

УДК 629.7.054.07

На правах рукописи

Кветкин Георгий Алексеевич

**ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО  
БЛОКА НА БАЗЕ ТРИАДЫ ЛАЗЕРНЫХ ГИРОСКОПОВ  
ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ**

05.11.03 – Приборы навигации

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва 2011

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана.

Научный руководитель: Енин Виталий Николаевич,  
доктор технических наук, профессор,  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты: Курятов Владимир Николаевич,  
доктор технических наук,  
ФГУП НИИ «Полюс»  
им. М.Ф. Стельмаха

Ачильдиев Владимир Михайлович,  
кандидат технических наук,  
НПО «Геофизика-НВ»

Ведущая организация: ОАО «РПКБ», г. Раменское  
Московской области

Защита диссертации состоится «18» мая 2011 года в 12:00 часов на заседании диссертационного совета Д212.141.19 в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Отзыв в одном экземпляре, заверенный печатью организации, просим направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д212.141.19.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор технических наук

Бурый Е.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Одним из основных функциональных элементов современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) и бесплатформенных систем ориентации (БСО) является инерциальный измерительный блок (ИИБ). Используемые в нем лазерные гироскопы (ЛГ) наиболее полно удовлетворяют жестким требованиям к динамическому диапазону, стабильности масштабного коэффициента и надежности. Основным недостатком ЛГ является синхронизация встречных волн в резонаторе, в результате которой ЛГ нечувствителен к малым угловым скоростям основания. Для их измерения в ЛГ используют так называемый режим частотной подставки, обеспечивающий выведение рабочей точки ЛГ из зоны нечувствительности.

К настоящему времени предложено много способов реализации частотной подставки, однако практическое применение нашли лишь два:

1. Магнитооптический способ, основанный на эффекте Зеемана.
2. Механический способ, основанный на создании угловых колебаний чувствительного элемента (ЧЭ) вокруг его оси чувствительности (ОЧ) со сравнительно высокой частотой (в диапазоне от 150 до 500 Гц), которые называют вибрационной частотной подставкой (или виброподставкой).

ЛГ, в котором используется магнитооптический способ реализации частотной подставки, можно рассматривать как идеальный инерциальный измеритель. В этом ЛГ влияние подвижных механических узлов, используемых для установки зеркал резонатора, на точность измерений минимально, а другие подвижные узлы отсутствуют. Однако, широкого практического применения такие ЛГ пока не получили в силу конструктивно-технологической сложности и высокой себестоимости при относительно высоких уровнях дрейфа и магнитной чувствительности (по сравнению, например, с динамически настраиваемыми гироскопами).

Большинство современных БИНС строятся на основе трех одноосных ЛГ с виброподставкой, реализованной с помощью виброподвеса (ВП). Теоретические основы применения кольцевого лазера в качестве ЧЭ ЛГ с механической частотной подставкой заложены исследованиями отечественных ученых В.Н. Курятова, П.С. Ланды, В.Ф. Судакова, Г.С. Круглика, И.М. Хошева и других. С учетом особенностей и характеристик виброподставки в начальный период разработки данных ЛГ считалось, что при реализации идеальных (одноосных) угловых колебаний дрейф ЛГ будет составлять величину порядка 0,001 град/ч. Однако, согласно результатам экспериментальных исследований, точностные характеристики БИНС на основе ЛГ с ВП таковы, что можно предположить, что дрейф ЛГ в составе БИНС составляет порядка 0,01 град/ч. Согласно публикациям, основным внешним источником погрешностей ЛГ считается градиент температуры вдоль разрядного канала, поэтому в ЛГ осуществляется температурная компенсация погрешностей по показаниям термодатчиков. Однако, наблюдаемые величины дрейфа ЛГ не соответствуют предсказываемым погрешностям. Было сделано предположение, что одна из причин рассогласования точностных характеристик ЛГ, получаемых при статических и динамических испытаниях, связана с внешними и внутренними механическими возмущения-

ми, действующими на блок трех одноосных ЛГ с ВП, установленных на раме ИИБ.

Таким образом, исследование влияния динамических механических возмущений на точностные характеристики ИИБ на основе ЛГ с ВП представляется актуальной научно-технической задачей.

**Целью диссертационной работы** является исследование причин возникновения погрешностей ИИБ на основе ЛГ с виброподставкой, вызываемых динамическим воздействием внешних и внутренних механических возмущений на колебательные подсистемы ЛГ и рамы ИИБ, характеристик этих погрешностей, а также способов их снижения.

**Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:**

1. Для различных конструктивных схем ЛГ исследовано влияние характеристик движения основания ЛГ на параметры пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания с учетом статической и динамической разбалансировки этого ЧЭ в ВП.

2. Изучены возможные механизмы возникновения погрешностей ЛГ с ВП, которые обусловлены пространственным движением ЧЭ относительно основания ЛГ, и предложен способ алгоритмической компенсации данных погрешностей.

3. Теоретически исследовано взаимное влияние трех одноосных ЛГ с ВП, установленных на одной раме, на характер движения ЧЭ ЛГ относительно основания ИИБ с учетом конечной жесткости этой рамы.

4. Установлены количественные соотношения между величинами погрешностей отдельных ЛГ и параметрами внутренних и внешних возмущений, действующих на ИИБ, содержащий триаду ЛГ с ВП.

5. Обоснованы рекомендации по выбору конструктивных параметров стержневой рамы и предложена методика функционального проектирования ИИБ, учитывающая особенности различных схем ВП.

**Методы исследования** базируются на теории решения систем дифференциальных уравнений, математической статистике, теории случайных процессов, теории оценивания, теории сопротивления материалов, методе конечных элементов, численных методах математического моделирования.

**Достоверность** результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в работе, обоснована учетом в предложенных математических моделях основных механизмов взаимодействия колебательных подсистем, использовании правомерных допущений и подтверждена соответствием полученных для частных случаев аналитических решений результатам вычислительного эксперимента.

**Научная новизна:**

1. Разработана математическая модель движения ЧЭ ЛГ для апробированных типов конструктивных схем ВП, учитывающая конечную жесткость ВП по шести координатам, погрешности статической и динамической балансировки ЧЭ в ВП, а также параметры поступательного и углового движения основания ЛГ.

2. Изучен характер и определены параметры пространственного движения ЧЭ ЛГ, вызванного взаимодействием колеблющегося ЧЭ и подвижного основания ЛГ. Определена совокупность параметров движения основания ЛГ, при которых возникает паразитное коническое движение ЧЭ относительно основания ЛГ, вызывающее наибольшие погрешности ЛГ с ВП.

3. Исследовано влияние случайной составляющей угловых колебаний ЧЭ в ВП на кинематическую погрешность ЛГ.

4. Разработана математическая модель динамических деформаций стержневой рамы ИИБ на базе триады ЛГ с ВП, учитывающая конечную жесткость рамы и пространственное распределение массы ее элементов, а также способ крепления рамы к основанию ИИБ.

