

На правах рукописи

Кононыхин Андрей Александрович

МОДЕЛИРОВАНИЕ, ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ
ОБЪЁМНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ
РАДИАЛЬНЫХ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ

Специальность 05.13.11 – Математическое и программное обеспечение
вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук



Москва – 2007

Работа выполнена в
Московском Государственном Техническом Университете им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор В. В. Девятков

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор А. Н. Назаров

кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
М. М. Сыркин

Ведущая организация: Институт Проблем Управления РАН

Защита диссертации состоится «25» октября 2007 г. в 16 час. 30 мин.
на заседании диссертационного совета Д 212.141.10 при Московском
государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ваш отзыв на автореферат в одном экземпляре, заверенный печатью
организации, просьба направлять по адресу:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.10.

Автореферат разослан «___» _____ 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент



С. Р. Иванов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Достижения последних лет в области измерительной техники обусловили появление цифровых устройств, способных с высокой точностью получать информацию об объёмных телах произвольной формы. Модели объёмных тел, основанные на данных, полученных от измерительных устройств, широко применяются в астрономии, медицине, геологии и многих других областях. Современные технические системы сбора информации об объёмных телах, такие как: лазерные установки, механические зондирующие устройства, ультразвуковые сканеры и системы стереоскопического компьютерного зрения, – получают множество точек в трехмерном пространстве, принадлежащих поверхности исследуемого объёмного тела (см. рисунок 1). Такое множество точек назовём *исходным*, а заданное им объёмное тело – *точечно-заданным*. Особую актуальность моделирование точечно-заданных объёмных тел имеет в области ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий (валков, оправок, и т.п.). Целью моделирования является визуализация и анализ внутренних технологических объёмных дефектов (полостей, раковин, каверн), имеющих, в общем случае, произвольную форму. Своевременное и достоверное выявление и исследование дефектов в прокатных валках (основных деталях прокатного стана) позволяет определить и вывести из работы бракованные валки. Это предотвращает аварийные остановки прокатного стана, следствием которых, помимо экономических потерь, могут быть и человеческие жертвы.

Настоящая работа, в её теоретической части, посвящена решению актуальной задачи по созданию новых вычислительно-эффективных методов моделирования, визуализации и анализа объёмных тел, а в прикладной – реализации этих методов для использования в области ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий.

Объектом исследования является моделирование, визуализация и анализ объёмных тел.

Предметом исследования являются оптимизированные по вычислительной сложности моделирование, визуализация и анализ объёмных тел на основе Радиальных Базисных Функций, при условии, что объёмное тело может быть задано десятками и сотнями тысяч точек.

Цель работы – разработка вычислительно-эффективных методов моделирования, визуализации и анализа объёмных тел с использованием Радиальных Базисных Функций, позволяющих решать практические задачи большой размерности, в частности в области ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий.

Задачи исследования. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи.

1. Осуществить сравнительный анализ методов моделирования точечно-заданных объёмных тел, включая классический метод RBF-моделирования. Рассмотреть и выделить недостатки в существующих на сегодняшний день подходах к уменьшению сложностей RBF-моделирования и RBF-вычисления.
2. Разработать новые вычислительно-эффективные методы RBF-моделирования и RBF-вычисления, получить теоретические оценки их вычислительной сложности. Разработать и исследовать новый метод адаптивной децимации исходного множества точек.
3. Разработать новые методы анализа объёмных тел, заданных RBF-моделью, исследовать их вычислительную сложность. Разработать метод вычисления меры схожести объёмных тел, исследовать его вычислительную сложность для применения в задачах классификации.
4. Разработать программное обеспечение, реализующее предложенные в работе методы.
5. Провести вычислительные эксперименты, подтверждающие эффективность предложенных в работе методов и выявляющие практические тенденции роста времени выполнения программ, в зависимости от количества точек исходного множества.
6. Внедрить и апробировать разработанные методы и программное обеспечение в области ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий (валков прокатных станов).

Методы исследования. Исследования в области моделирования объёмных тел, на которых базируется настоящая работа, известны по трудам российских (В.Л. Рвачёв, В.В. Савченко, А.А. Пасько) и зарубежных (Дж. Карр, М. Алекса, Ю. Отаке, П. Рютер) учёных. Также в работе использовались методы математического моделирования, теории функций многих переменных, линейной алгебры, аналитической и вычислительной геометрии, теории вероятности и математической статистики, теории исследования операций и глобальной оптимизации, методы объектно-ориентированного программирования и разработки интеллектуальных систем.

Научная новизна. В процессе проведения исследований были получены новые научные результаты теоретического и прикладного характера.

1. Разработаны новые эффективные методы RBF-моделирования и RBF-вычисления, теоретические оценки вычислительной сложности которых составляют $O(N \log N)$ и $O(\log N)$ соответственно. Практические тенденции роста времени работы предложенных алгоритмов для рассматриваемого класса задач составляют $O(N)$ и $O(1)$ для RBF-моделирования и RBF-вычисления соответственно.

