

Государственный комитет СССР по народному образованию
Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н.Э.Баумана

Э.А.Гладков, Г.Г.Чернышов

Утверждено редсоветом МВТУ
как учебное пособие

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ,
РАСЧЕТЕ И ПРОЕКТИРОВАНИИ СВАРОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие

НТБ МВТУ им. Н.Э.Баумана



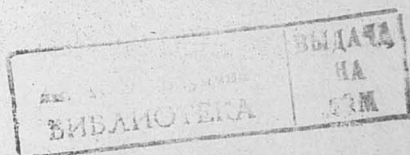
2216379R

Ретрофонд

Под редакцией Э.А.Гладкова

Москва

1988



Данное учебное пособие издается в соответствии с учебным планом. Рассмотрено и одобрено кафедрой МТ-7 29.02.88, методической комиссией факультета МТ 29.06.88 и учебно-методическим управлением 02.08.88 .

Рецензенты: к.т.н., доц. МИПа В.В.Спицин,
к.т.н., доц. Ю.Н.Зорин

© Московское высшее техническое училище им. Н.Э.Баумана

Редактор Н.Н.Филимонова

Корректор Л.И. Малютина

Заказ 370 . Объем 7,25 п.л. (7,1 уч.-изд.л.) Тираж 200 экз.

Л-18048 от 16.01.88.

Цена 25 коп. План 1988 г., № 3.

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Расчет и проектирование сварочных процессов требуют прежде всего их модельного описания языком математики. Получаемые математические модели являются основой для математического моделирования этих процессов с применением ЭВМ, что позволяет существенно уменьшить трудозатраты на отработку проектируемого процесса как на стадии расчетов, так и на стадии натурной обработки.

Практически все справочные процессы относятся к классу нелинейных многопараметрических процессов. При их описании следует анализировать во взаимосвязи тепловые, гидродинамические, газокинетические, электрические, диффузионные, деформационные процессы. На микроуровне все они описываются уравнениями в частных производных, что говорит о сложности моделирования.

Настоящее учебное пособие дает представление о методике и методах получения математических моделей сварочных процессов на различных иерархических уровнях описания этого сложного объекта. Здесь рассматривается методика получения теоретических и формальных моделей; даются оценки области их применения при проектировании сварочных процессов; показывается, как с помощью математических моделей можно объяснить целый ряд гипотез причин дефектного формирования шва (подрезов, чрезмерной чешуйчатости, перерывов в канале и т.д.) при изменении сварочных режимов и оптимизировать качество сварки при многокритериальной задаче и действующих технологических возмущениях различной физической природы.

Пособие состоит из трех глав. В первой рассмотрены три уровня представления математических моделей согласно блочно-иерархической структуре описания сложного объекта. Здесь также даны конкретные примеры описания сварочных процессов на микро- и макроуровнях. Во второй главе рассмотрена методика получения формальных моделей методами планирования эксперимента и методами теории подобия и размерностей, даны области применения этих моделей. В третьей рассмотрены многокритериальные модели, которые применяются в задачах автоматизированного проектирования и управления сварочными процессами.

Данное пособие рекомендуется использовать при изучении курсов "Основы автоматизированного проектирования технических устройств и систем", "Автоматизированное проектирование технических устройств и систем в сварочном производстве", "Автоматизация сварочных процессов", "Основы научных исследований и техника эксперимента". Оно также полезно при изучении курса "Автоматизированные системы управления технологическим процессом", вводимого по новому учебному плану.

1. ТРИ УРОВНЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

1.1. Компонентные и топологические уравнения различных физических объектов

Важным этапом исследования и проектирования технических объектов является получение их блочно-иерархической структуры и математического описания ее элементов. Математическое описание большинства технических объектов можно выполнить на микро-, макро- и метауровнях, различающихся степенью детализации рассмотрения процессов в объекте.

Математическая модель (ММ) — это совокупность математических объектов (чисел, переменных, векторов, множеств и т.п.) и отношений между ними, которая адекватно отображает свойства проектируемого объекта.

ММ технического объекта на микроуровне является системой дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая процессы в сплошной среде с заданными краевыми условиями. На микроуровне, например, могут быть рассмотрены процессы в сварочной ванне с учетом вопросов электродинамики, гидродинамики, теплопроводности. При этом используются уравнения математической физики Максвелла, Новье-Стокса, Фурье. Точное решение этих уравнений удается получить лишь в частных случаях, когда безопытно могут быть заданы граничные условия, а сами уравнения адекватно описывают физические процессы в исследуемой среде. Решение уравнений позволяет без больших производственных и физических затрат объяснить выдвигаемые гипотезы при формиро-

вании шва; определить критические условия появления недопустимых дефектов в шве (подрезов, пор, неспаров); сформулировать причины неустойчивости процессов формирования шва на ряде режимов при различных способах сварки плавлением; найти области качественного формирования шва, обосновать критерии оценки бездефектного формирования шва на форсированных режимах и т.д.

При описании объекта математической моделью на любом иерархическом уровне выделяют группы выходных, внутренних и внешних параметров.

Внутренними параметрами объекта на микроуровне являются, например, такие физические параметры, как коэффициенты теплопроводности, вязкости, концентрации примесей, различные геометрические размеры элементарных участков.

Внешние параметры — это параметры внешней среды, оказывающие влияние на функционирование объекта (температура, влажность, скорость обтекания объекта средой, механические характеристики среды и т.д.).

Выходные параметры объекта — показатели качества, по которым можно судить о правильности функционирования объекта (напряжения в расчетном элементе, размеры кратера сварочной ванны, величины подрезов в шве, размеры чешуек в шве, величина усиления шва, частота и амплитуда колебаний проплава в корне шва, метрологические характеристики структуры металла шва при его затвердевании и т.д.).

Помимо трех перечисленных групп параметров объекта на любом уровне при записи ММ выделяют физические величины, которые характеризуют состояние объекта, но не относятся к внутренним, внешним и выходным параметрам. Например, в механических системах это скорость и силы, в гидравлических — давление и расходы, в электрических системах — заряды, токи и напряжения. Эти величины называют фазовыми переменными. Если фазовые переменные любой физической системы обеспечивают однозначную идентификацию состояния объекта в любой момент времени, то их называют базисными координатами модели объекта. Через базисные координаты могут быть вычислены и все остальные фазовые переменные. Пространство, заполняемое фазовыми переменными, называется фазовым пространством. Общий вид уравнения, описывающего любые физические процессы в объектах на микроуровне, можно представить

квазигармоническим уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x}(\kappa_x \frac{\partial \varphi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\kappa_y \frac{\partial \varphi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\kappa_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}) + Q = 0, \quad (I.1)$$

где x, y, z - пространственные координаты;

φ - искомая фазовая переменная;

$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ - коэффициенты;

Q - внешнее воздействие.

С помощью (I.1), например, легко записать уравнение теплопроводности для плоской стационарной задачи при $\kappa_x = \kappa_y = 1$

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q = 0, \quad (I.2)$$

где Q - источник теплоты внутри тела;

λ_{xy} - коэффициенты теплопроводности по осям x, y ;

T - искомая температура (фазовая переменная в тепловой задаче).

Наиболее общим фундаментальным уравнением на микроуровне при рассмотрении нестационарных задач любых физических процессов является

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\operatorname{div} J_\varphi + G, \quad (I.3)$$

где φ - некоторая фазовая переменная, выражающая субстанцию (плотность, энергию, импульс);

$J_\varphi = (J_x, J_y, J_z)$ - поток фазовой переменной;

G - скорость генерации субстанции;

t - время.

На основе этого уравнения легко записать ряд законов, широко используемых при получении ММ на микроуровне:

закон сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho v), \quad (I.4)$$

где ρ - плотность массы,

v - скорость;

закон сохранения энергии

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} = -\operatorname{div} J_E, \quad (I.5)$$

где $E = e + \frac{v^2}{2}$ - полная энергия массы,

J_E - полный поток энергии,

e - внутренняя энергия единицы массы;

в одномерном случае

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} = -\frac{\partial J_E}{\partial x}; \quad (I.6)$$

закон сохранения количества движения (для одномерного случая)

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} = -\frac{\partial (\rho v^2)}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (I.7)$$

где p - давление в среде.

При описании объекта проектирования на макроуровне используются представления о средах как о дискретном пространстве. Эта дискретизация (дифференциальных уравнений в частных производных) позволяет перейти к сосредоточенным моделям (дифференциальным уравнениям в простых производных). Элементами этого уровня являются объекты, которые на микроуровне рассматривались как системы (сварочная ванна, дуга, транзистор, резистор и т.д.). Параметры этих элементов, будучи на микроуровне выходными, здесь становятся внутренними. Примеры выходных параметров макроуровня: мощность на валу двигателя, ток в сварочном контуре "источник питания-дуга", коэффициент усиления усилителя. Типичными фазовыми переменными являются токи и напряжения в электрических системах, скорость и силы в механических системах, потоки и давления в гидравлических и пневматических системах.

ММ макроуровня - это обыкновенные дифференциальные уравнения в частных случаях статических задач, переходящие в алгебраические и трансцендентные.

Эти уравнения получаются усреднением параметров и фазовых переменных на микроуровне, например, частная производная $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ может быть заменена отношением $\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l}$, где l - длина участка усреднения в направлении оси x ; φ_2 и φ_1 - значения фазовой переменной на границах участка.

Если рассматривать простейшие электрические элементы (рис. I), то связи между переменными в них выражаются в виде

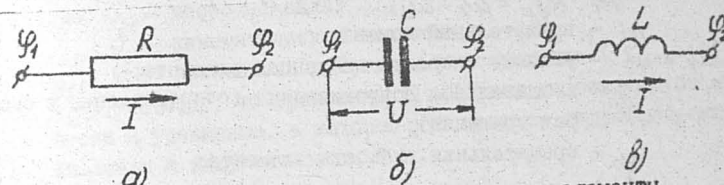


Рис. I. Простейшие электрические элементы

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = RI, \quad C \frac{dU}{dt} = I, \quad L \frac{dI}{dt} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (I.8)$$

где U, I, φ - фазовые переменные (I - фазовая переменная типа тока; φ - фазовая переменная типа потенциала);

R, C, L - внутренние параметры.

Уравнения (I.8) называют компонентными. Полные ММ на макроуровне получают объединением ММ элементов в общие системы уравнений. Такое объединение осуществляется на основе физических законов, выражающих условия равновесия и непрерывности фазовых переменных. Уравнения, объединяющие фазовые переменные элементов, называют топологическими.

Форма компонентных и топологических уравнений одинакова для большинства систем различной физической природы. Это обстоятельство обуславливает наличие аналогии между разнородными физическими системами. Установление аналогии имеет важное значение для эффективного использования программ, отлаженных хотя бы для одного физического процесса. Появляется возможность создать универсальное программное обеспечение для расчета элементов и систем различной физической природы [2]. Аналогию компонентных уравнений покажем на примере механической, гидравлической и тепловой систем.

Например, в механической вращательной системе фазовые переменные - момент сил M и угловые скорости ω . Они являются аналогами токов и напряжений в электрической системе. Ниже приведены для сравнения компонентные уравнения механической вращательной и электрических систем:

$$\begin{aligned} M &= J \frac{d\omega}{dt}, & I &= C \frac{dU}{dt}, \\ L_{\text{вп}} \frac{dM}{dt} &= \omega_1 - \omega_2 \iff L \frac{dI}{dt} = U, & (I.9) \\ M \cdot R_{\text{вп}} &= \omega_1 - \omega_2, & I \cdot R &= U, \end{aligned}$$

где

M - вращательный момент;
 ω_1 и ω_2 - угловые скорости на концах элемента;
 $R_{\text{вп}}$ - вращательное сопротивление (сопротивление в осях вращения);
 $L_{\text{вп}}$ - вращательная гибкость элемента;

J - момент инерции элемента вокруг оси вращения.

Из (I.9) очевидны следующие аналогии: $M \rightarrow I, \omega \rightarrow U, L_{\text{вп}} \rightarrow L, J \rightarrow C, R_{\text{вп}} \rightarrow R$.

В гидравлических системах фазовыми переменными можно считать массовые расходы Q_m и давления P . В электрической системе их аналогами являются токи и напряжения. Например, для участка трубопровода длиной ℓ при стационарном ламинарном течении жидкости со скоростью V $P = R_r Q_m$, где $R_r = 128 \nu \ell / (\pi d^4)$ - аналог электрического сопротивления (ν - кинематическая вязкость, d и ℓ - диаметр и длина трубопровода); P - аналог напряжения, а Q_m - аналог тока. Запишем уравнение закона сохранения количества движения в виде уравнения Эйлера для идеальной жидкости:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{\partial U}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} &= -\rho' \frac{\partial P}{\partial x}, \end{aligned} \quad (I.10)$$

где $\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{P_2 - P_1}{\ell}$, а $(P_2 - P_1) = -P$ - разность давлений на концах трубопровода длиной ℓ .

Параметр Q_m определим как массу жидкости, прошедшей через поперечное сечение S в единицу времени, т.е. $Q_m = \rho S V$, где ρ - плотность. Тогда из (I.10) имеем

$$\rho S \left(\frac{dU}{dt} \right) = \left(\frac{S}{\ell} \right) P \quad \text{или} \quad \frac{dQ_m}{dt} = \frac{P}{L_r}, \quad (I.11)$$

где $L_r = \ell / S$ - гидравлическая индуктивность, аналог электрической индуктивности.

