

На правах рукописи

Одинцов Олег Александрович

**Разработка метода решения нелинейных контактных задач
стационарного качения автомобильной шины**

Специальности:

01.02.06 — Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры
05.05.03 — Колесные и гусеничные машины

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва 2008

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор А.Е. Белкин.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Б.Г. Попов,
доктор технических наук,
профессор В.Н. Скопинский

Ведущая организация: ООО «Научно-технический центр
НИИ шинной промышленности»

Защита состоится «27» ноября 2008 года в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.141.03 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу:
105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан «27» октября 2008 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета

А.Ю. Карпачев

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Радиальные шины, завоевавшие прочные позиции в оснащении современных автомобилей, непрерывно совершенствуются, давая почву новым научным исследованиям. Важная роль на пути повышения качества современных шин принадлежит математическому моделированию и прогнозированию эксплуатационных свойств на ранних стадиях разработки конструкции. Судя по многочисленным публикациям по механике шин, моделирование особенностей нагружения шины и условий работы ее конструктивных элементов представляется не окончательно решенной задачей.

Важнейшие эксплуатационные характеристики шины выявляются в условиях контактного взаимодействия с дорожным полотном, поэтому задача моделирования поведения шины должна ставиться как контактная. До недавнего времени задачи о контакте шины с опорной поверхностью вынуждено рассматривались в заметно упрощенных постановках: сначала с использованием простейшей одномерной модели кольца, затем с применением более детальной двумерной модели оболочки, но на основе линеаризованной теории малых перемещений. Как правило, изучался контакт неподвижной шины с опорой.

Развитие методов расчета и совершенствование вычислительной техники дают возможность рассмотреть более полные расчетные схемы контактных задач и уточненные модели шины, основанные на геометрически нелинейных соотношениях теории оболочек. Построение таких моделей, разработка алгоритмов решения контактных задач качения шин и создание программного комплекса расчета автомобильных радиальных шин являются актуальными проблемами, решение которых имеет важное значение для обеспечения эффективной теоретической поддержки процесса проектирования.

Целью диссертации является разработка математической модели, метода и программного обеспечения для расчета напряженного состояния автомобильной радиальной шины в условиях стационарного качения в контактной постановке.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи.

1. Создание расчетной модели шины на основе геометрически нелинейной теории оболочек, учитывающей особенности ее конструкции, и предназначенной для реализации методом конечных элементов.
2. Разработка метода решения нелинейных контактных задач качения автомобильных шин.

3. Создание комплекса вычислительных программ, реализующего расчет напряженного состояния шин и предназначенного для применения при их проектировании.

Научная новизна заключается в развитии метода решения нелинейных контактных задач как для неподвижных, так и для стационарно катящихся шин с учетом трения в пятне контакта и особенностей рисунка протектора.

1. Построена общая схема решения нелинейных контактных задач для автомобильных шин. Ранее отдельные контактные задачи решались в упрощенных постановках (одномерных, без учета боковых сил, либо с априорно задаваемыми параметрами пятна контакта). Предложенный метод решения задач может быть использован не только применительно к оболочечным моделям, но также к трехмерным моделям конструкции. Эффективность разработанных алгоритмов подтверждена созданием на их основе компьютерной программы решения контактных задач.
2. На базе геометрически нелинейной модели трехслойной оболочки построены билинейный и биквадратичный конечные элементы, предназначенные для расчета автомобильных шин.
3. Разработан эффективный способ оценки влияния рисунка протектора на контактные напряжения.
4. Впервые получено решение задачи бокового увода на основе оболочечной модели шины.

Достоверность полученных результатов подтверждается

- экспериментальной проверкой моделей, заключающейся в сравнении результатов расчетов для ряда легковых шин с данными испытаний, накопленными в НИИШП и на Московском шинном заводе;
- сопоставлением решений контактных задач с решениями других авторов, полученными интегрированием линеаризованных дифференциальных уравнений теории оболочек;
- положительным опытом использования разработанных методов в практике конструкторских отделов ряда шинных заводов при прогнозировании эксплуатационных характеристик проектных образцов.

Практическая ценность работы заключается в реализации разработанных моделей и алгоритмов в виде комплекса программ для решения контактных задач механики шин, внедренного на двух предприятиях шинной отрасли.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались на XII, XVI, XVII Международных конференциях «Проблемы шин и резинокордных композитов» (М., НИИШП, 2001, 2005, 2006 гг.), XXI, XXII Международных конференциях «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов» (СПб., 2005, 2007 гг.), научных семинарах кафедр «Теоретическая механика» и «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (М., 2007, 2008 гг.), Всероссийской научно-практической конференции «Российский автопром: теоретические и прикладные проблемы машиноведения» (2007 г., М., ИМАШ им. А.А. Благовравова РАН), Международном научном семинаре «Актуальные проблемы нелинейной механики оболочек» (2008 г., Казань, КГУ).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, раздела с общими выводами по работе, списка литературы (76 наименований) и пяти приложений. Основная часть работы изложена на 162 страницах. Диссертация содержит 86 иллюстраций и 9 таблиц.

Содержание работы

Введение содержит общую характеристику работы. Рассматриваются общие проблемы эксплуатации автомобильных шин, подходы к замене физического эксперимента расчетами.