5. Изучено взаимодействие колебательных систем ВП ЛГ и рамы в составе трехосного ИИБ и влияние этого взаимодействия на результирующую погрешность ИИБ.

#### **Практическая ценность работы:**

1. Разработанные математические модели пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания позволили оценить величины погрешностей одноосного ЛГ с ВП, возникающих при использовании различных конструктивных схем ВП и разработать практические рекомендации по снижению этих погрешностей.

2. Предложенный способ определения параметров пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания позволяет снизить уход ЛГ путем алгоритмической компенсации кинематической погрешности.

3. На основе результатов анализа динамических деформаций рамы ИИБ, содержащего триаду ЛГ с ВП, сформулирована методика функционального проектирования ИИБ, которая определяет процесс выбора конструктивных параметров стержневой рамы ИИБ с учетом минимизации кинематической погрешности ЛГ ИИБ.

#### **Основные результаты и положения, выносимые на защиту:**

1. В одноосном ЛГ вследствие конечной жесткости ВП по трем угловым координатам и динамической разбалансировки ЧЭ в ВП при движении основания возникает паразитное коническое движение ЧЭ относительно основания, которое обуславливает кинематическую погрешность ЛГ.

2. Разработанная математическая модель динамических деформаций элементов ИИБ на базе триады ЛГ с ВП, закрепленных на раме, позволяет определить параметры пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания ИИБ.

3. Пространственное движение ЧЭ ЛГ в составе ИИБ, обусловленное динамической деформацией рамы виброподвесами ЛГ, при определенных соотношениях их собственных частот вызывает дополнительную кинематическую погрешность ЛГ, определяемую амплитудой и разностью фаз колебаний элементов рамы.

4. Установлено, что следствием взаимодействия колебательных систем рамы и ВП является возникновение дополнительной кинематической погрешности ЛГ в составе ИИБ, которая зависит от конструктивных параметров как

стержневой рамы, так и ВП. Для некоторых вариантов конструкции ИИБ такая погрешность превышает 0,01 град/ч.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на I, II, III конференциях молодых ученых московского отделения «Академии навигации и управления движением» (г. Москва, ФГУП «ЦНИИАГ», 01.10.2008, 30.09.2009, 30.09.2010); на XI конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» (г. Санкт-Петербург, ЦНИИ «Электроприбор», 10-12.03.2009); на I международной конференции «Проблемы геометрического моделирования» (г. Москва, МГИУ, 25.06.2008).

**Реализация и внедрение результатов.** Результаты диссертационной работы использованы ЗАО НПК «Электрооптика» при модернизации прибора ГЛ-2Д; методика исследования динамических деформаций рамы использована в ОАО «ГСКБ «Алмаз-Антей»; методики расчета параметров и конструирования вибрационного подвеса использованы в учебном процессе на кафедре «Элементы приборных устройств» МГТУ им. Н.Э. Баумана; использование результатов подтверждено соответствующими актами.

**Публикации.** По теме диссертации опубликованы 4 научных труда, из них 3 - в журналах, входящих в Перечень ВАК.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа изложена на 167 страницах и содержит введение, четыре главы, заключение, список литературы из 100 наименований и приложение на 39 страницах. Работа содержит 48 рисунков и 24 таблицы.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** рассматривается актуальность работы, формулируется цель и задачи диссертации, а также раскрывается структура последующих глав работы.

**В первой главе** проведен обзор научно-технической литературы по теме диссертации, освещающий современные подходы к исследованию инструментальных погрешностей ИИБ на базе ЛГ с ВП. Результаты этого обзора подтверждают актуальность темы работы.

**Во второй главе** приведены результаты исследования влияния характеристик движения основания ЛГ на параметры пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания для различных конструктивных схем ЛГ. Составлена математическая модель движения ЧЭ ЛГ в ВП на основе уравнений Лагранжа II рода для шести степеней свободы твердого тела, включающая как погрешности статической и динамической балансировки, так и конечную жесткость ВП. Используемые системы координат представлены на рис. 1. ОЧ ЛГ направлена вдоль  $Oz'$  ЧЭ.

На основе разработанной модели движения ЧЭ ЛГ исследовано его поведение в ВП различных конструктивных схем: консольной, радиальной наружной и радиальной внутренней. Проведенное с учетом реальных величин коэффициентов упрощение полученной нелинейной системы дифференциальных уравнений позволило разбить сложное движение ЧЭ на независимые угловое и поступательное. Уравнение движения ЧЭ вокруг ОЧ заменено уравнением гар-

монических колебаний, которые в реальных приборах поддерживаются специальной системой управления. Координата  $z$  зафиксирована, т.к. ВП, как правило, обладают заметно большей жесткостью при движении вдоль ОЧ.

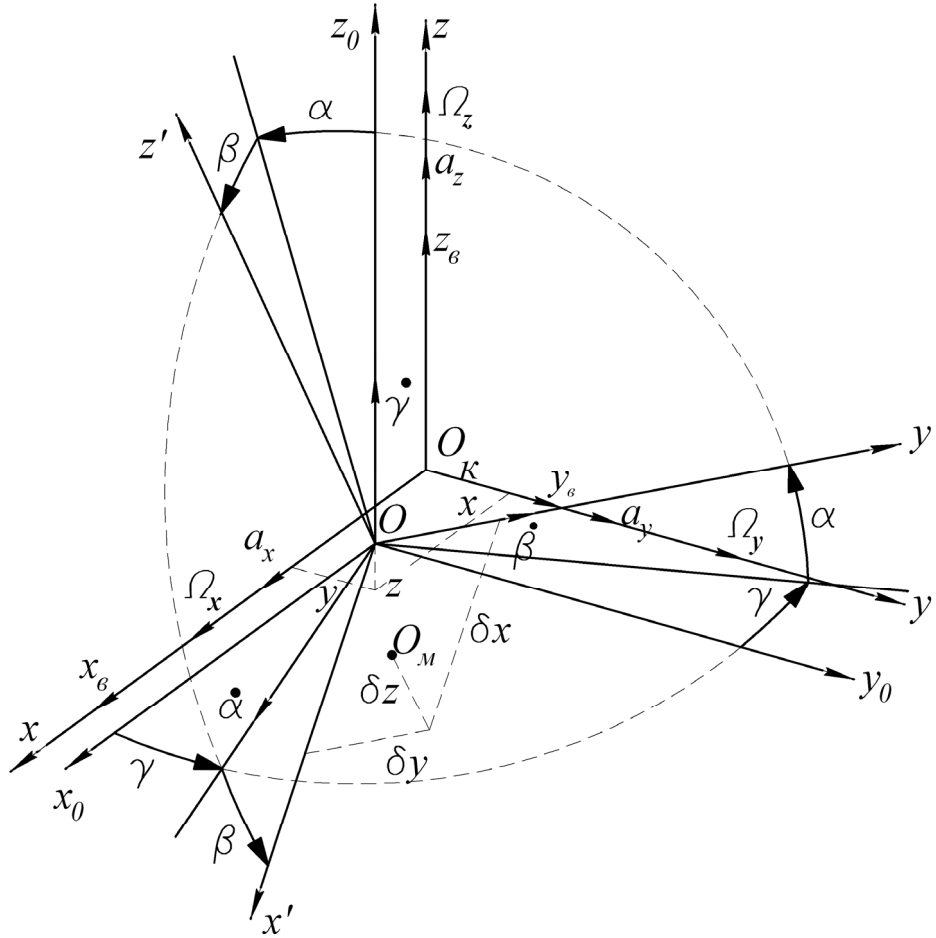


Рис. 1. Системы координат, используемые для описания движения ЧЭ ЛГ в ВП относительно основания ЛГ