Закон движения реальной жидкости требует учета вязкого трения, следовательно, вместо уравнения Эйлера нужно применить уравнение Навье-Стокса, которое для нашего одномерного случая выглядит так:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) - \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) + G_m + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), \quad (I.12)$$

где G_m - массовые силы;

ν - кинематическая вязкость.

Если пренебречь действием массовых сил ($G_m = 0$) и считать $\frac{\partial U}{\partial x} = \alpha = \text{const}$, то уравнение (I.12) для участка трубы можно привести к уравнению, в котором учитываются гидравлическое сопротивление и индуктивность, т.е.

$$L_r \left(\frac{dQ_m}{dt} \right) + R_r \cdot Q_m = P. \quad (I.13)$$

Если на основании закона Гука учесть еще сжимаемость в некотором объеме V при воздействии P , т.е. $\Delta V = V\beta\Delta P$,

$$\Delta V = V\beta\Delta P, \quad (I.14)$$

где $\Delta V = \Delta \ell S$; $\beta = 1/E_0$ - коэффициент упругости;
 E_0 - модуль Юнга,

то, домножив левую и правую части уравнения (I.14) на ρ и проинтегрировав по времени, получим

$$\rho S \left(\frac{d\ell}{dt} \right) = V\beta\rho \left(\frac{dP}{dt} \right), \quad (I.15)$$

где $v = \frac{d\ell}{dt}$ - скорость движения жидкости через сечение S , а следовательно,

$$Q_m = C_r \left(\frac{dP}{dt} \right). \quad (I.16)$$

Здесь $C_r = \rho\beta V$ - гидравлическая емкость, аналог электрической емкости.

Итак, можно дать следующие аналоги рассмотренных выше уравнений в гидравлической и электрической системах:

гидравлическая система

электрическая система

$$\begin{array}{ll} P = R_r Q_m & U = RI \\ L_r \frac{dQ_m}{dt} = P & L \frac{dI}{dt} = U \\ Q_m = C_r \frac{dP}{dt} & I = C \frac{dU}{dt} \\ L_r \frac{dQ_m}{dt} + R_r Q_m = P & L \frac{dI}{dt} + RI = E \\ P \rightarrow Q_m; Q_m \rightarrow I; L_r \rightarrow L; C_r \rightarrow C; R_r \rightarrow R. \end{array} \quad (I.17)$$

Подобные же аналоги можно найти и для тепловой системы.

Фазовыми переменными в этой системе являются тепловые потоки G_r и температура T . Аналоги в электрической системе - соответственно токи и напряжения.

При тепловых расчетах тела разбиваются на участки. Каждый участок можно характеризовать средней теплоемкостью C_r , причем связь между приращением количества теплоты dQ в элементе и приращением температуры dT выражается так:

$$\frac{dQ}{dt} = C_r \frac{dT}{dt} \quad \text{или} \quad G_r = C_r \frac{dT}{dt}, \quad (I.18)$$

Поэтому $\frac{dQ}{dt} = C_r \frac{dT}{dt}$ или $G_r = C_r \frac{dT}{dt}$, (I.19)

где C_r - аналог электрической емкости.

Кроме того, каждый выделенный участок обладает теплопроводностью. Умножая уравнение закона Фурье на площадь поперечного сечения участка и заменяя градиент температуры на отношение разности температур $T_1 - T_2$ к длине участка ℓ , получаем

$$G_r = \frac{\lambda S}{\ell} (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_r}, \quad (I.20)$$

где $R_r = \frac{\ell}{\lambda S}$ - тепловое сопротивление участка, аналог электрического сопротивления;

λ - коэффициент теплопроводности;

T_1 и T_2 - температура на границах рассматриваемого участка длиной ℓ .

Для участка контакта твердого тела с жидкой или газообразной фазой тепловое сопротивление определяется теплоотдачей через конвекцию. При этом в соответствии с законом Ньютона

$$J_Q = \alpha (T_1 - T_2), \quad (I.21)$$

где α - коэффициент теплоотдачи через конвекцию;

T_1 - температура жидкости (газа) вдали от твердого тела;

T_2 - температура поверхности твердого тела без контакта со средой,

получаем, что тепловое сопротивление

$$R_r = \frac{1}{S \cdot \alpha_k}, \quad \text{а} \quad G = J_Q \cdot S. \quad (I.22)$$

Теплоемкость C_r тела связана с изменением количества теплоты dQ при изменении температуры dT :

$$C_r = \frac{dQ}{dT}. \quad (I.23)$$

Так как изменение количества теплоты в единицу времени есть тепловой поток G_r , то

$$G_r = \frac{dQ}{dt} = C_r \left(\frac{dT}{dt} \right), \quad (I.24)$$

где $C_r = C \cdot m$, C - удельная теплоемкость;
 m - масса тела.

Приведем аналоги уравнений в тепловой и электрической системах:

тепловая система $G_T = \frac{T_1 - T_2}{R_T},$ $G_T = C_T \left(\frac{dT}{dt} \right),$ где $G \rightarrow I$; $T \rightarrow U = \varphi_1 - \varphi_2$; $C_T \rightarrow C$; $R_T \rightarrow R$	$\longleftrightarrow$	электрическая система $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ $I = C \frac{d\varphi}{dt},$
--	-----------------------	---

Подобные же аналоги рассмотренных систем существуют и в топологических уравнениях. Дадим краткое описание их соответствия. В электрической подсистеме используются два топологических уравнения: в виде первого закона Кирхгофа, устанавливающего равенство нулю суммы токов в узлах системы, т.е.

$$\sum_{R \in \rho} I_R = 0, \quad (I.25)$$

где I_R - ток R -й ветви; ρ - множество номеров ветвей, инцидентных рассматриваемому углу;

в виде второго закона Кирхгофа, устанавливающего равенство нулю падений напряжений на элементах схемы при их обходе по произвольному контуру схемы, т.е.

$$\sum_{j \in q} U_j = 0, \quad (I.26)$$

где j - номер ветви; U_j - падение напряжения на j -й ветви схемы, входящей в контур; q - множество номеров ветвей, входящих в рассматриваемый контур.

Аналогом (I.25), (I.26) в механической вращательной подсистеме являются

$$\sum_{R \in \rho} M_R = 0, \quad (I.27)$$

где M_R - момент силы, действующей относительно оси вращения, включая момент, вызванный моментом инерции;

$$\sum_{j \in q} P_j = 0, \quad (I.28)$$

отражающее условие: сумма падения давлений при обходе по контуру равна нулю.

Здесь P_j - падение давления на ветви, входящей в контур.

В тепловой подсистеме топологические уравнения, аналоги уравнений электрической подсистемы, имеют вид

$$\sum_{R \in \rho} \varphi_R = 0 \quad (I.29)$$

(сумма тепловых потоков в узлах подсистемы равна нулю), где φ_R - тепловой поток, подтекающий или оттекающий от узла;

$$\sum_{j \in q} T_j = 0 \quad (I.30)$$

(сумма разностей температур при обходе по замкнутому контуру равна нулю); здесь T_j - разность температур на участке, входящем в контур.

В гидравлической подсистеме аналогом первого уравнения является

$$\sum_{R \in \rho} Q_{MR} = 0, \quad (I.31)$$

где Q_{MR} - поток, подтекающий или оттекающий от узла. Для второго уравнения

$$\sum_{j \in q} P_j = 0 \quad (I.32)$$

(сумма падений давлений при обходе по контуру равна нулю), где P_j - падение давления на ветви, входящей в контур.

Таким образом, во всех рассмотренных подсистемах можно установить аналоги переменных типа потока и типа потенциала. ММ метауровня - это сложные информационные модели. Переход к ним осуществляется с ростом числа элементов и соответственно порядка систем уравнений. Системы этого уровня - сложные устройства и комплексы типа автоматов с программным управлением, робототехнических сварочных комплексов, многоконтурных систем управления сварочными автоматами. На этом уровне роль элементов и внутренних параметров выполняют системы, рассматриваемые на микроуровне, и выходные параметры систем макроуровня. Так, элементами на третьем уровне можно считать источник питания сварочной дуги, привод подачи электродной проволоки и перемещения дуги вдоль линии стыка, систему газового питания и т.д. Примерами выходных параметров служат производительность и надежность автоматического сварочного комплекса, стоимость разработки комплексов, пределы применения комплекса для сварки различных изделий, точность поддержания геометрических параметров шва при действии технологических возмущений и т.д. Для построения математических моделей на третьем уровне широко используют математическую логику, методы теории автоматического управления; теорию вероятности, математическую статистику, теорию надежности.

1.2. Математические модели сварочных процессов на микроуровне

Математическое описание разнообразных задач сварочной техники на микроуровне производится в рамках моделей твердых, жидких, твердожидких и газообразных сред [3]. В основе получения ММ этих сред лежат приведенные выше уравнения (I.3)...(I.7), выражающие законы сохранения массы, энергии, количества движения. Модификация этих уравнений твердого тела при $C = \text{const}$, $G = 0$, $\lambda = \text{const}$ приводит к известному уравнению теплопроводности

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \operatorname{div} \operatorname{grad} T = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (\text{I.33})$$

где C - удельная теплоемкость вещества;

ρ - плотность массы;

λ - коэффициент теплопроводности.

Для жидких сред, например металлического расплава сварочной ванны, можно получить уравнения неразрывности однокомпонентной среды

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \operatorname{div} \vec{V}; \quad (\text{I.34a})$$

движения среды

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{\sigma} + \vec{Q}_V; \quad (\text{I.34б})$$

вязкого трения Ньютона

$$\vec{\sigma} = -\mu \operatorname{grad} \vec{V}; \quad (\text{I.34в})$$

состояния среды

$$\rho = \rho(T); \mu = \mu(T); C = C(T), \quad (\text{I.34г})$$

в которых $\vec{V}$ - вектор скорости движения, см/с; $\vec{\sigma}$ - вязкое напряжение, МПа; μ - коэффициент вязкости, г/см·с; $\vec{Q}$ - сумма членов, описывающих источники движения.

Процессы плавления и кристаллизации сплавов контролируются процессами переноса вещества и резкими градиентами концентраций этих веществ на фазовых границах. Эти процессы описываются уравнением сохранения вещества с массовой концентрацией

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q}_C + Q_C; \quad (\text{I.35})$$

законом диффузии Фика

$$\vec{q}_C = D \operatorname{grad} C, \quad (\text{I.36})$$

где D - коэффициент диффузии.

Процессы сварочного нагрева проводящей среды электрическим током описываются

уравнением сохранения потенциала

$$0 = \operatorname{div} \vec{j}; \quad (\text{I.37})$$

законом Ома

$$\vec{j} = -\mu \operatorname{grad} U, \quad (\text{I.38})$$

где μ - проводимость среды, Ом⁻¹;

$\vec{j}$ - плотность тока, А/см².

Технологические особенности сварки плавлением характеризуются движением источника тепла со скоростью сварки V_{CB} . Дифференциальное уравнение, отражающее процессы тепломассообмена с движущимся источником тепла, -

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho V_{CB} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\operatorname{div} (\vec{q}_m + \vec{q}_k) + Q_\varphi, \quad (\text{I.39})$$

здесь первый член учитывает кинетические особенности явления, а второй - перемещение субстанции вдоль оси X . Правая часть (I.39) включает дивергенцию суммы молекулярного и конвективного потоков, а также источниковый (стоковый) член. Большинство уравнений, описывающих явления при сварке, - частные случаи обобщенного уравнения (I.3). Это дает возможность разработать общую численную схему решения всех уравнений, а также упростить алгоритмическое и программное обеспечение решения задач.

В конкретных случаях эти уравнения необходимо дополнить условиями однозначности, определяющими физические свойства рассматриваемого объекта и окружающей его среды, геометрические размеры зоны моделирования, условия взаимодействия граничных поверхностей объекта с окружающей средой, а также начальное состояние системы "объект-окружающая среда". Совместное решение дифференциальных уравнений с уравнениями однозначности обеспечивает единственность решения каждого конкретного случая.

Можно указать граничные условия первого рода, когда на границах сред задаются постоянные значения параметров, граничные условия второго рода, когда задаются градиенты параметров, не зависящие от решения, граничные условия третьего рода, когда задаются градиенты параметров, зависящие от решения. Можно назвать

граничные условия четвертого рода - условия сопряжения двух сред. Например, при решении теплофизических задач граничные условия первого рода определяют температуры на границах области решения уравнения, условия второго рода - вводимые потоки источников теплоты, условия третьего рода - потоки тепловых потерь на конвекцию и излучение, зависящие от температуры. Для границ четвертого рода при идеальном контакте задают условия равенства температуры и тепловых потоков. Физические свойства моделируемых объектов необходимо задать в виде численных значений или функции от рассматриваемого параметра. По мере нагрева зоны сварки ее энтальпия меняется нелинейно, вследствие зависимости теплоемкости от температуры и дополнительного возрастания энтальпии на величину энтальпии агрегатного перехода. На теплоемкость сплавов в большинстве случаев влияет температура, при фазовых переходах она может скачкообразно изменяться. Коэффициенты теплоотдачи и излучательной способности нагретой поверхности также зависят от температуры. Учет перечисленных эффектов обуславливает нелинейность основного уравнения и уравнений граничных условий.

