаний. Раскадровка высокоскоростной сьемки потока в проточной части ЦН показана на рис. 1, где временной шаг между кадрами составляет 0,02 с.

Определение полиномиальной функциональной зависимости. На основе экспериментальных данных методом наименьших квадратов выполнена аппроксимация зависимости периода колебаний T от подачи Q и кавитационного запаса $NPSH$ полиномом третьей степени.

При этом в области низких значений кавитационного запаса развитым колебательным процессам предшествует стадия малоамплитудных высокочастотных колебаний, визуально слабо выраженных. Точное определение периода указанных колебаний в ходе видеорегистрации затруднено ввиду их малой амплитуды и высокой частоты.

В процессе аппроксимации принято допущение, что при значениях кавитационного запаса, превышающих верхнюю границу диапазона $NPSH$, в котором существуют автоколебания, период асимптотически стремится к нулю. При уменьшении $NPSH$ ниже минимального значения диапазона, в котором существуют автоколебания, происходит кавитационный срыв (кавитационная каверна полностью перекрывает межлопастные каналы, останавливая колебательный процесс), сопровождаемый падением напора ЦН до нуля.

Для математического описания этого режима период колебаний (в действительности стремящийся к бесконечности) условно принят равным 1000 с, что на несколько порядков превышает значения, характерные для остальной области эксперимента. Средняя абсолютная ошибка аппроксимации не превышала 0,017 с, а средняя относительная ошибка составила около 5 %. Приведенная на рис. 2 аппроксимирующая поверхность периода колебаний определяется полиномом

$$T = 0,00303 + 0,06275Q - 0,77683NPSH + \\ + 0,34006NPSH^2 - 0,0003045Q^2 - \\ - 0,02008QNPSH - 0,08435NPSH^3 + \\ + 0,009444QNPSH^2 - 0,0003296Q^2NPSH + \\ + 0,0000057Q^3,$$

$$0 \le T \le 1.$$

Анализ условного изменения периода колебаний T выполнен в двух постановках: при фиксированной подаче Q и кавитационном запасе $NPSH$ = 0…6 м; при фиксированном $NPSH$ и Q = 0…85 м³/ч. Для определения плотности распределения периода колебаний использована ядерная оценка (Kernel Density Estimation — KDE) на 20 000 выборках, визуализация ограничена диапазоном T = 0…2 с.

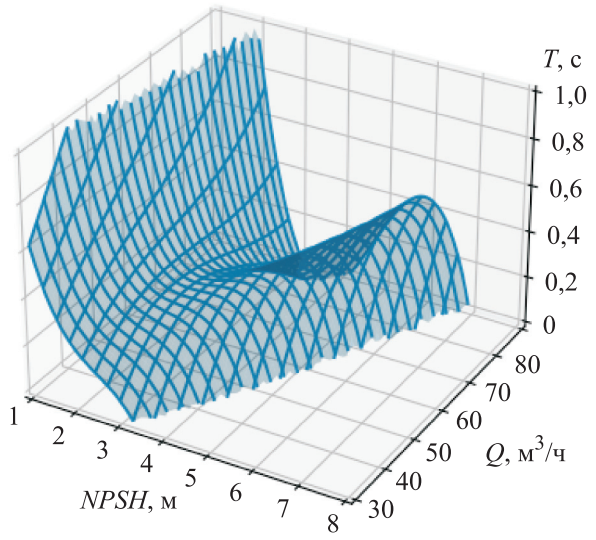


Рис. 2. Аппроксимирующая поверхность периода колебаний T

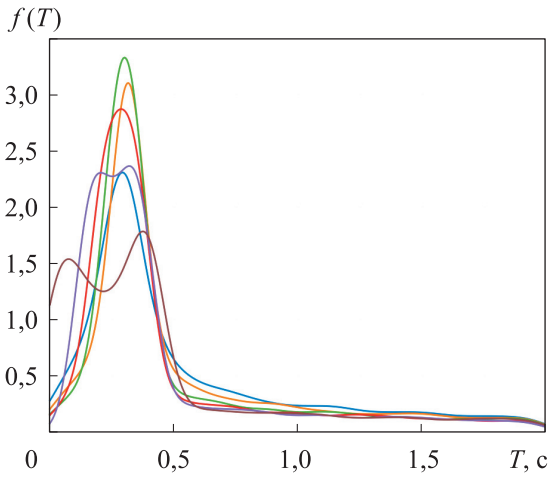


Рис. 3. График плотности распределения периода колебаний при подаче Q = 45 (—), 55 (—), 65 (—), 70 (—), 75 (—) и 85 м³/ч (—)