2. Разработан новый метод адаптивной децимации, сокращающий количество точек исходного множества и существенно (до 1.5 раз) уменьшающий время работы алгоритма RBF-вычисления.
3. Разработаны новые методы анализа объёмных тел, заданных RBF-моделями, исследована их вычислительная сложность. Предложены методы вычисления площади поверхности, объёма, координат центра масс, моментов инерции объёмных тел. Разработан метод получения и исследования сечений. Предложена новая мера схожести объёмных тел, исследована её вычислительная эффективность, предложен метод её использования для решения задач классификации.
4. Впервые решена важная прикладная задача ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий по моделированию, визуализации и анализу внутренних объёмных технологических дефектов.

Практическая ценность работы. В результате проведенного исследования разработано математическое и программное обеспечение, реализующее методы RBF-моделирования, визуализации и анализа объёмных тел, заданных исходным множеством, содержащем десятки и сотни тысяч точек. Применение созданного программного обеспечения позволило исследовать свойства объёмных дефектов произвольной формы в ультразвуковой дефектоскопии массивных металлических изделий. Универсальность предложенных решений позволяет использовать их и в других областях применения.

Реализация и внедрение результатов работы.

1. Результаты работы реализованы в аппаратно-программном комплексе «Валок-5», произведенным в ООО «Демас» по заказу ОАО «Северсталь» в 2004-2005 гг. Внедрение результатов подтверждается соответствующими актами.
2. В Лаборатории Автоматизации Неразрушающего Контроля ОАО «НПО ЦНИИТМАШ» создан автоматизированный стенд для проведения полунатурных испытаний по ультразвуковому сканированию тел вращения, программная часть которого реализует предложенные в работе методы.
3. Теоретические результаты работы реализованы в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре ИУ-3 в виде материалов лекций учебного курса «Методы обработки изображений».

Апробация работы.

1. Результаты работы были представлены на стенде ООО «Демас» (Demas Ltd.) и в соответствующем стендовом докладе на международной выставке «Металлургия и материалы», проходившей с 28 сентября по 02 октября 2005 года в г. Стамбул, Турция.

2. Методы и алгоритмы, предлагаемые в работе, были отражены в выступлении на международной научно-технической конференции "Томография", состоявшейся в Москве 22 марта 2005 года.
3. Ключевые идеи работы были изложены в докладе на международном симпозиуме «Образование через науку», проходившем в МГТУ им. Н.Э. Баумана с 17 по 19 мая 2005 года.
4. На международной конференции-выставке по неразрушающему контролю и технической диагностики ECNDT-2006, проходившей с 25 по 29 сентября 2006 года в г. Берлин, Германия, был сделан секционный доклад, отражающий основное содержание работы.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено автором в семи работах. Ключевые идеи, касающиеся методов моделирования объёмных тел в работах, написанных в соавторстве, принадлежат автору настоящей диссертации.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении даны основные определения, обоснована актуальность темы, обозначены объект и предмет исследований, определены цели и задачи исследования, сформулированы научная новизна и практическая ценность работы.

Объёмным телом будем называть замкнутую геометрическую фигуру в трёхмерном Евклидовом пространстве, имеющую произвольную форму. *Моделью* объёмного тела будем называть его аналитическое описание, которое может быть задано как формулами, так и вычислительными процедурами. Процесс построения модели объёмного тела назовём *моделированием*.

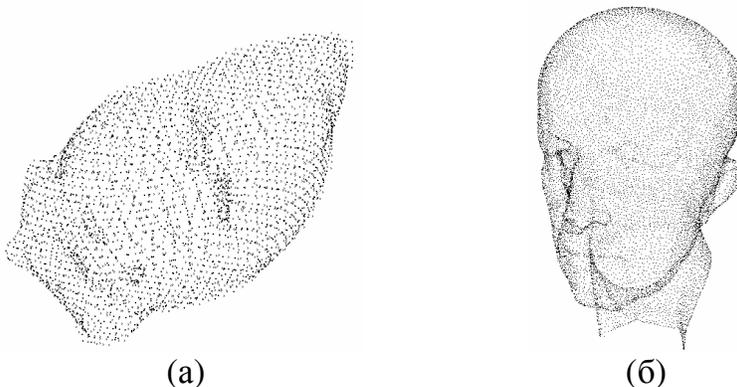


Рис. 1. Точечно-заданный объёмный дефект, полученный в результате сканирования валка прокатного стана ультразвуковой системой – (а); точечно-заданная копия головы человека, полученная системой лазерного сканирования – (б)

Визуализацией объёмного тела называется изображение его поверхности на устройстве вывода (дисплее компьютера) (см. рисунок 2). Наиболее распространённым типом визуализации является *триангуляция* –

построение сетки из треугольников, повторяющей форму поверхности объёмного тела.

Анализом объёмного тела называется нахождение его количественных и качественных характеристик. *Классом объёмных тел* называется множество объёмных тел, сгруппированных по определенным признакам сходства. *Классификацией* называется автоматическое отнесение объёмного тела к тому или иному классу. Анализом объёмного тела является, например, определение объёма, площади поверхности, моментов инерции, геометрических характеристик сечений. Отдельной задачей анализа является классификация объёмных тел. Примером классификации является автоматическое определение типа объёмного дефекта (графитовое включение, расслоение, раковина, и т.д.), обнаруженного внутри металлического изделия ультразвуковым сканером.

