

На правах рукописи

Шляева Анна Викторовна

**ИССЛЕДОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ
ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ
ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.17. – Теоретические основы информатики

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2009

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент
Рудаков Игорь Владимирович

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Черненький Валерий Михайлович

кандидат технических наук
Борисов Юрий Юрьевич

Ведущая организация: Московский государственный университет
экономики, статистики и информатики (МЭСИ)

Защита диссертации состоится "5" ноября 2009 года в 14.30 на заседании диссертационного совета Д 212.141.10 в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан "___" _____ 200_ г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета Д 212.141.10
к.т.н., доцент

С.Р. Иванов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Имитационное моделирование является одним из наиболее эффективных средств исследования характеристик сложных дискретных систем (таких, как компьютерные сети, вычислительные системы, дорожные потоки, поточные линии предприятий); оно позволяет достаточно просто учитывать такие факторы, как нелинейные характеристики элементов системы, наличие многочисленных случайных воздействий и т.д.

При создании имитационной модели системы одной из важных задач является задача формализации случайных входных воздействий, поступающих в систему в дискретные моменты времени. Особый интерес представляют методы моделирования входных воздействий, использующие ряд данных, соответствующих искомому случайному воздействию, полученный в результате натурных экспериментов или наблюдений над исследуемой системой. Имеющиеся данные возможно проанализировать, выявив в них зависимости и закономерности, построить соответствующую им модель входного воздействия, а также оценить параметры этой модели по ряду данных. В ходе моделирования поведения системы генерация требуемого случайного входного воздействия осуществляется в соответствии с выбранной моделью входного воздействия. Вопрос моделирования входных данных для имитационных моделей систем рассматривался в трудах Б. Нельсона, Дж. Вилсона, Б. Шнейдера, Р. Кашьяпа, С. Хендерсона, Л. Лимиса, Б. Меламеда, В.Н. Бусленко.

В настоящее время при моделировании входных данных случайное входное воздействие чаще всего представляют выборкой независимых и одинаково распределенных данных, используя такие методы формализации, как подбор теоретического распределения, задание эмпирического распределения и др. Однако, известно, что для многих реальных входных воздействий характерно наличие автокорреляции, т.е. корреляции между предыдущими и последующими значениями входного воздействия. Примерами таких входных данных могут служить временные интервалы между прохождением автомобилями контрольной точки, нагрузка вычислительной сети и т.п. Использование упрощенных моделей для представления подобных входных воздействий с внутренней зависимостью может приводить к ошибкам моделирования системы в целом.

В связи с тем, что большинство используемых исследователями методов и программных средств для моделирования входных данных не учитывают возможную внутреннюю зависимость во входных воздействиях, задача выбора модели входного воздействия, учитывающей автокорреляцию в случайных данных, а также оценка параметров этой модели и генерация соответствующих входных воздействий, являются актуальными.

Цель работы и задачи исследования

Целью данной работы является разработка и исследование метода и алгоритмов моделирования случайных входных воздействий с автокорреляцией для имитационных моделей дискретных систем.

Для достижения поставленной цели потребовалось решение следующих задач:

1. Анализ методов формализации случайных входных воздействий, в том числе входных воздействий без внутренней зависимости и входных воздействий с автокорреляцией.
2. Выбор модели и разработка метода моделирования случайных воздействий, учитывающего возможную автокорреляцию во входных данных (на основе стационарных ARTA-процессов¹).
3. Разработка модифицированного алгоритма оценки параметров модели входного воздействия по реализации стационарного случайного процесса и алгоритма генерации случайных входных воздействий.
4. Создание методики оценки статистического согласия модели случайного входного воздействия с автокорреляцией по имеющейся реализации стационарного случайного процесса.
5. Разработка программного обеспечения для оценки параметров модели входных данных и генерации случайных воздействий.

Методы исследования

При решении задач данной диссертационной работы были использованы методы математической статистики, теории случайных процессов, методы условной минимизации, теории полуопределенного программирования.

Научная новизна

В результате выполненной работы получены следующие новые научные результаты:

1. Разработана модификация алгоритма оценки параметров ARTA-процесса с безусловным распределением из семейства распределения Джонсона, снимающая ограничение на положительную определенность матрицы автоковариаций базового стационарного случайного процесса.
2. Создана методика оценки статистического согласия модели случайного входного воздействия по имеющейся реализации случайного процесса, включающая в себя методы оценки согласия безусловных распределений и методы оценки согласия структур автокорреляции.
3. Предложен новый метод формализации случайного воздействия в отсутствие экспериментальных данных, представляющих искомое входное воздействие. Метод позволяет учесть автокорреляцию входных данных и в

¹ AutoRegressive-To-Anything, авторегрессионный процесс для моделирования любого распределения

качестве модели случайного воздействия рассматривает стационарный случайный процесс с произвольным безусловным распределением (ARTA-процесс), параметры которого определяются по экспертным оценкам характеристик процесса.