Результирующие уравнения движения ЧЭ в ВП приняли вид:

$$\begin{cases} I_x(\ddot{\alpha} + \dot{\Omega}_x) + B_\alpha \dot{\alpha} + G_\alpha \alpha + I_{xnp} \Omega_y \dot{\gamma} - I_{xz} \ddot{\gamma} + m(\delta y \ddot{z}_e - \delta z \ddot{y}_e + \gamma \dot{x}_e \dot{z}_e) = \\ = m(a_y \delta z - a_z \delta y), \\ I_y(\ddot{\beta} + \dot{\Omega}_y) + B_\beta \dot{\beta} + G_\beta \beta - I_{ynp} \Omega_x \dot{\gamma} - I_{yz} \ddot{\gamma} + m(\delta z \ddot{x}_e - \delta x \ddot{z}_e + \gamma \dot{y}_e \dot{z}_e) = \\ = m(a_z \delta x - a_x \delta z), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} m(\ddot{x} + \ddot{x}_e) + B_x \dot{x} + G_x x - 2m\dot{y}\Omega_z + m(\delta z \dot{\Omega}_y - \delta y \dot{\gamma}) = ma_x, \\ m(\ddot{y} + \ddot{y}_e) + B_y \dot{y} + G_y y + 2m\dot{x}\Omega_z + m(\delta x \dot{\gamma} - \delta z \dot{\Omega}_x) = ma_y, \end{cases} \quad (2)$$

при условии  $\gamma = \gamma_0 \sin(\omega_\gamma t + \psi_\gamma)$ .

Здесь приняты обозначения:

$I_x, I_y, I_z, I_{xnp} = (I_z + I_x - I_y), I_{ynp} = (I_z + I_y - I_x)$  - осевые моменты инерции ЧЭ и их комбинации;  $I_{xz}, I_{yz}$  - центробежные моменты инерции, определяющие динамическую разбалансировку;  $B_\alpha, B_\beta, B_\gamma, B_x, B_y$  - коэффициенты демпфирования ВП;  $G_\alpha, G_\beta, G_\gamma, G_x, G_y$  - жесткости ВП при движении по соответствующим

щим обобщенным координатам;  $m$  – масса ЧЭ;  $\delta x, \delta y, \delta z$  – смещение центра масс ЧЭ относительно центра подвеса;  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$  – амплитуды угловых скоростей основания ЛГ;  $a_x, a_y, a_z$  – линейные ускорения основания ЛГ;  $x_\theta, y_\theta, z_\theta$  – виброперемещения основания ЛГ;  $\gamma_0$  – задаваемая амплитуда угловых колебаний ВП вокруг ОЧ;  $\omega_\gamma$  – первая собственная частота ВП;  $\psi_\gamma$  – начальная фаза колебаний  $\gamma$ .

Анализ уравнений движения (1) проведен двумя способами:

- аналитическое исследование модели, полученной для случая детерминированных коэффициентов;
- численное решение уравнений при добавлении случайной составляющей к гармоническим колебаниям виброподставки («ошумление») и случайного характера движения основания ЛГ с помощью программного пакета MatLab.

Угловое движение ЧЭ ЛГ исследовано для различных вариантов движения основания ЛГ. Постоянные линейные ускорения при статической разбалансировке приводят к отклонению ОЧ от начального положения, что обуславливает появление в выходном сигнале погрешности измерений. Частный случай аналитического выражения такой погрешности для реальных конструктивных параметров ЛГ в консольном ВП составляет 15,45 град/ч при ускорениях 5g и угловых скоростях основания ЛГ 10 рад/с. Для лучше сбалансированных радиальных подвесов погрешность находится в пределах от 1,2 до 2,2 град/ч.

Изложены результаты анализа кинематической погрешности ЛГ, обусловленной пространственным движением ЧЭ относительно основания ЛГ. Выражение для оценки кинематической погрешности, обусловленной неголономными связями, применимое при произвольном законе изменения угловых координат  $\alpha$  и  $\beta$  ЧЭ, можно записать в виде:

$$s = -\frac{1}{2} [\alpha(t)\dot{\beta}(t) - \dot{\alpha}(t)\beta(t)].$$

Показано, что вследствие динамической разбалансировки ЧЭ в ВП при постоянных угловых скоростях основания ЛГ его ЧЭ совершает эллиптическое коническое движение с периодом, равным периоду колебаний ВП ( $T_\gamma = 2\pi / \omega_\gamma$ ). Кинематический уход ЛГ в этом случае для симметричного ВП ( $\omega_\alpha = \omega_\beta, b_\alpha = b_\beta$ ) оценивается по формуле:

$$s = -\frac{1}{2} \frac{\gamma_0^2 \omega_\gamma^4}{I_x I_y} \left[ \frac{I_{xz} I_{ynp} \Omega_x + I_{yz} I_{xnp} \Omega_y}{(\omega_\alpha^2 - \omega_\gamma^2)^2 + (\omega_\gamma b_\alpha)^2} \right],$$

где  $\omega_\alpha, \omega_\beta$  – собственные частоты ВП для координат  $\alpha$  и  $\beta$ .

Абсолютные значения рассматриваемой погрешности для реальных конструктивных параметров и угловых скоростей ( $\Omega = 10$  рад/с) достигают  $1 \cdot 10^{-4}$  град/ч для радиального внутреннего ВП и  $0,5 \cdot 10^{-4}$  град/ч для консольного ВП.