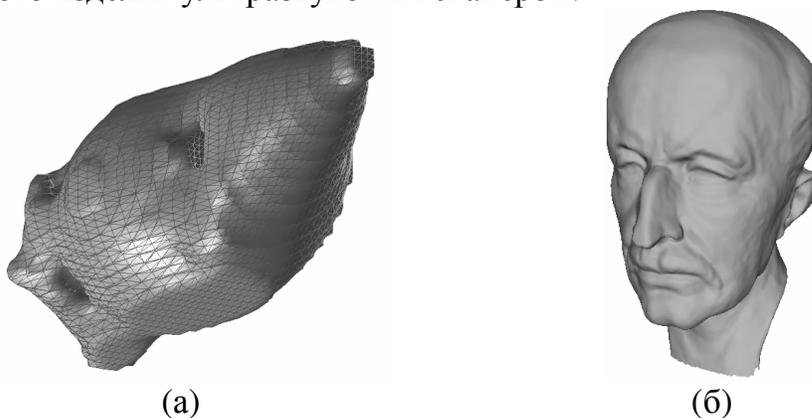


Рис. 2. Визуализация объёмного дефекта вала прокатного стана – (а); визуализация копии головы человека – (б)

Первая глава является обзорной. В главе рассматриваются существующие методы моделирования объёмных тел. Исследуется классический метод RBF-моделирования и существующие на сегодняшний день подходы к уменьшению сложностей RBF-моделирования и RBF-вычисления. Обозначаются актуальные задачи, требующие решения.

На сегодняшний день известно большое количество методов моделирования объёмных тел: явными функциями, параметрическими функциями, суперповерхностями второго порядка, полигональными сетками и неявными функциями. На основании исследования и сравнения вышеперечисленных методов, подробно описанных в первой главе диссертации, показано, что наиболее удобным методом моделирования точно-заданных объёмных тел является использование неявных функций.

Моделирование точно-заданного объёмного тела неявной функцией заключается в интерполяции точек исходного множества функцией $f(x,y,z) = 0$. Задача интерполяции в таком виде является некорректной, так как существует бесконечное количество поверхностей, которым могут принадлежать точки исходного множества. В настоящей главе

рассматриваются несколько различных типов неявных функций. Однако для выбора наиболее адекватной неявной функции, интерполирующей точки исходного множества, было предложено наложить на неё ограничение наибольшей плавности, достигаемое за счёт минимизации функционала, представляющего собой энергию изгиба. Функции, одновременно удовлетворяющие требованию принадлежности точек исходного множества поверхности объёмного тела и ограничению максимальной плавности, называются *Радиальными Базисными Функциями* («*Radial Basis Function, RBF*»):

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \varphi(\|(x, y, z) - (x_i, y_i, z_i)\|) + \sum_{j=1}^M c_j g_j(x, y, z), \quad (1)$$

где N – количество точек исходного множества; λ_i – коэффициенты интерполяции; базисная функция $\varphi(r) = r^{2m-t} \ln(r)$, в случае, если $2m > t$ и t – четное, $\varphi(r) = r^{2m-t}$ в противном случае; t – размерность пространства (равна 3 для трёхмерного пространства); m – целое положительное число; $\| \cdot \|$ – Евклидова норма в t – мерном пространстве; M – количество членов полинома степени, как минимум $(2m-t) / 2$, в случае если t – чётное, и степени, как минимум, $(2m-t+1) / 2$, в противном случае; c_j – полиномиальные коэффициенты; g_j – полиномиальный базис.

Выражение (1) назовём *RBF-моделью*, а моделирование объёмных тел при помощи этого выражения – *RBF-моделированием*. Классический метод RBF-моделирования заключается в интерполяции точек исходного множества RBF-моделью. Для RBF-моделирования точечно-заданного объёмного тела, исходный набор которого содержит N точек, требуется решить систему из $(N+M)$ линейных уравнений. Верхняя оценка вычислительной сложности решения такой системы составляет $O(N^3)$. Назовём эту оценку вычислительной сложности *сложностью RBF-моделирования*. Вычисление значения RBF-модели в какой-либо точке пространства назовём *RBF-вычислением*. Для выполнения RBF-вычисления в какой-либо точке пространства требуется порядка $O(N)$ вычислительных операций. Верхнюю оценку сложности RBF-вычисления назовём *сложностью RBF-вычисления*.

Современные технические системы сканирования объёмных тел производят исходные множества, состоящие из десятков и сотен тысяч точек. При сканировании с высоким разрешением крупногабаритных объёмных тел количество точек исходного множества может достигать миллиона. Согласно указанным оценкам вычислительной сложности, даже при количестве точек, равном десяткам тысяч, время работы алгоритмов RBF-моделирования и RBF-вычисления становится неприемлемым. Например, при ультразвуковом сканировании валков прокатных станов для выявления и анализа внутренних дефектов время моделирования, визуализации и анализа не должно превышать нескольких минут. Это связано с ограничением времени

пребывания валка на технологическом участке сканирования и как можно более быстрым вводом валка в производственный процесс. Объемный дефект, обнаруженный ультразвуковым сканером, может задаваться исходным множеством, содержащим до двухсот тысяч точек. В этом случае классические методы RBF-моделирования и RBF-вычисления неэффективны по причине большого времени работы реализующих их программ (т.к. решение системы, состоящей из 200 000 линейных уравнений, занимает тысячи часов на современных персональных ЭВМ). В работе Р. Шабака была предложена классификация методов интерполяции поверхностей по их вычислительной сложности, ставшая общепринятой: метод считается вычислительно-эффективным, если его сложность RBF-моделирования составляет $O(N \log N)$, а сложность RBF-вычисления – $O(\log N)$. Поэтому актуальна разработка нового эффективного метода RBF-моделирования, отличающегося от известных методов, имеющих указанные оценки, их практическим уменьшением.

