На правах рукописи

Лебедев Алексей Леонидович

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2010

Работа выполнена в МГТУ им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор **Грешилов Анатолий Антонович**

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор **Корнюшин Юрий Петрович**
доктор технических наук, профессор **Матущенко Анатолий Михайлович**

Ведущая организация:

ВЦ РАН

Защита состоится 20 апреля 2010 г. в ____ часов ____ минут на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 в МГТУ им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, ул. 2-я Бауманская, д.5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан «____» ______________ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.141.02
кандидат технических наук,
доцент / Иванов В.А. /

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Решение многих физических, технических и экономических задач, связанных с функционированием систем и объектов, оценкой эффективности их функционирования и прогнозированием их поведения, требует строгого учета неопределенности исходной информации. К этим задачам относятся задачи идентификации объектов и параметров этих систем, часто являющиеся некорректно поставленными.

Описанные в литературе методы анализа не позволяют в полном объеме получить решение некорректных задач идентификации, т.к. эти методы базируются на идеализированных моделях, в которых часть исходной стохастической информации заменяется детерминированной.

В диссертации рассматриваются две задачи идентификации в реальных условиях их функционирования, для описания которых используется параметрическая модель в виде элементарных функций и дифференциальных уравнений и полученных из них плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений.

Это задача многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения на одной частоте и задача идентификации ядерных взрывов по радиоактивным изотопам криптона и ксенона.

Задача многосигнальной пеленгации является некорректной с порядками чисел обусловленности до 10^{17} и в ней есть возможность сравнивать решение, полученное предлагаемым в диссертации методом, с результатами других методов и с известными параметрами реальных сигналов.

Среди радионуклидных методов идентификации ядерных взрывов особую группу составляют методы идентификации по изотопам инертных газов. Активность радиоизотопов благородных газов криптона и ксенона (РБГ) зависит от вида делящегося материала (уран 235 –U^{235}, плутоний 239 – Pu^{239} и др.) и от энергии нейтронов, вызывающих деление (нейтронов спектра деления и нейтронов с энергией 14 МэВ, энергию нейтронов будем указывать в нижнем индексе, например, U_f^{235} – деление урана 235 нейтронами спектра деления, U_{14}^{235} – деление урана 235 нейтронами с энергией 14 Мэв). Изотопы криптона и ксенона выходят в атмосферу во многих случаях проведения испытаний ядерных взрывов, что позволяет использовать их для идентификации источника деления.

Как показали работы других авторов, решаемые системы уравнений для идентификации ядерных взрывов относятся к классу некорректных задач.

Широкий цикл исследований по условно корректным задачам проведен А.Н. Тихоновым, Г.И. Марчуком, В.К. Ивановым, В.Г. Васильевым, В.А. Морозовым, В.Я. Арсениным, П.И. Заикиным и др. Для решения некорректных задач разработаны метод регуляризации А.Н. Тихонова и большая серия методов, развитых на его основе, в том числе метод ℓ_p-

регуляризации. Метод А.Н. Тихонова послужил толчком для выполнения целого ряда исследований в математике, физике, спектрометрии и в других направлениях. Разработанные методы регуляризации направлены на получение различных видов решения.

Проблемным вопросом в методах регуляризации остаются методы оценки параметра регуляризации и показателя степени p в ℓ_p-регуляризации. Однозначных рекомендаций по их определению не существует. Непросто в методах регуляризации ввести дополнительные условия, накладываемые на решение задачи.

В силу этого возникает необходимость в разработке такого метода решения некорректных задач, который не требовал бы оценки параметра регуляризации и позволял бы вводить дополнительные условия-ограничения на решение.

В диссертации разработан метод решения некорректных задач с помощью многокритериального математического программирования (многокритериальной оптимизации, векторной оптимизации), в котором не требуется определять параметр регуляризации и достаточно просто ввести любые ограничения на решение.

Основоположник методов регуляризации А.Н. Тихонов предлагал решение плохо обусловленной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) определять путем минимизации стабилизирующего функционала при дополнительном ограничении на сумму квадратов невязок. Оба эти условия объединялись в функцию Лагранжа, но множитель Лагранжа (параметр регуляризации) определялся не по классической схеме, а другими методами.

Таким образом, метод регуляризации А.Н. Тихонова близок методу многокритериального программирования, когда исходные целевые функции для получения единственного функционала объединялись со своими весовыми множителями.

В диссертации для решения некорректных задач с помощью многокритериального математического программирования выбран не метод весовых множителей, а метод сжатия области допустимых значений и метод целевого программирования.

Разработанный метод и реализующее его программное обеспечение применялись в задачах многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения на одной частоте для определения параметров зарегистрированных сигналов и для проверки соответствия решения данным методом известным условиям экспериментов. Разработанный метод использовался при разработке алгоритмов идентификации ядерных взрывов по радиоактивным изотопам криптона и ксенона. Эта задача интересна тем, что числа обусловленности рассматриваемых СЛАУ достигали порядка 10^{26}, и элементы матрицы системы являются случайными величинами.

В обеих задачах одновременно учитывались неопределенности всех исходных данных и определялись не только точечные, но и интервальные оценки решения.