Практическая ценность работы

Разработанный метод моделирования случайных входных воздействий непосредственно направлен на решение практических задач, его программная реализация позволяет моделировать случайные входные воздействия для стохастических имитационных моделей дискретных систем. Достоверность полученных с помощью предложенного метода результатов проверена на реальных данных. Предложенная модель случайного входного воздействия применена для имитационного моделирования потоков автомобилей в задаче исследования системы безопасности путепровода тоннельного типа в составе транспортной развязки в районе пересечения Кутузовского проспекта.

Публикации по теме диссертации

По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ (из них 2 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК, 3 публикации тезисов докладов на научных конференциях и семинарах, 1 публикация в сборнике научных трудов) и получено 1 свидетельство о регистрации программного продукта.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Содержит 129 страниц, 42 рисунка, 19 таблиц. Список литературы состоит из 82 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования и сформулирована его цель и основные задачи.

В первой главе приведена классификация методов моделирования входных данных, описаны существующие модели случайных входных воздействий, их достоинства и недостатки.

Основными этапами моделирования случайных входных воздействий являются (рисунок 1):

- Оценка параметров модели случайного входного воздействия.
- Генерация случайного входного воздействия.

В качестве математической модели случайного входного воздействия с автокорреляцией принят стационарный случайный процесс.

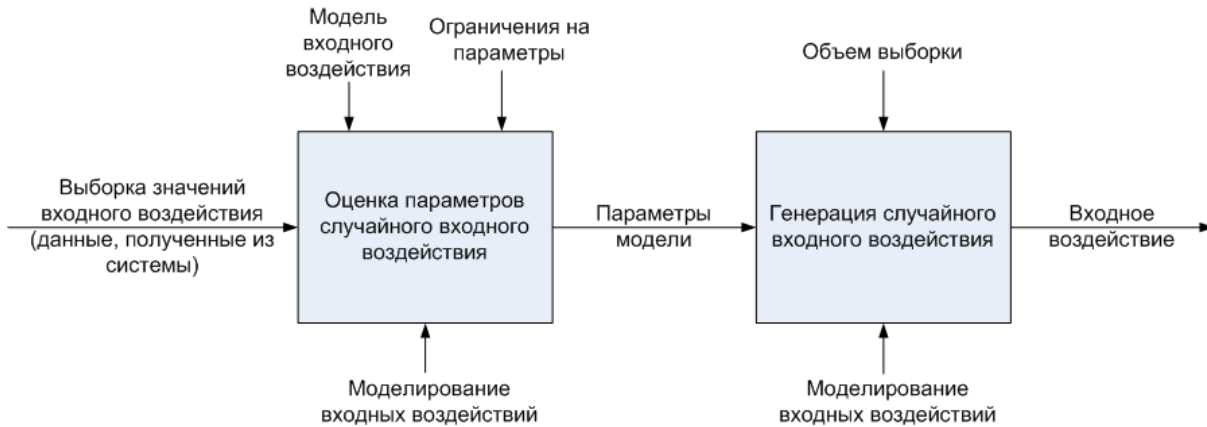


Рисунок 1. Функциональная схема моделирования случайных входных воздействий

Среди существующих моделей стационарных случайных процессов можно выделить линейные процессы, процессы с безусловным распределением, отличным от Гауссова и преобразования линейных процессов (см. рисунок 2).



Рисунок 2. Модели стационарного случайного процесса

Самые распространенные модели стационарного случайного процесса – линейные процессы AR (Autoregressive – авторегрессии), MA (Moving Average – скользящего среднего), ARMA (Autoregressive-Moving Average – авторегрессии и скользящего среднего). Линейность этих моделей, обусловленная применением Гауссовых безусловных распределений, существенно ограничивает возможность их применения. Существуют модели

стационарных случайных процессов с безусловными распределениями, отличными от Гауссова (экспоненциальное, гамма, геометрическое и т.д.). Их недостатком является то, что они не универсальны: для каждого безусловного распределения необходимо использовать свою модель. Альтернативой этим моделям являются модели, представляющие стационарный случайный процесс как преобразование Гауссова линейного процесса: стационарные ARTA- и TES-процессы (Transform-Expand-Sample – процессы преобразования и расширения выборки). Применение TES-процесса для описания входного воздействия требует ручной настройки, в то время как использование ARTA-процессов может быть полностью автоматизировано. Кроме того, TES-процессы гарантируют соответствие структуры автокорреляции только с шагом, равным единице, в отличие от ARTA-процессов, позволяющих описать автокорреляцию с произвольным конечным шагом. Таким образом, из рассмотренных моделей стационарного случайного процесса ARTA-процессы позволяют описать наиболее широкий круг случайных входных воздействий.

Во второй главе описана используемая модель случайного входного воздействия, а также метод и алгоритм оценки параметров модели и генерации случайного воздействия.

В результате анализа моделей входного воздействия для формализации случайного входного воздействия с автокорреляцией выбраны стационарные ARTA-процессы. В качестве безусловных распределений ARTA-процесса рассматривается семейство распределений Джонсона, так как оно описывает широкий класс распределений и позволяет достичь большой универсальности. Кроме того, распределение Джонсона представляет собой преобразование Гауссова распределения, что значительно упрощает процедуру оценки параметров и генерации ARTA-процесса.