Сложная зависимость физических свойств тела от его температуры и фазового состояния привела к введению понятий эффективных теплофизических коэффициентов, учитывающих влияние тех или иных процессов и численно задаваемых в виде алгебраических выражений и логических функций температуры или энтальпии.

При решении основных уравнений с граничными условиями приходится также учитывать ограничения, налагаемые техническими условиями на параметры режима сварки.

Например, напряжение источника питания дуги при моделировании дугового процесса не может быть ниже падения напряжения в приэлектродных областях дуги и больше напряжения холостого хода источников питания. Значения сварочного тока и скорости сварки определяются пределами регулирования сварочного источника питания и привода перемещения изделия (дуги). Такие ограничения записываются обычно в форме односторонних и двусторонних неравенств. При моделировании сварочных процессов, сопровождающихся расплавлением металла, переход через температуры агрегатных превращений задается логическими выражениями, позволяющими изменять структуру дифференциальных уравнений и их параметров.

1.2.1. Гидродинамическая модель сварочной ванны в плоском слое

Многочисленными исследованиями процесса сварки установлено, что электрическая дуга оказывает на свариваемый металл не только тепловое, но и силовое воздействие. Силовое воздействие или давление дуги, вызывает движение расплавленного металла в сварочной ванне. Это движение в зависимости от режима сварки может происходить со скоростью, значительно превышающей скорость сварки. В таких случаях в расплавленном металле возникают различного вида волновые процессы, которые приводят к нарушению качественного формирования шва. Основными дефектами при этом являются: грубая чешуйчатость и "гребешок" на поверхности шва, а также прерывистое формирование шва.

Для оценки возможности возникновения таких дефектов необходимо моделирование процесса движения расплавленного металла в сварочной ванне под действием силового поля.

Рассмотрим ограничения и допущения при постановке задачи. Сварочная ванна является исключительно сложным гидродинамическим объектом исследования. Учитывая многообразие различных по физической природе явлений в сварочной ванне, необходимо провести оценку критериев подобия. С помощью безразмерных комплексов можно оценить конечный эффект взаимодействия ряда факторов и относительную интенсивность их влияния на процессы массопереноса в ванне.

Кроме обычных традиционных для гидродинамики сил (тяжести, давления, внутреннего трения, инерционной), в сварочной ванне появляются и ряд других (электродинамические, термокапиллярные напряжения, силы термической конвекции).

При движении жидкости возможны две различные по происхождению формы движения: вынужденное, вызванное действием внешних возбудителей процесса, и свободное, обусловленное неоднородностью поля плотности. Как показывают оценки критериев Рейнольдса и Фруда ($Re \gg Fr$), течение в ванне вынужденное.

Описание течения металла в сварочной ванне является внутренней задачей. При исследовании внутренних задач обычно задается количество жидкости, протекающей через систему в единицу

времени, которое определяет характерную для исследуемого процесса скорость. Такая скорость, непосредственно заданная по условию, получает значение масштаба отнесения. Значение характерной скорости должно входить в состав подобий, связывающих параметры задачи.

За характерный размер при оценке критериев подобия в ванне можно принять эквивалентный диаметр $[I]$, который для фронта плавления можно принять равным толщине слоя жидкого металла под дугой. Теория подобия рассматривает случаи, когда физические константы в каждой однородной области постоянны. При влиянии температуры на физические константы область, где происходит массоперенос, характеризуется полем физических констант. Влияние изменчивости физических констант, входящих в безразмерные комплексы, учитывается отнесением этих констант к некоторой характерной для данного процесса средней температуре $[I]$.

Физические константы расплава сварочной ванны принимали при средней температуре между температурой плавления и кипения стали.

Движение металла в сварочной ванне как области жидкости с электромагнитным полем описывается системой уравнений магнитной гидродинамики [5], состоящей из уравнения Навье-Стокса, уравнения непрерывности массы жидкости и уравнений электродинамики движущихся сред. Учитывая возможности безындукционного приближения при описании массопереноса в ванне, приведем основные уравнения, описывающие массоперенос в ванне, к безразмерному виду. В качестве основы для построения системы критериев будем использовать электродинамические силы в ванне.

Уравнение Навье-Стокса имеет вид

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \right] = - \nabla p + 2 \Delta \vec{V} + [\vec{j} \times \vec{B}] + \rho \vec{g}. \quad (I.40)$$

Используя уравнение Максвелла $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$, исключим из (I.40) электродинамическую силу и введем относительные переменные

$$\bar{B} = \frac{B}{B_0}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{V} = \frac{V}{V_0}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{x_0}; \quad \bar{y} = \frac{y}{y_0}; \quad \bar{z} = \frac{z}{z_0}. \quad (I.41)$$

Индексом "0" обозначены характеристические значения величин.

Тогда уравнение (I.40) примет вид

$$\Pi_1 \left[\frac{1}{Sh} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \bar{t}} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \right] = (1 + \Pi_5) \left\{ - \Pi_2 \nabla p + \Pi_3 \Delta \vec{V} + [(\bar{V} \bar{B}) \bar{B}] \right\} + \Pi_4. \quad (I.42)$$

В последнем уравнении выделены следующие безразмерные критерии:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{\rho V_0^2 \mu}{B_0^2} && \text{— характеризует отношение сил инерции к электродинамическим силам;} \\ \Pi_2 &= \frac{\rho \mu}{B_0^2} && \text{— характеризует отношение давления в жидкости к электродинамическим силам;} \\ \Pi_3 &= \frac{2 V_0 \mu}{\rho B_0^2} && \text{— характеризует отношение вязкого трения к электродинамическим силам;} \\ \Pi_4 &= \frac{2 \rho_0 \mu \ell_0}{B_0^2} && \text{— характеризует отношение сил тяжести к электродинамическим силам;} \\ \Pi_5 &= \beta T && \text{— характеризует роль тепловой конвекции;} \\ Sh &= \frac{V_0 \tau_0}{\ell_0} && \text{— число Струхала.}\end{aligned}$$

При стационарных процессах первый член левой части (I.40), а следовательно, и число Струхала отпадают. Поскольку движение в сварочной ванне вынужденное, то критерий Π_5 можно не учитывать. Массоперенос в ванне достаточно полно характеризуется критериями $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$. Величинами, определяющими массоперенос расплава, являются физические параметры жидкости (плотность ρ_0 , электрическая проводимость σ , вязкость μ), геометрический размер области ℓ_0 , значения индукции B_0 и давления p_0 на границе расплава (давление дуги). Относительная оценка по этим критериям показывает, что пренебрегать силами тяжести, электродинамическими силами и давлением дуги нельзя.

Для оценки роли в массопереносе термокапиллярных напряжений, возникающих из-за разности температур, пользуются теорией термокапиллярного движения жидкости. Эта теория позволяет проводить анализ движения тонкого слоя жидкости при малых градиентах температуры на его поверхности. Условия применимости этой теории имеют вид [3]

$$h^3 \ll 4 \nu^2 \rho_0 \ell_0 / \left| \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right|^{-1} \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right|, \quad (I.43)$$

$$Re = \frac{V_0 h}{\nu} = \frac{1}{4 \rho \nu^2} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{dT}{dx} h^2 \ll 1, \quad (I.44)$$

где V_0, h — скорость и толщина текущего слоя жидкости соответственно;

ρ, ν, σ — плотность, кинематическая вязкость и поверхностное натяжение жидкости соответственно.

Оценка условий (I.43), (I.44) показывает, что использование этой теории для описания массопереноса в сварочной ванне

неправомерно как по критерию Рейнольдса, так и по толщине слоя металла. В дальнейших расчетах движения расплава в ванне будем пренебрегать термокапиллярными напряжениями. Вообще влияние поверхностного натяжения жидкости на движении крупного масштаба может не сказываться, и капиллярным давлением можно пренебречь [6], если выполняется неравенство

$$l_0 \gg \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}, \quad (1.45)$$

где l_0 — масштаб движения;

g — ускорение силы тяжести.

Для очень малых ванн условие (1.45) не выполняется.

Чтобы вывести уравнение, связывающее параметры сварочного процесса со скоростью течения металла, рассмотрим установившийся процесс сварки. При заданном режиме поверхности фронтов плавления и кристаллизации неподвижны в системе координат, жестко связанной с движущейся дугой. Поэтому сварочную ванну можно представить в этой системе в виде канала с пористыми стенками, через которые происходит вдув и отсос массы жидкого металла (рис. 2). Процесс плавления основного металла заменен его физическим

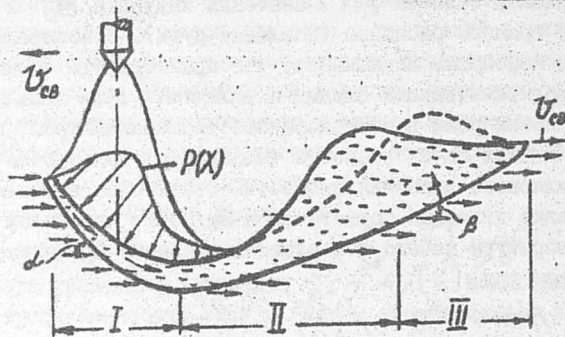


Рис. 2. Гидродинамическая модель сварочной ванны

аналогом — вдувом жидкости через поверхность фронта плавления со скоростью сварки, а процесс кристаллизации — отсосом жидкого металла через поверхность фронта кристаллизации тоже со ско-

ростью сварки.

Нижняя поверхность сварочной ванны как канала течения жидкости (металла) определяется процессами теплообмена и является сложной криволинейной поверхностью. В разных точках этой поверхности различны скорости кристаллизации и плавления. Величины скоростей плавления и кристаллизации записываются соответственно (см. рис. 2)

$$V_n = V_{св} \sin \alpha; \quad V_k = V_{св} \sin \beta, \quad (1.46)$$

т.е. равны в каждой точке поверхности ванны проекции вектора скорости сварки на нормаль к этой поверхности в данной точке. Справедливость такого подхода подтверждается тем, что процессы как проплавления, так и кристаллизации происходят по нормальям к изотермической поверхности [7].

Массоперенос в сварочной ванне осуществляется под действием группы распределенных поверхностных и объемных сил. Массоперенос удобно рассматривать в системе координат, связанной с дугой, так как в этой системе процессы плавления и кристаллизации квазистационарны.

Основные трудности, не позволяющие решить гидродинамическую задачу в сварочной ванне в строгой математической постановке:

- 1) наличие свободной поверхности жидкого расплава в хвостовой части ванны;
- 2) наличие градиента давления на поверхность расплава;
- 3) неизотермичность среды;
- 4) сложность геометрии области и граничных условий;
- 5) наличие фазовых переходов.

Для определения формы фронтов плавления и кристаллизации необходимо решить самосогласованную задачу тепломассообмена, что пока выполнить не удастся. Однако, если задаться формами фронтов плавления и кристаллизации из экспериментальных данных или описать их с помощью эмпирических формул [7], то можно приближенно изучить основные закономерности движения металла в ванне, рассмотрев гидродинамическую задачу независимо от тепловой.

Головная и хвостовая части ванны качественно отличаются, поэтому разделим ее условно на три зоны (см. рис. 2). Для описания движения расплава примем ньютоновскую модель жидкости

[6, 8]. Учитывая математическую сложность задачи и физических явлений в ванне, в работе используют постановку и решение задачи о движении расплава в квазистационарном гидравлическом приближении. Металл течет по кривой поверхности канала с условно принятой единичной шириной. Выделим зону I фронта плавления

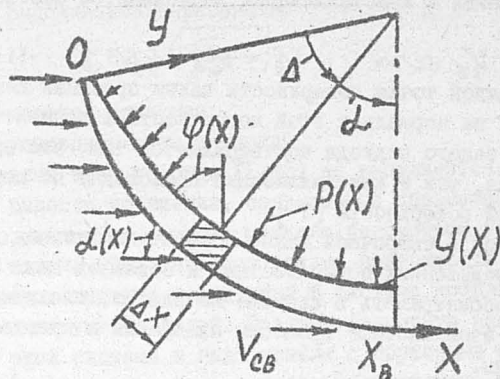


Рис. 3. Расчетная схема фронта плавления (зона I)

ния (рис. 3) и составим для нее дифференциальные уравнения движения. Рассмотрение движения проведем в криволинейной системе координат XOU . Ось X совмещена с фронтом плавления. Начало координат соответствует начальной точке O на фронте плавления. Из рис. 3 следует, что количество расплава, движущегося через текущее поперечное сечение, увеличивается вдоль фронта плавления от нуля до максимума (на стыке зон I и II). Наличие переменного расхода, а также поля собственных электродинамических сил в расплаве непотенциального характера приводит к нарушению правомерности использования уравнения Бернулли постоянной массы.

Запишем уравнение поверхности жидкого металла как $Y(X)$. Выделим элементарный объем расплава на фронте плавления длиной Δx (рис. 4). На элемент объема действуют:

- 1) силы давления дуги на поверхность $P(X)$;
- 2) собственные электродинамические силы $f_{zg}(x)$;
- 3) силы тяжести ρg ;
- 4) силы внутреннего трения $\bar{\tau}$ в металле;

- 5) силы гидродинамического давления P_0 ;
- 6) силы гидростатического подпора от воздействия хвостовой части ванны P_{2c} .