Цель работы. Целью работы является разработка алгоритма решения некорректных задач идентификации параметров сигналов в многосигнальной пеленгации ИРИ на одной частоте и параметров ядерных взрывов по изотопам криптона и ксенона (в том числе по малому числу изотопов) с широким диапазоном по времени отбора проб с помощью методов векторной оптимизации, позволяющего получать точечные и интервальные оценки решений при относительной погрешности измерения, равной $1 \div 10\,\%$, а также разработка алгоритма для определения независимых выходов элементов изобарных цепочек радиоактивных превращений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать алгоритм решения некорректных задач идентификации с помощью многокритериального математического программирования, позволяющий получать точечные и интервальные оценки решения;
- разработанным методом решить задачу оценки параметров зарегистрированных сигналов в многосигнальной пеленгации на одной несущей частоте, сравнить полученные решения с реальными сигналами и с решениями, полученными другими методами регуляризации;
- на основе методов многокритериального математического программирования (методов сжатия области допустимых значений и целевого программирования), регуляризации Тихонова и ℓ_1-регуляризации в совокупности с одновременным рассмотрением нескольких гипотез о источниках радиоактивных благородных газов (РБГ) и привлечением методов конфлюэнтного анализа разработать алгоритмы вычисления относительных вкладов априори неизвестных видов деления в суммарную активность изотопов в условиях относительной погрешности измерения активностей изотопов в пробе, равной $1 \div 10\,\%$;
- разработать программное обеспечение, реализующее алгоритмы определения точечных и интервальных оценок искомых параметров на основе методов многокритериального математического программирования (методов сжатия области допустимых значений и целевого программирования) и применить эти алгоритмы для оценки параметров сигналов в многосигнальной пеленгации и при идентификации ядерных взрывов;
- разработать методы идентификации ядерного взрыва по малому числу измеряемых изотопов ксенона ($2 \div 4$ изотопа);
- разработать методы определения независимых выходов элементов изобарных цепочек радиоактивных превращений;
- провести математическое моделирование решений задач для определения эффективности разработанных алгоритмов;
- разработать программное обеспечение для определения независимых выходов членов изобарных цепочек радиоактивных превращений.

Методы исследования. В работе применяется аппарат решения некорректных задач, основанный: 1) на методах регуляризации Тихонова и ℓ_1-регуляризации (развитие метода регуляризации А.Н. Тихонова), и многокритериального математического программирования (методов сжатия области допустимых значений и целевого программирования) и 2) на сокращении числа оцениваемых параметров в задаче идентификации ядерных взрывов путем объединения деления одного материала нейтронами двух энергетических групп в один вид деления.

Применяются методы теории дифференциального исчисления, математической статистики и корреляционного анализа. Также применяется аппарат многомерной оптимизации, теория алгоритмов и программирования.

Базовый аппарат решения некорректных задач изложен в работах А.Н. Тихонова. Метод ℓ_1-регуляризации изложен в работах M. Cetin и Д.М. Малютова. Методы многокритериальной оптимизации рассмотрены в работах В.Н. Плотникова, В.Ю. Зверева, Р. Штойера, А.А. Грешилова.

Для получения интервальных оценок решений используется теорема Крамера-Рао и необходимые условия оптимума для метода неопределенных множителей Лагранжа. Исчерпывающие сведения по теории алгоритмов в изложены в фундаментальном труде Д. Кнута «Искусство программирования».

Проверка работоспособности перечисленных методов в реальных условиях осуществлена при решении задачи пеленгации источников радиоизлучения на одной несущей частоте, а также посредством математического моделирования, проведенного в пакете MATLAB, и протестировано на множестве модельных примеров задачи идентификации источников РБГ. Разработанное программное обеспечение написано и отлажено в среде Microsoft Visual Studio 2005 (язык Фортран).

Достоверность и обоснованность. Достоверность и обоснованность предложенного алгоритма определения параметров сигналов в многосигнальной пеленгации и параметров источников РБГ обусловлена корректным применением современного математического аппарата решения плохо обусловленных (некорректных) задач и аппарата многомерной оптимизации. Эффективность предложенного алгоритма решения некорректных задач методами многокритериального математического программирования подтверждена при решении задачи пеленгации источников радиоизлучения при обработке реальных данных, полученных с антенной системы (АС) пеленгатора и в результате математического моделирования в задаче идентификации параметров ядерных взрывов и определения независимых выходов радиоактивных изотопов.

Научная новизна. Научная новизна состоит в следующем:

- разработан метод решения некорректных задач идентификации с помощью многокритериального математического программирования;
- для решения задач многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения на одной несущей частоте и идентификации ядерных

взрывов как некорректных задач применен аппарат методов регуляризации и разработанного метода решения некорректных задач с помощью многокритериального математического программирования;

- применен конфлюэнтный анализ, позволяющий учитывать погрешности всех исходных данных, имеющие место в математической модели, и получать интервальные оценки параметров сигналов в многосигнальной пеленгации и вкладов каждого вида деления в суммарную активность изотопов при идентификации ядерных взрывов;
- для идентификации ядерного взрыва по малому числу изотопов (по $2 \div 4$ изотопам) использовано объединение деления одного делящегося материала нейтронами двух энергетических в один вид деления путем усреднения независимых выходов;
- разработан алгоритм решения некорректной задачи определения независимых выходов радиоактивных изотопов по цепочкам радиоактивных превращений;
- создано программное обеспечение, реализующее алгоритмы определения точечных и интервальных оценок искомых параметров на основе методов многокритериального математического программирования (методов сжатия области допустимых значений и целевого программирования) и позволяющее получать оценки параметров сигналов в многосигнальной пеленгации и при идентификации ядерных взрывов по изотопам РБГ.