Известно, что функция распределения Джонсона имеет следующий вид:

$$F(x) = \Phi \left[\gamma + \delta f \left(\frac{x - \xi}{\lambda} \right) \right] \quad (1),$$

где Φ – функция распределения вероятностей стандартного нормального распределения,

γ, δ – параметры формы, λ – масштабный параметр, ξ – параметр положения,

f – одна из следующих функций:

- $f(x) = \ln(x)$ – логнормальное семейство распределений S_L .
- $f(x) = \sinh^{-1}(x)$ – неограниченное семейство распределений S_U .
- $f(x) = \ln \left[\frac{x}{1-x} \right]$ – ограниченное семейство распределений S_B .
- $f(x) = x$ – нормальное семейство распределений S_N .

ARTA-процесс представляет собой следующее преобразование AR(p)-процесса Z_t :

$$X_t = F_X^{-1}(U_t) = F_X^{-1}(\Phi[Z_t]), \quad (2)$$

где Φ – функция нормального распределения, F_X – функция безусловного распределения вероятности, Z_t – AR-процесс:

$$Z_t = \sum_{h=1}^p \alpha_h Z_{t-h} + Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где p – порядок авторегрессии, α_h при $h=1, 2, \dots, p$ – коэффициенты авторегрессии, Y_t – белый шум, представляющий случайную часть Z_t , не зависящую линейно от предыдущих наблюдений, с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_Y^2 .

Для оценки параметров ARTA-процесса по ряду данных $X_1, X_2, \dots, X_n$ объема n разработана модификация алгоритма оценки параметров, предложенного Biller и Nelson.

Алгоритм заключается в минимизации целевой функции

$$S_D(\psi) = \frac{1}{(n-p)^2} \sum_{t=p+1}^n \frac{(n-p+1)^2 (n-p+2)}{(t-p)(n+1-t)} \left(\Phi[V_{(t)}(\psi)] - \frac{t-p}{n-p+1} \right)^2, \quad (4)$$

где $V_{(t)}(\psi)$ – порядковые статистики

$$V_t(\psi) = \frac{\gamma + \delta f\left[\frac{X_t - \xi}{\lambda}\right] - \sum_{h=1}^p \alpha_h \left(\gamma + \delta f\left[\frac{X_{t-h} - \xi}{\lambda}\right] \right)}{\sigma_Y^2}. \quad (5)$$

При этом порядок авторегрессии базового процесса p и тип распределения Джонсона f считаются известными.

Минимизация проводится в области $\Psi = (\gamma, \delta, \lambda, \xi, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)'$, где

$$\delta > 0, f \in \{S_U, S_B, S_L, S_N\}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \lambda > 0, f = S_U, \\ \lambda > X_{(n)} - \xi, f = S_B, \\ \lambda = 1, f \in \{S_L, S_N\}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \xi < X_{(1)}, f \in \{S_L, S_B\}, \\ \xi = 0, f = S_N, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} 1 - \sum_{h=1}^p \alpha_h B^h = 0, \\ B > 1. \end{cases} \quad (9)$$

Задача оптимизации декомпозируется на две: определение параметров распределения Джонсона $\gamma, \delta, \lambda, \xi$ и параметров базового AR(p)-процесса $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$, при этом последовательно улучшаются оценки параметров $(\gamma, \delta, \lambda, \xi)$ и $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$.

Недостатком оригинального алгоритма оценки параметров ARTA-процесса является то, что матрица автоковариаций Σ_Z базового процесса Z_t , полученная при минимизации целевой функции (5), по построению может не быть положительно определенной; в этом случае алгоритм не работает. Для решения проблемы неположительно определенных матриц автоковариаций базового AR-процесса Z_t предложена следующая модификация алгоритма: после минимизации целевой функции (5) необходимо определить, является ли матрица Σ_Z положительно определенной. Если условие не выполняется, необходимо решить задачу поиска положительно определенной матрицы Σ'_Z , минимизирующей расстояние до полученной в результате работы алгоритма матрицы автоковариаций Σ_Z , при условии минимизации: $\Sigma'_Z(i,i)=1$. Задача относится к классу линейных задач полуопределенного программирования и решается с помощью алгоритма предиктора-корректора.

В общем виде алгоритм оценки параметров ARTA-процесса выглядит следующим образом:

1. Выбор значения порядка автокорреляции p по критерию Шварца.
2. Для каждого типа распределений Джонсона:
 - 2.1. Определение начальных значений параметров безусловного распределения $\gamma, \delta, \lambda, \xi$ методом наименьших квадратов.
 - 2.2. Определение начальных значений параметров авторегрессии $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ решением уравнений Юла-Уолкера:

$$\sum_{h=1}^p \alpha_h \rho_Z(h-k) = \rho_Z(k), \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (10)$$

где $\rho_Z(k)$ – коэффициент автокорреляции базового процесса k -го порядка.