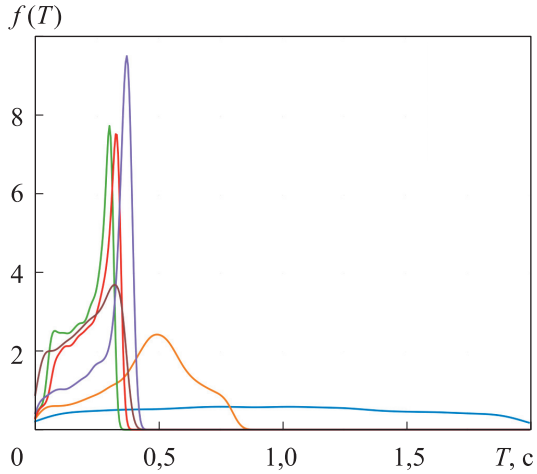


Рис. 4. График плотности распределения периода колебаний T при кавитационном запасе $NPSH$ = 1 (—), 2 (—), 3 (—), 4 (—), 5 (—) и 6 м (—)

График плотности распределения периода колебаний T при подаче Q = 45, 55, 65, 70, 75 и 85 м³/ч показан на рис. 3. Видно, что увеличение подачи Q смещает плотность распределения периода колебаний в область его меньших значений и снижает разброс (рис. 3).

График плотности распределения периода колебаний T при кавитационном запасе $NPSH$ = = 1, 2, 3, 4, 5, и 6 м приведен на рис. 4. Минимальные значения плотности распределения периода колебаний и наименьший разброс наблюдаются при кавитационном запасе $NPSH$ = 3 и 4 м.

Анализ полученных данных позволяет заключить следующее. При росте подачи Q кривые плотности распределения периода колебаний сжимаются и смещаются к меньшим значениям периода колебаний T. Кавитационный запас оказывает нелинейное влияние на период колебаний: при $NPSH$ = 3 и 4 м наблюдаются его минимальные значения, при $NPSH$ = 1 и 6 м его значения увеличиваются. Коэффициент вариации убывает при увеличении подачи и близок к минимуму при $NPSH$ = 3 и 4 м, что соответствует режимам более устойчивых и быстрых колебаний.

Анализ частных производных и устойчивости колебаний. Для дальнейшего анализа полинома получены следующие первые и вторые частные производные:

$$\frac{\partial T}{\partial Q} = 0{,}0627 - 0{,}02008NPSH + 0{,}009444NPSH^2 - 6{,}090\cdot10^{-4}Q - 6{,}59210^{-4}Q\,NPSH + 1{,}70910^{-5}Q;$$

$$\frac{\partial T}{\partial (NPSH)} = -0{,}77683 - 0{,}02008Q + 0{,}68012NPSH + 0{,}018888Q\,NPSH - 0{,}25305NPSH^2 - 0{,}0003296Q^2;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial Q^2} = -6{,}090\cdot10^{-4} - 6{,}592\cdot10^{-4}NPSH + 3{,}418\cdot10^{-5}Q;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial (NPSH)^2} = 0{,}68012 - 0{,}50610NPSH + 0{,}018888Q;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial Q \partial (NPSH)} = \frac{\partial^2 T}{\partial (NPSH)\partial Q} = -0{,}02008 + 0{,}018888NPSH - 6{,}592\cdot10^{-4}Q.$$

Анализ первой частной производной показал, что $\partial T/\partial(NPSH) \le 0$ во всем диапазоне ис-

следования, что свидетельствует о монотонном уменьшении периода колебаний при увеличении кавитационного запаса. Такая зависимость согласуется с физической природой процесса: при больших значениях $NPSH$ кавиатационные колебания затухают.

Частная производная $\partial T/\partial Q$ изменяет знак в зависимости от кавитационного запаса: при малых значениях $NPSH$ она положительна, что соответствует увеличению периода колебаний при росте подачи, при высоких значениях $NPSH$ — отрицательна. Однако подача влияет на период колебаний существенно меньше, чем кавитационный запас.

Вторые частные производные указывают на выраженную нелинейность зависимости $T(Q,NPSH)$. В частности, производная $\partial^2 T/\partial(NPSH)^2$ принимает отрицательные значения $NPSH \le 1{,}34$ м, что отражает уменьшение скорости изменения периода колебаний при приближении к пороговому значению, соответствующему исчезновению колебательного процесса.

Для исследования автоколебательных процессов выполнена оценка устойчивости колебаний — способности системы сохранять устойчивый характер при изменении внешних условий и управляющих параметров. В качестве управляющих параметров выступали подача и кавитационный запас, а характеристикой колебаний служил период $T(Q,NPSH)$, полученный путем аппроксимации экспериментальных данных полиномиальной моделью. Оценка устойчивости необходима для определения областей параметров Q и $NPSH$, где период колебаний незначительно реагирует на их изменения, и для выявления критических зон, вблизи которых возможны фазовые переходы возникновение–затухание.