Функция $q(x)$ — удельный расход жидкости, вдуваемой через единицу поверхности элемента текущего слоя. Поток массы через поверхность обеспечивается нормальной составляющей скорости сварки, поэтому

$$q(x) = v_{cb} \sin \alpha(x), \quad (I.47)$$

где $\alpha(x)$ — текущий угол наклона участка фронта плавления;
 v_{cb} — скорость сварки.

Поскольку вектор скорости сварки направлен под углом $\alpha(x)$ к фронту плавления, то в направлении оси X в систему вносится импульс. Отсюда становится понятным, как связать скорость течения металла со скоростью сварки v_{cb} . Запишем для элемента Δx уравнение количества движения в гидродинамической форме в проекции на ось X [9]

$$\sum F_{ix} = \Delta(\sum m v_x), \quad (I.48)$$

где $\Delta(\sum m v_x)$ — изменение проекции на ось X количества движения жидкости, протекающей за единицу времени через поверхность, ограничивающую объем элемента Δx ;

$\sum F_{ix}$ — сумма проекций на ось X всех сил, приложенных к элементу Δx .

Проекция электродинамических сил на ось X

$$F_{zg} = \int_{x_1}^{x_2} f_{zg}(x) y dx, \quad (I.49)$$

где $f_{zg}(x)$ — средняя по толщине слоя расплава плотность электродинамических сил в сечении x .

Проекция силы тяжести, действующей на элемент Δx

$$G_{Tx} = \int_{x_1}^{x_2} \rho g y(x) \sin \alpha(x) dx. \quad (I.50)$$

Проекция сил трения $\bar{\tau}$

$$F_{Tp} = - \int_{x_1}^{x_2} \tau dx. \quad (I.51)$$

Силы трения будем учитывать, принимая линейный закон распределения скорости по толщине текущего слоя расплава.

Радиус кривизны фронта плавления обычно много выше, чем толщина слоя жидкого металла под дугой. Так как металл движет-

ся по кривой поверхности фронта плавления, в нем появляются центробежные силы давления. Их величину можно оценить, используя условия $R \gg \delta_{ж}$, по формуле

$$P_{ц.с} = \mu \frac{2\delta_{ж}}{R} \frac{v^2}{2g}, \quad (I.52)$$

где μ - удельный вес жидкого металла; $\delta_{ж}$ - толщина слоя жидкого металла под дугой; g - ускорение силы тяжести; R - радиус фронта плавления; v - характерная скорость течения металла.

Делая оценку центробежного давления по (I.52), можно показать, что величина его на несколько порядков меньше поверхностного давления дуги, поэтому им можно пренебречь. Учитывая также малую толщину слоя жидкого металла, будем считать, как и в теории пограничного слоя [9],

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad (I.53)$$

т.е. давление по толщине слоя неизменно (в направлении, перпендикулярном поверхности фронта плавления). Если пренебречь движением металла в хвостовой части, то, как в сообщающихся сосудах, давление в нижней точке стыка фронтов плавления и кристаллизации

$$P_{з.с} = \mu(h_{np} + m), \quad (I.54)$$

где m - высота усиления шва; h_{np} - глубина проплавления металла.

Как показывают эксперименты, форма фронта плавления при дуговой сварке неплавящимся электродом близка к сферической, что и принято в расчетах в дальнейшем. Радиус фронта плавления однозначно определяется режимом сварки и может быть найден по формуле

$$R = \frac{4h_{np}^2 + a_{ш}^2}{8h_{np}}, \quad (I.55)$$

где $a_{ш}$ - ширина шва.

Примем гидростатический закон распределения давлений и выразим гидростатическое давление подпора в головной части ванны в виде функции от длины дуги X :

$$P_{з.с}(x) = \mu \{ R [\cos \alpha(x) - \cos \Delta_{max}] + m \}, \quad (I.56)$$

$$\alpha(x) = \Delta_{max} - \frac{x}{R}, \quad (I.57)$$

$$\Delta_{max} = \arcsin \frac{4a_{ш} \cdot h_{np}}{4h_{np}^2 + a_{ш}^2}. \quad (I.58)$$

Итак, будем считать, что давление в каждой текущей точке в расплаве на фронте плавления равно сумме поверхностного давления от воздействия дуги и гидростатического давления подпора:

$$P_{\Sigma}(x) = P(x) + P_{з.с}(x). \quad (I.59)$$

Проекция сил давления на ось X в сечениях X_1 и X_2

$$F_{x_1} = P_{\Sigma} y_1, \quad F_{x_2} = -P_{\Sigma} y_2. \quad (I.60)$$

Проекция сил давления на ось X

$$F_{x_1-x_2} = \int_{x_1}^{x_2} P_{\Sigma}(x) \frac{dy}{dx} dx. \quad (I.61)$$

Сумма проекций сил давления

$$F = P_{\Sigma} y_1 - P_{\Sigma} y_2 + \int_{x_1}^{x_2} P_{\Sigma}(x) \frac{dy}{dx} dx. \quad (I.62)$$

Изменение проекции на ось X количества движения элемента объема жидкого металла с учетом импульса, вносимого в элемент Δx расплавленным (вдуваемым) металлом на участке фронта плавления длиной Δx , запишем в виде

$$\Delta(\Sigma m v_x) = \rho(y_2 v_2^2 - y_1 v_1^2 - \Delta Q v_{сб} \cos \alpha), \quad (I.63)$$

где y_1, y_2 - толщины слоев расплава в сечениях X_1, X_2 соответственно; v_1, v_2 - средняя скорость течения расплава в сечениях x_1, x_2 ; ΔQ - объемный расход жидкого металла, расплавляемого (вдуваемого) на участке поверхности Δx .

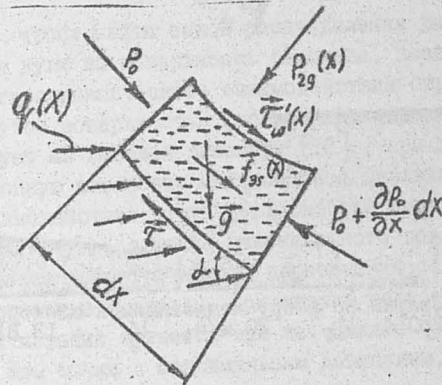


Рис. 4. Элемент объема расплава на фронте плавления

Из рис. 4 следует, что

$$\Delta Q = V_{ce} \cdot \Delta x \sin \alpha(x). \quad (I.64)$$

Количество металла, переносимое через сечения x_1 и x_2 элемента Δx в заданной системе координат XOY отличаются на величину ΔQ . Делая предельный переход в выражении (I.64) при $\Delta x = x_2 - x_1 \rightarrow 0$, получим дифференциальное уравнение изменения расхода Q по длине фронта плавления

$$\frac{dQ}{dx} = V_{ce} \cdot \sin \alpha. \quad (I.65)$$

Оно является фактическим законом сохранения массы в данной задаче. Учитывая несжимаемость расплава, можно записать равенство

$$Q(x) = y(x)V(x). \quad (I.66)$$

Подставляя выражения сил (I.49)...(I.62) и количества движения (I.63) в (I.48) и делая предельный переход в этом уравнении при $\Delta x \rightarrow 0$, получим дифференциальное уравнение движения расплава

$$\rho \frac{d(yV^2)}{dx} - \frac{1}{2} \rho V_{ce}^2 \sin 2\alpha =$$

$$= \rho g y \sin \alpha + f_{\text{ж}} y - y \frac{dP_x}{dx} - \frac{2\mu V}{y}. \quad (I.67)$$

Рассмотрим процедуру решения задачи. Система уравнений (I.65)...(I.67) описывает движение расплава на фронте плавления. Для решения системы уравнений необходимо знать функции $P_2(x)$, $\alpha(x)$, $f_{\text{ж}}(x)$, а также граничные условия. Примем продольное сечение фронта плавления в виде части окружности (рис. 4,5). Гра-

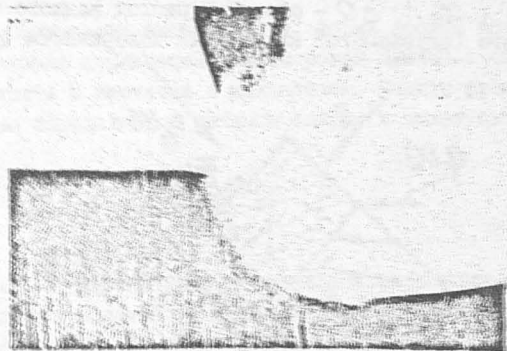


Рис. 5. Сварка по ребру неподвижных электродов
($I_{ce} = 250$ А, $V_{ce} = 30$ м/с, $V_f = 13$ м/с)

ничные условия задаются в виде

$$x = x_0, \quad y = y_0, \quad (I.68)$$

$$v(x_0) = V_{ce} \cos \Delta(x_0)$$

и определяются экспериментально. Для удобства расчета и анализа проведем некоторые преобразования этих уравнений. Проинтегрируем уравнение расхода при заданных граничных условиях:

$$yV = V_{ce} R \left\{ \cos \left(\Delta_{\text{max}} - \frac{x}{R} \right) - \cos \left(\Delta_{\text{max}} - \frac{x_0}{R} \right) \right\} + y_0 V_0. \quad (I.69)$$

Пусть выражение в правой части равенства (I.69) равно функции $\psi(x)$, тогда

$$y(x) = \frac{\psi(x)}{V(x)}. \quad (I.70)$$

Используя известное из математического анализа правило

$$\frac{d}{dx} (yV^2) = V \frac{d}{dx} (yV) + yV \frac{dV}{dx}, \quad (I.71)$$

преобразуем уравнение (I.67) к виду

$$\frac{dV}{dx} = \frac{1}{V} \left[g \sin \alpha + \frac{f_{\text{ж}}}{\rho} - \frac{dP_x}{\rho dx} \right] - \frac{2\mu V^2}{\rho \psi^2} -$$

$$- \frac{V}{\psi} V_{ce} \sin \left(\Delta - \frac{x}{R} \right) + \frac{1}{2\psi} V_{ce}^2 \sin 2\alpha. \quad (I.72)$$

для функции $y(x)$ уравнение имеет вид

$$\frac{dV}{dx} = y^3 \left[\frac{1}{\psi^2} \left(\frac{dP_x}{\rho dx} - g \sin \alpha - \frac{f_{\text{ж}}}{\rho} \right) - y^2 \frac{V_{ce}^2 \sin 2\alpha}{2\psi^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\mu}{\psi} \frac{d\psi}{dx} + \frac{2\mu}{\rho \psi} \right]$$

и является классическим нелинейным уравнением Абеля первого рода.

Для того чтобы найти закон распределения давления $P(x)$ от воздействия дуги на поверхность расплава, необходимо рассмотреть задачу газодинамического взаимодействия струи дуговой плазмы с вогнутой поверхностью фронта плавления.

Как следует из газовой динамики [10], при воздействии струи на наклонную плоскость максимальное давление в критической точке взаимодействия струи с плоскостью пропорционально синусу угла атаки φ , а точка максимального давления смещается вверх от места геометрического пересечения оси свободной струи с поверхностью преграды. При сварке качественная сторона рассмотренных явлений остается той же. Наклон фронта плавления, положение на нем точки с максимальным давлением, величина этого

давления и его распределение определяются режимом сварки. Из уравнения движения расплава следует, что на участках с положительным градиентом давления происходит подтормаживание расплава, а на участках с отрицательным градиентом давление дуги способствует ускорению расплава. Поэтому положение точки с максимальным давлением на фронте плавления должно влиять на скорость течения расплава и толщину жидкого слоя под дугой. Визуально всегда наблюдается смещение оси дуги к передней кромке фронта плавления с ростом скорости сварки, а это влечет за собой изменение длин участков с положительным и отрицательным градиентами давления. Участок, на котором давление дуги подтормаживает расплав, при этом укорачивается, а участок ускорения увеличивается. Для возможности течения расплава в положительном направлении оси X на участке с положительным градиентом давления должны действовать какие-то другие движущие силы. К ним относятся силы тяжести и собственные электродинамические силы в ванне. Характерный размер фронта плавления соизмерим с размером столба дуги. Угол атаки для каждой элементарной струйки плазмы в столбе дуги различен при воздействии потока плазмы на фронт плавления и равен $\varphi(x)$ (см. рис. 3). Закон распределения давления дуги по плоскости близок к нормальному, с максимумом на оси дуги. Это соответствует воздействию обычной газодинамической струи [10]. Учитывая, что при воздействии струи на наклонную плоскость давление в критической точке пропорционально синусу угла атаки [10], распределение давления вдоль осевого сечения поверхности фронта плавления задают в виде

$$p(x) = p_m \sin \varphi(x) \exp \left[- \left(\frac{346}{a_w} \right)^2 \left(x - \frac{x_0}{K} + \Delta' \right)^2 \right], \quad (1.74)$$

где a_w — ширина шва; x_0 — координата нижней точки фронта плавления; K — экспериментальный коэффициент, определяемый с помощью скоростной киносъемки, показывающий смещение точки встречи оси дуги с фронтом плавления относительно передней кромки; Δ' — смещение критической точки относительно точки встречи дуги с поверхностью.