- 2.3. Условная минимизация функции $S_D(\psi)$ по $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$.
- 2.4. Условная минимизация функции $S_D(\psi)$ по $\gamma, \delta, \lambda, \xi$.
- 2.5. Если условие останова $|S_D(\psi_k|x) - S_D(\psi_{k-1}|x)| \leq S_D(\psi_{k-1}|x) \times \Delta$, где Δ – априори заданная относительная ошибка, не выполнено, перейти к п.2.3, иначе перейти к п.2.6.
- 2.6. Определение апостериорного значения порядка автокорреляции r .
- 2.7. Если $r=p$, перейти к п.3, иначе установить порядок автокорреляции равным r и перейти к п. 2.1.

3. Выбор наиболее подходящего безусловного распределения ARTA-процесса по результатам проверки по критериям согласия.

Для вычисления целевой функции на шагах 2.3 и 2.4:

1. Решаются уравнения Юла-Уолкера (10) относительно коэффициентов автокорреляции (шаг от 1 до p).

2. Если матрица автоковариаций Σ_Z не является положительно определенной, с помощью алгоритма предиктора-корректора находится

положительно определенная матрица Σ'_Z , минимизирующая расстояние между Σ_Z и Σ'_Z при условии: $\Sigma'_Z(i, i) = 1$.

3. Вычисляется значение $\sigma_Y^2 = 1 - \sum_{h=1}^p \alpha_h \rho_Z(h)$.

4. Вычисляются значения $V_t(\psi), t = 1, 2, \dots, n$, используя (5), и значения порядковых статистик $V_{(p+1)}(\psi), V_{(p+2)}(\psi), \dots, V_{(n)}(\psi)$.

5. Вычисляется значение целевой функции (4).

Минимизация целевой функции выполняется по алгоритму Левенберга-Маркардта, так как было строго доказано (Biller, Nelson), что этот метод обеспечивает сходимость алгоритма оценки параметров ARTA-процесса.

Алгоритм с предложенной модификацией находит оценки параметров ARTA-процесса, в том числе в случаях, когда оригинальный алгоритм не срабатывает из-за неопределенности матрицы автоковариаций базового процесса.

Для моделирования случайных входных воздействий с автокорреляцией в случае, когда нет возможности собрать статистический ряд данных наблюдений по исследуемому воздействию, разработан метод моделирования на основе ARTA-процессов. Оценка параметров безусловного распределения модели выполняется по указанному исследователем типу распределения Джонсона и экспертным оценкам математического ожидания и дисперсии распределения. Для логнормального распределения также требуется указать экспертную оценку смещения распределения относительно начала координат, для ограниченного – оценки левой и правой границ распределения, для неограниченного – оценки эксцесса и асимметрии распределения. Оценки параметров безусловного распределения вычисляются методом моментов. Оценки параметров базового процесса ARTA-процесса определяются решением уравнений Юла-Уолкера по указанным экспертным оценкам порядка авторегрессии и коэффициентов автокорреляции базового процесса.

Предложенный метод позволяет построить модель случайного входного воздействия с автокорреляцией в отсутствие ряда данных наблюдений, по экспертным оценкам параметров процесса.

Для генерации случайного входного воздействия согласно модели ARTA-процесса реализован следующий алгоритм:

1. Генерация $n + p$ нормально распределенных случайных величин Y с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной σ_Y^2 .

2. Вычисление первых p значений базового авторегрессионного процесса Z с помощью разложения Холецкого матрицы автоковариаций: $Z_{[p \times 1]} = V_{[p \times p]} \cdot Y_{[p \times 1]}$, где $\Sigma_Z = VV^T$.

3. Вычисление n значений базового авторегрессионного процесса

$$Z: Z_t = \sum_{h=1}^p \alpha_h Z_{t-h} + Y_t.$$

4. Вычисление n значений ARTA-процесса $X: X_t = \xi + \lambda f^{-1} \left[\frac{Z_t - \gamma}{\delta} \right]$.

Генерация нормально распределенных величин выполняется с помощью метода полярных координат Бокса и Мюллера. Равномерно распределенные на отрезке $[0;1]$ случайные величины генерируются по алгоритму Mersenne Twister.

Предложенный метод моделирования случайных входных воздействий позволяет оценивать параметры и генерировать случайные входные потоки с внутренней зависимостью, как по имеющемуся ряду данных наблюдений, так и по экспертным оценкам статистических характеристик случайного входного воздействия.

В третьей главе описана методика оценки статистического согласия модели входного воздействия с автокорреляцией по имеющемуся ряду данных, а также программное обеспечение, реализующее алгоритмы оценки параметров, генерации и оценки согласия модели случайного входного воздействия с рядом экспериментальных данных.

Методика оценки статистического согласия выбранной модели случайного воздействия по экспериментальному ряду данных включает в себя методы оценки согласия безусловных распределений и методы оценки согласия структур автокорреляции.