Для количественной оценки локальной чувствительности периода колебаний к изменениям параметров вычислены первые частные производные аппроксимирующей функции $T(Q,NPSH)$ $\partial T/\partial Q$ и $\partial T/\partial(NPSH)$, на основе которых определена норма градиента

$$G(Q,NPSH)=\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial Q}\right)^2+\left(\frac{\partial T}{\partial NPSH}\right)^2}.$$

Параметр $G(Q,NPSH)$ служит интегральной мерой чувствительности периода колебаний к возмущениям параметров: чем меньше $G(Q,NPSH)$, тем выше устойчивость колебаний. Для рабочей области, где Q = 0…85 м³/ч, а $NPSH$ = 0…6 м, построена карта устойчивости (рис. 5). Там же показаны изолинии ($T = 0$ с, $T = 1$ с, $T = 2$ с) и линия уровня (25-й перцентиль) G $G(Q,NPSH)\in Q_{0,25}$ (штриховая линия), отделяющая зону с наименьшей чувствительностью, а также значения нормы градиента $\|G(Q,NPSH)\|$.

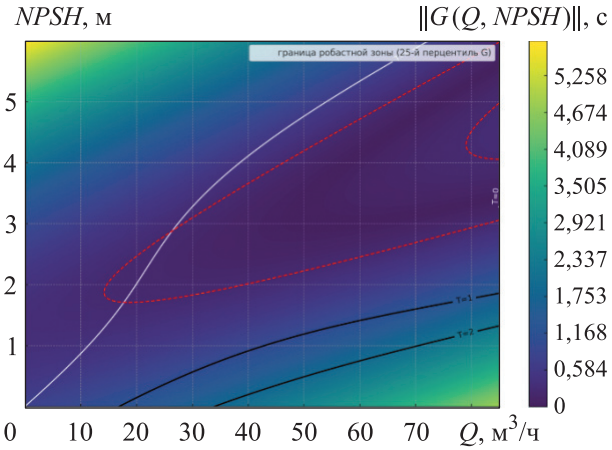


Рис. 5. Карта устойчивости периода колебаний с изолиниями и линией уровня $G(Q,NPSH)\in Q_{0,25}$

Анализ производных показал, что на большей части рабочей зоны $\left|\partial^2 T/\partial Q\,\partial(NPSH)\right|$ существенно превосходит $\left|\partial T/\partial Q\right|$, что подтверждает доминирующее влияние кавитационного запаса на период колебаний. Минимумы $G(Q,NPSH)$ формируются в средней части области ($NPSH$ = 3 и 4 м) при средних значениях подачи Q = 40…70 м³/ч), где изолинии T разрежены, и изменение параметров мало сказывается на периоде колебаний. Вблизи контуров $T = 0$ с, $T = 2$ с норма градиента $\|G(Q,NPSH)\|$ возрастает, что указывает на зоны, где малое возмущение параметров может резко изменить характер колебаний.

Для анализа границы режимов колебаний, при которых зависимость периода колебаний T от одного из параметров ($NPSH$ или Q) меняет характер (рост ↔ спад) использованы условия

$$\frac{\partial T}{\partial(NPSH)}=0 \text{ и } \frac{\partial T}{\partial Q}=0.$$

Эти условия позволяют построить критические кривые, которые разделяют области различного поведения системы, приведенные на рис. 6 и 7. Там же показаны данные эксперимента (точки).

По результатам анализа графиков, приведенных на рис. 6 и 7, построена карта зон согла-

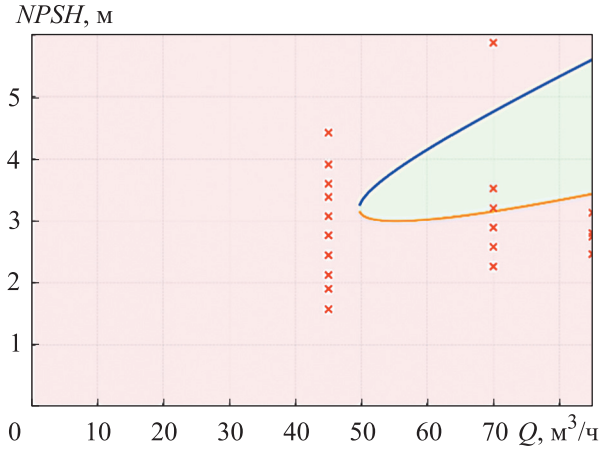


Рис. 6. Зоны изменения периода колебаний T по кавитационному запасу $NPSH$:
и — зоны увеличения и уменьшения T при росте $NPSH$;
и — границы смены знака влияния $NPSH$ на T;
× — данные эксперимента