В первой главе дается краткое описание конструкции автомобильной радиальной шины, приводится обзор постановок, методов и моделей, используемых для решения контактных задач, и формулируются цели и задачи работы.

В радиальных шинах основные эксплуатационные нагрузки воспринимаются каркасом и брекером (рис. 1). Каркас автомобильных шин представляет собой набор резинокордных слоев, направление нитей в которых близко к меридиональному. В брекере радиальных шин используется жесткий корд с чередующимся направлением укладки нитей $\pm\varphi$ ($\varphi = 60^\circ \dots 75^\circ$).

При проектировании автомобильных шин важно иметь возможность реалистично оценивать поведение шины в рабочих режимах эксплуатации. Решение этой задачи экспериментальным путем имеет ряд существенных недостатков, связанных со сложностью определения напряженно - деформирован-

ного состояния внутренних элементов шины, наличием больших временных и финансовых затрат на проведение экспериментов.

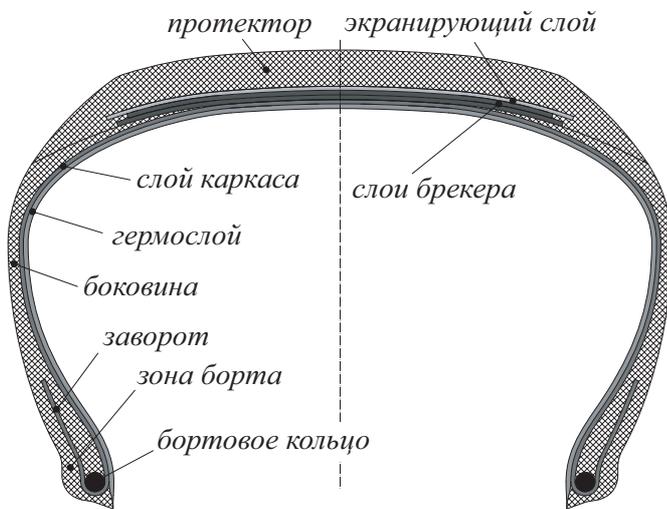


Рис. 1. Профиль радиальной шины

На этапе проектирования шин хорошей альтернативой стендовым испытаниям является численный расчет с использованием математического моделирования. Работы по созданию реалистичных моделей и методов расчета автомобильных шин проводились с 50-х годов XX века параллельно с совершенствованием вычислительных средств и модернизацией конструкции самой шины.

Выделяются три основные контактные задачи для автомобильной шины: задача контакта неподвижной шины с опорной поверхностью, задача

прямолинейного качения и задача бокового увода при качении.

Рассмотрены модели, являющиеся основой существующих численных решений этих задач. Простые одномерные модели балки или кольца на упругом основании обычно используются для получения интегральных характеристик шины. Эти модели не учитывают особенности криволинейной геометрии шины и размещения резинокордных слоев. Для получения реалистичных результатов в одномерных моделях требуется их предварительная настройка с использованием известных результатов эксперимента. Достоинством таких моделей является их простота и экономичность. основополагающей работой в этой области является работа Э. Фиала по боковому уводу колеса, опубликованная в 1954 году. Основным отличием этой работы от работ предшественников является то, что в ней одномерная модель колеса была дополнена внешним упругим слоем, моделирующим протектор, что принципиально важно для объяснения эффекта бокового увода. Подход одномерного моделирования шины был последовательно развит в работах О.Н. Мухина, реализованных в виде программного комплекса АПР.

Другая группа моделей шины основана на использовании теории оболочек. Такие модели значительно лучше соответствуют особенностям конструкции шины. Для расчета шин диагональной конструкции В.Л. Бидерманом и Б.Л. Бухиным была разработана теория безмоментных сетчатых оболочек. В работах Г.М. Куликова и Э.И. Григолюка решение строилось с применением модели многослойной оболочки, использующей гипотезу ломаной нормали.

Отдельный класс оболочечных моделей шины составляют модели трехслойной оболочки, в которых каркас и брекер моделируются двумя несущими слоями, разделенными резиновой прослойкой. Важность такого разделения определяется тем, что жесткости слоев каркаса, брекера и резиновых деталей шины отличаются на несколько порядков. Эта особенность радиальных шин была использована Ф. Бемом, предложившим одну из первых работоспособных моделей радиальной шины. В работах В.Л. Бидермана и Э.Я. Левковской беговая часть шины рассматривалась как трехслойная ортотропная оболочка с двумя мембранными слоями, моделирующими каркас и брекер, и разделяющей их резиновой прослойкой, работающей на поперечный сдвиг. В работах А.Е. Белкина описано построение геометрически нелинейной модели трехслойной оболочки, основанной на дифференциальной формулировке.

Трехмерные модели шины являются наиболее информативными и общими. Применение их к расчету автомобильных шин позволяет получать подробное распределение напряжений и деформаций по толщине стенок шины. Подобные расчеты важны для выделения слоев шины, подверженных преждевременному разрушению, однако для решения контактных задач такая степень детализации избыточна, а высокие требования к вычислительным ресурсам, предъявляемые трехмерными моделями, затрудняют их использование в повседневной практике проектирования.

Важным свойством математической модели является тип используемой формулировки при установлении разрешающих соотношений. Вплоть до конца 80-х годов XX века основными методами численного решения задач механики являлись методы интегрирования систем дифференциальных уравнений, предъявлявшие умеренные требования к вычислительным системам того времени. С развитием вычислительной техники ведущим методом анализа механических систем стал метод конечных элементов (МКЭ), основанный на вариационных принципах и получивший строгое математическое обоснование как обобщение метода Рунге.