Предложено использовать следующие методы оценки согласия выбранного безусловного распределения с эмпирическим распределением имеющегося ряда данных: критерий Колмогорова-Смирнова (КС-критерий), критерий Андерсона-Дарлинга, график квантиль-квантиль.

Статистики критериев Колмогорова-Смирнова и Андерсона-Дарлинга сравнивают функции безусловного распределения ARTA-процесса и функцию эмпирического распределения ряда данных, по которому проводится оценка статистического согласия. При этом статистика критерия Андерсона-Дарлинга в большей степени отображает различия на хвостах функций безусловных распределений.

Помимо статистических критериев значимости для оценки согласия модельного безусловного распределения с эмпирическим безусловным распределением экспериментального ряда данных, представляющего моделируемое входное воздействие, предложено использовать визуальную оценку с помощью графика квантиль-квантиль (К-К) – графического сравнения q_i -квантили функции безусловного распределения модельного процесса $\hat{F}(x)$ с q_i -квантилью функции эмпирического распределения ряда данных.

Согласие выбранной структуры автокорреляции со структурой автокорреляции экспериментального ряда данных предложено оценивать с

помощью спектральной версии КС-критерия, сравнения значений выборочных коэффициентов автокорреляции исходного и сгенерированного по модели рядов данных, а также по диаграммам разброса наблюдений, построенным для исходного и сгенерированного по модели рядов данных.

Диаграмма разброса наблюдений $X_1, X_2, \dots, X_n$ представляет собой график пар (X_i, X_{i+1}) для $i = 1, 2, \dots, n-1$ и позволяет проанализировать автокорреляцию ряда данных с шагом, равным единице. Сравнение диаграмм разброса сгенерированного по модели ряда данных и исходного ряда данных позволяет эксперту визуально оценить схожесть структур автокорреляции модели и исходных данных.

Предложенная методика может использоваться как для оценки статистического согласия отдельной модели входного воздействия с рядом экспериментальных данных, так и для сравнения нескольких различных моделей (или моделей с различными параметрами), построенных по одному ряду данных.

Для моделирования случайных входных воздействий с автокорреляцией были программно реализованы описанные во втором разделе алгоритмы оценки параметров модели входного воздействия (ARTA-процесса), генерации случайного входного воздействия, а также методы оценки согласия построенной модели с рядом данных, входящие в предложенную методику.

Работа с разработанным программным обеспечением возможна в двух режимах. В первом режиме пользователь работает с рядом данных. В этом режиме пользователь может построить модель входных воздействий, а также получить результаты критериев согласия предложенной модели с рядом данных; построить графики ряда данных, квантиль-квантиль, коррелограммы входного ряда данных и предложенной модели. Во втором режиме пользователь работает с моделью входных данных. В этом режиме основной функцией является генерация случайного воздействия согласно выбранной модели в нужном объеме. Также предусмотрена параметрическая настройка модели, при которой возможно изменение не только параметров распределения и коэффициентов базового процесса, но и математического ожидания и дисперсии безусловного распределения процесса, а также значений автокорреляции базового процесса. Эта функция позволяет пользователю исследовать изменение характеристик моделируемой системы в целом в зависимости от изменения свойств входного случайного воздействия (например, усиления или ослабления автокорреляции во входных данных), подавая на вход имитационной модели сгенерированные ряды данных с различными коэффициентами автокорреляции, значениями математического ожидания и т.д.

В четвертой главе приведены результаты экспериментальных исследований предлагаемого метода моделирования случайных входных воздействий.

Для исследования модели ARTA-процесса и сравнения ее с другими моделями входных воздействий проведено моделирование входных данных по имеющемуся реальному ряду данных, содержащему автокорреляцию. Ряд данных представляет собой экспериментальные замеры переменной давления p на поточной линии химического предприятия, выполненные автоматически через заданные интервалы времени (Biller, Nelson).

Для формализации рассматриваемого случайного входного воздействия использовались следующие методы моделирования:

1. Методы, не учитывающие автокорреляцию во входных данных. В настоящее время в качестве модели входных данных наиболее часто рассматривают случайную величину, поэтому для сравнения использовались методы, использующие следующие модели:

1.1 Случайная величина (нормальный закон распределения) с параметрами $\mu = 0.8602$, $\sigma = 0.1811$. С точки зрения опыта исследователя, наиболее подходящая модель для рассматриваемого случайного воздействия: давление на линии должно быть постоянным; предполагается, что оно изменяется вокруг ожидаемого значения по нормальному закону распределения.

1.2 Случайная величина (закон распределения Джонсона) с параметрами: логнормальное распределение, $\gamma = -0.374$, $\delta = 5.960$, $\lambda = -1$, $\xi = -1.965$.

2. Метод, учитывающий наличие автокорреляции во входных данных. Стационарный AR-процесс с параметрами: $\alpha_1 = 1.218$, $\alpha_2 = -0.228$.