Практическое уменьшение времени работы программы, осуществляющей RBF-моделирование и RBF-вычисление, можно достичь за счёт сокращения количества точек исходного множества N . Во многих возникающих на практике задачах исходное множество избыточно, так как содержит большое количество точек, удаление которых практически не скажется на свойствах RBF-модели. Поэтому помимо разработки теоретически эффективных методов RBF-моделирования и RBF-вычисления, актуально создание метода, производящего *адаптивную децимацию* исходного множества – удаление наименее информативных для RBF-моделирования точек.

Вторая глава является основной. В главе предлагаются новые эффективные методы RBF-моделирования и RBF-вычисления. Предлагается метод адаптивной децимации – сокращения избыточного количества точек исходного множества. Доказывается вычислительная эффективность разработанных методов: рассчитываются теоретические оценки вычислительной сложности разработанных алгоритмов. Рассуждения приводятся для моделирования объёмного тела в Евклидовом пространстве произвольной размерности.

Первый этап метода RBF-моделирования, описанный в параграфе 2.3, заключается в рекурсивном разбиении параллелепипеда, содержащего исходное множество точек на конечное число пересекающихся в районе границ параллелепипедов, каждый из которых содержит ограниченное небольшое количество точек.

Ограничивающим параллелепипедом для множества точек в пространстве называется минимальный по объёму параллелепипед с параллельными координатным осям гранями, содержащий это множество точек. Разбиению подвергается *исходный параллелепипед*, подобный ограничивающему, но превосходящий его по габаритам (на 5 – 10%).



Рис.3. Основные этапы предложенного метода RBF-моделирования

Один проход алгоритма состоит из упорядочивания точек по возрастанию координаты по координатной оси, параллельной наибольшему ребру ограничивающего параллелепипеда. Упорядоченное множество точек делится на два пересекающихся подмножества, первое из которых совпадает с первыми N_{nxt} элементами упорядоченного исходного множества, второе – с N_{nxt} последними:

$$N_{nxt} = \frac{N + N_{ovl}}{2},$$

$$N_{ovl} = \begin{cases} N_{ovlMIN}, & o \cdot N < N_{ovlMIN} \\ N_{ovlMAX}, & o \cdot N > N_{ovlMAX} \\ o \cdot N, & N_{ovlMIN} \leq o \cdot N \leq N_{ovlMAX} \end{cases}, \quad (2)$$

где o – действительное число из интервала $(0;1)$, называемое *коэффициентом перекрытия*; N_{ovlMIN} и N_{ovlMAX} – константы, задающие соответственно минимальное и максимальное количество точек в зоне пересечения.

Исходный параллелепипед делится на два пересекающихся, первый из которых содержит первое подмножество, а второй – второе подмножество. Исходный параллелепипед, ограничивающий параллелепипед и подмножество точек, полученных в результате разбиения, упаковываются в структуру данных, называемую *УЗЛОМ*. Зададимся константой N_l , характеризующей минимально возможное количество точек в *УЗЛЕ*. В случае если количество точек в *УЗЛЕ* больше, либо равно константе $2N_l$, он рекурсивно подвергается повторному разбиению. В этом случае *УЗЕЛ* будет содержать ссылки на два дочерних *УЗЛА*, полученных в результате разбиения. В случае если количество точек в *УЗЛЕ* меньше константы $2N_l$, дальнейшее разбиение не производится. Такой *УЗЕЛ* назовём *ЛИСТОМ*. Все

УЗЛЫ и *ЛИСТЬЯ*, полученные в процессе разбиения, образуют бинарное дерево. Каждый полученный *ЛИСТ* бинарного дерева содержит ограниченное количество точек – от N_i до $2N_i$.

Вторым этапом метода RBF-моделирования, описанным в параграфе 2.4, является алгоритм *адаптивной децимации* – отбрасывания малоинформативных точек из *ЛИСТЬЕВ* полученного на первом этапе бинарного дерева. Алгоритм с высокой вероятностью оставляет точки, критичные для наиболее точного RBF-моделирования, и отбрасывает остальные. Предложенный метод является адаптивным в том смысле, что наименее «важные» точки будут с большей вероятностью и в первую очередь отброшены. *Важность* точки определяется на основании следующих эвристических правил: 1) чем выше кривизна поверхности объёмного тела в данной точке, тем выше её важность; 2) чем больше точек находится в окрестности данной точки, тем ниже её важность.

Входными данными для алгоритма являются *ЛИСТЬЯ* бинарного дерева и *коэффициент децимации* δ – процент точек, которые желательно отбросить, взятый от их суммарного количества во всех *ЛИСТЬЯХ*. Принципиально алгоритм делится на два этапа: этап оценки важности и этап децимации.