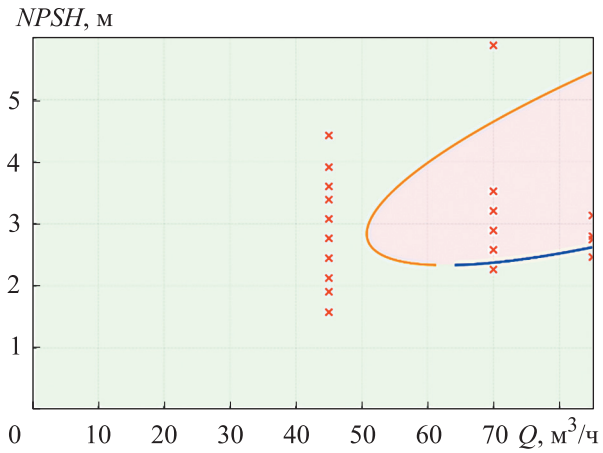


Рис. 7. Зоны изменения периода колебаний T по подаче Q:
и — зоны увеличения и уменьшения T при росте Q;
и — границы смены знака влияния Q на T;
× — данные эксперимента

сованного/противоположного воздействия параметров Q и $NPSH$ на период колебаний T (рис. 8).

Как видно из рис. 8, в исследуемой области параметров существуют зоны как согласованного воздействия параметров Q и $NPSH$ на период колебаний, так и противоположного. Такая пространственная структура воздействия параметров подчеркивает сложную нелинейную природу исследуемой системы и указывает на наличие областей, где баланс между гидродинамическими параметрами критичен для устойчивости режима.

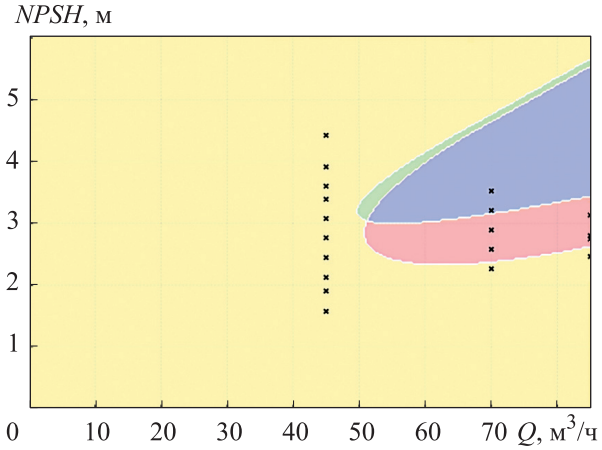


Рис. 8. Карта зон согласованного (,) и противоположного (,) воздействия параметров Q и $NPSH$ на период колебаний T:
— $dN > 0$, $dQ > 0$ ($NPSH$ и Q замедляют T);
— $dQ < 0$, $dN < 0$ ($NPSH$ и Q ускоряют T);
— $dN > 0$ ($NPSH$ замедляет T), $dQ < 0$ (Q ускоряет T);
— $dN < 0$ ($NPSH$ замедляет T), $dQ > 0$ (Q замедляет T);
× — данные эксперимента

Зависимость периода колебаний от кавитационного запаса в виде дифференциального уравнения. Для получения компактного феноменологического уравнения $\partial T/\partial(NPSH) = F(Q, NPSH)$, описывающего чувствительность периода колебаний к параметру $NPSH$ при фиксированной подаче Q применен метод Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) [17].

В качестве библиотеки кандидатов выбраны полиномиальные функции до третьего порядка, а также их комбинации с нелинейными функциями (синус, косинус, экспонента). Лучшей моделью оказалось уравнение в частных производных, почти совпадающее с аналитически найденной производной полинома, что подтверждает возможность применения метода SINDy. Более сложные функции (синус, экспонента) не понадобились, так как зависимость хорошо описывается полиномом.

Итоговое дифференциальное уравнение имеет вид

$$\left.\frac{\partial T}{\partial(NPSH)}\right|_{Q=\text{const}} = -0{,}77683 - 0{,}02008Q + \\ + 0{,}68012NPSH + 0{,}018888Q\,NPSH - \\ - 0{,}25305NPSH^2 - 0{,}0003296Q^2,$$

где левая часть — производная периода колебаний по напору при фиксированной подаче.

Это дифференциальное уравнение описывает изменение зависимости $T(Q,NPSH)$ при плавном изменении *NPSH*. При уменьшении *NPSH* (т. е. при движении в сторону отрицательного направления оси, так как производная отрицательная) период колебаний растет все быстрее по мере приближения к критическому значению *NPSH*, при котором возникают продолжительные колебания.