На защиту выносятся:

- разработанный метод решения некорректных задач идентификации с помощью многокритериального математического программирования;
- определение параметров сигналов в многосигнальной пеленгации на одной частоте разработанным методом решения некорректных задач с помощью многокритериального математического программирования;
- развитие математических методов идентификации ядерного взрыва, обеспечивающих решение задачи идентификации ядерных взрывов путем отбора проб в атмосфере в разные моменты времени после взрыва, позволяющих учитывать погрешности измерений активностей изотопов и элементов матрицы исходной СЛАУ и получать точечные и интервальные оценки решения;
- разработанное программное обеспечение для решения некорректных задач, которое применено для определения параметров сигналов в многосигнальной пеленгации на одной частоте и для идентификации ядерных взрывов по радиоактивным изотопам криптона и ксенона;
- алгоритм и реализующее его программное обеспечение для определения независимых выходов элементов изобарных цепочек радиоактивных превращений путем измерения во времени активностей изотопов благородных газов;
- модификация алгоритма идентификации ядерного взрыва в случае измерения малого числа изотопов ($2 \div 4$ изотопа) по усредненным выходам осколков деления;

– результаты математического моделирования и обработки реальных данных, полученных при определении параметров сигналов в многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения, подтверждающие эффективность разработанного метода решения некорректных задач и реализующих его алгоритмов.

Практическая ценность. Практическая ценность диссертационной работы заключается в ее прикладной ориентации. Разработанные математические методы и реализующее их программное обеспечение может использоваться при разработке и модернизации существующих систем мониторинга и идентификации ядерных взрывов и других источников РБГ. Повышение надежности и расширение возможностей идентификации ядерных взрывов по малому числу изотопов осуществляется путем усреднения выходов осколков деления каждого делящегося материала. Результаты работы могут быть использованы также для решения некорректных задач в других областях науки и техники: сейсмике, пеленгации источников радиоизлучения и др.

Апробация работы. Основные результаты и положения работы были доложены и обсуждены на: 1) семинаре МГТУ им. Н.Э. Баумана с участием специалистов в/ч 21882; 2) семинарах кафедры ФН-1 «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана; 3) 10-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение», 26-28 марта 2008 г., Москва; 4) Восьмом Международном симпозиуме «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ», 30 июня - 4 июля 2008 г., Нижний Новгород; 5) Пятой Всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике», 26 – 28 января 2009 г., Москва; 6) семинаре в Научно-исследовательском центре спецконтроля ФГУ «12ЦНИИ Минобороны России» 15 декабря 2009 г., Москва.

Публикации. По теме диссертации опубликовано статей – 4 [1-4], тезисов докладов – 3 [5-8], государственную регистрацию прошли 2 программных продукта [9, 10], получен 1 патент на изобретение [11].

Личный вклад соискателя. Все исследования, изложенные в диссертации, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который принадлежит непосредственно соискателю, заимствованный материал обозначен ссылками.

Диссертация состоит из 4 глав, 143 страниц и 6 страниц приложения.

Содержание работы

В первой главе рассмотрены математические модели задачи идентификации ядерных взрывов и задачи многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения, которая выбрана в качестве тестовой задачи для проверки работоспособности методов решения некорректных задач с помощью векторной оптимизации, проведен анализ существующих методов идентификации ядерных взрывов по изотопам РБГ, указываются основные трудности задачи идентификации и способы их преодоления.

Задача многосигнальной пеленгации рассмотрена в следующей постановке. В эфире присутствует K источников радиоизлучения (ИРИ) с азимутальными $\boldsymbol{\theta} = \left[\theta_1 \quad \theta_2 \quad \ldots \quad \theta_K\right]^T$ и угломестными $\boldsymbol{\beta} = \left[\beta_1 \quad \beta_2 \quad \ldots \quad \beta_K\right]^T$ пеленгами и амплитудами излучаемых сигналов $\boldsymbol{z} = \left[z_1 \quad z_2 \quad \ldots \quad z_K\right]^T$; $\boldsymbol{u} = \left[u_1 \quad u_2 \quad \ldots \quad u_M\right]^T$ – комплексная огибающая выходов элементов антенной системы, где M – количество элементов АС.

В общем случае математическая модель задачи имеет следующий вид

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\beta},t\right)\boldsymbol{z}\left(t\right)+\boldsymbol{n}\left(t\right)=\boldsymbol{u}\left(t\right),\ t=\left\{t_1;\,t_2;\,\ldots;\,t_T\right\}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{n}(t)$ – вектор аддитивной нормально распределенной помехи, $M\left[\boldsymbol{n}(t)\right]=\boldsymbol{0}$, $\operatorname{cov}\left[\boldsymbol{n}(t)\right]=\sigma^2\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{I}$ – единичная матрица, $\sigma = const$ – среднеквадратическое отклонение (СКО) помехи; $\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\beta},t\right)$ – матрица набегов фаз на элементах АС с учетом ее конкретной геометрии и вида сигналов; $t=\left\{t_1;\,t_2;\,\ldots;\,t_T\right\}$ – дискретный набор временных отсчетов.

В линейной АС элемент матрицы $\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\beta},t\right)$ определяется выражением:

$$a_{lk}\left(\theta_k,\beta_k,t\right)=\exp\left\{j\left[2\pi f_0 t+\varphi_0+\left(l-1\right)\left(2\pi/\lambda\right)d\cos\theta_k\cos\beta_k\right]\right\}, \tag{2}$$

где f_0 – частота сигналов, излучаемых пеленгуемыми ИРИ; φ_0 – начальная фаза сигнала в фазовом центре; λ – длина волны сигналов, излучаемых ИРИ; d – расстояние между соседними элементами линейной антенной системы; θ_k – пеленг k-го излучателя, β_k – угол места k-го излучателя, $k=\overline{1,K}$; l – означает l-й элемент АС, $l=\overline{1,M}$.

Измеряется вектор $\boldsymbol{u}(t)$. Для каждого ИРИ необходимо определить: θ, β, u и ковариационную матрицу данных параметров (или их дисперсии).