Использование МКЭ позволяет существенно расширить область применения математических моделей, однако для получения достоверных результатов необходимо преодоление ряда трудностей. Это проблемы совместности конечных элементов, описания жестких смещений, а также преодоления эффектов заклинивания. В литературе, посвященной расчету оболочек методом конечных элементов, встречается большое число предложений по повышению точности решений. Среди них особого внимания заслуживают схемы двойной аппроксимации деформаций, предложенные Х. Хонгом и Е. Хинтоном, и альтернативные им схемы смешанной интерполяции деформаций К. Бате и Э. Дворкина, пришедшие на смену более простым подходам сокращенного

или выборочного интегрирования (Амад, Айронс, Зенкевич), которые в ряде случаев приводили к возникновению механизмов на элементе.

При решении контактных задач важную роль играет выбор способа учета контактных ограничений. При использовании вариационной формулировки исходная задача сводится к задаче нелинейного программирования, общих методов решения которой на сегодняшний день не существует. В работе Д. Гиволи и И. Духовны решение контактной задачи в геометрически нелинейной постановке представляется в виде последовательности задач квадратичного программирования, решаемых одним из методов проекций.

Другой подход к решению контактных задач, применяемый большинством авторов работ по моделированию контакта шины, заключается в использовании метода последовательных приближений, на каждой из итераций которого формируется множество активных ограничений, неизменное на внутренних итерациях метода Ньютона. Способы, при помощи которых эти ограничения учитываются в системе уравнений, также могут быть различными. В работах Х. Ротерта по механике шин для решения контактных задач используется метод множителей Лагранжа. Этот метод сохраняет квадратичную сходимость метода Ньютона, однако требует введения дополнительных переменных, увеличивающих размерность задачи. Другими распространенными методами являются метод штрафа и расширенный метод Лагранжа. В первом из этих методов также сохраняется квадратичная сходимость метода Ньютона, однако точность решения контактной задачи существенно зависит от выбора штрафного параметра, что в ряде случаев вносит дополнительную сложность в решение задачи. Достоинством метода является отсутствие дополнительных неизвестных. Расширенный метод Лагранжа является комбинацией двух указанных выше методов и позволяет достичь точного выполнения контактных ограничений без введения дополнительных параметров или неизвестных, но ценой потери квадратичной сходимости метода Ньютона.

В конце первой главы на основании проведенного обзора формулируются цели и задачи диссертации.

Во второй главе описывается построение расчетной модели шины и соответствующего ей конечного элемента.

Модель шины состоит из двух слоев, соответствующих резинокордным пакетам каркаса и брекера, и связывающей их резиновой прослойки, несжимаемой в направлении нормали и работающей только на поперечный сдвиг (рис. 2). В слоях каркаса и брекера независимо используются гипотезы Тимошенко.

Для определения деформаций, в каждой точке базовой поверхности кар-

каса или брекера вводится локальная декартова система координат с ортами $\vec{e}_1^{(i)}$, $\vec{e}_2^{(i)}$, $\vec{e}_3^{(i)}$, последний из которых направлен по внешней нормали к базовой поверхности. Здесь и далее для обозначения величин, относящихся к каркасу, брекеру и прослойке, используются верхние индексы $i = 1, 2, 3$ соответственно.

В соответствии с кинематической гипотезой Тимошенко перемещение $\vec{u}^{(i)}$ произвольной точки каркаса или брекера складывается из перемещения $\vec{u}^{\circ(i)}$ точки на соответствующей базовой поверхности и перемещения, связанного с поворотом нормали $\vec{\vartheta}^{(i)}$, что может быть записано как

$$\vec{u}^{(i)} = \vec{u}^{\circ(i)} + \Delta^{(i)} \cdot \vec{\vartheta}^{(i)},$$

где $\vec{\vartheta}^{(i)} = \vec{e}_1^{(i)} \vartheta_1^{(i)} + \vec{e}_2^{(i)} \vartheta_2^{(i)}$ — вектор углов поворота нормали; $\Delta^{(i)}$ — расстояние до соответствующей базовой поверхности пакета слоев.

Деформации произвольной точки пакета слоев каркаса или брекера определяются соотношениями квадратичной теории (номер слоя опущен для краткости)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= u_{1,1} + \frac{1}{2} [(u_{1,1}^{\circ})^2 + (u_{2,1}^{\circ})^2 + (u_{3,1}^{\circ})^2]; \\ \varepsilon_2 &= u_{2,2} + \frac{1}{2} [(u_{1,2}^{\circ})^2 + (u_{2,2}^{\circ})^2 + (u_{3,2}^{\circ})^2]; \\ \gamma_{12} &= u_{1,2} + u_{2,1} + [u_{1,1}^{\circ} u_{1,2}^{\circ} + u_{2,1}^{\circ} u_{2,2}^{\circ} + u_{3,1}^{\circ} u_{3,2}^{\circ}]; \\ \gamma_{13} &= \vartheta_1 + u_{3,1}; \quad \gamma_{23} = \vartheta_2 + u_{3,2}. \end{aligned}$$

Сдвиговые деформации в прослойке определяются по перемещениям точек базовой поверхностей каркаса и брекера:

$$\begin{aligned} \gamma_{13}^{(3)} &= \frac{1}{h^{(3)}} (u_1^{(2)} - u_1^{(1)}) + u_{3,1}^{(1)}; \\ \gamma_{23}^{(3)} &= \frac{1}{h^{(3)}} (u_2^{(2)} - u_2^{(1)}) + u_{3,2}^{(1)}. \end{aligned}$$

Для учета несжимаемости прослойки в направлении нормали \vec{e}_3 использован метод штрафа.