Изучены погрешности ЛГ при качке основания ЛГ. Низкочастотные колебания приводят к коническому движению ЧЭ с периодом равным периоду качки. На рис. 2 представлено условное изображение элемента поверхности, описываемой ОЧ ЛГ в пространстве в случае жесткого крепления ЧЭ на основании при круговой качке этого основания ( $\kappa_1$ ). Вследствие конечной жесткости ВП ЧЭ ЛГ совершает коническое движение относительно основания ( $\kappa_2$ ). Таким образом, абсолютное движение ЧЭ ЛГ необходимо рассматривать, как сумму двух конических движений – основания и ЧЭ относительно основания. Рассматривая площадь основания конуса, которая пропорциональна кинематической погрешности ЛГ, следует отметить, что конечная жесткость ВП обуславливает увеличение первоначального значения этой площади  $s_{\bar{o}}$  на величину  $s_{\bar{e}3}$ . В итоге получено выражение для ошибки ЛГ в виде:

$$s_{\Sigma} = s + s_{\bar{e}3} + s_{\bar{o}}. \quad (3)$$

Слагаемыми (3) являются:

– составляющая, обусловленная высокочастотными колебаниями ЧЭ относительно основания ЛГ (на рис. 2 не показана ввиду малости)

$$s = \delta\omega;$$

– составляющая, обусловленная конечной жесткостью ВП ЛГ, установленного на качающемся основании

$$s_{\bar{e}3} = \frac{\omega_k \Omega_{ox} \Omega_{oy}}{\omega_{\alpha}^2 - \omega_k^2} \sin(\psi_{ky} - \psi_{kx}); \quad (4)$$

– составляющая, обусловленная движением основания

$$s_{\bar{o}} = \frac{\Omega_{ox} \Omega_{oy}}{2\omega_k} \sin(\psi_{ky} - \psi_{kx}). \quad (5)$$

В уравнениях (4), (5) приняты обозначения:  $\omega_k$  - круговая частота качки основания;  $\Omega_{ox}, \Omega_{oy}$  - амплитуды ортогональных проекций угловой скорости качки основания;  $(\psi_{ky} - \psi_{kx})$  - разность начальных фаз ортогональных составляющих качки основания.

В настоящее время известны численные алгоритмы компенсации кинематической погрешности при коническом движении всего ИИБ. В этих алгоритмах по известным значениям проекций мгновенной угловой скорости на ортогональные оси  $(\Omega_x, \Omega_y)$ , получаемым от двух соседних ЛГ ИИБ с более высокой частотой опроса, производится расчет кинематической погрешности. Затем эта погрешность алгоритмически компенсируется в выходном сигнале каждого ЛГ ИИБ. При построении ИИБ на основе трех жестко связанных ЧЭ ЛГ, установленных в одноосном упругом подвесе, полная кинематическая погрешность определяется выражением (5) и может быть скомпенсирована. При использовании в ИИБ ЛГ с отдельными упругими ВП, обладающими конечными угловы-

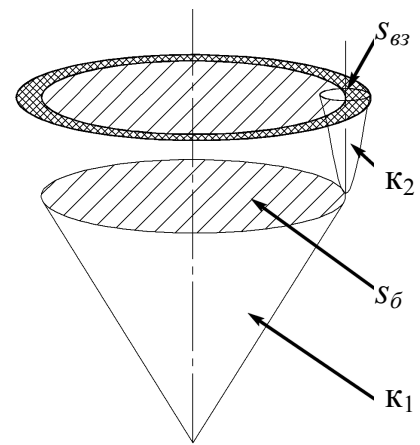


Рис. 2. Движение ОЧ ЛГ

ми жесткостями, существенное значение принимает и составляющая (4) погрешностей ЛГ. Результаты численной оценки величины этой составляющей ухода ЛГ при движении основания с параметрами ( $\omega_k = 20\pi/3$  рад/с,  $\theta_{x0} = \theta_{y0} = 5$  град,  $(\psi_{ky} - \psi_{kx}) = \pi/2$ ) составили для:

- консольного ВП  $s = -5,2 \cdot 10^{-2}$  град/ч;
- радиального наружного ВП  $s = -2,4 \cdot 10^{-2}$  град/ч;
- радиального внутреннего ВП  $s = -4,2 \cdot 10^{-2}$  град/ч.

Так, уход ЛГ зависит от жесткости ВП в экваториальной плоскости, определяемой собственными частотами  $\omega_\alpha, \omega_\beta$ , а также амплитуды и разности фаз качки основания. Снижения амплитуды  $s_{\text{вз}}$  для высокоманевренного объекта можно добиться только созданием более жесткой конструкции ВП (повышением собственных частот  $\omega_\alpha, \omega_\beta$ ). Действительно, для радиального наружного ВП, обладающего наибольшими значениями  $\omega_\alpha, \omega_\beta$  среди рассматриваемых схем, величина ухода ЛГ при качке основания наименьшая.

Численными методами проанализирована кинематическая погрешность ЛГ при введении случайной составляющей в гармонические колебания ЧЭ в ВП. После проведения ряда вычислительных экспериментов определено, что введение «ошумления» виброподставки приводит к увеличению шумовой составляющей в выходном сигнале, как и следовало ожидать. Наблюдается также увеличение амплитуды кинематической погрешности по сравнению с частными случаями аналитических решений, полученных без учета «ошумления» виброподставки. Такой рост ошибки обусловлен появлением в спектре  $\gamma(t)$  дополнительных гармоник на низких частотах.

Проведенный численный анализ поведения колебательной системы при «ошумлении» ВП показал, что помимо увеличения шумовой составляющей в выходном сигнале имеет место также и увеличение значения кинематического ухода. Так, на основании, движущемся с постоянными угловыми скоростями (10 рад/с), значение ухода ЛГ с консольным ВП определяется МО  $0,81 \cdot 10^{-4}$  град/ч и СКО  $0,16 \cdot 10^{-4}$  град/ч.

Анализ поведения ЛГ при случайных внешних воздействиях показал, что при нерегулярной качке кинематический уход ЛГ носит также нерегулярный характер. Несмотря на то, что уход представляет собой центрированный случайный процесс, наличие доминирующей низкой частоты приводит к наличию погрешности при кратковременных измерениях.

Предложен способ измерения параметров движения ЧЭ относительно основания (плоскости резонатора поз. 1 относительно основания ЛГ поз. 2 на рис. 3) с помощью двухкоординатного емкостного датчика угла (ДУ).

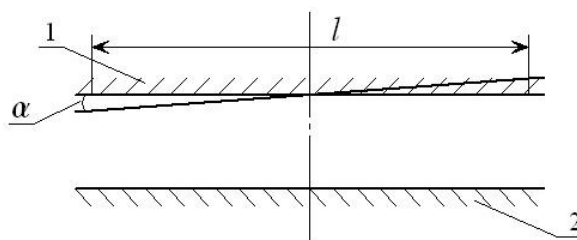


Рис. 3. Отклонение ЧЭ от исходного положения

Рассмотрены два подхода к методам обработки показаний ДУ:

1. Адаптация известных численных алгоритмов компенсации кинематической погрешности ИИБ в целом к обработке информации с ДУ.