Если положить *пеленги известными,* возникает задача оценки интенсивности радиосигналов, приходящих на АС под определенными углами в заданном диапазоне.

$$\boldsymbol{A}\left(\tilde{\theta},\tilde{\beta},t\right)=\left\{a_{lr}\left(\tilde{\theta}_i,\tilde{\beta}_j,t\right)\right\}, \tag{3}$$

где $\tilde{\theta}_i$, $\tilde{\beta}_j$, $i=\overline{1,N_\theta}$, $j=\overline{1,N_\beta}$ – узлы сеток по азимутам и углам места соответственно. После данной замены в исходной системе неизвестными остаются только амплитуды, соответствующие азимутальным пеленгам $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ и угломестным пеленгам $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$. Получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно вектора неизвестных $\boldsymbol{z}_{\left(N_\theta\times N_\beta\right)\times 1}$:

$$\boldsymbol{A}\left(\tilde{\theta},\tilde{\beta},t\right)\boldsymbol{z}\left(t\right)+\boldsymbol{n}\left(t\right)=\boldsymbol{u}\left(t\right),\ t=\left\{t_1;\,t_2;\,\ldots;\,t_T\right\}. \tag{4}$$

Эта задача остается некорректной.

Задача идентификации ядерных взрывов примечательна тем, что числа обусловленности решаемых в данном случае СЛАУ достигают 10^{26} и элементы матрицы системы – случайные величины, т.е. необходимо применять методы конфлюэнтного анализа.

Для вычисления активности изотопа криптона и ксенона при мгновенном делении и ламинарном истечении газов, являющегося n-м элементом разветвленной цепочки β-распада, требуется решить систему линейных дифференциальных уравнений относительно удельной активности этого элемента. Решение имеет вид:

$$\tilde{A}_n\left(t_0\right)=\lambda_n N_{дел}\left\{\eta_n \exp\left(-\lambda_n t_0\right)+\sum_{p=1}^{p_{\max}}\sum_{i_p=1}^{n_p-1}\eta_{i_p}\left[\prod_{r_p=i_p}^{n_p-1}\gamma_{r_p}\lambda_{r_p}\sum_{s_p=i_p}^{n_p}\frac{\exp\left(-\lambda_{s_p}t_0\right)}{\prod\limits_{\substack{q_p=i_p\\ q_p\neq s_p}}^{n_p}\left(\lambda_{q_p}-\lambda_{s_p}\right)}\right]\right\}, \quad (5)$$

где $\tilde{A}_n\left(t\right)$ – активность n-го члена цепочки в момент t после деления; $N_{дел}$ – число делений тяжелых ядер; η_i – независимый выход i-го изотопа; n_p – номер исследуемого изотопа по p-й ветви; n – максимальный член из $\left\{n_p\right\}$; $p_{\max}$ – число ветвей цепочки; $\left(n_p-1\right)$ – число изотопов, предшествующих исследуемому по p-й ветви распада; γ_{r_p} – доля r-го члена цепочки, получающегося из $\left(r-1\right)$-го по p-й ветви; λ_{i_p}, λ_{r_p}, λ_{s_p}, λ_{q_p} – постоянные распада изотопов, имеющих соответственно номера i_p, r_p, s_p, q_p по p-й ветви, причем $i_p \le r_p \le n-1$; $i_p \le s_p \le n_p$; $i_p \le q_p \le n_p$ и $q_p \ne s_p$; t_0 – момент сепарации исследуемого изотопа от предшественников (момент сепарации), после чего распад изотопа идет по экспоненте с постоянной распада λ_n.

Уравнения вида (5) записываются для каждого измеряемого изотопа криптона и ксенона и каждого рассматриваемого вида деления, в результате формируется система из n уравнений с m неизвестными, в которой определению подлежат неизвестные вклады источников радиоактивности ρN_j в суммарную активность изотопов криптона и ксенона, где ρ – доля изотопов РБГ в отобранной пробе.

Обе задачи являются некорректными, поэтому для их решения необходимо использовать методы регуляризации и векторной оптимизации.

Во второй главе рассмотрены следующие методы решения плохо обусловленных систем алгебраических уравнений: регуляризация А.Н. Тихонова, регуляризация А.И. Жданова, энтропийная регуляризация, регуляризация посредством ограничения числа итераций, статистическая регуляризация, ℓ_1- и ℓ_p-регуляризация. Проанализированы их недостатки. Методы регуляризации А.Н. Тихонова, А.И. Жданова, энтропийной регуляризации, ℓ_1- и ℓ_p-регуляризации имеют один основной недостаток – требуют определения параметра регуляризации α (в регуляризации А.И.

Жданова – параметра ω), однозначных процедур нахождения которого не существует. В методе регуляризации посредством ограничения количества итераций верхняя граница количества итераций определяется эмпирически. При использовании статистической регуляризации необходимо знать априорную функцию плотности вероятности исходных данных и параметра регуляризации.

Кроме того, лишь немногие из приведенных методов дают интервальные оценки параметров сигналов, что на практике недопустимо.

В третьей главе указывается связь между регуляризацией и многокритериальной оптимизацией.

Согласно А.Н.Тихонову для системы линейных алгебраических уравнений $\boldsymbol{Az}=\boldsymbol{u}$ с плохо обусловленной матрицей $\boldsymbol{A}$ отбор решений $\boldsymbol{z}$ можно осуществлять с помощью специального заранее задаваемого стабилизирующего функционала $\Omega(\boldsymbol{z})$. Вместо минимизации функционала $\Omega(\boldsymbol{z})$ на множестве $\boldsymbol{F}_{1,\delta}$ можно искать решение задачи на минимум функционала $\Omega(\boldsymbol{z})$ на множестве $\boldsymbol{F}_1$ при условии, что на искомом элементе $\boldsymbol{z}$ выполняется равенство $\rho_U(\boldsymbol{Az},\boldsymbol{u})=\delta$. Множество $\boldsymbol{F}_1$ – область определения функционала $\Omega(\boldsymbol{z})$; множество $\boldsymbol{F}_{1,\delta}$ есть пересечение множества $\boldsymbol{F}_1$ с множеством решений $\boldsymbol{z}$, удовлетворяющих равенству $\rho_U(\boldsymbol{Az},\boldsymbol{u})=\delta$; δ – число, характеризующее погрешность исходных данных $\boldsymbol{u}$; ρ_U – метрика в пространстве $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{U}$.