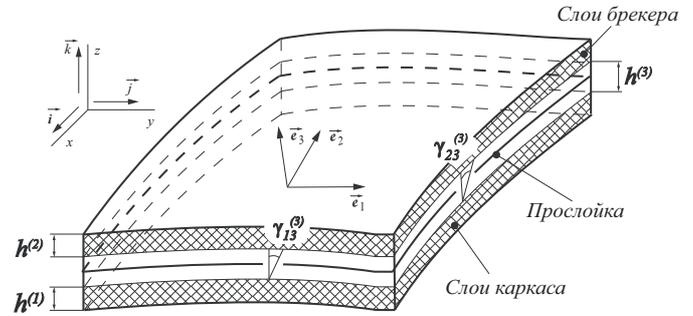


Рис. 2. Математическая модель оболочки шины

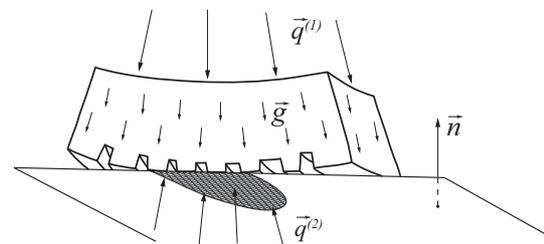


Рис. 3. Силы, учитываемые в модели

Далее на основании принципа возможных перемещений формируются уравнения равновесия оболочки. Возможная работа δU внутренних сил определяется сложением возможных работ деформирования каркаса, брекера и прослойки.

Возможная работа внешних сил складывается из работы внутреннего давления $\vec{q}^{(1)}$, контактных сил $\vec{q}^{(2)}$ и сил инерции $\rho\vec{g}$, действующих в соответствии с принципом Даламбера на вращающуюся шину (рис. 3)

$$\delta W = \iint_{S^{(1)}} \delta \vec{u}^{(1)} \vec{q}^{(1)} dS + \iint_{S^{(2)}} \delta \vec{u}^{(2)} \vec{q}^{(2)} dS + \iiint_V \rho \delta \vec{u} \vec{g} dV.$$

Уравнение принципа возможных перемещений имеет вид

$$\delta U + \delta U_p - \delta W = 0,$$

где δU_p — вариация штрафного слагаемого, выражающего условие несжимаемости прослойки.

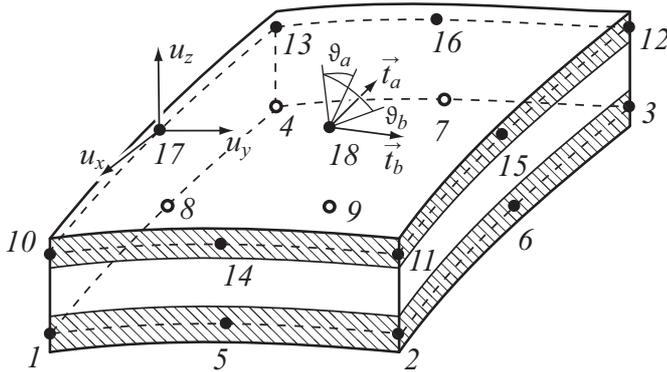


Рис. 4. Схема 18-узлового конечного элемента

Далее рассмотрено построение 18-узлового конечного элемента трехслойной оболочки для описанной выше модели. Узлы элемента (рис. 4) располагаются на базовых поверхностях каркаса и брекера.

В каждом из узлов элемента вводятся три линейных перемещения и два угла поворота нормали относительно двух ортогональных векторов \vec{t}_a , \vec{t}_b , касательных к соответствующей базовой поверхности оболочки

$$\{q_i\} = [u_{xi} \quad u_{yi} \quad u_{zi} \quad \vartheta_{ai} \quad \vartheta_{bi}]^T.$$

Для аппроксимации полей перемещений на элементе используются функции формы различного порядка: в пределах граней, моделирующих каркас и брекер перемещения аппроксимируются биквадратичными функциями формы семейства Лагранжа, а по толщине прослойки — линейно по перемещениям точек соответствующих лицевых поверхностей.

Устранение заклинивания производится как в пакетах слоев каркаса и брекера, так и в прослойке. Для этого используется схема двойной аппроксимации деформаций, подробно рассмотренная в работах А.И. Голованова. Описан способ формирования матриц связи замещающих деформаций с узловыми степенями свободы, упрощающий программную реализацию элемента.

Матрица тангенциальных жесткостей конечного элемента имеет вид

$$[K_\tau] = [K_0] + [K_L] + [K_\sigma] + [K^{(3)}] + [K_p] - \Omega^2[\mathfrak{M}] - [P],$$

где $[K_0]$ — матрица жесткостей линейной задачи; $[K_L]$ — матрица больших перемещений; $[K_\sigma]$ — матрица начальных напряжений; $[K^{(3)}]$ — матрица жесткостей прослойки; $[K_p]$ — матрица штрафных жесткостей прослойки; $[\mathfrak{M}]$ — матрица масс; $[P]$ — матрица учета следящего характера внутреннего давления; Ω — угловая скорость вращения.