2. Разработка способа вычисления погрешности ЛГ на основе оценки текущего значения амплитуды и начальной фазы колебаний каждой из координат  $\alpha(t)$  и  $\beta(t)$  с помощью итерационного алгоритма метода наименьших квадратов.

Доминантой углового движения  $\alpha(t)$  и  $\beta(t)$  является гармоника на частоте ВП -  $\omega_\gamma$ . Это позволило характеризовать сигнал как «гармонический» с неизвестными амплитудой ( $A$ ) и сдвигом фаз ( $\varphi$ ). В общем случае эти неизвестные носят переменный характер, однако они приняты постоянными на некотором малом отрезке времени, выбор которого зависит от алгоритма обработки. Измерения, полученные с датчика угла по одной из координат, представлены в виде:

$$\mathbf{y} = A \sin(\omega_\gamma \mathbf{t} + \varphi) + \mathbf{v},$$

где  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m)^T$  - вектор измерений;  $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_m)^T$  - вектор моментов опроса ДУ;  $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_m)^T$  - вектор ошибок измерения.

Введен вектор оцениваемых параметров  $\mathbf{x} = (A \ \varphi)^T$ .

Минимизируемый критерий представлен в виде:

$$J^{МНК}(A, \varphi) = \sum_{i=1}^m [y_i - A \sin(\omega_\gamma t_i + \varphi)]^2.$$

В результате проведения процедуры линеаризации уравнений, определены неизвестные амплитуды и сдвиги фаз колебаний по каждой из координат. Затем по найденным оценкам вычислено текущее значение ухода ЛГ за период оценки:

$$s_\partial = \frac{1}{2} \omega_\gamma \alpha_0 \beta_0 \sin(\psi_\beta - \psi_\alpha).$$

Таким образом, исследование поведения ЧЭ ЛГ в ВП на подвижном основании показало, что ввиду конечной жесткости элементов упругого подвеса и разбалансировки колебательной системы имеет место пространственное паразитное движение ЧЭ относительно основания ЛГ. Такое движение является источником дополнительных погрешностей прибора, обусловленных как статическим отклонением ОЧ от невозмущенного положения, так и пространственным движением ОЧ, приводящим к кинематическим погрешностям. Исследованы различные случаи возмущения колебательной системы ВП с помощью созданных математических моделей движения ЧЭ в ВП и погрешностей ЛГ. Исследование проведено для различных конструктивных схем ВП. Наиболее чувствительной к возмущениям является конструкция с консольным ВП, обладающая сравнительно невысокой линейной и угловой жесткостями и существенной разбалансировкой подвижной части.

**В третьей главе** представлена разработанная методика анализа динамических деформаций рамы ИИБ, обусловленных возмущениями ВП. Рама рассматривается как система с распределенными параметрами. С целью формализации предметной области проведен анализ предложенной методики на наиболее типичной стержневой раме, представляющей собой куб (рис. 4), на гранях которого фиксируются ЛГ.

Для численной оценки выбрана рама из алюминиевого сплава с длиной ребра 0,2 м и квадратным поперечным сечением стержней  $0,03 \times 0,03 \text{ м}^2$ , масса которой составила 4,7 кг.

Физическая модель колебательной системы построена на следующих допущениях:

- рассматриваются только изгибные колебания стержней, а крутильные и продольные деформации исключены из рассмотрения ввиду их малости;
- с учетом малости деформаций независимо рассматриваются изгибы стержней в двух главных плоскостях инерции;
- узлы рамы, в которых стыкуются стержни, считаются недеформируемыми;
- параметры рассеяния энергии в материале деформируемой конструкции определены согласно выбранному значению логарифмического декремента затухания  $\delta$  на основе правила Видлера.

Полученная модель движения элементов рамы при ее деформации имеет вид:

$$\mathbf{W}(s) \cdot \mathbf{d}(s) = \mathbf{F}(s) + \mathbf{L}(s) \cdot \mathbf{v}(s),$$

где  $\mathbf{W}(s)$  - передаточная функция системы;  $\mathbf{d}(s)$  - вектор-столбец состояния системы, включающий 10 комплексных амплитуд угловых и линейных отклонений узлов рамы (рис. 5);  $\mathbf{F}(s)$  - вектор-столбец возмущений;  $\mathbf{L}(s)$  - матрица влияния виброперемещений основания ИИБ;  $\mathbf{v}(s)$  - вектор-столбец виброперемещений основания ИИБ.

Проанализированы собственные частоты рамы, зависимость их от конструктивных параметров стержней рамы, моды рамы в зависимости от симметричности возмущений относительно плоскостей симметрии рамы.

Сравнение численных результатов анализа предложенной математической модели и конечно-элементного анализа, проведенного с помощью программного пакета ANSYS, показало, что расхождение в значениях собственных частот не превышает 18%. При этом формы колебаний, определяемые по амплитудам и фазовым сдвигам различных узлов рамы при аналитическом решении, полностью совпадают с формами, полученными компьютерным моделированием.