Согласно визуальным наблюдениям и данным киносъемки процесса сварки в широком диапазоне режимов угол встречи оси дуги с поверхностью кратера близок к $\pi/3$ (см. рис. 5), поэтому [10] принимаем в расчетах $\Delta' = 0$. Зная угол встречи λ оси дуги

с фронтом плавления и размеры фронта плавления из геометрических условий задачи, вычисляется коэффициент K по формуле

$$K = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\max} - \lambda} \quad (1.75)$$

Распределение собственных электродинамических сил в головной части при решении уравнений движения задаем табличным путем с линейной аппроксимацией между узловыми точками. Решение системы дифференциальных уравнений движения (1.65)...(1.67) проводится численным методом на ЭВМ, при этом используется метод Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага. На рис. 6 приведен

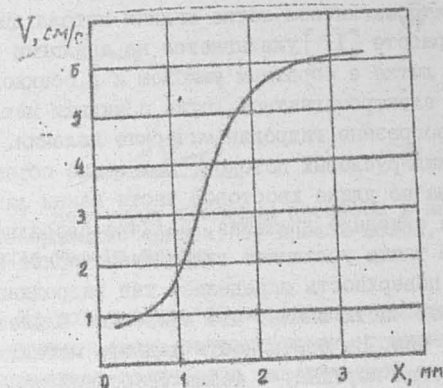


Рис. 6. Изменение скорости течения расплава вдоль оси X ($I_{\text{св}} = 140$ А, $u_{\text{св}} = 15$ м/ч, $U_{\text{д}} = 10$ В) при $x_0 = 0,01$ см, $u_0 = 0,03$ см, $p_w = 5000$ дин/см², $K = 1$.

график изменения скорости $V(x)$ течения металла вдоль фронта плавления, из которого следует, что ускорение на начальном участке медленно нарастает, затем ускорение практически постоянно, а в конце фронта плавления скорость течения достигает практически постоянного значения. Последнее является следствием равновесия действующих сил на элемент жидкости в конце фронта плавления. Предельная скорость течения получилась равной $15 \sqrt{c_6}$, т.е. кинетичность потока на оси ванны значительна.

Рассмотрим критериальные оценки роли движения металла в формировании шва. В головной части ванны расплавленный металл разгоняется, причем максимальное значение скорости течения по-

тока жидкого металла достигается при входе его в хвостовую часть ванны (см. рис. 2, зона II). При больших скоростях сварки дуга смещена на переднюю кромку ванны и механическое воздействие дуги на хвостовую часть ванны уменьшается. Поток металла входит в зону II, имея определенный запас кинетической энергии. В зонах II, III происходит потеря кинетичности потока в результате перехода кинетической энергии в другие виды, а также уменьшение объемного расхода жидкого металла вдоль фронта кристаллизации.

Расплав в зонах II, III движется при наличии свободной поверхности аналогично тому, как он движется в гидравлическом лотке [5, II]. В электромагнитном лотке жидкий металл движется в открытом русле. В работе [II] указывается на аналогию течений в электромагнитном лотке с обратным уклоном и в обыкновенном русловом потоке. В электромагнитном лотке с жидким металлом наблюдаются все разнообразные гидродинамические явления, характерные для обыкновенных русловых потоков. Изменение объемного расхода жидкого металла по длине хвостовой части ванны лишь усложняет количественное описание движения. Наличие свободной поверхности в зонах II, III также усложняет гидродинамические процессы в ванне. Свободная поверхность определяет тип гидродинамических процессов в хвостовой части ванны, что неизбежно влияет на качество формирования шва. На поверхности жидкого металла наблюдается сложная волновая картина, а форма свободной поверхности расплава в хвостовой части в значительной степени определяет окончательную форму поверхности шва. Чем выше скорость кристаллизации (сварки), тем с большей вероятностью рельеф свободной поверхности расплава фиксируется процессом кристаллизации. Известно [12, 13], что в каналах со свободной поверхностью возникают такие волновые процессы, как прямые и косые гидравлические прыжки, боры, коноидальные волны (рис. 7). Причем гидравлические прыжки образуются в потоке, движущемся как с изменением расхода вдоль пути, так и при неизменном расходе [13].

Коротко рассмотрим существо этих волновых явлений. В литературе их иногда называют ударными волнами или просто скачками [13]. Переход жидкости в потоке от глубин, меньших критических, к глубинам, большим критических, осуществляется при помощи прыжка, когда образуется поверхностный валец, который скачивается в направлении, противоположном основному течению (см.

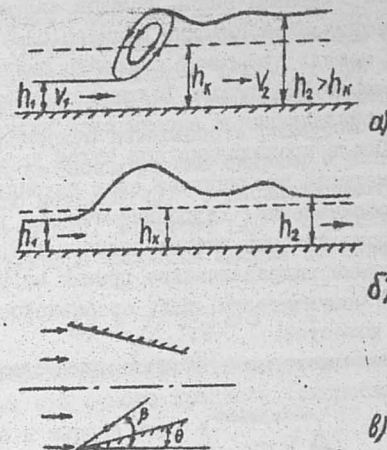


Рис. 7. Некоторые волновые процессы в каналах: а) совершенный прыжок, б) прыжок-волна, в) схема образования косого прыжка

рис. 7а). На поддержание формы вальца, играющего в данном случае роль динамического сопротивления, транзитный поток непрерывно затрачивает количество кинетической энергии, которая как раз и представляет собой энергию, теряемую в прыжке,

$$E = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2}, \quad (1.76)$$

где h_1, h_2 - глубина слоев жидкости до и после прыжка.

Различие в формах русел, уклонов дна может лишь усложнить расчеты прыжков, но причины их возникновения останутся неизменными. Косые гидравлические прыжки (см. рис. 7в) возникают в бурном потоке, если струи отклоняются на конечный угол внутрь потока.

При значениях чисел Фруда, меньших единицы, поток жидкости находится в спокойном состоянии, его потенциальная энергия больше кинетической. При значениях чисел Фруда, больших единицы, поток находится в бурном режиме течения, а его кинетическая энергия больше потенциальной. Гидравлический прыжок - скачкообразный переход потока из бурного состояния с малыми глубинами в спокойное состояние с большими глубинами.

Итак, признаком гидравлических прыжков является наличие сжатого сечения и критической глубины жидкого слоя. В сварочной ванне расплавленный металл, уносимый с фронта плавления, проходит через сжатое сечение под дугой. Толщина сжатого слоя под дугой меньше глубины проплавления и высоты слоя жидкого металла за дугой в зоне III. После прохождения под дугой через сжатое сечение слой жидкого металла увеличивает свою глубину до значений, близких к глубине проплавления. Гидродинамические процессы в хвостовой части сварочной ванны внешне подобны гидравлическим прыжкам (рис. 8). Прямые гидравлические прыжки могут приводить к образованию грубой чешуйчатости шва, прерывистости формирования, захлопыванию полостей.

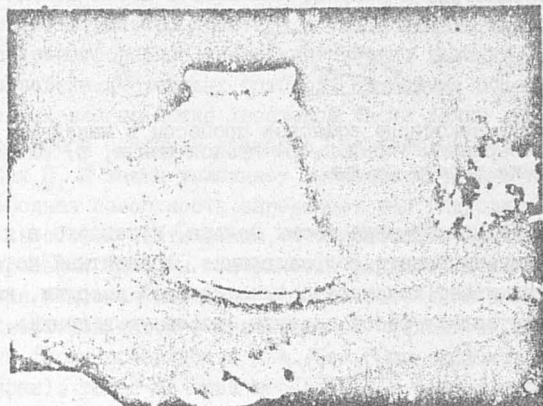


Рис. 8. Гидравлический прыжок в сварочной ванне

Переход к сварке на форсированных режимах означает переход к большей кинетичности потока жидкого металла в сварочной ванне. Выведем расчетные формулы для определения критической глубины сжатого слоя под дугой, при которой возможно образование гидравлического прыжка. Из уравнения изменения высоты жидкости вдоль пути следует условие для определения критической глубины [13] в потоках с изменением расхода

$$1 - \frac{Q^2}{g\omega^3} \alpha = 0, \quad (I.77)$$

где $Q(x)$ — объемный расход жидкости; g — ускорение силы

тяжести; ω — площадь живого сечения канала; α — ширина канала по свободной поверхности.

Условие (I.77) определяет критическую глубину $h_{кр}$ слоя жидкости с заданным расходом $Q(x)$, при которой удельная энергия сечения минимальна. Принимая головную часть сварочной ванны за сферическую поверхность радиусом R , однозначно определяемым на заданном режиме сварки, и используя (I.55), выразим количество металла Q_1 , расплавляемого в единицу времени, через параметры шва. Величина Q_1 определяется интегрированием потока вектора скорости сварки по поверхности фронта плавления:

$$Q_1 = \iint_S \vec{v}_{св} d\vec{s}. \quad (I.78)$$

Опуская преобразования (I.78), запишем окончательное выражение с параметрами сварочного процесса (скорость сварки, глубина проплавления и ширина шва)

$$Q_1 = 2v_{св} \left(h_{кр}^2 + \frac{\alpha_{ш}^2}{4} \right). \quad (I.79)$$

Уменьшение расхода по длине x хвостовой части ванны запишем в виде

$$Q = Q_1 - q(x)x, \quad (I.80)$$

где $q(x)$ — отнимаемый на единице длины ванны расход расплава за счет кристаллизации.

Из (I.77)...(I.80) получим уравнение для $h_{кр}$

$$\frac{32}{27} (2R - h) h^4 = \frac{Q^2}{g}. \quad (I.81)$$

пятой степени относительно $h_{кр}$. Решим его методом последовательных приближений. Из экспериментов следует, что $2R \gg h$, поэтому, опустив в (I.81) h в скобках, найдем в первом приближении на стыке фронтов плавления и кристаллизации

$$h_{кр}^I(0) = \sqrt[4]{\frac{27v_{св}^2 (h_{кр}^2 + \frac{\alpha_{ш}^2}{4})}{8g}} h_{кр}; \quad (I.82)$$

во втором приближении учтем найденное значение $h_{кр}^I(0)$ и получим второе приближение

$$h_{кр}^{II}(0) = \sqrt[4]{\frac{27v_{св}^2 (h_{кр}^2 + \frac{\alpha_{ш}^2}{4})}{8g [2R - h_{кр}^I(0)]}}. \quad (I.83)$$

Продолжая таким образом итерационный процесс по $h_{кр}$, можно найти значение $h_{кр}(0)$ в любом приближении. Расчеты показы-

вают, что первое и третье приближения $h_{кр}(0)$ отличаются на 3...4%.

Оценки режимов сварки, приводящих к дефектному формированию, по значению критической глубины жидкого металла под дугой показали, что значение измеренных толщин меньше критической глубины на заданных режимах.

В качестве примера рассмотрим сварку с неполным проплавлением стали X18Ni9Ti толщиной 5 мм на режиме $I = 320$ А, $v_{св} = 40$ м/ч, при этом $\alpha_{ж} = 8$ мм, $h_{кр} = 4$ мм, $h_{кр}(0) = 2,5$ мм, число Фруда равно 9. Экспериментально известная толщина под дугой на этом режиме менее 1 мм. Формирование шва – прерывистое. По значению критической толщины и числу Фруда можно сделать заключение о наличии гидравлических прыжков на этом режиме.

Характеристиками гидравлических прыжков являются его высота и длина [9,10]. Относительная высота прямого прыжка для каналов прямоугольной формы оценивается по формуле [II]

$$\beta = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1+8F_r} - 1), \quad (I.84)$$

где h_1 , h_2 – сопряженные глубины жидкости до и после прыжка

$$F_r = \frac{v^2}{g\sigma} \quad (\text{см. рис. 7а,б});$$

F_r – число Фруда для потока.

Длина прямого прыжка оценивается по формуле [II]

$$L_p = 10,3 h_1 \left[\sqrt{\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3} - 1 \right]^{0,81}. \quad (I.85)$$

Известно, что за прыжком происходит генерирование поверхностных волн, амплитуды которых достигают 40% от глубины потока. Эти волны по своей природе относятся к поверхностным волнам короткого периода.

При попадании зоны прыжка в область с большой скоростью кристаллизации в хвостовой части ванны поверхность шва будет непригодной. Ориентировочные оценки дефектных режимов сварки по (I.84), (I.85) также подтверждают наличие этих гидродинамических явлений. Итак, при дефектном формировании шва обнаруживается внешнее качественное сходство движения металла в ванне с гидравлическими прыжками (см. рис. 8), и количественные оценки говорят о возможности таких явлений.

I.2.2. Гидродинамическая модель сварочной ванны в квазитрехмерном приближении

В предыдущей задаче для оценки вероятности появления дефектов формы шва достаточно было определить по модели лишь скорость течения потока, поэтому допустимым было использовать гидродинамическую модель в плоском слое, проходящем по оси электрода вдоль шва.

Однако, кроме дефектов формирования шва, связанных с волновыми процессами в потоке, существуют дефекты, обусловленные изменением уровня сварочной ванны между кромками соединяемых деталей в поперечном сечении шва. Этими дефектами являются в первую очередь несплавления шва с кромками основного металла или подрезы. Для моделирования этих дефектов необходимо не только определить скорость течения потока в плоскости, параллельной продольной оси шва, но и найти в зависимости от этой скорости уровень расплавленного металла в плоскости, перпендикулярной оси шва, с учетом формы проплавления.