На этапе оценки важности каждой точке каждого *ЛИСТА* ставится в соответствие скалярная величина, называемая *относительной важностью*. *Нормальная вариация* характеризует кривизну поверхности в точке и определяется путём применения Метода Главных Компонент к множеству точек из окрестности этой точки. Окрестность должна иметь размеры и объём, приблизительно совпадающие с минимально-различимой деталью поверхности. Нормальная вариация вычисляется как отношение наименьшего собственного числа ковариационной матрицы множества точек из рассматриваемой окрестности к полной вариации этого множества. Диапазон значений нормальной вариации составляет от 0 до $1/d$ (d – размерность пространства), при этом нулевое значение означает полную копланарность точек и отсутствие кривизны; максимальное значение – полную анизотропию точек. *Абсолютной плотностью ЛИСТА* назовём отношение содержащегося в нём количества точек к объёму их ограничивающего параллелепипеда. *Локальной плотностью* точки назовём отношение количества точек из её окрестности к объёму этой окрестности. Тогда *относительная плотность* точки является отношением её локальной плотности к абсолютной. Численное значение относительной плотности точки, меньшее единицы, характеризует разреженность точек в её окрестности; значение большее единицы – скопление. Тогда важность точки, согласно сформулированным эвристическим правилам, будет определяться отношением её нормальной вариации к относительной плотности. *Относительной важностью* точки назовём отношение её важности к максимальной важности точки *ЛИСТА*, выраженное в процентах. Тогда

величина, равная вычтенной из 100% относительной важности, будет характеризовать вероятность её удаления в процессе децимации. Совокупность таких величин образуют распределение вероятностей удаления точек из *ЛИСТА*.

Каждому *ЛИСТУ* бинарного дерева поставим в соответствие величину, называемую его *полной важностью*, равную сумме важностей всех его точек. *Относительной полной важностью ЛИСТА* назовём отношение его полной важности к максимальной полной важности из всех *ЛИСТЬЕВ*, выраженное в процентах. Тогда величина, равная вычтенной из 100% относительной полной важности *ЛИСТА*, будет характеризовать вероятность выбора этого *ЛИСТА* для удаления из него точек в процессе децимации. Совокупность таких величин образуют распределение вероятностей выбора *ЛИСТЬЕВ* для децимации.

На этапе децимации выбирается случайный *ЛИСТ*, согласно полученному распределению вероятностей: более важные *ЛИСТЬЯ* будут выбираться с меньшей вероятностью, менее важные – с большей. Из выбранного *ЛИСТА* удалим случайную точку, выбранную согласно распределению вероятностей удаления точек из этого *ЛИСТА*. Более важные точки будут удаляться с меньшей вероятностью, менее важные – с большей. Удаление точек производится, пока не будет удалено δ % от суммарного количества точек во всех *ЛИСТЬЯХ*, либо пока в каждом *ЛИСТЕ* не останется заранее заданное минимальное количество точек (например, 20).

Третьим этапом метода RBF-моделирования, описанным в параграфе 2.5, является локальное RBF-моделирование. По точкам каждого *ЛИСТА* бинарного дерева, оставшимся после адаптивной децимации, выполняется классическое RBF-моделирование, называемое *локальным*. Локальная RBF-модель ассоциируется с *ЛИСТОМ*, по точкам которого она была получена.

Глобальная RBF-модель задаётся в виде вычислительной процедуры, описанной в параграфе 2.7. Пусть требуется вычислить значение глобальной RBF-модели в точке p . Предложенный алгоритм проходит рекурсивно по всем *УЗЛАМ* и *ЛИСТЬЯМ* бинарного дерева, которым принадлежит точка p . В случае если точка p принадлежит одному *ЛИСТУ*, алгоритм возвращает значение локальной RBF-модели этого *ЛИСТА*. В случае если точка p принадлежит одновременно двум *ЛИСТЬЯМ*, результат RBF-вычисления определяется путём морфинга локальных RBF-моделей этих *ЛИСТЬЕВ*. Значение распространяется рекурсивно «снизу вверх» по *УЗЛАМ* бинарного дерева. Операция *морфинга*, описанная в параграфе 2.6, служит для «слияния» значений двух локальных RBF-моделей в области пересечения пространств соответствующих *ЛИСТЬЕВ* (*УЗЛОВ*). Суть операции морфинга заключается в следующем. Чем ближе расположена точка p к первому *ЛИСТУ*, тем ближе результат RBF-вычисления к значению локальной RBF-модели этого *ЛИСТА*; соответственно, чем ближе расположена точка p ко

второму *ЛИСТУ*, тем ближе результат RBF-вычисления к значению его локальной RBF-модели.

Сложность RBF-моделирования и RBF-вычисления доказывается в параграфе 2.8. Опуская подробное описание, необходимое для соблюдения строгости доказательства, сложность RBF-моделирования составляет $O(N \log N)$ – известная оценка сложности структурирования дискретного множества из N элементов и бинарном дереве. Локальное RBF-моделирование, выполняемое для каждого *ЛИСТА* бинарного дерева, производится за постоянное время, так как количество точек в *ЛИСТЕ* ограничено в диапазоне от N_l до $2N_l$. Сложность RBF-вычисления в точке p составляет $O(\log N)$ – известная оценка сложности поиска по бинарному дереву. Для вычисления значения глобальной RBF-модели осуществляется конечное количество таких поисков, так как количество *ЛИСТЬЕВ*, которым принадлежит точка p – конечно. Вычисление значения локальной RBF-модели *ЛИСТА* осуществляется за постоянное время, так как *ЛИСТ* содержит ограниченное в диапазоне от N_l до $2N_l$ количество точек. Таким образом, предложенные методы RBF-моделирования и RBF-вычисления являются эффективными согласно классификации Шабака.