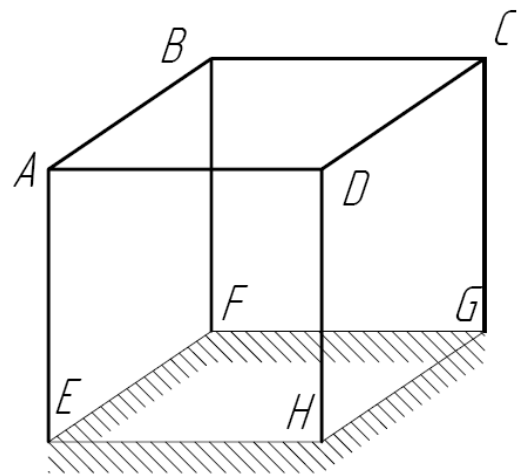


Рис. 4. Стержневая рама

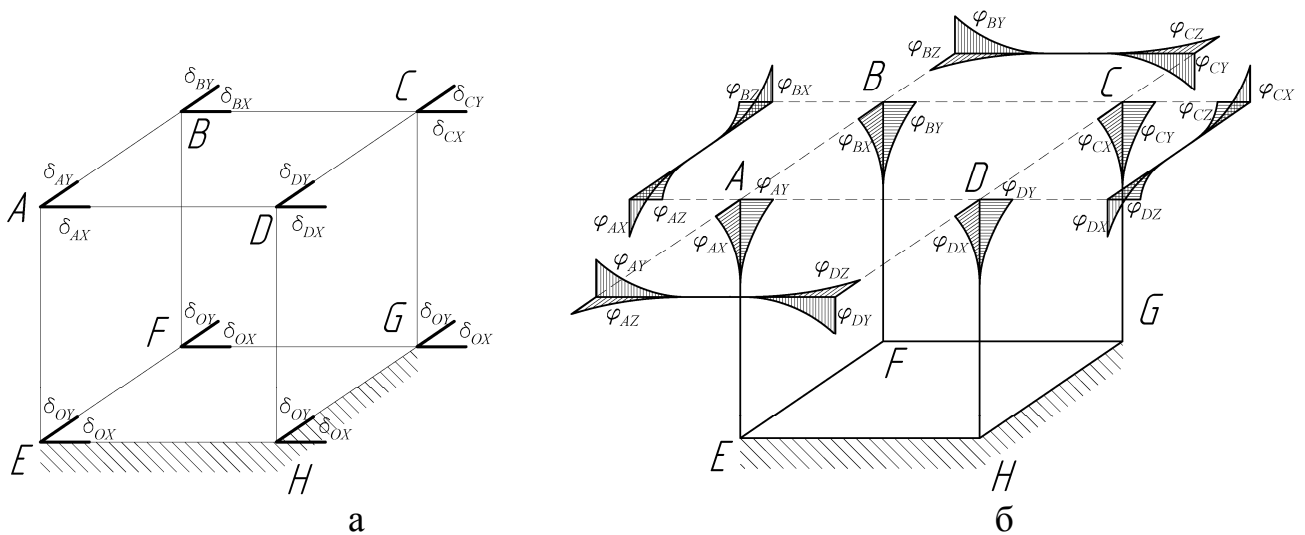


Рис. 5. Линейные (а) и угловые (б) отклонения узлов рамы

Методика базируется на изучении рамной конструкции методом перемещений, согласно которому система уравнений образуется путем введения связей, препятствующих поворотам и линейным смещениям всех узлов рамы (если соответствующая подвижность не исключена связями, имеющимися в заданной системе). За остальные неизвестные принимают угловые и линейные смещения узлов, для определения которых составляют канонические уравнения с учетом симметричности потенциальной нагрузки рамы и способа ее закрепления. Используются решения уравнения изгибных колебаний стержня (рис. 6) методом начальных параметров, позволившим выразить силовые факторы в стержне ( $M_{ab}, M_{ba}, Q_{ab}, Q_{ba}$ ) через угловые ( $\varphi_a, \varphi_b$ ) и линейные ( $\delta_a, \delta_b$ ) смещения его концов  $A$  и  $B$ .

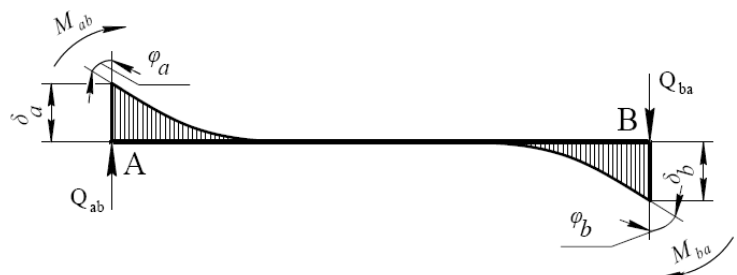


Рис. 6. Параметры деформации стержня

Предложенная методика анализа динамических деформаций рамы позволяет:

1. Оценить собственные частоты и моды колебаний рамы. Для анализируемой стержневой конструкции из алюминиевого сплава значения первых собственных частот составили 3510 рад/с; 4565 рад/с; 8170 рад/с.
2. Определить значения угловых и линейных смещений узлов рамы при приложении нагрузки в виде поперечных сил и крутящих моментов (на основе принципа суперпозиций для различных гармоник).
3. Провести сравнительный анализ поведения рамы для различных конструктивных параметров рамы предложенной конфигурации. Так, при увеличении стороны квадратного поперечного сечения стержней с 0,03 до 0,04 м происходит соответствующее увеличение собственных частот рамы: 4670 рад/с; 5420 рад/с; 6100 рад/с.
4. Исследовать поведение рамы при использовании различных конструкционных материалов (варьируя параметры упругости, демпфирующие способ-

ности и плотность). Так, для рамы анализируемой конфигурации из титанового сплава первые собственные частоты составили 3080 рад/с, 4330 рад/с; для рамы из магниевового сплава – 2930 рад/с, 4200 рад/с.

5. Провести изучение более общей системы при дополнении рассматриваемой колебательной системы другими (ВП ЛГ).

**В четвертой главе** представлены результаты исследования взаимодействия трех ЛГ с ВП и рамы конечной жесткости. Для этого проведен синтез модели движения элементов ИИБ (рис. 7) на базе уравнений движения ЧЭ ЛГ в ВП и рамы.

В первом приближении ВП представлены в виде высокочастотных колебательных систем с одной степенью свободы, соответствующей задаваемым угловым колебаниям. В ИИБ для ВП появляется дополнительное кинематическое возбуждение, определяемое упругими и демпфирующими моментами ВП при движении основания ЛГ. Воздействие ВП на раму определяется как реактивные моменты приводов и комбинация упругих и демпфирующих моментов ВП.

При дополнении колебательной системы рамы одним ВП определен характер деформации рамы на резонансной частоте этого ВП. Итоговый результат обобщен на основе принципа суперпозиции колебаний элементов рамы на частотах различных ВП. Такой способ правомерен в силу того, что резонансные частоты ВП ЛГ конструктивно задаются различными.

Для анализа воздействия каждого ВП на ИИБ математическая модель движения его элементов имеет вид:

$$\mathbf{W}_1(s) \cdot \mathbf{d}_1(s) = \mathbf{F}_1(s),$$

где  $\mathbf{d}_1$  - вектор-столбец состояния системы, включающий 11 компонент, в том числе и угол  $\gamma$  поворота ЧЭ в ВП;  $\mathbf{F}_1$  - вектор-столбец возмущений, обусловленных работой ВП.

Разработанная модель впервые позволила учесть характер взаимодействия колебательных систем в составе ИИБ: не только деформацию рамы под действием ВП, но и девиацию собственной частоты ВП на основании конечной жесткости. При этом установлено, что эта девиация зависит от места установки ЛГ на раме относительно точек закрепления рамы на основании ИИБ. Кроме этого вследствие близости собственных частот ВП и рамы значительная часть энергии виброприводов тратится на деформацию рамы, и амплитуда колебаний ВП падает. В результате, чтобы обеспечить заданную амплитуду угловых колебаний ЧЭ ЛГ в ВП на раме конечной жесткости, необходимо провести дополнительную настройку системы управления виброподставкой путем существенного увеличения момента виброприводов. Однако, наряду с увеличением ам-

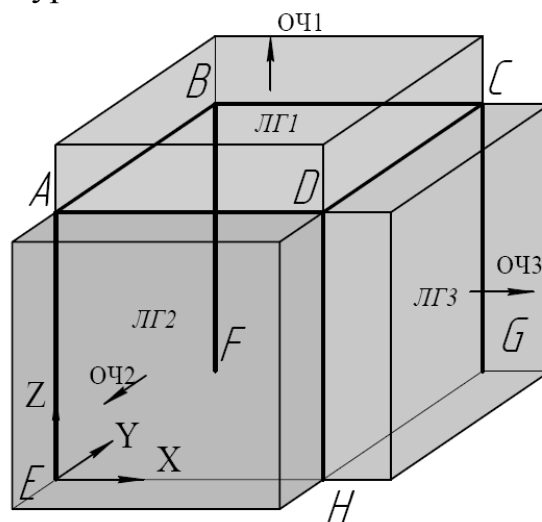


Рис. 7. Рама ИИБ с тремя ЛГ

плитуды колебаний ЧЭ в ВП будут также увеличиваться и амплитуды колебаний элементов рамы.