Решение такой задачи требует использования трехмерной модели процесса поведения металла в сварочной ванне. Решение трехмерной задачи, учитывающей одновременно тепловые и гидравлические процессы, является слишком сложным. Поэтому для достижения поставленной практической цели допустимо последовательно решать задачи поведения металла в продольном и поперечном сечениях ванны и на основании этих решений проводить квазитрехмерный анализ движения металла в сварочной ванне, обеспечивающий выявление возможности образования подрезов.

Рассмотрим постановку задачи и выберем краевые условия. Если задаться формой проплавления в поперечном сечении ванны, то форму поверхности расплава можно определить, используя методы вариационного анализа. В этом случае равновесная форма поверхности раздела фаз $\angle$ определится как функция, доставляющая минимум свободной энергии системе при постоянных температуре и объеме $abcd$ (рис. 9). Силовые факторы системы – распределенное давление дуги, силы тяжести, силы поверхностного натяжения. Для определения границ раздела и газовой фазы необходимо знать также количество жидкости в системе. Оно может варьироваться в зависимости от скорости движения расплава в продоль-

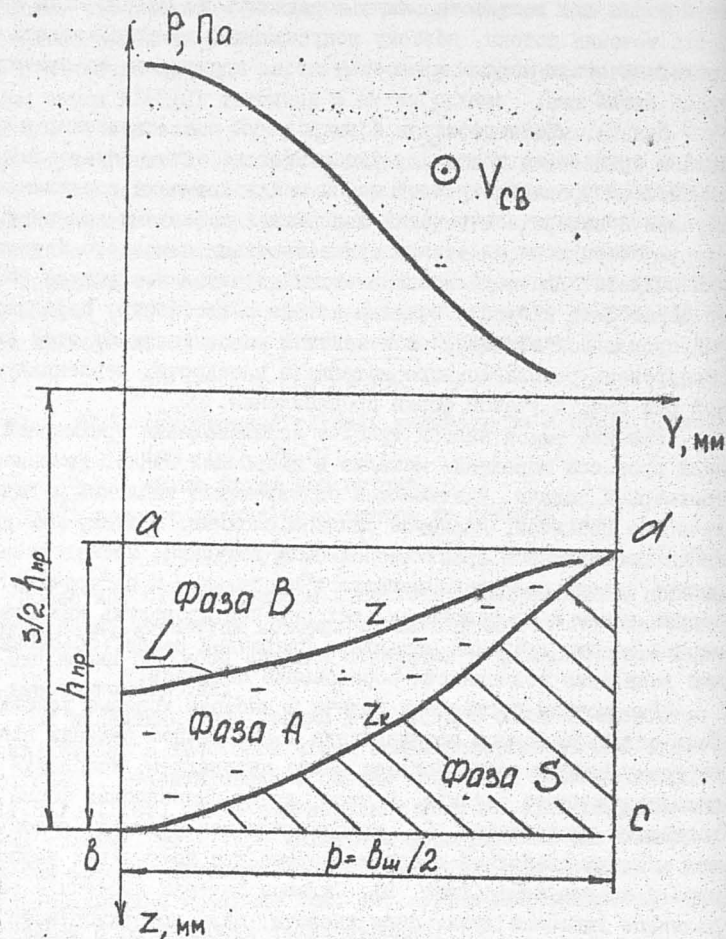


Рис. 9. Расчетная схема поведения жидкого металла в поперечном сечении сварочной ванны

ном сечении сварочной ванны. Если скорость перемещения расплавленного металла из головной части ванны в хвостовую равна скорости сварки в подвижной квазистационарной системе координат, связанной с движущимся электродом, то площадь жидкой фазы численно равна площади проплавления. С увеличением скорости течения жидкого металла вдоль сварочной ванны площадь поперечного сечения его будет уменьшаться. При этом будет оставаться постоянным расход расплава, максимальная величина которого численно равна максимальной площади проплавления. Поэтому для определения L необходимо иметь информацию о кинематических характеристиках потока металла, движущегося из головной части ванны в хвостовую.

Скорость течения жидкого металла определяется как величиной действующих на поток сил, так и местом их приложения, которое определяется расположением оси электрода и сварочной дуги относительно сварочной ванны. Для определения расстояния между осью электрода и точкой фазового перехода (жидкость – твердое тело) на поверхности образца в направлении вектора скорости сварки рассмотрим следующую схему взаимодействия сварочной дуги с металлом (рис. 10). Свариваемый материал подается в зону действия дуги со скоростью $V_{св}$, направленной вдоль оси Y , граница $y = 0$ – поверхность фазового перехода из твердого состояния в жидкое, δ – толщина жидкой пленки металла. Зададим распределение тепловой мощности дуги в виде [15, 16]

$$q = q_{max} \cdot \exp(-\kappa_r y_*^2), \quad (1.86)$$

где q_{max} – максимальный тепловой поток дуги по оси электрода;
 κ_r – коэффициент сосредоточенности теплового потока;
 y_* – текущее расстояние от оси дуги
и распределение силового потока дуги в виде

$$p = p_{max} \cdot \exp(-\kappa_c y_*^2), \quad (1.87)$$

где p_{max} – максимальное газокINETическое давление дуги по оси электрода;
 κ_c – коэффициент сосредоточенности распределения давления дуги;

y_* – текущее расстояние от оси дуги.

Рассмотрим установившийся квазистационарный процесс, в ходе которого y_* и δ останутся постоянными. Движение распла-

ρ_r - плотность твердого металла,
в) кинематические условия

$$v_{yx} = \frac{\rho_r}{\rho_{lc}} v_{cb} \sin \alpha, \quad (I.94)$$

$$v_{xc} = \frac{\rho_r}{\rho_{lc}} v_{cb} \cos \alpha, \quad (I.95)$$

где ρ_{lc} - плотность жидкого металла,
 α - угол наклона межфазной поверхности.

Кинематические условия имеют место, так как частички металла, переходя в жидкое состояние на межфазной границе, имеют начальную скорость, равную v_{cb} и направленную вдоль оси OY , т.е. равную скорости подачи твердого металла в зону действия дуги;

3) на границе $y = \delta$

а) условие непрерывности энергии

$$q = \lambda_{lc} \frac{dT_{lc}}{dy}; \quad (I.96)$$

б) кинематическое условие несмешивания фаз

$$v_{yx} = 0; \quad (I.97)$$

в) равенство нулю касательных напряжений на поверхности

$$\tau \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0. \quad (I.98)$$

Рассмотрим методику расчета поведения металла в продольном сечении сварочной ванны. Решение уравнений (I.88) и (I.89) с учетом граничных условий (I.91) и (I.92) имеет вид

$$T_{lc} = T_{пл} + \frac{T_{\delta} - T_{пл}}{\exp(\delta v_{yx} / d_{lc}) - 1} \left[e^{\frac{y v_{yx}}{d_{lc}}} - 1 \right], \quad (I.99)$$

$$T_r = T_0 + (T_{пл} - T_0) \exp(y v_{cb} / d_r), \quad (I.100)$$

где T_{δ} - температура на поверхности жидкой пленки.
Заменяем v_{yx} средним по толщине пленки значением

$$v_{yx}(y) \approx (v_{yx})_{cp} = \beta v_{cb}, \quad (I.101)$$

где β - коэффициент, характеризующий отклонение $(v_{yx})_{cp}$ от скорости плавления v_{cb} [17].

Если предположить, что распределение v_{yx} близко к ли-

нейному, то значение коэффициента β можно оценить из соотношения

$$\frac{1}{2} \frac{\rho_r}{\rho_{lc}} v_{cb} \sin \alpha \delta = \beta v_{cb} \delta, \quad (I.102)$$

откуда

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{\rho_r}{\rho_{lc}} \sin \alpha. \quad (I.103)$$

Подставляя (I.99) и (I.100) в условия непрерывности потока энергии на границах $y = \delta$ и $y = 0$, получим два уравнения:

$$\exp\left(\frac{\beta v_{cb}}{d_{lc}} \delta\right) = 1 - \frac{\beta \rho_{lc} c_{lc} (T_{\delta} - T_{пл})}{c_r \rho_r (T_{пл} - T_0) + \rho_r L_{пл}}, \quad (I.104)$$

$$q = \lambda_{lc} \frac{\beta v_{cb}}{d_{lc}} (T_{\delta} - T_{пл}) \frac{\exp(\beta v_{cb} \delta / d_{lc})}{\exp(\beta v_{cb} \delta / d_{lc}) - 1}. \quad (I.105)$$

Их следует дополнить уравнением связи теплового потока дуги с расстоянием от оси y электрода

$$q = q_{max} \exp(-K y^2). \quad (I.106)$$

Имеем систему трех уравнений (I.104)...(I.106) с четырьмя неизвестными q , y , δ , T_{δ} , которая определяет тепловой поток, необходимый для квазистационарного плавления твердого металла, поступающего к дуге со скоростью сварки, толщину жидкой прослойки и температуру на ее поверхности.

Интегрирование уравнения движения (I.90) дает распределение скорости v_x по толщине пленки

$$v_x = \frac{C_1}{K} e^{Ky} + \frac{F}{K} y + C_2, \quad (I.107)$$

где $K = \beta v_{cb} / d$;

F - параметр силового воздействия на поток жидкости,

$$F = \frac{q \sin \alpha}{\nu} + \frac{f_{эм}}{\rho \nu} - \frac{1}{\rho \nu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (I.108)$$

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 в (I.107) воспользуемся граничными условиями (I.95) и (I.98). Тогда

$$v_x = -\frac{F}{K^2} e^{-K(\delta-y)} + \frac{F}{K} y + \frac{\rho_r}{\rho_{lc}} v_{cb} \cos \alpha. \quad (I.110)$$

Для получения четвертого недостающего уравнения в системе (I.104)...(I.106) используем ограничение, накладываемое на ве-

личину расхода жидкости в пленке для любого произвольно выбранного сечения $y-y$, находящегося на расстоянии x_* от поверхности металла (см. рис. 10). Расход жидкости в этом сечении должен быть равен количеству металла, переведенному за единицу времени в жидкое состояние на этом же участке:

$$\int_0^{\delta} V_x(y) dy \Big|_{x=x_0} = V_{cb} \cdot x_* \quad (I.III)$$

Подставляя (I.II0) в (I.III), получим

$$-\frac{F}{K^3} + \frac{F}{K^3} e^{-K\delta} + \frac{F}{K} \cdot \frac{\delta^2}{2} + \delta \cdot \frac{\rho}{\rho_{nc}} V_{cb} \cos \alpha = V_{cb} x. \quad (I.II2)$$

Приняв при $x=0$ $\alpha = \pi/2$ и разложив экспоненту в ряд, получим

$$\frac{F}{K^3} \left(1 - K\delta + \frac{K^2\delta^2}{2} - 1\right) + \frac{F}{2K} \delta^2 = V_{cb} x. \quad (I.II3)$$

Ввиду малости величины δ ограничимся членами с δ^2 и решим квадратное уравнение, корни которого

$$\delta_{1,2} = \frac{1}{2K} \pm \sqrt{\frac{1}{4K^2} + \frac{K}{F} V_{cb} x}. \quad (I.II4)$$

Искомая толщина пленки

$$\delta = \frac{1}{2K} + \sqrt{\frac{1}{4K^2} + \frac{K}{F} V_{cb} x}, \quad (I.II5)$$

так как $K V_{cb} x / F > 0$.

При $x=0$ начальная толщина пленки

$$\delta^0 = \frac{1}{K} = \frac{V}{\beta V_{cb}}. \quad (I.II6)$$

Итак, имеем систему четырех уравнений (I.I04)...(I.I06), (I.II5) для определения четырех неизвестных: y_1 , q , δ , T_0 . Подставим (I.I04) в (I.I05) для исключения T_0 . Получим

$$q = \rho_T V_{cb} [C_T (T_{nn} - T_0) + L_{nn}] \exp(\beta V_{cb} \delta / \rho_{nc}). \quad (I.II7)$$

В это уравнение подставим выражение (I.I06) и разрешим его относительно y_1 :

$$y_1 = \frac{1}{\sqrt{K_T}} \exp^{1/2} \left[\frac{q_{max} x}{V_{cb} C_T \rho_T (T_{nn} - T_0) + V_{cb} \rho_T L_{nn}} e^{-\frac{\beta V_{cb} \delta}{\rho_{nc}}} \right]. \quad (I.II8)$$

Уравнение (I.II8) определяет взаимное расположение электрода и сварочной ванны и включает в себя как теплофизические параметры твердого металла, так и характеристики жидкой пленки β , δ , α_{nc} . Оно согласуется с установившейся точкой зрения на жидкую пленку как на тепловой экран. При увеличении толщины пленки расплава y_1 уменьшается. Величина y_1 косвенно определяет толщину жидкой пленки (I.II5) и скорость металла (I.II0) через $\partial \rho / \partial x$ и $f_{эм}$, входящие в параметр F (I.I09). Среднюю скорость потока можно вычислить, подставив (I.II5) в (I.II0) и осреднив текущую скорость V_x по толщине пленки δ . Среднюю скорость, в свою очередь, позволяет определить количество жидкости в задаче о нахождении равновесной поверхности раздела фаз.

Рассмотрим методику расчета формы жидкого металла в поперечном сечении сварочной ванны. В квазистационарной задаче при известной форме проплавления в поперечном сечении (см. рис. 9) равновесная форма поверхности раздела фаз определяется как функция, доставляющая минимум свободной энергии системе при постоянной температуре и объеме $V = \sigma \delta \cdot \delta c \cdot l$. Свободная энергия системы включает кроме потенциальной свободную энергию поверхностей.