3. Предложенный метод моделирования на основе модели ARTA-процессов. Параметры: тип безусловного распределения: неограниченное, $\gamma = 1.915$, $\delta = 2.873$, $\xi = 1.203$, $\lambda = 0.402$; $\alpha_1 = 1.061$, $\alpha_2 = -0.392$.

На рисунке 3 приведены графики исходного и сгенерированного по каждой из указанных моделей ряда данных. По графикам видно, что для моделей, не учитывающих автокорреляцию во входном воздействии, характерна большая "частота" – это происходит из-за того, что в случае учета внутренней корреляции график "сглаживается", т.к. последующие значения зависят от предыдущих. Для каждой из построенных моделей была проведена оценка статистического согласия с исходным рядом данных по созданной методике.

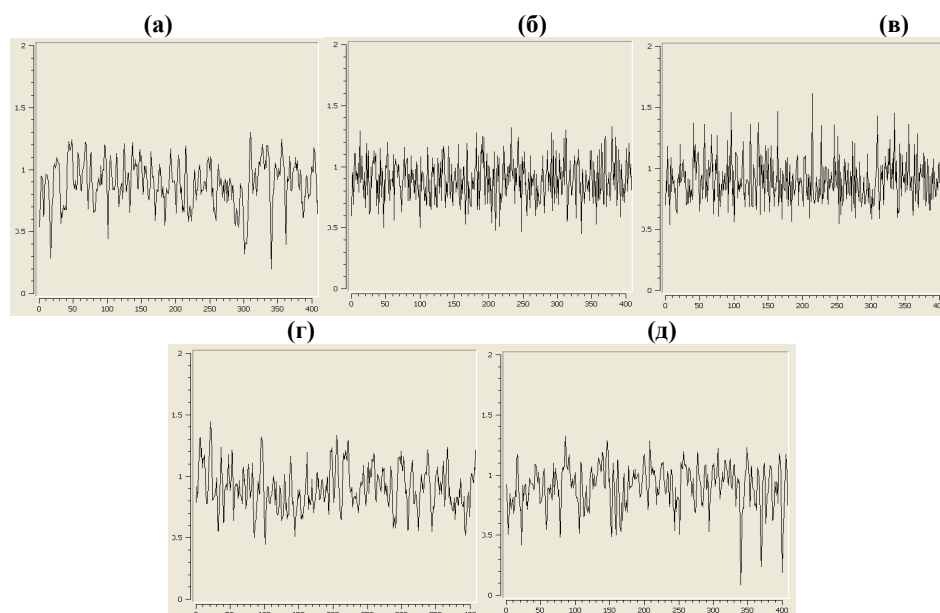


Рисунок 3. Графики процесса (а – исходный ряд данных, б – случайная величина (нормальное распределение), в – случайная величина (распределение Джонсона), г – AR-процесс, д – ARTA-процесс)

По результатам сравнения по критерию Колмогорова-Смирнова модель 4 (ARTA-процессы) показывает лучший результат (значение статистики критерия для модели 2: 0.833 , для модели 3: 0.758 , для модели 4: 0.687 , все значения меньше критического для уровня значимости 5%). На рисунке 4 приведены графики квантиль-квантиль для сгенерированных рядов данных по отношению к исходному ряду данных.

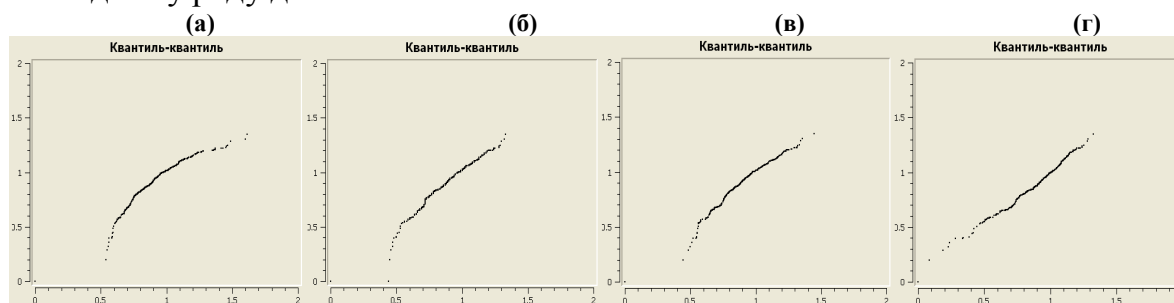


Рисунок 4. График квантиль-квантиль (а – исходный ряд данных – случайная величина (нормальное распределение), б – исходный ряд данных – случайная величина (распределение Джонсона), в – исходный ряд данных – AR-процесс, г – исходный ряд данных – ARTA-процесс)

Оценка согласия выбранных структур корреляции со структурой корреляции исходного ряда данных по спектральной версии КС-критерия (ARTA-процесс: 0.092 , AR-процесс: 0.102) показала, что структура корреляции ARTA-процесса оценивается лучше, чем структура корреляции AR-процесса. Диаграммы разброса для единичного шага исходного и сгенерированных рядов данных приведены на рисунке 5.