Завершает главу построение упрощенного 8-узлового конечного элемента с билинейной аппроксимацией перемещений по лицевым граням. Элемент предназначен для расчета радиальных легковых автомобильных шин, имеющих, как правило, малослойную конструкцию.

Третья глава посвящена решению контактных задач. В основу исследования напряженно — деформированного состояния шины при стационарном качении положено уравнение принципа возможных перемещений

$$\delta U + \delta U_p - \Omega^2 \delta \iiint_V \rho r \vec{u} \vec{i}_r dV - \frac{1}{2} \Omega^2 \delta \iiint_V \rho (\vec{u}, \varphi)^2 dV - \\ - \iint_{S_c} \delta \vec{u}^{(2)} \vec{q}^{(2)} dS - \iint_{S^{(1)}} \delta \vec{u}^{(1)} \vec{q}^{(1)} dS = 0.$$

В начале главы рассмотрено решение задачи контакта неподвижной шины с недеформируемой опорной поверхностью.

В контактных задачах модель оболочки дополняется внешним упругим слоем, моделирующим протектор шины в виде одностороннего винклеровского основания.

Опорная поверхность задается аналитически зависимостью $z = z_c(x, y)$. В качестве параметра нагружения шины используется величина смещения опорной поверхности к оси колеса δ_z . Для описания ограниченный контакта применяется функция нормального внедрения, линеаризованная для случая полой опорной поверхности

$$g = g_n^\circ - u_n - k_n^{-1} q_n,$$

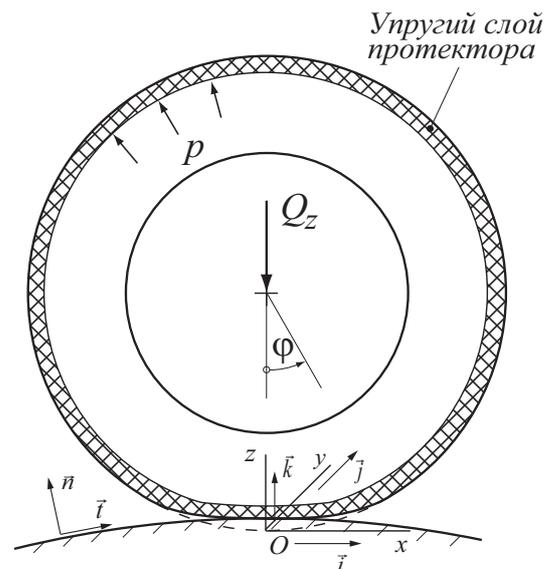


Рис. 5. Задача контакта неподвижной шины

где g_n° — начальное внедрение, которое имело бы место в случае проницаемых тел; u_n — перемещение оболочки в направлении нормали к опорной поверхности; $q_n \geq 0$ — нормальное контактное давление; k_n — жесткость протектора.

Из условия неположительности внедрения следует связь между перемещением оболочки и нормальной контактной силой

$$q_n = \begin{cases} k_n (g_n^\circ - u_n) & , \text{ если } g_n^\circ - u_n > 0 ; \\ 0 & , \text{ если } g_n^\circ - u_n \leq 0 . \end{cases}$$

Возможная работа обжатия протектора представляется в виде

$$\delta W_c = \iint_{S_c} k_n (g_n^\circ - u_n) \delta u_n dS.$$

Далее строятся матрица контактных жесткостей

$$[K_c] = \iint_{S_c} k_n [N]^T \{n\} \{n\}^T [N] dS$$

и вектор контактной узловой нагрузки

$$\{F_c\} = \iint_{S_c} [N]^T k_n g_n^\circ \{n\} dS,$$

добавляемые в уравнения МКЭ как вклады элементов, вошедших в контакт.

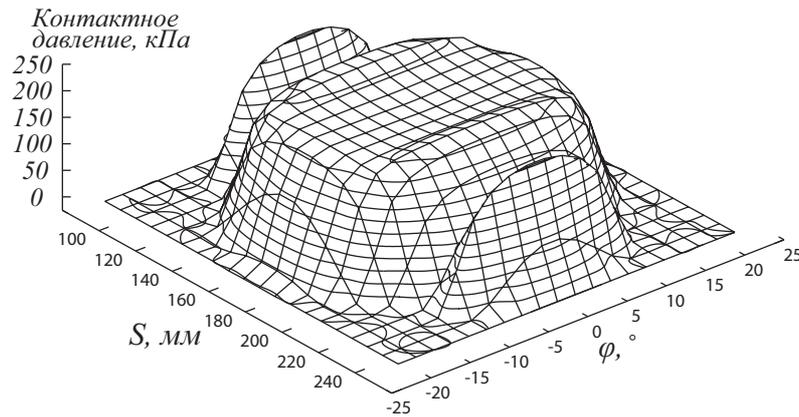


Рис. 6. Распределение контактных сил

Определение области контакта производится методом последовательных приближений. Показано, что использование гипотез одностороннего винклеровского основания для протектора эквивалентно решению контактной задачи для исходной оболочки методом штрафа с переменным штрафным параметром.