На основе определенных параметров колебаний элементов рамы оценены параметры пространственного движения ЧЭ ЛГ относительно основания ИИБ. Установлено, что кинематическая погрешность одного ЛГ вследствие деформации рамы виброподвесами двух остальных, работающих на частотах порядка 500 Гц с амплитудой 5 угл. мин, включает в себя:

- постоянную составляющую ( $0,8 \cdot 10^{-2}$  град/ч), обусловленную фазовыми сдвигами колебаний различных элементов рамы, вызванными рассеянием энергии в материале рамы;

- переменную гармоническую составляющую (с амплитудой 0,33 град/ч), вызванную колебаниями элементов рамы на разностной частоте ВП.

Однако, такой подход к определению погрешности ЛГ в составе ИИБ не позволяет учесть тип ВП, так как в рассмотрение введено лишь угловое движение ЧЭ вокруг ОЧ. В данной постановке задачи параметры этого движения одинаковы для всех схем ВП за счет выбора конструктивных параметров.

Во втором приближении предложенный подход к построению составной модели движения элементов ИИБ развит с учетом конечной линейной жесткости ВП в экваториальной плоскости. В рассмотрение введено поступательное движение ЧЭ ЛГ в ВП, описываемое (2), в двух ортогональных направлениях в плоскости, перпендикулярной ОЧ. Представлена методика исследования, в которой в связи с появлением дополнительных степеней свободы ВП изучен вопрос взаимного влияния ВП. Если в первом анализе допустимо было пренебречь воздействием угловых колебаний одного ЛГ на угловые колебания соседних, то по отношению к поступательным движениям ЧЭ в ВП такое допущение сделать нельзя. Вследствие этого был разработан и введен в модель механизм учета наличия не одного, а нескольких ЧЭ в ВП на раме.

Все три ВП ЛГ характеризуются различными собственными частотами. Вследствие этого анализ поведения ИИБ проведен в условиях работы одного ВП и выключенных приводов остальных. Работающий ВП назван активным в данном анализе, выключенные – пассивными. Результаты для различных гармоник просуммированы на основе принципа суперпозиций.

В этом случае математическая модель движения элементов ИИБ имеет вид:

$$\mathbf{W}_{p1}(s) \cdot \mathbf{d}_{p1}(s) = \mathbf{F}_{p1}(s),$$

где  $\mathbf{d}_{p1}$  - расширенный вектор-столбец состояния, дополненный по сравнению с  $\mathbf{d}_1$  координатами поступательного движения активного и пассивного ВП ЛГ (15 компонент);  $\mathbf{F}_{p1}$  - вектор-столбец возмущений, обусловленных работой активного ВП.

Результаты проведенного анализа для реальных конструктивных параметров стержневой рамы и ВП показали, что постоянная составляющая увода ЛГ составляет  $1,5 \cdot 10^{-2}$  град/ч, а амплитуда переменной равна 0,43 град/ч для консольного ВП. Для радиальных ВП результат составляет  $7,5 \cdot 10^{-2}$  град/ч и 0,59 град/ч, соответственно. Объяснить тот факт, что использование менее жесткого

консольного ВП приводит к меньшей погрешности ЛГ на раме, можно, рассматривая пассивные ВП на раме в качестве гасителей колебаний. Они «отбирают» часть энергии от колебаний рамы (критичных для точности ЛГ) на свои поступательные колебания (для точности ЛГ не критичные). При этом консольный ВП, будучи менее жестким при поступательных колебаниях, лучше рассеивает энергию колебаний рамы, чем более жесткий радиальный. Вследствие этого в ИИБ, построенном на базе ЛГ с радиальными ВП, значение постоянной составляющей ухода ЛГ в пять раз больше, чем в ИИБ на основе ЛГ с консольными подвесами.

Сформулированы рекомендации по выбору рациональных конструктивных параметров стержневой рамы исходя из минимизации погрешностей ЛГ в составе ИИБ. В общем случае варьирование конструктивных параметров стержней, составляющих раму, приводит к изменению ее собственных частот. При этом уменьшение размеров поперечного сечения ребра обуславливает падение собственных частот, а уменьшение длины ребра - рост собственных частот. Анализ показал, что наиболее существенно взаимодействие колебаний ВП ЛГ на частоте  $\omega_2$  и колебаний рамы на первых собственных частотах  $\omega_{p1}, \omega_{p2}$ . Введены безразмерные коэффициенты, отражающие соотношения между собственными частотами рамы и ЛГ:

$$\Delta\omega_1 = \frac{\omega_{p1} - \omega_2}{\omega_2} 100\%, \quad \Delta\omega_2 = \frac{\omega_{p2} - \omega_2}{\omega_2} 100\%.$$

Получены зависимости (рис. 8) кинематической погрешности ЛГ в составе ИИБ от коэффициентов  $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2$  при варьировании размера поперечного сечения  $b$  стержней рамы ( $s_b$ ) и при варьировании длины  $l$  стержней, составляющих раму ( $s_l$ ).