Это задача вариационного исчисления на условный минимум. Ее можно решать методом неопределенных множителей Лагранжа, т.е. искать элемент $\boldsymbol{z}_\alpha$, на котором функционал

$$M^\alpha(\boldsymbol{z})=\rho_U^2(\boldsymbol{Az},\boldsymbol{u})+\alpha\Omega(\boldsymbol{z}) \tag{6}$$

достигает своей точной нижней грани, а параметр α определять из условия:

$$\rho_U(\boldsymbol{Az},\boldsymbol{u})=\delta. \tag{7}$$

Параметр регуляризации α определяется не согласно процедуре метода Лагранжа, а методом подбора, т.е. фактически решают многокритериальную задачу с весовыми множителями 1 и α. Но существуют другие методы решения исходной двухкритериальной задачи:

$$J_1(\boldsymbol{z})=\sum_{i=1}^{n}\left(u-\sum_{j=1}^{m}a_{ij}z_j\right)^2\to\min_{z_j},\ J_2(\boldsymbol{z})=\sum_{j=1}^{m}\left|z_j\right|^p\to\min_{z_j},\ p\in(0,1]\cup 2. \tag{8}$$

при ограничениях $z_j\ge 0,\ j=\overline{1,m}$, метод пороговой оптимизации и метод целевого программирования.

Метод пороговой оптимизации (или метод e-ограничений) приводит к различным возможным комбинациям целевых функций и ограничений. В диссертации рассмотрены следующие их виды:

$$\min_{\mathbf{z}} J_1(\mathbf{z}) \text{ при } J_2(\mathbf{z}) \le \varepsilon;\ z_j \ge 0,\ j = \overline{1,m}; \tag{9}$$

$$\min_{\mathbf{z}} J_2(\mathbf{z}) \text{ при } J_1(\mathbf{z}) \le \delta;\ z_j \ge 0,\ j = \overline{1,m}. \tag{10}$$

Задача (9) при $p = 1$ является задачей *квадратичного программирования*, задача (10) – общая задача *нелинейного программирования*.

Оценки правых частей ограничений ε и δ могут быть получены при независимой минимизации функционалов J_1 и J_2.

В *целевом программировании* существует две модели решения – архимедова и модель с приоритетами.

В *архимедовой модели* все целевые функции переводят в ограничения и осуществляют минимизацию суммы меры их отклонений от ограничений:

$$\min_{d_1,\, d_2} \left\{-\left(w_1 d_1 + w_2 d_2\right)\right\} \text{ при } J_1(\mathbf{z}) + d_1 \le \delta, J_2(\mathbf{z}) + d_2 \le \varepsilon, \tag{11}$$

где w_i – весовые коэффициенты, $\sum_{i=1}^{2} w_i = 1$; d_i – отклонения от ограничений.

В *модели с приоритетами* осуществляют последовательный перевод целевых функций в ограничения и минимизацию отклонения значений целевых функций от ограничений. Найденное на i-ом шаге отклонение d_i используют как оптимальное значение на следующем $i+1$ шаге:

$$\begin{aligned} &\text{шаг 1:} && \min_{d_1}\left(-d_1\right) \text{ при } J_1(\mathbf{z}) + d_1 \le \delta; \\ &\text{шаг 2:} && \min_{d_2}\left(-d_2\right) \text{ при } J_1(\mathbf{z}) + d_{1опт}\big|_{d_{1опт}=d_1} \le \delta, J_2(\mathbf{z}) + d_2 \le \varepsilon. \end{aligned} \tag{12}$$

Для определения интервальных оценок решения составляют необходимые условия существования экстремума целевой функции при наличии ограничений и для полученной системы уравнений формируют логарифм функции правдоподобия. Ковариационная матрица решения есть обратная матрица вторых частных производных логарифма функции правдоподобия, вычисленная при найденных точечных оценках решений.

В четвертой главе представлены алгоритмы и результаты решения задач многосигнальной пеленгации ИРИ на одной частоте и идентификации ядерных взрывов по изотопам РБГ.

В таблице 1 представлены результаты решения задачи пеленгации при исходных данных: на линейную АС поступают два сигнала с пеленгами $\theta_1 = 56,25°$ и $\theta_2 = 128,57°$ (угол места $\beta = 0$) и амплитудами 10 и 12 мВ соответственно; число элементов АС $M = 16$, $d = \lambda / 2$, $f_0 = 20$ МГц. Для каждого метода выбрана своя оптимальная сетка по θ, приведены результаты решения методом ℓ_1-регуляризации. На компоненты вектора $\boldsymbol{u}$ действует аддитивный гауссов шум с нулевым математическим ожиданием и СКО $\sigma = 0,5$ мВ (отношение сигнал/шум равно 11,5 дБ).