В результате решения определяются поля деформаций и напряжений конструкции, распределение давления в пятне контакта (рис. 6), а также значение вертикальной нагрузки

$$Q_z \approx \iint_{S_c} k_n (g_n^\circ - \{n\}^T [N] \{q\}) dS ,$$

соответствующее заданному смещению опорной поверхности.

Использование метода продолжения по параметрам нагружения позволяет решить проблему выбора начального приближения и получить данные для построения нагрузочной характеристики шины.

Далее рассматривается задача прямолинейного качения шины по плоской или цилиндрической поверхности бегового барабана. Режим качения шины задается значением радиуса качения $R_k = V/\Omega$, где V — скорость качения.

Вектор контактных сил дополняется продольной составляющей, определяемой в соответствии с законом трения Кулона. Область контакта S_c делится на зоны сцепления S_{cu} и скольжения S_{ck} .

Получено выражение для возможной работы сил в контакте:

$$\delta W_c = \iint_{S_c} k_n (g_n^\circ - u_n) \delta u_n dS + \iint_{S_{cu}} k_t (g_t^\circ - u_t) \delta u_t dS + \iint_{S_{ck}} \mu k_n (g_n^\circ - u_n) \delta u_t dS.$$

Матрица контактных жесткостей для касательных сил определяется в области сцепления по выражению

$$[K_{cu}] = \iint_{S_{cu}} k_t [N]^\top \{t\} \{t\}^\top [N] dS.$$

В области скольжения матрица контактных жесткостей

$$[K_{ck}] = \iint_{S_{ck}} \mu k_n [N]^\top \{t\} \{n\}^\top [N] dS$$

утрачивает свойство симметрии, что вносит сложности в численное решение задачи.

В подобных ситуациях для решения контактных задач предлагается использовать метод фиктивных вязкостей, рассмотренный в четвертой главе работы.

Решение задачи прямолинейного стационарного качения предоставляет дополнительную информацию о контакте шины. Помимо результатов, аналогичных получаемым из решения задачи контакта неподвижной шины (рис. 7), определяются распределение продольных контактных сил и интегральные характеристики: продольная сила Q_x и крутящий момент M_y , соответствующие

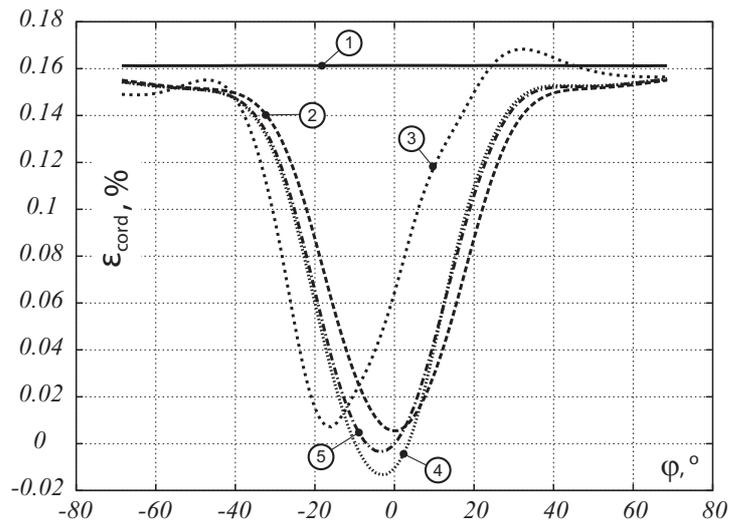


Рис. 7. Изменение деформаций нитей брекера в различных режимах качения (1—надувка; 2—обжатие; 3—качение при полном проскальзывании; 4—качение при полном сцеплении; 5—общий случай качения)

выбранному значению R_{κ} :

$$Q_x \approx \iint_{S_c} q_t dS; \quad M_y \approx \iint_{S_c} (q_t \cdot z - q_n \cdot x) dS - Q_x R_{\delta}.$$

При качении колеса в присутствии боковых сил возникает так называемое явление «бокового увода», обнаруженное Брулье в 1925 г. Боковой увод оказывает существенное влияние на характер движения автомобиля, и в значительной мере определяет его управляемость и устойчивость. При исследовании движения с боковым уводом практическую ценность представляет получение зависимости боковой силы Q_y и стабилизирующего момента M_z от угла увода δ .

В задаче качения с боковым уводом рассмотрены два практически важных частных случая: качение по плоской поверхности и качение по цилиндрической поверхности бегового барабана.

Для определения касательных сил в контакте используется закон трения Кулона в независимой форме $|q_x| \leq \mu_x q_n$; $|q_y| \leq \mu_y q_n$.

Выражения для матрицы контактных жесткостей и вектора контактной узловой нагрузки представляются в виде

$$[K_c] = \iint_{S_c} [N]^T [L_c]^T [Y_c] [D_{np}] [L_c] [N] dS;$$

$$\{F_c\} = \iint_{S_c} [N]^T [L_c]^T [Y_c] [D_{np}] [L_c] \{g_o\} dS,$$

где $[D_{np}]$ — матрица коэффициентов жесткости протектора; $[L_c]$ — матрица направляющих косинусов ортов локальной системы координат; матрица $[Y_c]$ описывает тангенциальные условия контакта в данной точке.