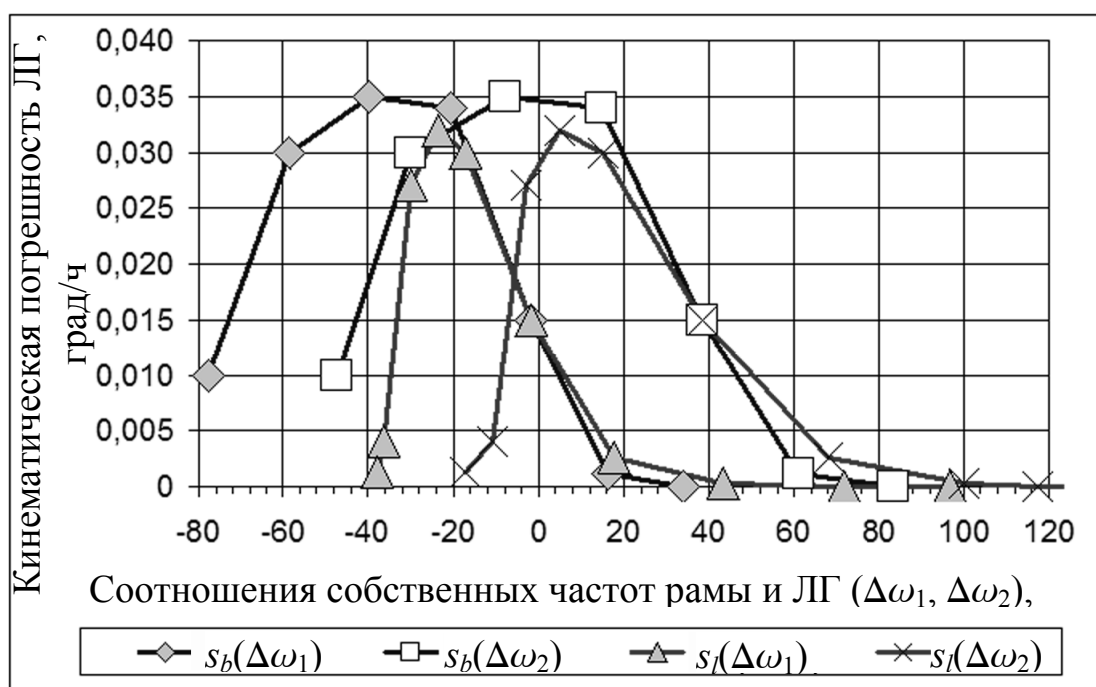


Рис. 8. Кинематическая погрешность ЛГ в составе ИИБ при различных соотношениях собственных частот рамы и ВП ЛГ



Снижение кинематической погрешности ЛГ происходит при существенном увеличении собственных частот рамы по отношению к собственной частоте ВП ( $\Delta\omega_1 > 20\%$ ,  $\Delta\omega_2 > 60\%$ ). При этом меньшая деформация рамы ИИБ обеспечивает снижение амплитуд пространственного движения ЧЭ ЛГ ИИБ и, соответственно, кинематических погрешностей ЛГ. Помимо этого, наблюдается снижение кинематической погрешности ЛГ ИИБ в том случае, когда собственные частоты рамы меньше рабочей частоты ВП ЛГ. Однако, реализация конструкции стержневой рамы с такими параметрами сопряжена с необходимостью решения технических противоречий.

Так, чтобы обеспечить в ИИБ параметр  $\Delta\omega_1 > 20\%$  для стержневой рамы путем увеличения размера  $b$ , необходимо существенно увеличить ее массу, что зачастую недопустимо. Для анализируемой конструкции рамы значения кинематической погрешности ЛГ на уровне 0,001 град/ч можно добиться при массе рамы порядка 6,5 кг. При фиксированном значении  $b$  (0,03 м) высоких значений  $\Delta\omega_1$  и, соответственно, малых уходов ЛГ можно добиться уменьшением длины ребра рамы. Однако условие  $\Delta\omega_1 > 20\%$  выполняется при значении длины ребра рамы 0,16 м и меньше, что обуславливает технические сложности при монтаже корпуса ЛГ на раму ИИБ.

Выбор конструктивных параметров стержневой рамы, соответствующих спаду графиков  $s_b, s_l$  в области отрицательных значений  $\Delta\omega_1$  и  $\Delta\omega_2$ , приводит к снижению жесткости рамы, определяемой малыми значениями  $\omega_{p1}, \omega_{p2}$ . Такой вариант не всегда приемлем, т.к. ЧЭ ИИБ будут возмущаемы ускорениями основания ИИБ. Кроме этого, при каждом включении виброприводов (при разгоне ВП) ИИБ будет проходить через режим синхронизации частот движения ВП с собственными частотами рамы, что вызовет существенные деформации рамы.

Также на основе математической модели движения элементов ИИБ проведен предварительный анализ конструкционных материалов рамы с учетом их физических параметров (плотность, жесткость, демпфирующие способности), и представлены оценки погрешностей ЛГ в составе ИИБ для рамы фиксированной конструкции и различных материалов.

На основе выработанных рекомендаций сформулирована методика функционального проектирования ИИБ на базе трех одноосных ЛГ с ВП, расположенных на стержневой раме, позволяющая повысить точностные и эксплуатационные характеристики ИИБ.

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы, полученные в диссертационной работе.

**В приложении** приведены результаты исследования частных случаев углового движения ЧЭ ЛГ относительно основания, методы определения кинематической погрешности ЛГ и ИИБ, описание предложенного датчика угла, уравнения упругих поперечных колебаний стержня рамы, а также выражения для получения закона движения произвольного элемента рамы.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

1. Определена связь между характеристиками статической и динамической разбалансировки ЧЭ в ВП различных конструктивных схем ЛГ и параметрами пространственного движения ЧЭ относительно основания при воздействии на него линейных ускорений и вибраций основания, а также при движении объекта с постоянными и переменными угловыми скоростями.

2. Изучены погрешности ЛГ с ВП на подвижном основании, в том числе кинематические, вызванные пространственным движением ЧЭ ВП относительно основания.

3. Сформулированы рекомендации по снижению кинематической погрешности ЛГ, обусловленной динамическими механическими возмущениями ЧЭ ЛГ. Предложен способ оценки данной погрешности для повышения точности ИИБ путем алгоритмической компенсации.

4. Предложена методика анализа динамических деформаций стержневой рамы ИИБ, обусловленных воздействиями ВП ЛГ, позволяющая учесть требования минимизации массогабаритных характеристик ИИБ.

5. Исследовано взаимное влияние трех ВП ЛГ с взаимно ортогональными ОЧ в составе ИИБ с учетом ограниченной жесткости рамы.

6. Установлены зависимости кинематических погрешностей ЛГ от конструктивных параметров апробированных типов ВП ЛГ и стержневой рамы ИИБ.

7. На основе предложенных рекомендаций разработана методика функционального проектирования ИИБ, учитывающая особенности различных схем ВП и их конструктивные параметры, взаимодействие ВП между собой и рамным основанием минимально возможной массы, которая обеспечивает повышение точностных и эксплуатационных характеристик ИИБ на основе ЛГ с ВП.

### **Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:**

1. Кветкин Г.А. Лазерный гироскоп с торсионным виброподвесом при вибрационных возмущениях // Гироскопия и навигация. 2009. №2(65). С. 81.

2. Енин В.Н., Кветкин Г.А. Нелинейные связи в колебательной системе вибрационного подвеса кольцевого лазерного гироскопа // Вопросы оборонной техники. Серия 9. 2009. В. 1(236)-2(237). С. 37-42.

3. Енин В.Н., Кветкин Г.А. Динамические возмущения лазерного гироскопа с вибрационным подвесом // Вопросы оборонной техники. Серия 9. 2010. В. 3(244)-4(245). С. 108-115.

4. Кветкин Г.А., Волкоморов С.В. Применение САПР для исследования конструктивных особенностей виброподвеса лазерного гироскопа // Проблемы геометрического моделирования в автоматизированной проектировании и производстве. Сборник материалов 1-ой международной научной конференции. М. 2008. С.94-97.