Таблица 1

а) Точечные оценки параметров сигналов, полученные разными методами

<table>
<tr><th colspan="2">Параметр / Метод</th><th>$\hat{\theta}_1$</th><th>$\hat{\theta}_2$</th><th>$\hat{u}_1$, мВ</th><th>$\hat{u}_2$, мВ</th></tr>
<tr><td colspan="2">ℓ_p-регуляризация</td><td>56°</td><td>128°</td><td>8,20</td><td>11,33</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Векторная оптимизация</td><td>Квадратичное Программирование</td><td>55,80°</td><td>127,80°</td><td>7,62</td><td>7,58</td></tr>
<tr><td>Нелинейное Программирование</td><td>56,36°</td><td>128,49°</td><td>8,60</td><td>11,60</td></tr>
<tr><td>Архимедова модель</td><td>55,96°</td><td>128,49°</td><td>6,67</td><td>11,71</td></tr>
<tr><td>Модель с приоритетами</td><td>55,96°</td><td>128,49°</td><td>6,72</td><td>11,54</td></tr>
</table>

б) СКО параметров ИРИ, полученные методом статистических испытаний (100 испытаний)

<table>
<tr><th colspan="2">Параметр / Метод</th><th>$\sigma(\hat{\theta}_1)$</th><th>$\sigma(\hat{\theta}_2)$</th><th>$\sigma(\hat{u}_1)$, мВ</th><th>$\sigma(\hat{u}_2)$, мВ</th><th>Время работы, отн. ед.</th></tr>
<tr><td colspan="2">ℓ_p-регуляризация</td><td>0,10°</td><td>0,13°</td><td>0,18</td><td>0,22</td><td>2,3</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Векторная оптимизация</td><td>Квадратичное программиро-вание</td><td>0,12°</td><td>0,15°</td><td>0,21</td><td>0,36</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Нелинейное программиро-вание</td><td>0,04°</td><td>0,04°</td><td>0,24</td><td>0,32</td><td>5,7</td></tr>
<tr><td>Архимедова модель</td><td>0,11°</td><td>0,14°</td><td>0,11</td><td>0,12</td><td>4,7</td></tr>
<tr><td>Модель с приоритетами</td><td>0,09°</td><td>0,15°</td><td>0,23</td><td>0,37</td><td>16,7</td></tr>
</table>

Из таблиц 1 и 2 видно, что результаты решения задачи пеленгации методами векторной оптимизации хорошо согласуются с результатами решения методом ℓ_1-регуляризации и исходными данными.

Дисперсии оценок пеленгов, рассчитанные по данным статистических испытаний и сравнивались с дисперсиями, определенными аналитически по критерию Фишера-Снедекора с уровнем значимости $\alpha = 0,02$. Нет оснований отвергнуть гипотезу о том, что они принадлежат одной генеральной совокупности. Но в таблице 2 приведены «статистические» дисперсии, как результат, не вызывающий сомнения.

Решение задачи идентификации ядерных взрывов состоит из двух этапов. Первый этап – определение момента сепарации t_0 изотопов РБГ. Оценка границ временного отрезка, на котором произошла сепарация, находится по пересечению линий относительной активности, построенных в обратном времени из измеренных точек с линиями относительной активности, рассчитанными без учета сепарации. Для определения момента сепарации на найденном отрезке времени задается сетка. За момент сепарации принимается узел сетки t_q, дающий минимальную сумму квадратов невязок решаемой системы.

Второй этап – определение для каждого фиксированного момента сепарации t_q оценок решения $\widehat{\rho N}_j$. Принимается, что элементы $a_{ij}\left(t_q, t\right)$ и измеренные активности $\tilde{A}_i\left(t\right)$ – независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону с математическими ожиданиями, равными $a_{ij}^{\text{true}}\left(t_q, t\right)$ и $\tilde{A}_i^{\text{true}}\left(t\right)$ (истинные значения, которые неизвестны), и дисперсиями, равными $\sigma^2\left(a_{ij}\left(t_q, t\right)\right)$ и $\sigma^2\left(\tilde{A}_i\left(t\right)\right)$, соответственно:

$$a_{ij}\left(t_q, t\right) = a_{ij}^{\text{true}}\left(t_q, t\right) + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2\left(a_{ij}\left(t_q, t\right)\right)\right),$$

$$\tilde{A}_i\left(t\right) = \tilde{A}_i^{\text{true}}\left(t\right) + \delta_i, \quad \delta_i \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2\left(\tilde{A}_i\left(t\right)\right)\right),$$

где ε_{ij} – погрешности определения удельных активностей $a_{ij}\left(t_q, t\right)$; δ_i – ошибки измерения активностей $\tilde{A}_i\left(t\right)$ РБГ в атмосфере; $\mathcal{N}$ обозначает нормальное распределение

Используя определение ортогональной регрессии в силу независимости случайных величин $a_{ij}\left(t_q, t\right)$ и $\tilde{A}_i\left(t\right)$, можно записать функционал:

$$F^k = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\left(\tilde{A}_i\left(t\right) - \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{\text{true}}\left(t_q, t\right)\cdot\left(\rho N_j\right)\right)^2}{\sigma^2\left(\tilde{A}_i\left(t\right)\right)} + \sum_{j=1}^{m}\frac{\left(a_{ij}\left(t_q, t\right) - a_{ij}^{\text{true}}\left(t_q, t\right)\right)^2}{\sigma^2\left(a_{ij}\left(t_q, t\right)\right)}\right). \tag{13}$$

В точке минимума функционала (13) должны выполняться условия:

$$\left.\frac{\partial F^k}{\partial\left(\rho N_j\right)}\right|_{\rho N_j = \widehat{\rho N_j}} = 0; \left.\frac{\partial F^k}{\partial a_{ij}^{true}\left(t_q, t\right)}\right|_{a_{ij}^{true}\left(t_q, t\right) = \hat{a}_{ij}^{true}\left(t_q, t\right)} = 0;\ i = \overline{1, n};\ j = \overline{1, m}. \qquad (14)\text{-}(15)$$

При фиксированном t_q задача (14)-(15) является вычислительно *некорректной*. Для ее решения необходимо применение методов регуляризации или разработанного метода.