1. Вклад в свободную энергию системы энергии соприкосновения фаз А и Б (см. рис. 9) в общем случае выражается формулой

$$W_{AB} = \sigma_{AB} \cdot L, \quad (I.II9)$$

где L — длина кривой раздела фаз;

σ_{AB} — энергия, необходимая для образования единицы длины кривой раздела фаз.

Так как задача симметрична, будем определять только одну ветвь раздела фаз.

Энергия соприкосновения фаз А и В определяется выражением

$$W_{AB} = \sigma_{AB} \int_0^p (1 + z_y^2) dy, \quad (I.II20)$$

где $z_y = dz/dy$.

2. Энергия соприкосновения фаз А и S

$$W_{AS} = \sigma_{AS} \cdot L_{KS}, \quad (I.II21)$$

где L_{KS} — длина кривой раздела фаз А и S.

3. Вклад сил тяжести в свободную энергию системы для фаз А при отсчете от уровня δc

$$W_A = \rho g \int_0^P [(h-z) - (h-z_k)] \left[\frac{3}{2}h - \frac{z+z_k}{2} \right] dy =$$

$$= \frac{1}{2} \rho g \int_0^P (z^2 - 3hz) dy - \frac{1}{2} \rho g \int_0^P (z_k^2 - 3hz_k) dy, \quad (I.122)$$

для фазы В при замене распределения давления дуги плотностью газовой фазы

$$W_B = \int_0^P P_m e^{-\kappa y} \left(\frac{3}{2}h - \frac{1}{2}z \right) dy =$$

$$= \frac{3}{2} \int_0^P h P_m e^{-\kappa y} dy - \frac{1}{2} \int_0^P z P_m e^{-\kappa y} dy. \quad (I.123)$$

Суммарная свободная энергия системы

$$W = W_{AB} + W_{AS} + W_A + W_B.$$

Для вычисления $z(y)$, доставляющей минимум суммарной свободной энергии W системе, выделим в отдельный функционал члены, зависящие от z :

$$I = \int_0^P G_{AB} (1+z)^{1/2} dy + \frac{1}{2} \rho g \int_0^P (z^2 - 3hz) dy - \frac{1}{2} \int_0^P z P_m e^{-\kappa y} dy.$$

Так как условие постоянства объема является обязательным, то следует искать минимум функционала [18]

$$G = I + \lambda \int_0^P z dy, \quad (I.125)$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа.

Поверхность раздела фаз определяется также неизменным количеством жидкой фазы под интегральной кривой, т.е. условием ограничения

$$\int_0^P z dy = E = \text{const}. \quad (I.126)$$

Величина E зависит от скорости течения металла в продольном сечении, которую можно определить по формуле (I.110). Площадь поперечного сечения потока связана с площадью проплавления и скоростью потока соотношением

$$F_{xc} = \frac{v_{cb}}{v_n} F_{np}. \quad (I.127)$$

Следовательно, в выбранной системе координат ZOY (см. рис. 9) величина ограничения

$$\int_0^P z_k dy - \frac{v_{cb}}{v_n} F_{np} = E. \quad (I.128)$$

Итак, необходимо найти минимум функционала (I.125) с учетом ограничения (I.126).

Для решения задачи воспользуемся прямым методом Эйлера [19]. Разделим интервал $[0, P]$ на N отрезков, причем,

$$y_i = iH, \quad i = 0, \dots, N, \quad (I.129)$$

где $H = P/N$ — шаг разбиения.

Следуя этому методу, функционал можно приближенно представить на основе метода прямоугольников

$$G_n(y) = H \sum_{i=0}^{N-1} f(iH, z_i; (z_{i+1} - z_i)/(H, \lambda)). \quad (I.130)$$

Для обеспечения минимума приближенного функционала необходимо приравнять к нулю частные производные от $G_n(y)$ по всем

z_i ($i = 0, \dots, N-1$), т.е.

$$\frac{\partial G_n}{\partial z_{N-1}} = \frac{2\delta}{H^2} \frac{z_{N-1} - z_{N-2}}{\sqrt{1 + (z_{N-1} - z_{N-2})^2}} - \frac{2\delta}{H^2} \frac{z_N - z_{N-1}}{1 + (z_N - z_{N-1})^2} +$$

$$+ \rho g (2z_{N-1} - z_i) = 0.$$

Имеем N уравнений с $(N-1)$ неизвестным, включая неопределенный множитель Лагранжа. Замыкающее уравнение можно получить из условия ограничения (I.126)

$$H \sum_{i=0}^{N-1} z_i = E. \quad (I.132)$$

В силу симметричности задачи

$$\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (I.133)$$

Можно принять

$$z_0 = z_1. \quad (I.134)$$

Уравнение (I.130) преобразуется с учетом равенства (I.134) к виду

$$2\rho g z_0 - 3\rho g h - P_{max} + \lambda = 0. \quad (I.135)$$

Из (I.135) следует

$$z_0 = z_1 = \frac{3}{2}h - \frac{\lambda - P_{max}}{2\rho g}. \quad (I.136)$$

Из (I.136) становится ясным смысл неопределенного множителя Лагранжа, который определяет положение интегральной кривой раздела фаз по вертикали, исходя из выполнения условия ограни-

чения (I.126). Экстремальные значения λ равны:

$$\lambda_{min} = p_{max}, \quad z_0 = \frac{3}{2}h; \quad (I.137)$$

$$\lambda_{max} = p_{max} + 3\rho gh, \quad z_0 = 0. \quad (I.138)$$

Рассчитаем z_i по следующему алгоритму. Задав произвольное значение λ , определим $z_0 = z_1$. Подставив z_0 и z_1 во второе уравнение (I.131), получим z_2 , из третьего z_3 и далее до z_N . Одновременно вычисляем $\sum z$ и проверяем условие (I.132), где значение E должно быть определено ранее. В случае неравенства соответствующим образом изменяем λ и расчет повторяем вновь. При

$$\left| \frac{H \sum_{i=0}^{N-1} z_i - E}{E} \right| < \varepsilon = 0,001 \quad (I.139)$$

считаем, что полученные z_i - искомые точки.

Уравнения (I.131) содержат радикальную группу

$$\frac{z_{i+1} - z_i}{H \sqrt{1 + \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{H^2}}}, \quad (I.140)$$

абсолютное значение которой не может быть больше единицы. А так как в уравнение входит значение шага H , выбираемого произвольно, то условие (I.140) должно накладывать ограничение на величину H .

Пусть

$$\frac{z_{i+1} - z_i}{H} \operatorname{tg} \psi_i, \quad (I.141)$$

$$-\frac{2\sigma}{H^2} \frac{z_{i+1} - z_i}{\sqrt{1 + \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{H^2}}} = -\frac{2\sigma}{H} \sin \psi_i. \quad (I.142)$$

Пусть также

$$A_i = \rho g (2z_i - 3h) - p_{max} e^{-\kappa y_i^2} + \lambda. \quad (I.143)$$

В таком случае

$$A_{i,max} = (N-2)p_{max} + 2\rho g(N-3)h, \quad (I.144)$$

Из (I.144) вытекает ограничение на величину максимального шага, который в сочетании с максимально возможным A_i обеспечит

$$H_{max} = \frac{2\sigma}{A_{i,max}}. \quad (I.145)$$

Теоретически максимально возможное A_i есть A_{N-2} :

$$A_{i,max} = (N-2)p_{max} + 2\rho g(N-3)h, \quad (I.146)$$

где H_{np} и p - глубина и полуширина сварочной ванны.

Учитывая (I.129), из (I.145) и (I.146) можно определить минимальное число разбиений полуширины шва

$$N = \frac{2p(p_{max} + 3\rho gh_{np})}{p_{max} + 2\rho gh_{np} - 2\sigma}. \quad (I.147)$$

Если принять $H_{np} = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $p = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $p_{max} = 3000$ Н/м², $\sigma = 3$ Н/м [20], $\rho = 7800$ кг/м³, $g = 9,81$ м/с², то число разбиений должно составлять

$$N \geq 15. \quad (I.148)$$

В представленной методике форма расплава определяется в поперечном сечении с учетом его движения в продольном сечении сварочной ванны. Причем методика расчета движения жидкого металла вдоль ванны основана на решении линейной тепловой и плоской гидродинамической задачи.

Проведем квазитрехмерный анализ поведения металла сварочной ванны. Анализ движения жидкого металла сварочной ванны в общем случае представляет собой трудную математическую задачу. Для упрощения ее решения принимают следующие допущения, с помощью которых можно выявить характерные особенности движения расплавляемого металла.

Если разбить всю толщину материала, поступающего в зону действия дуги, на ряд теплоизолированных пластин (см. рис. 10), для которых будет справедливо решение линейной тепловой задачи при наличии двухмерного омывающего потока жидкого металла, то последовательное применение методик расчета продольного и поперечного сечений ванны позволит провести квазитрехмерный анализ поведения расплавляемого металла.

Алгоритм расчета представлен на рис. 11. Первоначально рассматривается y_1 для первого слоя, затем определяются гидродинамические параметры пленки. С учетом характеристик потока расплава в первом слое определяется расстояние от оси дуги до межфазной границы по второму слою. Результат вычислений - скорость потока. Затем проводится расчет по второй методике, причем глубина сварочной ванны для этого расчета равна глубине залегания второго слоя, а количество жидкости определяется по соотношению (I.127). Аналогичные циклы вычислений проводятся по каждому слою до момента пересечения фронта плавления с осью электрода, где

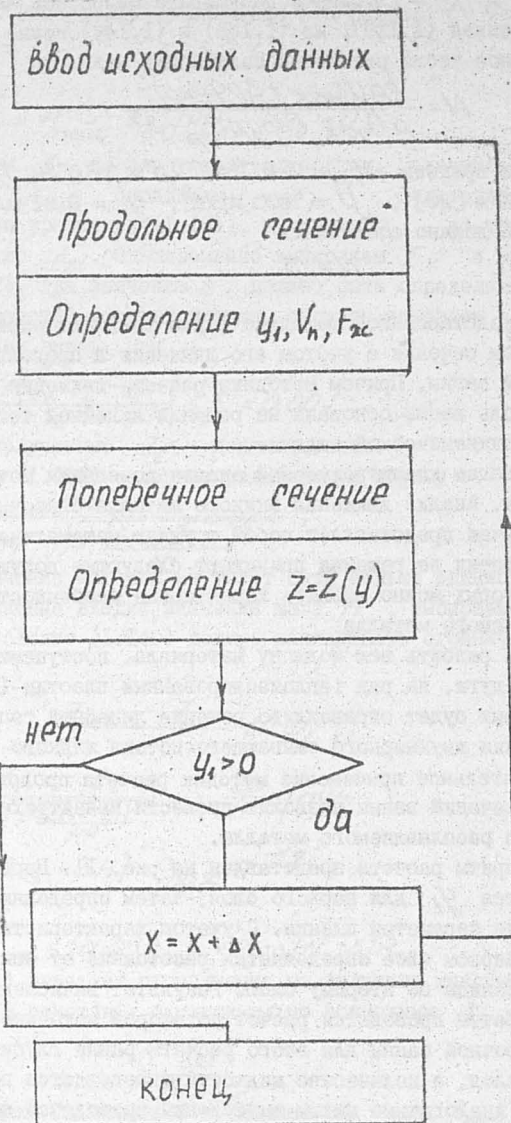


Рис. II. Последовательность расчета поведения металла в головной части сварочной ванны

силовое воздействие сварочной дуги максимально.

Исходные данные для вычислений: $\rho_{xc} = 7230 \text{ кг/м}^3$,
 $\rho_T = 7840 \text{ кг/м}^3$, $C_{xc} = 750 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$, $C_T = 504 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$,
 $T_{пл} = 1840^\circ \text{ К}$, $\alpha_T = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\alpha_{xc} = 1,84 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$,
 $\lambda_T = 33,0 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$, $\lambda_{xc} = 10,0 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$, $\gamma_{xc} = 2,7 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$,
 $\rho = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\nu = 2/\rho_{xc} = 8,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$,
 $\varphi_{max} = (9,1 \dots 15,2) \cdot 10^4 \text{ кВт/м}^2$, $\kappa_T = (6,0 \dots 14,0) \cdot 10^4 \text{ м}^{-2}$,
 $\rho_{max} = (1,0 \dots 2,2) \cdot 10^3 \text{ Па}$, $\kappa_c = (7,0 \dots 100) \cdot 10^4 \text{ м}^{-2}$.
 Скорость сварки изменяли в пределах $(5 \dots 20) \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$.

Величины φ_{max} , κ_T , ρ_{max} , κ_c соответствуют $I_{св} = 200 \dots 450 \text{ А}$.
 Значение электромагнитных сил определено экспериментально [21].