В третьей главе предлагается методика анализа объёмных тел, заданных RBF-моделями. Приводятся методы вычисления площади поверхности, объёма, геометрических характеристик сечений и т.п. Приводится новая вычислительно-эффективная мера схожести объёмных тел, предлагается способ её применения в задачах классификации. Доказывается верхняя оценка вычислительной сложности предложенных методов.

Метод вычисления площади поверхности предлагается в параграфе 3.2. В его основе лежит триангуляция поверхности объёмного тела методом Блументаля, который является развитием известного метода Марширующих Кубов. Площади треугольников сетки, аппроксимирующей поверхность, суммируются, результатом чего является приближенное значение площади поверхности. Верхняя оценка сложности вычисления площади поверхности составляет $O(n^2 \log N)$, где n – количество узлов воображаемой решетки по каждому габаритному размеру, на которой осуществляется триангуляция поверхности.

Метод вычисления объёма тела, координат центра масс и моментов инерции предложен в параграфе 3.3 и сводится к вычислению интеграла вида:

$$\int_{f(x,y,z) < 0} g(x, y, z) dV, \quad (3)$$

по внутреннему пространству $f(x,y,z) < 0$ объёмного тела, где функция $g(x,y,z)$ может быть равна одному из выражений – $1, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xy, yz, zx$. Этот объёмный интеграл предлагается свести к поверхностному, применив теорему дивергенций (теорему Остроградского) и заменив его суммой

Римана, учитывая, что поверхность интегрирования представляет собой триангуляцию:

$$\int_{f(x,y,z)<0} g(x, y, z) dV = \int_{f(x,y,z)<0} \nabla F dV = \int_S L \cdot F dS = \sum_{i=1}^m L_i \cdot F(x_i, y_i, z_i) A_i \quad (4)$$

где m – количество треугольников триангуляции, (x_i, y_i, z_i) – точка, принадлежащая i -му треугольнику (например, его центроид – среднее арифметическое координат вершин), $L_i=(x_{Li}, y_{Li}, z_{Li})$ – вектор единичной нормали к i -му треугольнику, A_i – площадь i -го треугольника. Верхняя оценка сложности вычисления суммы в выражении (4) составляет $O(n^2 \log N)$, т.е. совпадает с оценкой сложности вычисления площади поверхности, т.к. объёмный интеграл свёлся к поверхностному.

Метод вычисления меры схожести точечно-заданных объёмных тел и её применение в задачах классификации предлагается в параграфе 3.5. Классификация объёмного тела осуществляется путём его автоматического отнесения к тому или иному классу объёмных тел. Каждый класс содержит эталонное, наиболее характерное для него объёмное тело. Решение об отнесении исследуемого объёмного тела к какому-либо классу принимается на основании максимальной схожести между ним и эталонным объёмным телом данного класса. *Схожесть* между двумя объёмными телами предлагается вычислять в два этапа: грубого и точного совмещения. На этапе грубого совмещения оба точечно-заданных объёмных тела масштабируются в единичный куб; смещаются в новые центры координат, совпадающие с их центроидами; выравниваются вдоль своих главных направлений путём преобразования поворота. Главные направления рассчитываются методом главных компонент. На этапе точного совмещения осуществляется преобразование точек исходного множества исследуемого объёмного тела, состоящее из масштабирования в s раз, поворота на углы (α, β, γ) вокруг координатных осей и параллельного переноса на (m, n, k) вдоль координатных осей. Координаты каждой точки из преобразованного множества исследуемого объёмного тела последовательно подставляется в RBF-модель эталонного объёмного тела, возводятся в квадрат и суммируются, в результате чего получается функция $E(s, \alpha, \beta, \gamma, m, n, k)$, называемая *энергией ошибки* и зависящая от параметров преобразования нелинейно. Минимизация энергии ошибки даёт оптимальные параметры преобразования, при которых оба объёмных тела максимально совмещаются. Энергия ошибки является мерой схожести объёмных тел: чем меньше её значение, тем больше объёмные тела похожи друг на друга. В отличие от известной меры схожести, используемой в методе Итерационных Ближайших Точек и имеющей верхнюю оценку вычислительной сложности, равную $O(N^2)$, вычисление предложенной меры осуществляется за количество операций, пропорциональное $O(N \log N)$.

В четвертой главе проводится вычислительный эксперимент, подтверждающий эффективность предложенных методов RBF-моделирования и RBF-вычисления, выясняются оптимальные параметры для разработанных методов. Описывается применение метода RBF-моделирования, визуализации и анализа объёмных тел в ультразвуковой дефектоскопии.