Системы уравнений (14)-(15) решаются итеративно. На k-ой итерации методами регуляризации и разработанным методом на основе многокритериального математического программирования из системы уравнений (14) определяют оценки вкладов источников РБГ $\widehat{\rho N_j}$ при уточненных на $(k-1)$-ой итерации элементах матрицы системы $\hat{a}_{ij}^{true}(t_q,t)$ (на первой итерации принимаем $\hat{a}_{ij}^{true}(t_q,t)=a_{ij}(t_q,t)$).

После этого из системы (15) находят уточненные оценки истинных значений $a_{ij}^{true}(t_q,t)$.

Полученные оценки значений $\hat{a}_{ij}^{true}(t_q,t)$, не удовлетворяющие неравенству $\left|a_{ij}(t_q,t)-\hat{a}_{ij}^{\text{true}}(t_q,t)\right|\le 3\sigma\left(a_{ij}(t_q,t)\right)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$, приравнивают к значениям ближайших граничных точек. Наборы оценок $\hat{a}_{ij}^{\text{true}}(t_q,t)$, $j=\overline{1,m}$, для которых произошло увеличение соответствующих слагаемых функционала F^k по сравнению с их значениями на предыдущей итерации, заменяются на соответствующие значения для предыдущего шага.

Критерием останова алгоритма является несущественное различие значений функционала F^k и компонентов вектора ρN_j на соседних итерациях.

Рассматривая зависимость от времени значений относительных вкладов изотопов РБГ в их суммарную активность, можно выделить три характерных временных интервала для отбора проб:

1) 1-2 дня после события, в пробе методами гамма-спектрометрии можно измерить до 9 изотопов криптона и ксенона;
2) 3-6 дней после события, измеряется до 5-6 изотопов криптона и ксенона;
3) после 2-х недель, измеряется 4 изотопа ксенона и криптон-85.

В таблице 3 представлены результаты моделирования идентификации параметров ядерного взрыва для третьего временного интервала – 14 дней после события. Идентификация проводилась по изотопам Kr^{85}, Xe^{131m}, Xe^{133m}, Xe^{133} и Xe^{135}.

Рассматривались следующие гипотезы об источнике радиоактивности: 1) U_{th}^{235} + фон по Xe^{133}; 2) U_{th}^{235} + U_{f}^{235} + U_{14}^{235}; 3) U_{th}^{235} + Pu_{f}^{239} + Pu_{14}^{239}; 4) U_{f}^{235} + U_{14}^{235}; 5) U_{f}^{235} + U_{14}^{235} + фон по Xe^{133}; 6) Pu_{f}^{239} + Pu_{14}^{239}; 7) Pu_{f}^{239} + Pu_{14}^{239} + фон по Xe^{133}; 8) U_{f}^{235} + U_{14}^{235} + Pu_{f}^{239} + Pu_{14}^{239}; 9) U_{f}^{235} + U_{14}^{235} + Pu_{f}^{239} + Pu_{14}^{239} + фон по Xe^{133}, где U_{th}^{235} – реакторный выброс (th – тепловые, f – нейтроны спектра деления, 14 – нейтроны с энергией 14 Мэв).

Источником радиоактивности является процесс деления U_f^{235}, U_{14}^{235}, Pu_f^{239} и Pu_{14}^{239}, точные значения вкладов 100, 100, 100 и 100.

В каждом методе (регуляризации и многокритериальной оптимизации) определялось решение для разных гипотез и за истинную автоматически принималась гипотеза, дающая минимальную сумму квадратов невязок системы (14). Для ℓ_1-регуляризации и квадратичного программирования это гипотеза 8, для всех остальных методов – гипотеза 9, порядки чисел обусловленности матриц системы (14) 10^8 и 10^{19}, соответственно.

Таблица 2

Результаты решения задачи идентификации разными методами

Метод решения	ℓ_1-регуляризация	Регуляризация Тихонова	Векторная оптимизация			
			Квадратичное прогр-е	Архимедова модель	Нелинейное прогр-е	Модель с приоритетами
Решение	$\begin{bmatrix}131{,}86\\102{,}78\\55{,}06\\110{,}77\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}10{,}04\\180{,}34\\93{,}71\\130{,}43\\-0{,}15\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}142{,}06\\104{,}14\\45{,}30\\112{,}08\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}141{,}95\\104{,}12\\45{,}41\\112{,}07\\0{,}00\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0{,}00\\150{,}93\\0{,}00\\121{,}79\\0{,}00\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}142{,}06\\104{,}14\\45{,}31\\112{,}08\\0{,}00\end{bmatrix}$
Сумма квадратов невязок						
	1,30	3724,01	0,000001	0,00017	82318,07	0,000001
СКО (аналитически)	$\begin{bmatrix}9{,}31\\7{,}31\\9{,}94\\13{,}33\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}16{,}02\\21{,}21\\25{,}40\\13{,}43\\8{,}17\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}10{,}05\\8{,}83\\8{,}77\\14{,}28\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}15{,}92\\20{,}64\\18{,}38\\20{,}43\\7{,}31\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}16{,}31\\22{,}31\\17{,}21\\21{,}37\\9{,}37\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}15{,}45\\19{,}82\\19{,}04\\19{,}27\\8{,}62\end{bmatrix}$
Время работы алгоритма, отн. ед.						
	7,63	1,00	5,08	9,38	8,48	10,48

Из таблицы 3 видно, что метод регуляризации А.Н. Тихонова и метод нелинейного программирования не дают достоверного ответа, сглаживают решение.