Вид матрицы $[Y_c]$ зависит от типа контакта в данной точке. Для зоны сцепления $[Y_c]$ — единичная матрица, а в зоне скольжения она определяется выражением

$$[Y_c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \pm\mu_x \\ 0 & 0 & \pm\mu_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где знаки элементов матрицы определяются путем вычисления вектора относительной скорости смещения точек протектора и основания по данным предыдущей итерации.

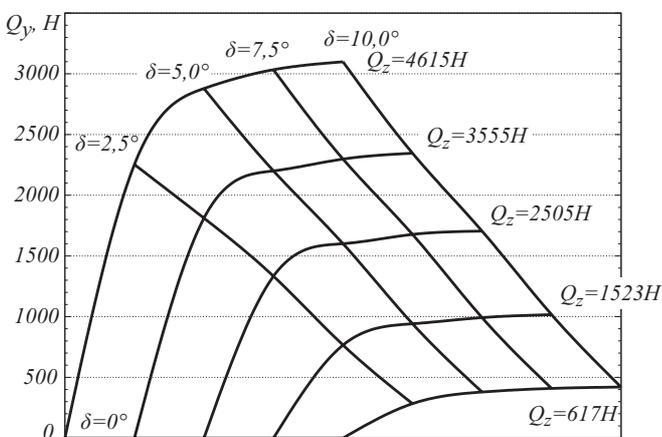


Рис. 8. Комплексный график боковой силы

По решению задачи определяются значения боковой силы Q_y , стабилизирующего и опрокидывающего моментов M_z и M_x . На рис. 8 показан комплексный график зависимости боковой силы Q_y от вертикальной нагрузки Q_z и угла бокового увода δ .

Верификация решений проведена путем сравнения результатов расчета с экспериментами, выполненными сотрудниками НИИШП для радиальной легковой шины 175/70R13.

В заключение третьей главы изложен способ учета рисунка протектора. Предложенный подход основан на использовании «карты толщин» протектора, формируемой по чертежу проектируемой шины или фотографии шины-аналога. Показано, что учет рисунка протектора позволяет значительно улучшить точность определения геометрии пятна контакта и распределения давления в нем (рис. 9). Приведены результаты численных экспериментов, демонстрирующие вычислительную эффективность предложенного подхода.

175/70R13



$$l = 175 \text{ мм} \quad Q_z = 406 \text{ кгс}$$

$$b = 117 \text{ мм} \quad \Delta = 23 \text{ мм}$$

Рис. 9. Влияние рисунка протектора на контактное давление

В четвертой главе описаны алгоритмы и процедуры решения контактных задач для шины. Рассмотрен модифицированный метод продолжения по параметру, позволяющий исследователю задавать собственную программу нагружений шины по наиболее существенным параметрам: параметру посадки на обод, внутреннему давлению, обжатию, изменению радиуса качения. Программа нагружения определяется матрицей опорных значений параметров нагружения $[\Lambda]$. Использование метода продолжения по параметру позволяет решить проблему выбора начального приближения и повысить устойчивость решения задачи.

Здесь же рассматривается метод фиктивной вязкости, применяемый при наличии скольжения для улучшения сходимости решения. Приводятся результаты численных экспериментов, обосновывающие выбор параметра фиктивной вязкости для рассматриваемых задач.

Также рассмотрены алгоритм дробления шага метода Ньютона, алгоритм регуляризации матрицы тангенциальных жесткостей, основанный на методе Левенберга-Марквардта и общий алгоритм решения контактных задач.

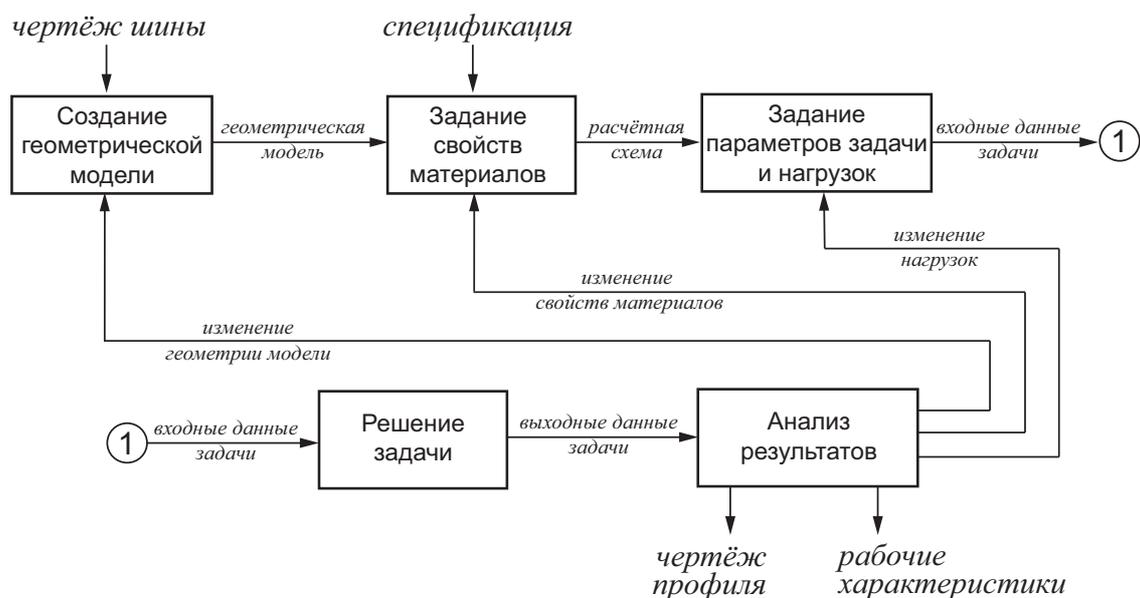


Рис. 10. Общая схема работы с программным комплексом расчета радиальных шин

Пятая глава посвящена описанию общей архитектуры и отдельных аспектов работы программного комплекса расчета автомобильных радиальных шин, разработанного автором. Рассмотрены функции отдельных модулей комплекса и схема работы с ними (рис. 10).