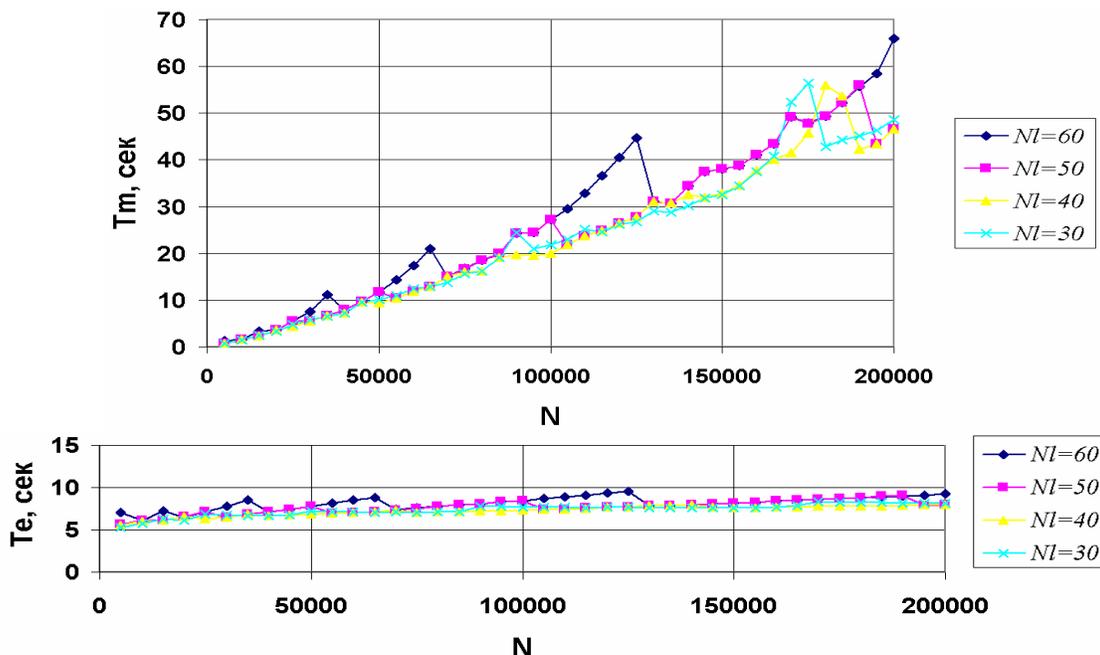


Рис. 4. Зависимость времени RBF-моделирования (T_m) и времени RBF-вычисления (T_e) от количества точек исходного множества для $N_l = 30...60$

Вычислительный эксперимент, приведённый в параграфе 4.2, применяет предложенные в работе методы к точно-заданному объёмному телу, имитирующему объёмный дефект валка прокатного стана. Количество точек, которыми задано объёмное тело, варьировалось от 5 000 до 200 000. Целью эксперимента было нахождение зависимостей времени RBF-моделирования и RBF-вычисления от количества точек исходного множества для различных значений параметра N_l (от 20 до 120) и определение оптимального значения этого параметра. В результате наилучшее, практически линейное время работы алгоритма RBF-моделирования и практически постоянное время RBF-вычисления достигалось при значениях N_l из диапазона от 30 до 60. Практически линейное время RBF-моделирования, не смотря на теоретическую оценку вычисленной сложности $O(N \log N)$, достигается за счёт того, что структурирование точек исходного множества в бинарном дереве осуществляется довольно быстро и основное время алгоритм осуществляет локальные RBF-моделирования для *ЛИСТЬЕВ* этого дерева. Так как количество *ЛИСТЬЕВ* пропорционально N и каждое локальное RBF-моделирование осуществляется за постоянное время, время работы всего алгоритма будет примерно пропорционально N (см. рисунок 4).

Аналогично, при RBF-вычислении в некоторой точке p , время поиска по бинарному дереву относительно мало, и основное время алгоритм осуществляет вычисление значений локальных RBF-моделей *ЛИСТЬЕВ*, пространству которых принадлежит точка p . Так как количество таких *ЛИСТЬЕВ* ограничено, и вычисление значения локальной RBF-модели осуществляется за постоянное время, вычисление значения глобальной RBF-модели будет также осуществляться за примерно постоянное время (см. рисунок 4).

В параграфе 4.3 описано промышленное применение разработанных методов, алгоритмов и реализующего их программного обеспечения в области ультразвуковой дефектоскопии валков прокатных станов – массивных цельнометаллических деталях, цилиндрической формы. Во избежание эксплуатации дефектных валков, осуществляют их ультразвуковой неразрушающий контроль. Автоматизированный сканнер прозвучивает валок эхо-импульсным методом, оконтуривая объёмные дефекты валка множеством точек отражения ультразвуковых волн от поверхности дефекта (см. рисунок 1). Полученное множество точек является исходным для созданных в работе методов RBF-моделирования, визуализации и анализа. На основании трёхмерного образа дефекта на экране компьютера и его геометрических характеристик (объём, площадь поверхности, площадь сечений), вычисленных разработанным программным обеспечением, оператор-дефектоскопист принимает решение о пригодности валка для эксплуатации. Так было найдено решение важной задачи листопрокатного производства, позволяющее минимизировать время непроизводительного простоя прокатного стана и предотвратить возможные случаи травматизма персонала в результате существенного понижения вероятности разрушения валков в процессе работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Проведен сравнительный анализ методов моделирования, визуализации и анализа точно-заданных объёмных тел по предложенным в работе критериям. На основе результатов сравнительного анализа выявлены недостатки существующих методов, обоснована необходимость создания новых вычислительно-эффективных методов RBF-моделирования.
2. Разработаны новые методы и вычислительно-эффективные алгоритмы RBF-моделирования и RBF-вычисления. Получены верхние теоретические оценки вычислительной сложности разработанных методов, составляющие $O(N \log N)$ для алгоритма RBF-моделирования и $O(\log N)$ для алгоритма RBF-вычисления, притом, что известные оценки классических алгоритмов составляют, соответственно, $O(N^3)$ и $O(N)$.
3. Предложен новый метод адаптивной децимации, позволяющий устранить избыточные точки исходного множества и приводящий к существенному уменьшению времени работы алгоритма RBF-вычисления (примерно в 1.5

раза). Применение метода не увеличивает полученной теоретической оценки сложности RBF-моделирования.