Статистические СКО (в таблице не приведены) рассчитывались по результатам 100 испытаний. По критерию Фишера-Снедекора с уровнем значимости $\alpha = 0{,}02$, нет оснований отвергать гипотезу, что теоретические и статистические СКО принадлежат одной генеральной совокупности.

Для идентификации ядерного взрыва по РБГ по $2 \div 4$ измеренным изотопам применено объединение двух видов деления U^{235} и двух видов деления Pu^{239} (нейтронами спектра деления и нейтронами с энергией 14 МэВ) в один вид деления для U^{235} и Pu^{239} соответственно, что приводит к сокращению числа идентифицируемых видов деления. На модельных примерах показана возможность идентификации по двум изотопам (например, Xe^{133} и Xe^{135}) делящегося материала: исходная система из двух уравнений содержала четыре неизвестных (порядки чисел обусловленности матрицы системы $10^{10} \div 10^{16}$), решение модифицированной системы (с порядком числа обусловленности 10^{1}) с двумя неизвестными давало качественно верный результат без применения специальных методов.

Уравнение (5) является линейным относительно независимых выходов элементов изобарных цепочек радиоактивных превращений. При известном числе делений тяжелых ядер $N_{дел}$ для различных моментов времени t_k можно составить переопределенную плохо обусловленную систему уравнений для расчета независимых (и кумулятивных) выходов элементов цепочек. Для ее решения применяются методы и программы, изложенные в диссертации.

В главе 4 приводятся блок-схемы разработанных алгоритмов, описание разработанного программного обеспечения (ПО), указываются особенности реализации разработанных алгоритмов в системе Matlab и в среде Microsoft Visual Studio 2005, использующей компилятор языка Фортран.

Разработанное ПО апробировано на модельных и реальных данных.

Заключение содержит основные результаты и выводы по диссертационной работе.

В приложениях приведены изобарные цепочки радиоактивных превращений, выходы по γ-излучению изотопов криптона и ксенона.

Основные выводы и результаты работы

1) разработан метод решения некорректных задач идентификации с помощью многокритериального математического программирования, позволяющий получать точечные и интервальные оценки решения. Для решения применены методы сжатия области допустимых значений и целевое программирование;

2) приведены результаты математического моделирования решения некорректных задач с помощью многокритериальной оптимизации и проведено определение параметров сигналов на реальных данных в задаче многосигнальной пеленгации на одной частоте. Получены результаты, подтверждающие эффективность разработанного метода решения некорректных задач с помощью векторной оптимизации;

3) разработан способ идентификации ядерных взрывов методами регуляризации и многокритериальной оптимизации по измеренным активностям изотопов криптона и ксенона при различных временах отбора проб. Для учета погрешности всех исходных данных применяется конфлюэнтный анализ. Показано, что надежная идентификация ядерного взрыва возможна только при одновременном применении методов регуляризации векторной оптимизации;

4) разработано программное обеспечение для решения некорректных задач методами векторной оптимизации, которое применено для решения задач многосигнальной пеленгации и идентификации ядерных взрывов;

5) осуществлена модификация алгоритма идентификации ядерного взрыва в случае измерения малого числа изотопов ($2 \div 4$ изотопа) по усредненным выходам осколков деления.

6) разработаны алгоритм и реализующее его ПО для определения независимых выходов элементов изобарных цепочек радиоактивных превращений путем измерения во времени активностей изотопов РБГ;

Список работ по теме диссертации

1. Лебедев А.Л. Решение некорректных задач методами многокритериального математического программирования // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. - 2008. - Вып. 4. - С.89-99.
2. Грешилов А.А., Лебедев А.Л., Плохута П.А. Многосигнальная пеленгация источников радиоизлучения на одной частоте как некорректная задача // Успехи современной радиотехники. - 2008. - Вып. 3. - С.30-46.
3. Грешилов А.А., Лебедев А.Л., Плохута П.А. Газообразные продукты деления и сейсмика как идентификаторы ядерных взрывов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. - 2009. - Вып. 2. – С.92-115.
4. Грешилов А.А., Лебедев А.Л. Определение пеленгов источников радиоизлучения на одной несущей частоте методами векторной оптимизации // Вопросы защиты информации. - 2009. – Вып. 1. – С.19-25.
5. Грешилов А.А., Лебедев А.Л. Некорректные задачи как задачи математического программирования // Интеллектуальные системы: Труды Восьмого международного симпозиума. – М., 2008. - С.78-81.
6. Лебедев А.Л. Решение некорректных задач методами многокритериального математического программирования // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Доклады 10-й Международной конференции. - М., 2008. - С. 333-336.
7. Грешилов А.А, Лебедев А.Л., Плохута П.А Пеленгация источников негармонических сигналов // Необратимые процессы в природе и технике: Доклады 5-й Всероссийской конференции. – М., 2009. – С.35-37.
8. Грешилов А.А., Лебедев А.Л., Плохута П.А. Применение метода разложения сигнала на сумму экспонент для решения задачи многосигнальной пеленгации на одной частоте // Интеллектуальные системы: Труды Восьмого международного симпозиума / Под ред. К.А. Пупкова. – М., 2008. – С. 513-516.
9. Свидетельство 2009614789 о государственной регистрации Программы для ЭВМ ПО для решения плохо обусловленных СЛАУ методами векторной оптимизации, 30.10.2009.
10. Свидетельство 2010610753 о государственной регистрации Программы для ЭВМ ПО для идентификации источников радиоактивных благородных газов в атмосфере, 22.01.2010.
11. Положительное решение о выдаче патента на изобретение «Способ пеленгования с повышенной эффективностью» №2008106384/09(006913) от 22.09.2009 г.