В качестве геометрического препроцессора используется разработанный модуль для системы проектирования AutoCAD. Формирование геометрической модели шины происходит в режиме пошагового диалога с пользователем.

В ходе решения задачи пользователь имеет возможность контроля решения с помощью модуля визуализации промежуточных результатов. Для анализа решения используется набор постпроцессоров, представляющих выходные данные в удобной для исследователя форме.

В приложениях приведены комментарии по процедуре построения конечного элемента, описание схемы решения контактной задачи при заданной вертикальной нагрузке на ось колеса Q_z , алгоритм решения задачи для параллельных вычислительных систем и результаты дополнительных исследований влияния различных параметров на характеристики бокового увода и точность получаемого решения.

Основные выводы

1. Разработана геометрически нелинейная оболочечная модель радиальной шины, учитывающая особенности ее конструкции и деформирования.

При построении расчетной модели за основу взята теория трехслойных оболочек.

2. Построены два типа конечных элементов, моделирующих радиальную шину: восемнадцатиузловой элемент с биквадратичной аппроксимацией перемещений и восьмиузловой элемент с билинейной аппроксимацией. Для учета условия несжимаемости резиновой прослойки трехслойной оболочки использован метод штрафа. Сдвиговое заклинивание устранено с помощью схемы двойной аппроксимации деформаций.
3. Разработан алгоритм решения контактных задач для стационарно катящейся шины. Алгоритм включает дискретный вариант метода продолжения по параметру, метод последовательных приближений для определения параметров контактной области и метод фиктивной вязкости для улучшения сходимости решения при наличии зон скольжения. Для повышения надежности решения нелинейной задачи применены метод Ньютона с дроблением шага и регуляризация матрицы тангенциальных жесткостей, основанная на методе Левенберга-Марквардта.
4. Получены решения основных типов контактных задач для шины. Построено решение задачи контакта неподвижной шины с недеформируемой опорной поверхностью, задачи прямолинейного стационарного качения с учетом трения в пятне контакта и задачи качения с боковым уводом по плоской и цилиндрической опорной поверхности. Задача бокового увода шины впервые решена на основе геометрически нелинейной модели оболочки с определением области контакта, областей сцепления/скольжения в ней, с учетом рельефа протектора.
5. Проведена верификация моделей и методов путем сопоставления результатов расчета для радиальной легковой шины 175/70R13 с экспериментами, выполненными в НИИШП.
6. Создана компьютерная программа, реализующая расчет автомобильных радиальных шин в контактной постановке и составляющая математическое ядро программного комплекса.
7. Программный комплекс внедрен на шинных заводах ОАО «Амтелшинпром» (г. Москва) и ЗАО «Росава» (г. Белая Церковь, Украина).

**Основные положения диссертации опубликованы в
следующих работах:**

1. Новые функции комплекса КАСКАД в связи с задачами проектирования шин / А. Е. Белкин, В. В. Гречко, Н. Л. Нарская, О. А. Одинцов // Проблемы шин и резинокордных композитов: Труды XII Международной конференции. — М., 2001. — Т. 1. — С. 74–78.
2. Белкин А. Е., Нарская Н. Л., Одинцов О. А. Модернизация программного комплекса КАСКАД для расчета крупногабаритных радиальных шин // Проблемы шин и резинокордных композитов: Труды XVI Международной конференции. — М., 2005. — Т. 1. — С. 45–51.
3. Белкин А. Е., Нарская Н. Л., Одинцов О. А. Численный анализ деформаций автомобильной шины при стационарном качении // Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов: Труды XXI Международной конференции. — СПб., 2005. — С. 68–73.
4. Белкин А. Е., Нарская Н. Л., Одинцов О. А. Расчет деформаций автомобильной шины при стационарном качении // Проблемы шин и резинокордных композитов: Труды XVI Международной конференции. — М., 2005. — Т. 1. — С. 52–59.
5. Одинцов О. А. Решение контактной задачи для радиальной шины с учетом рисунка протектора // Проблемы шин и резинокордных композитов: Труды XVII Международной конференции. — М., 2006. — Т. 2. — С. 85–94.
6. Белкин А. Е., Одинцов О. А. Численное решение геометрически нелинейной задачи контакта автомобильной шины с твердой опорной поверхностью // Вестник МГТУ. Серия Машиностроение. — 2007. — № 1(66). — С. 20–35.
7. Белкин А. Е., Нарская Н. Л., Одинцов О. А. Нелинейные контактные задачи стационарного качения автомобильной шины // Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов: Труды XXII Международной конференции. — СПб., 2007. — С. 57–62.
8. Белкин А. Е., Одинцов О. А. Численное решение контактной задачи для автомобильной шины при стационарном качении с боковым уводом // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2008. — № 6. — С. 27–42.