4. Разработана новая методика анализа объёмных тел, заданных RBF-моделями, включающая эффективные алгоритмы, имеющие существенно более низкую вычислительную сложность, по сравнению с известными аналогичными алгоритмами. Предложены алгоритмы вычисления площади поверхности, объёма, координат центра масс и моментов инерции, имеющие низкую оценку вычислительной сложности $O(n^2 \log N)$, по сравнению с оценкой тривиальных алгоритмов – $O(n^3 N)$. Новые алгоритмы вычисления геометрических характеристик сечений имеют низкую оценку вычислительной сложности $O(n \log N)$, по сравнению с оценкой тривиальных алгоритмов – $O(n^2 N)$. Предложена новая вычислительно-эффективная мера схожести объёмных тел для её применения в задачах классификации. Оценка вычислительной сложности новой меры схожести составляет $O(N \log N)$, в отличие от известной оценки $O(N^2)$.
5. Проведены вычислительные эксперименты, в результате которых выявлены оптимальные параметры работы алгоритмов RBF-моделирования и RBF-вычисления в реальных условиях ($\sigma=5\%$, $N_{ovlMIN} = 30$, $N_{ovlMAX} = 50$, $N_l = 30..60$). Установлено, что при оптимальных параметрах сложность RBF-моделирования составляет приблизительно $O(N)$, а сложность RBF-вычисления - $O(1)$, что существенно (в $\log N$ раз) ниже полученных теоретических оценок.
6. Разработано универсальное программное обеспечение, позволяющее применять предложенные в работе алгоритмы и методы в разнообразных предметных областях.
7. На основе разработанных методов, алгоритмов и программного обеспечения впервые решена актуальная задача ультразвуковой дефектоскопии по компьютерному моделированию, визуализации и анализу объёмных технологических дефектов в валках прокатных станов.

Сформулируем выводы по результатам выполненной работы:

1. Полученные теоретические оценки сложностей RBF-моделирования и RBF-вычисления и улучшающие их экспериментальные результаты позволяют применять Радиальные Базисные Функции для моделирования, визуализации и анализа объёмных тел, заданных сотнями тысяч точек.
2. Методы RBF-моделирования, RBF-вычисления и реализующее их программное обеспечение рассчитаны на случай произвольной размерности исходных данных. Это позволяет моделировать не только объёмные тела, но и произвольные скалярные поля в многомерных пространствах по результатам точечных измерений.
3. Применение результатов работы в области моделирования, визуализации и анализа объёмных технологических дефектов валков прокатных станов

позволило избегать эксплуатации валков с опасными дефектами и продлять ресурс бездефектных валков. Это привело к сокращению непроизводительных простоев прокатной линии, уменьшению убытков металлургического предприятия и уменьшению рисков травматизма обслуживающего персонала вследствие существенного уменьшения вероятности разрушения валка в процессе работы.

4. Предложенные RBF-модели объёмных тел позволяют проводить математическое моделирование дефектных массивных металлических изделий для исследования их прочности и отработки технологий повышения качества на основе проведения лишь компьютерных экспериментов, не прибегая к натурному моделированию.

Работы по теме диссертации.

1. Кононыхин А.А., Самедов Я.Ю. Трёхмерное моделирование дефектных областей по данным ультразвукового контроля // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2006. – №6, Т. 72. – С. 31–34.
2. Кононыхин А.А. Развитие методики моделирования, анализа и визуализации объёмных тел в трехмерном пространстве на основе функций радиального базиса // ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В XXI ВЕКЕ: Сборник трудов №3 молодых ученых, аспирантов и студентов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – С. 3–16. ISBN 5-7038-2645-2
3. Кононыхин А.А. Методика распознавания объёмных тел, заданных точками поверхности с использованием функций радиального базиса // ОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРЕЗ НАУКУ: Сборник докладов международного симпозиума. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – С. 366–373. ISBN 5-7038-2715-9
4. Кононыхин А.А. Развитие методики моделирования, анализа и визуализации объёмных тел в трехмерном пространстве на основе функций радиального базиса // Тезисы докладов международной конференции «Образование через науку» (Москва, 17-19 мая 2005 г.) – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – С. 114.
5. Самедов Я.Ю., Кононыхин А.А. Трёхмерная визуализация результатов ультразвукового контроля // Тезисы научно-технической конференции "Томография" (Москва, 22 марта 2005г.). – М, 2005. – С. 8.
6. Неразрушающий контроль прокатных валков / Я.Ю. Самедов, В.Г. Щербинский, В.П. Ромашов, А.А. Кононыхин, В.В. Кутянин // Труды шестого конгресса прокатчиков (Липецк, 18–21 октября 2005г.). – М, 2005. –С. 505–507.
7. Samedov Y., Kononykhin A. Inner Defects Visualization Based on Ultrasonic Scanning // ECNDT-2006 Proceedings, Topic Fr.2.3.2 (Berlin, September 25–29, 2006). – 2006. – 7 p.