Для определения точности модели аппроксимация дифференциальным уравнением проверена на исходных данных. Средняя ошибка прогнозирования периода колебаний в диапазоне T = 0…2 с не превышала ~5 %. Среднее абсолютное отклонение составило около 0,01 с при среднем значении $T \approx 0{,}01$ с.

Кривизна поверхности отклика и типы режимов. Для анализа локальной конфигурации аппроксимирующей поверхности периода колебаний $T(Q,NPSH)$ в пространстве параметров подачи Q и кавитационного запаса *NPSH* вычислена матрица вторых частных производных (Гессе):

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 T}{\partial Q^2} & \dfrac{\partial^2 T}{\partial Q\,\partial(NPSH)} \\ \dfrac{\partial^2 T}{\partial(NPSH)\,\partial Q} & \dfrac{\partial^2 T}{\partial(NPSH)^2} \end{pmatrix}.$$

Далее определены максимальное λ_{max}, минимальное λ_{min} собственные значения и детерминант $\det(\mathbf{H})$ матрицы Гессе, характеризующие локальную кривизну поверхности (рис. 9, *а–в*).

Собственные значения λ_{max} и λ_{min} позволяют классифицировать кривизну поверхности следующим образом: при $\lambda_{max} > 0$ и $\lambda_{min} > 0$ поверхность выпуклая (локальный минимум); при $\lambda_{max} < 0$ и $\lambda_{min} < 0$ поверхность вогнутая (локальный максимум); при $\det(\mathbf{H}) < 0$ поверхность имеет седловую кривизну. В рассматри-

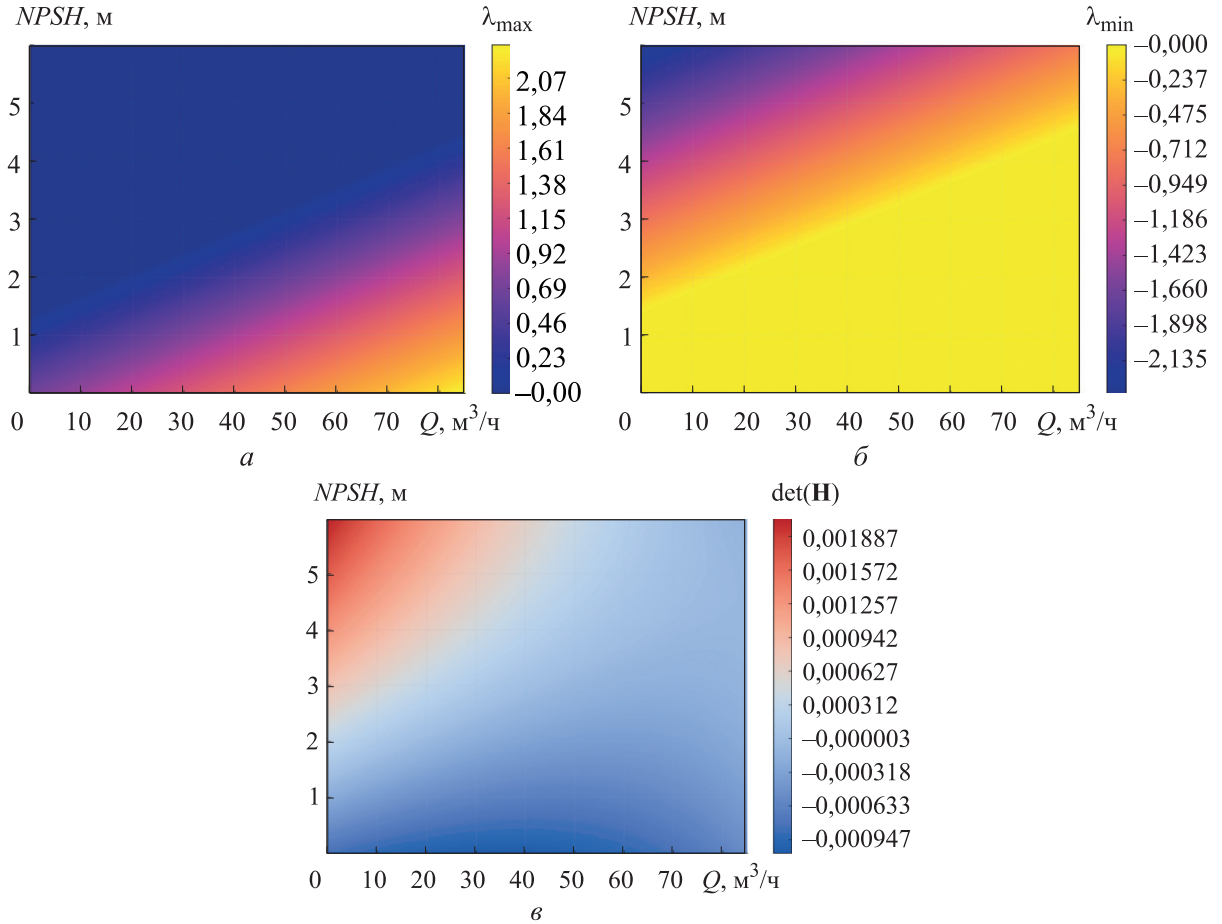


Рис. 9. Карты максимального λ_{max} (*а*), минимального λ_{min} (*б*) собственных значений и детерминанта $\det(\mathbf{H})$ (*в*) матрицы Гессе