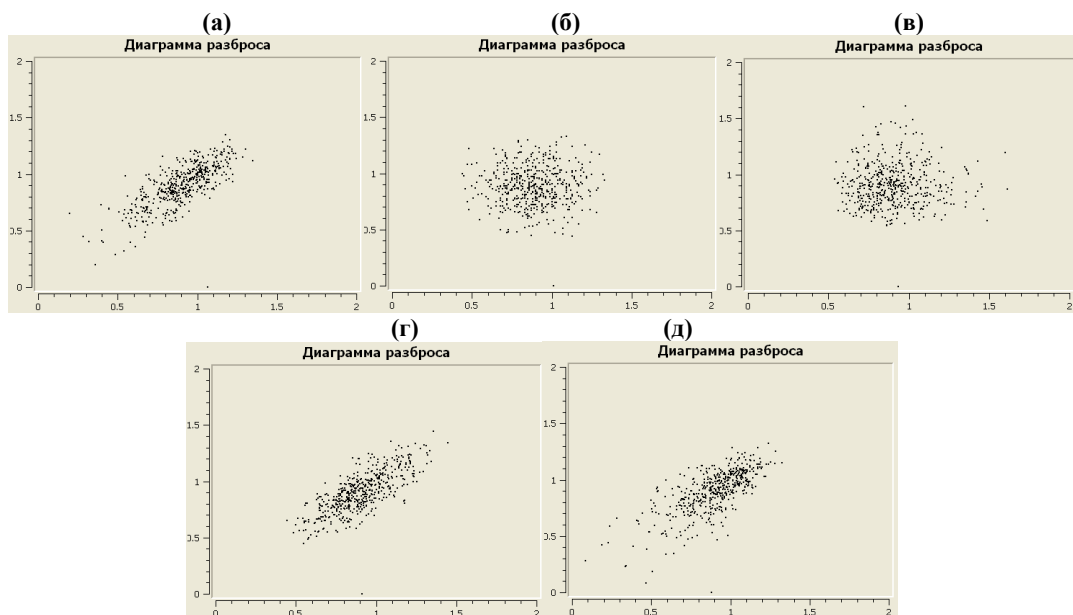


Рисунок 5. Диаграмма разброса

(а – исходный ряд данных, б – случайная величина (экспоненциальное распределение), в – случайная величина (распределение Джонсона), г – AR-процесс, д – ARTA-процесс)

Проведенный эксперимент показал, что использование в качестве модели входного воздействия ARTA-процесса в случае, когда для исходных данных характерна автокорреляция, дает приемлемые результаты, лучшие по сравнению с AR-процессами и моделями независимых входных данных.

В диссертационной работе также описано проведенное теоретическое исследование зависимости результатов моделирования работы системы от выбора модели входных воздействий на примере одноканальной системы массового обслуживания (СМО) с ожиданием. Случайные входные воздействия данной модели – временные интервалы между приходами сообщений $t_{ном}$ и время обработки сообщений $t_{обр}$. В проведенных экспериментах рассматривались результаты моделирования системы (средняя длина очереди) в зависимости от представления случайного входного воздействия $t_{ном}$. Модель случайного входного воздействия $t_{обр}$ во всех экспериментах фиксирована; значения времен обработки сообщений представляют собой независимые случайные величины, распределенные по закону гамма-распределения. В качестве моделей случайного воздействия $t_{ном}$ выбраны: пуассоновский процесс (не учитывает автокорреляцию во входном воздействии), AR-процесс (безусловное распределение ограничено нормальным) и ARTA-процесс. Промоделирована работа СМО при использовании каждой из моделей входного воздействия и проведено сравнение полученных результатов.

Результаты исследования показали, что при формализации входного воздействия $t_{ном}$ пуассоновским процессом, средняя длина очереди в среднем в 2.5 раза меньше, чем при использовании модели ARTA-процесса (для автокорреляции, равной 0.8). Кроме того, при использовании модели AR-

процесса для описания $t_{пост}$ по сравнению с ARTA-процессом с логнормальным безусловным распределением при одинаковых значениях корреляции и математического ожидания длина очереди в среднем меньше в 1.4 раза. Таким образом, проведенные исследования показывают, что выбор модели случайных входных воздействий значительно влияет на результаты моделирования системы в целом. Следовательно, для адекватного моделирования системы необходимо учитывать возможную автокорреляцию во входных воздействиях.

В главе также описано применение предложенного метода моделирования случайных входных воздействий для описания транспортных потоков. Существует два основных подхода к моделированию дорожного движения – детерминистический и стохастический. При стохастическом моделировании транспортного движения потоки автомобилей представляют, как правило, простейшими Пуассоновскими процессами и моделируют дорожную ситуацию аналитически. При этом не учитывается автокорреляция внутри транспортного потока. Такое ограничение снижает качество вероятностных моделей транспортного движения.