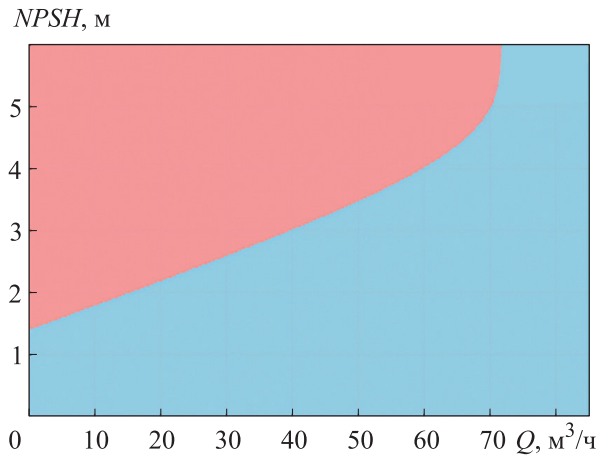


Рис. 10. Карта кривизны поверхности периода колебаний по собственным значениям матрицы Гессе: , и — выпуклая, вогнутая и седловая поверхность соответственно

ваемом диапазоне параметров преобладают вогнутые и седловые участки, выпуклые зоны почти отсутствуют.

С использованием этого построена карта кривизны поверхности T по собственным значениям матрицы Гессе (рис. 10).

Преобладание седловых и вогнутых зон указывает на высокую анизотропию чувствительности поверхности периода колебаний к изменению управляющих параметров. В седловых областях направление регулирования (увеличение или уменьшение подачи Q или кавитационного запаса $NPSH$) оказывает разнонаправленное влияние на динамику изменения периода колебаний.

Выводы

1. Выполнен комплексный анализ автоколебательных процессов, происходящих в ЦН, в зависимости от двух основных параметров — подачи Q и кавитационного запаса $NPSH$.

2. На основе экспериментальных данных построена гладкая аппроксимирующая поверхность периода колебаний $T(Q, NPSH)$. По результатам ее анализа аналитически получены первые и вторые частные производные, что позволило выделить области с различным характером чувствительности периода колебаний к изменению каждого параметра.

3. С помощью метода SINDy сформулировано феноменологическое уравнение чувствительности $\partial T/\partial(NPSH)$, отражающее локальную динамику изменения периода колебаний относительно кавитационного запаса. Установлено, что влияние параметров носит нелинейный и неоднородный по области определения характер, включая зоны согласованного и противоположного воздействия параметров.

4. Выполнен градиентный анализ устойчивости, позволивший построить карту устойчивости периода колебаний и выделить критические линии $\partial T/\partial Q = 0$ и $\partial T/\partial(NPSH) = 0$, разделяющие режимы с различным воздействием параметров.

5. Дальнейшие исследования будут направлены на получение временных рядов давления и подачи для построения полноценной динамической модели, анализа устойчивости в терминах временных характеристик и интеграции методов частотного анализа с найденными поверхностями отклика.

Литература

[1] Кинелев В.Г., Шкапов П.М. Динамика ограниченной газовой каверны в трубопроводе. *Известия вузов. Прикладная механика и техническая физика*, 1992, т. 61, № 4, с. 578–585, doi: https://doi.org/10.1007/BF00872589

[2] Колесников К.С., Кинелев В.Г. Колебания жидкости в топливной магистрали, обусловленные пульсациями отрывных зон в шнековом преднасосе. *Изв. АН СССР. Энерг. и трансп.* 1976, № 6, с. 155–164.

[3] Пилипенко В.В., Задонцев М.С., Натанзон М.С. *Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем*. Москва, Машиностроение, 1977. 352 с.

[4] Овсянников А.Н., Чебаевский В.И. *Высокооборотные осевые насосы.* Москва, Машиностроение, 1977. 312 с.

[5] Кинелев В.Г. Кавитация в осевых насосах. *Известия РАН. Энергетика*, 1993, № 3, с. 146–156.

[6] Жулай Ю.А. Теоретический анализ динамической устойчивости системы шнекоцентробежный насос–трубопроводы с нетрадиционной областью существования кавитационных автоколебаний. *Авиационно-космическая техника и технология,* 2008, № 1, с. 50–53.

[7] Сердюк Н.И. Экспериментальное исследование амплитудно-частотных параметров кавитационных колебаний жидкости. *Горный информационно-аналитический бюллетень,* 2005, № 3, с. 343–345.

[8] Ломакин В.О., Петров А.И., Кулешова М.С. Исследование двухфазного течения в осецентробежном колесе методами гидродинамического моделирования. *Наука и образование: научное издание,* 2014, № 9. EDN: TDPOJT

[9] Фоменко В.Д., Петров А.И., Ефремов Е.В. Исследование возможности применения гидродиодов для повышения объемного КПД центробежного насоса. *Известия МГТУ МАМИ,* 2024, т. 18, № 3, с. 180–189, doi: https://doi.org/10.17816/2074-0530-630123

[10] Жулай Ю.А., Долгополов С.И., Грабовская Т.А. Математическое моделирование совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости при кавитационных колебаниях в линиях питания ЖРД. *Авиационно-космическая техника и технология*, 2009, № 5, с. 58–63.

[11] Жулай Ю.А. Динамические испытания шнекоцентробежного насоса в режиме кавитационных автоколебаний. *Весник двигателестроения,* 2006, № 3, с. 144–148.

[12] Калачев В.В. Кавитация в струйных насосах (СН) и ее учет при оптимизации и проектировании насосов этого типа. *Гидравлика,* 2016, № 2. URL: https://hydrojournal.ru/images/journal/number2/Kalachev.pdf

[13] Уколов А.И., Родионов В.П., Старовойтов П.П. Моделирование колеса центробежного насоса с максимальным эффектом кавитации. *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, 2017, т. 17, № 5, с. 910–919, doi: https://doi.org/10.17586/2226-1494-2017-17-5-910-919

[14] Протопопов А.А., Виговский В.И. Многокритериальная оптимизация высокооборотного центробежного насоса. *Политехнический молодежный журнал,* 2017, № 5. DOI: http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2017-5-93

[15] Жулай Ю.А., Скосарь В.Ю. Кавитация как средство интенсификации технологических процессов. Опыт применения и перспективы (обзор). *Авиационно-космическая техника и технология,* 2013, № 8, с. 7–15, doi: https://doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-3-36-43

[16] Иванова В.Р., Киселев И.Н. Частотно-регулируемый электропривод для энергосбережения и оптимизации технологических процессов в электротехнических комплексах. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*, 2019, т. 21, № 5, с. 59–70, doi: https://doi.org/10.30724/1998-9903-2019-21-5-59-70

[17] Лэлэ Ч. Гибридный метод структурно-параметрической идентификации динамических систем. *Системы анализа и обработки данных*, 2025, № 2, с. 111–122, doi: https://doi.org/10.17212/2782-2001-2025-2-111-122

References

[1] Kinelev V.G., Shkapov P.M. Dynamics of a bounded gas cavity in a pipe. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 1992, vol. 61, no. 4, pp. 578–585, doi: https://doi.org/10.1007/BF00872589 (in Russ.). (Eng. version: *Journal of Engineering Physics*, 1991, vol. 61, no. 4, pp. 1218–1224, doi: https://doi.org/10.1007/BF00872589)

[2] Kolesnikov K.S., Kinelev V.G. Fluid oscillations in a fuel line caused by pulsations of separation zones in a screw pre-pump. *Izv. AN SSSR. Energ. i transp*., 1976, no. 6, pp. 155–164. (In Russ.).

[3] Pilipenko V.V., Zadontsev M.S., Natanzon M.S. *Kavitatsionnye avtokolebaniya i dinamika gidrosistem* [Cavitation self-oscillations and dynamics of hydraulic systems.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 352 p. (In Russ.).

[4] Ovsyannikov A.N., Chebaevskiy V.I. *Vysokooborotnye osevye nasosy* [High-speed axial pumps]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 312 p. (In Russ.).

[5] Kinelev V.G. Cavitation in axial pumps. *Izvestiya RAN. Energetika* [Energetics: Bulletin of the Russian Academy of Sciences], 1993, no. 3, pp. 146–156. (In Russ.).

[6] Zhulay Yu.A. Theoretical analysis of the dynamic stability of a screw-centrifugal pump-pipeline system with a non-traditional region of existence of cavitation self-oscillations. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2008, no. 1, pp. 50–53. (In Russ.).

[7] Serdyuk N.I. Experimental study of the amplitude-frequency parameters of cavitation oscillations in a liquid. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten* [Mining Informational and Analytical Bulletin], 2005, no. 3, pp. 343–345. (In Russ.).