В задаче исследования системы безопасности путепровода тоннельного типа в составе транспортной развязки в районе пересечения Кутузовского проспекта с помощью имитационного моделирования предложенный метод моделирования входных данных применен для случайного входного воздействия $t_{пост}$ (временные интервалы между прохождением автомобилями контрольной точки). Для оценки параметров использовался полученный в результате экспериментальных замеров ряд входных данных, соответствующий моделируемому случайному воздействию. Определены следующие параметры ARTA-процесса: автокорреляция первого порядка ($\rho_z(1) = 0.647$); ограниченное распределение Джонсона с параметрами: $\gamma = 1.090, \delta = 1.393, \xi = -1.779, \lambda = 33.903$. Во входных данных присутствует автокорреляция, игнорируемая при представлении данных Пуассоновским процессом. На рисунке 6 приведены исходный ряд данных, ряд данных, сгенерированный по модели ARTA-процесса и ряд данных, сгенерированный по модели пуассоновского процесса с интенсивностью, равной оценке математического ожидания по ряду исходных данных (7.4451).

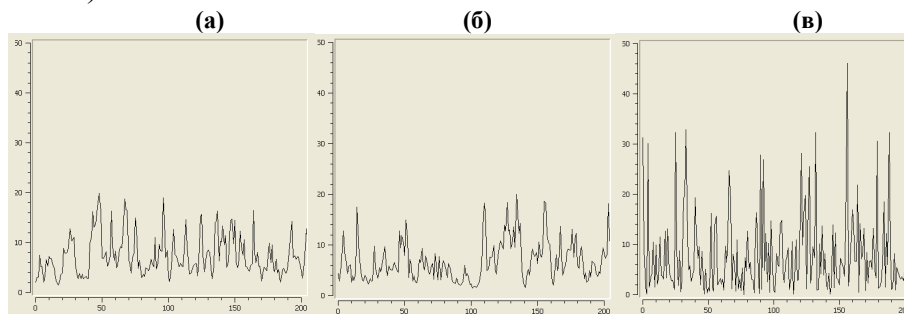


Рисунок 6. Графики процессов

(а – исходный ряд данных, б - ARTA-процесс, в - пуассоновский процесс)

По графикам процессов, коррелограммам исходного и сгенерированного рядов данных, графикам квантиль-квантиль и по результатам критериев согласия видно, что ARTA-процесс воспроизводит автокорреляцию исходного ряда данных, а также корректно описывает ее безусловное распределение.

Проведенные эксперименты показали работоспособность предложенного метода моделирования случайных входных воздействий и достоверность полученных с его помощью результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено исследование методов моделирования случайных входных воздействий для стохастических имитационных моделей дискретных систем. Получены следующие основные научные и практические результаты.

1. Проведен анализ методов формализации входных данных для стохастических моделей систем, в частности, стационарных случайных процессов, в результате предложен метод моделирования случайных входных воздействий с автокорреляцией на основе модели стационарного случайного процесса – ARTA-процесса.

2. Разработана модификация алгоритма оценки параметров стационарного случайного процесса с безусловным распределением из семейства распределений Джонсона по имеющемуся ряду данных, снимающая ограничение на положительную определенность матрицы автоковариаций базового стационарного случайного процесса.

3. Предложен метод моделирования входных воздействий с автокорреляцией в отсутствие статистического ряда данных, по экспертным оценкам параметров процесса.

4. Предложена методика оценки статистического согласия модели случайного входного воздействия по имеющемуся ряду данных, включающая в себя статистические критерии согласия и визуальную оценку по графикам квантиль-квантиль, коррелограммам, диаграммам разброса наблюдений.

5. Программно реализованы методы моделирования входных воздействий с автокорреляцией и методы оценки согласия модели, входящие в предложенную методику.

6. Экспериментально подтверждена необходимость учета автокорреляции в случайных входных воздействиях при стохастическом имитационном моделировании дискретных систем, на примере одноканальной СМО с ожиданиями.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Рудаков И.В., Шляева А.В. Моделирование входных данных для стохастических имитационных моделей систем // Информационные технологии. – 2006. – №11. – С. 8-12.
2. Рудаков И.В., Шляева А.В. Моделирование входных потоков данных для стохастических моделей сложных систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Приборостроение. – 2008. – №2. – С. 65-72.
3. Шляева А.В. Использование ARTA- и TES-процессов для моделирования входных данных стохастических имитационных моделей // Новые информационные технологии в автоматизированных системах-9.: Сборник трудов научно-практического семинара. – Москва, 2006. – С. 178-180.
4. Шляева А.В. Анализ методов моделирования стационарных входных потоков заявок для вычислительной системы, формализованной при помощи СМО // Online Educa Moscow 2007.: Тезисы докладов международной конференции. – Москва, 2007. – С. 27-32.
5. Шляева А.В. Моделирование стационарных входных потоков данных для стохастических моделей дискретных систем // Информационные технологии и системы (ИТиС'08).: Сборник трудов конференции молодых ученых. – М.: ИППИ РАН, 2008. – С. 376-381.
6. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 8876. Моделирование входных данных / А.В. Шляева. – Москва, 2007. – 1 с.