[8] Lomakin V.O., Petrov A.I., Kuleshova M.S. Investigation of two-phase flow in axial-centrifugal impeller by hydrodynamic modeling methods. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science & Education of the Bauman MSTU], 2014, no. 9. EDN: TDPOJT (in Russ.).

[9] Fomenko V.D., Petrov A.I., Efremov E.V. Study of the potential use of hydrodiodes to enhance the volumetric efficiency of a centrifugal pump. *Izvestiya MGTU MAMI*, 2024, vol. 18, no. 3, pp. 180–189, doi: https://doi.org/10.17816/2074-0530-630123 (in Russ.).

[10] Zhulay Yu.A., Dolgopolov S.I., Grabovskaya T.A. Mathematical modeling of joint longitudinal vibrations of the pipeline structure and liquid during cavitation vibrations in the fuel lines of a liquid-propellant rocket engine. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2009, no. 5, pp. 58–63. (In Russ.).

[11] Zhulay Yu.A. Dynamic tests of a screw centrifugal pump in the cavitation self-oscillation mode. *Vesnik dvigatelestroeniya*, 2006, no. 3, pp. 144–148. (In Russ.).

[12] Kalachev V.V. Cavitation in jet pumps and its consideration at optimization and designing of pumps of this type. *Gidravlika*, 2016, no. 2. URL: https://hydrojournal.ru/images/journal/number2/Kalachev.pdf (in Russ.).

[13] Ukolov A.I., Rodionov V.P., Starovoytov P.P. Simulation of centrifugal pump impeller with maximum cavitation effect. *Nauchno-tekhnicheskiy vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki* [Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2017, vol. 17, no. 5, pp. 910–919, doi: https://doi.org/10.17586/2226-1494-2017-17-5-910-919 (in Russ.).

[14] Protopopov A.A., Vigovskiy V.I. Multicriteria optimization of a high-speed centrifugal pump. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical Student Journal], 2017, no. 5. DOI: http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2017-5-93 (in Russ.).

[15] Zhulay Yu.A., Skosar V.Yu. Cavitation as a means of intensifying technological processes. Application experience and prospects (review). *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2013, no. 8, pp. 7–15, doi: https://doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-3-36-43 (in Russ.).

[16] Ivanova V.R., Kiselev I.N. Frequency-adjustable electric drive for energy saving and optimization of technological processes in electrical complexes. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki* [Power Engineering: Research, Equipment, Technology], 2019, vol. 21, no. 5, pp. 59–70, doi: https://doi.org/10.30724/1998-9903-2019-21-5-59-70 (in Russ.).

[17] Lele Ch. A hybrid method for structural-parametric identification of dynamic systems. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh* [Analysis and Data Processing Systems], 2025, no. 2, pp. 111–122, doi: https://doi.org/10.17212/2782-2001-2025-2-111-122 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 26.12.2025

Информация об авторах

ПРОЦЕНКО Антон Александрович — ассистент кафедры «Теоретическая механика имени профессора Н.Е. Жуковского»; инженер НИИ ЭМ. МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: protsenko.a@bmstu.ru).

ШКАПОВ Павел Михайлович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика имени профессора Н.Е. Жуковского». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: spm@bmstu.ru).

ЛОМАКИН Владимир Олегович — доктор технических наук, профессор кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lomakin@bmstu.ru).

ЗАПОРОЖЕЦ Игорь Олегович — инженер НИИ ЭМ. МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: zaporozhetsio@bmstu.ru).

Information about the authors

PROTSENKO Anton Aleksandrovich — Assistant, the Professor N.E. Zhukovsky Theoretical Mechanics Department; Engineer of the Research Institute of Energy Engineering. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: protsenko.a@bmstu.ru).

SHKAPOV Pavel Mikhaylovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Professor N.E. Zhukovsky Theoretical Mechanics Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: spm@bmstu.ru).

LOMAKIN Vladimir Olegovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Hydromechanics, Hydraulic Machines and Hydropneumatic Automation Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lomakin@bmstu.ru).

ZAPOROZHETS Igor Olegovich — Engineer, Research Institute of Energy Engineering. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: zaporozhetsio@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Проценко А.А., Шкапов П.М., Ломакин В.О., Запорожец И.О. Анализ зависимости частот кавитационных автоколебаний от подачи и кавитационного запаса центробежного насоса с боковым подводом. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 11, с. 112–122.

Please cite this article in English as:
Protsenko A.A., Shkapov P.M., Lomakin V.O., Zaporozhets I.O. Analysis of the dependence of the frequencies of cavitation self-oscillations on the supply and cavitation reserve of a centrifugal pump with a side inlet. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 11, pp. 112–122.