Данная методика не позволяет достаточно точно рассчитывать ширину шва, поэтому она принимается равной удвоенной глубине проплавления. На основании расчетов установлено, что с увеличением скорости сварки скорость движения металла в продольном сечении возрастает за счет градиента давления дуги на участке разгона, гравитационных сил, электромагнитных сил, начальной скорости частиц жидкости на межфазной границе и составляет $(10 \dots 30) \times \sqrt{I_{св}}$. Следует отметить существенное влияние скорости потока на начало дефектного формирования шва, заключающееся в том, что при наличии высокого давления дуги на краях ванны отеснение расплавленного металла происходит в том случае, если скорость потока достигла $(6 \dots 7) \sqrt{I_{св}}$. Зависимость скорости движения жидкого металла от скорости сварки приведена на рис. 12. Причем, если при увеличении скорости сварки обеспечить заданное проплавление, то скорость потока будет увеличиваться значительно более быстрыми темпами (кривая 2 на рис. 12). Влияние скорости движения металла на оголение боковых стенок ванны обусловлено уменьшением площади поперечного потока во столько раз, во сколько скорость потока выше скорости сварки. Площадь "живого" сечения потока определяет положение по вертикальной оси интегральной кривой раздела фаз (поверхности жидкого металла). При возрастании скорости расплава кривая раздела фаз смещается ко дну ванны, способствуя оголению стенок и образованию подрезов.

Квазитрехмерный анализ сварочной ванны показывает, что вследствие возрастающей скорости потока и под действием распределенного давления дуги на жидкий металл, находящийся в русле определенных размеров, происходит отеснение расплава ко дну

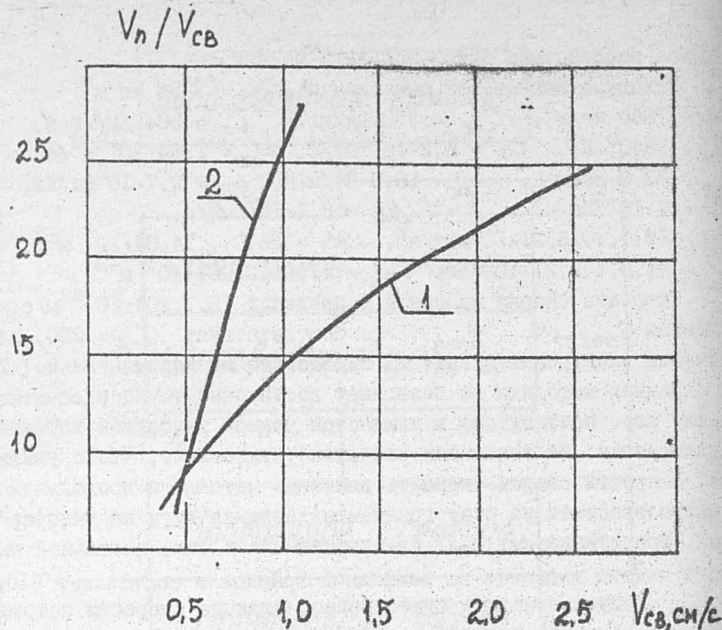


Рис. 12. Зависимость скорости продольного течения расплава от скорости сварки (расчет): 1- при $I_{св} = 250$ А, 2- при $r_{np} = 3,4$ мм

ванны, оголение ее боковых стенок и, как следствие, возрастание склонности к образованию подрезов. Выявленный механизм образования дефектов позволяет определить наиболее действенные факторы, приводящие к образованию подрезов. Ими являются повышенная скорость расплава вдоль ванны и характер распределения давления дуги в сочетании с шириной шва. Так как и силовое воздействие дуги и тепловая эффективность дугового разряда, определяющая размеры сварочной ванны, есть следствие взаимодействия высокотемпературного потока плазмы со свариваемым изделием, то попытка изменить силовые характеристики дуги неизбежно приведет к изменению размеров зоны проплавления, т.е. при обычном дуговом процессе невозможно изменить один из факторов, не изменив второй. Иными словами, при увеличении скорости сварки требуется увеличивать тепловложение в изделие для обеспечения за-

данного проплавления за счет, как правило, сварочного тока. При неизменном проплавлении ширина шва снижается незначительно, т.е. эффективное тепловое воздействие существенно не изменяется. Однако силовое воздействие дуги при увеличении тока интенсивно растет и приводит к появлению дефектов. Попытка получить качественное формирование снижением тока приведет к уменьшению проплавления. Таким образом, с помощью сварочной дуги, горющей с обычного вольфрамового электрода, невозможно одновременно решить две задачи, поставленные повышением скорости сварки: обеспечить заданную глубину проплавления и получить качественную форму шва. Анализ поведения расплавленного металла в сварочной ванне показывает, что для повышения предельной скорости сварки необходимо изыскивать такие технологические приемы, при которых максимальное давление изменяется неоднозначно.

Рассмотрим критериальную оценку качества формирования шва. Для дальнейшего анализа следует выразить характеристики теплового и силового воздействия дуги через количественные параметры.

Для количественного анализа теплового потока и силового воздействия выберем соответственно два соразмерных показателя. Условимся считать таковыми диаметры теплового и силового пятна дуги.

Определим диаметр теплового пятна как удвоенное расстояние от оси дуги в направлении, перпендикулярном скорости сварки, до границы фазового перехода, т.е. до той точки, в которой дуга еще способна расплавлять металл. В большинстве случаев диаметр теплового пятна d_t равен ширине сварочной ванны и, следовательно, ширине шва, которая может быть определена аналитически или экспериментально.

За диаметр силового пятна принимаем диаметр изобары определенного давления P_{min} при условии, что все изобары давления дуги есть концентрические окружности.

При нормальном распределении давления по радиусу формулу для диаметра силового пятна d_c можно получить из выражения

$$P_{min} = P_{max} \exp\left(-K_c \frac{d_c^2}{4}\right), \quad (1.149)$$

где P_{min} - минимальное давление, определяющее диаметр силового пятна;

d_c - диаметр силового пятна,

$$d_c = \frac{2}{\sqrt{K}} \ln^{1/2} \frac{P_{max}}{P_{min}}.$$

(I.150)

При увеличении скорости сварки и неизменности тока диаметр теплового пятна уменьшается по степенному закону с отрицательным показателем степени (рис. 13). Диаметр силового пятна d_c остается неизменным. При какой-то V'_{cb} кривые обязательно пересекутся. Пусть V'_{cb} и есть критическая скорость сварки. Сле-

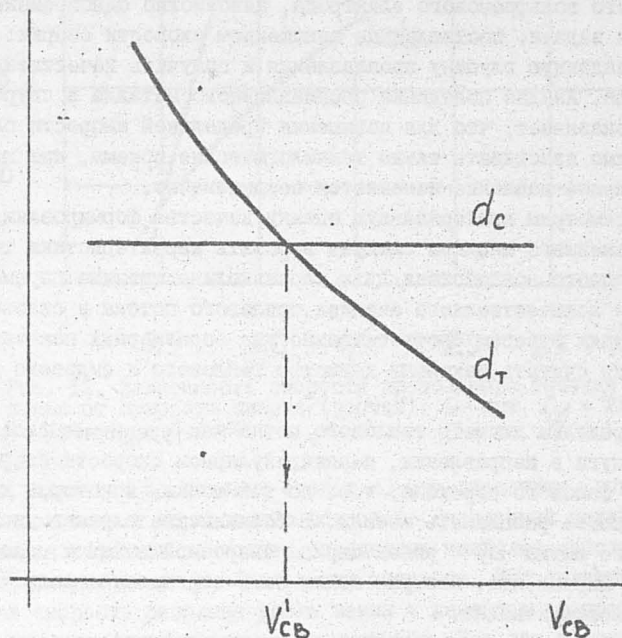


Рис. 13. Изменение диаметров теплового d_t и силового d_c пятен от скорости сварки

довательно, при дефектном формировании должно быть справедливо соотношение $d_t \leq d_c$. При увеличении скорости сварки ширина шва уменьшается, поэтому боковые стенки ванны подвергаются все большему силовому воздействию дуги. Если при $d_t = d_c$ давление дуги в области максимальной ширины ванны способно оттеснить жидкий металл с боковых стенок оплавленного основного металла,

то величина P_{min} должна зависеть в первую очередь, от плотности материала.

На основании этого можно выдвинуть следующую гипотезу: появление дефектов формы шва на повышенных скоростях сварки и область качественного формирования шва определяются равенством диаметров теплового и силового пятен при P_{min} , зависящем от свариваемого материала.

Наиболее вероятные варианты поведения расплава, соответствующие до- и закритическому отношению пятен, представлены на рис. 14. Под действием давления дуги при докритическом отноше-

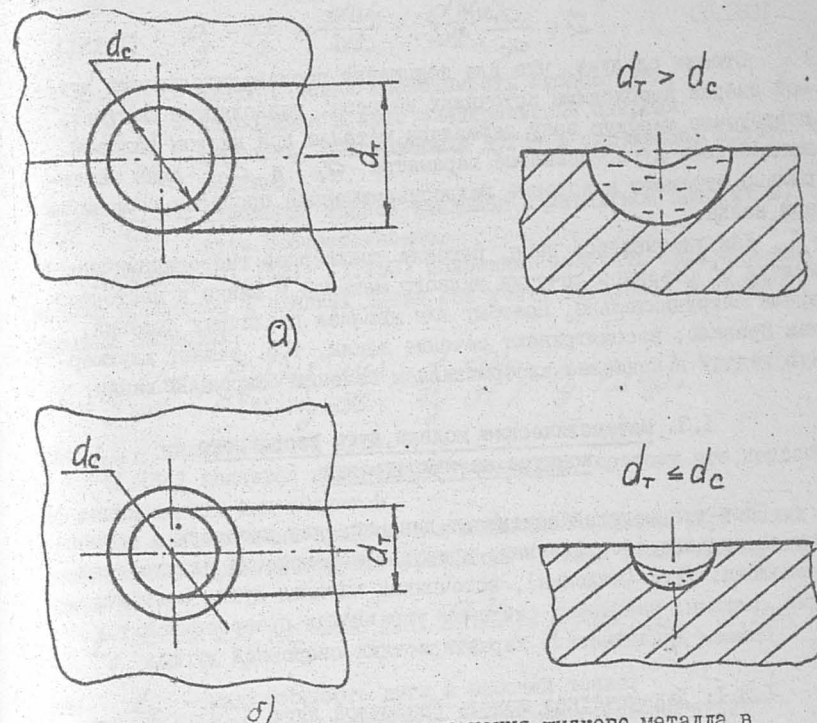


Рис. 14. Возможный характер течения жидкого металла в зависимости от соотношения диаметров теплового и силового пятен сварочной дуги

нии диаметров плит металл отжимается к стенкам, течет вдоль них, обеспечивая смачивание и подогрев кромок, чем значительно снижает вероятность образования подрезов. Рис. 146 иллюстрирует поведение ванны при формировании подрезов. По боковым кромкам ванны в данном случае давление столь велико, что оно оттесняет расплав ко дну прорезанной канавки, оголяя боковые стенки. Это приводит к быстрому их охлаждению и несплавлению, что вызывает подрез при последующем заполнении шва заторможенным потоком жидкого металла.

Следовательно, условие качественного формирования шва можно сформулировать так:

$$D = \frac{d_r}{d_c} > 1. \quad (I.151)$$

Отсюда следует, что для повышения производительности дуговой сварки необходимы источники нагрева, позволяющие получать достаточно широкую зону переплава металла при низком силовом воздействии дуги. Принятые параметры d_r и d_c лишь интегрально отражают некоторые гидродинамические процессы в сварочной ванне.

Как указывалось выше, решение трехмерной гидродинамической задачи об объемном течении жидкого металла в ванне в настоящее время затруднительно. Поэтому для анализа различных явлений, как правило, рассматривают сечение ванны, т.е. решают двухмерную задачу в наиболее информативном сечении сварочной ванны.

1.3. Математические модели дуги сварочного контура на макроуровне

Этот тип моделей описывает динамические процессы в элементах сварочного оборудования: приводах перемещения электродной проволоки, дуги (изделия), источниках питания дуги, контакта луча, плазмы, различных системах управления процессами и т.д.

Опишем динамические характеристики сварочной дуги.

1.3.1. Динамическая модель сварочной дуги

Из литературы известно, что основными видами накопленной энергии в дуге при токах свыше 100 А являются: тепловая энергия W_T , определяемая кинетической энергией движения всех

компонентов дуги (электронов, ионов, нейтральных атомов и молекул газовой плазмы), и магнитная энергия заряженных частиц, обусловленная наличием реактивных свойств дуги как проводника электрического тока.

Электрическую проводимость дуги $1/R$ представляют функцией накопленной в дуге тепловой энергии W_T . Разница между подводимой к дуге мощностью и отводимой от нее путем рассеивания выражают изменением запаса энергии не только в тепловом, но и в магнитных полях дуги. В соответствии с этим можно записать следующие выражения [4]:

$$\frac{1}{R} = F(W_T), \quad (I.152)$$

$$P_g - P_p = \frac{dW_T}{dt} + \frac{dW_M}{dt}, \quad (I.153)$$

где $\frac{1}{R} = \frac{i_g}{U_g}$ - электрическая проводимость столба дуги;
 $P_g = U_g i_g$ - подводимая к дуге электрическая энергия;
 P_p - мощность, рассеиваемая дугой в окружающее пространство;
 $\frac{dW_T}{dt}$; $\frac{dW_M}{dt}$ - изменение запаса тепловой и магнитной энергии в дуге соответственно.

Выражения (I.152), (I.153) позволяют получить описание динамики процессов в длинных дугах без учета процессов в приэлектродных областях:

$$L_m i_g \frac{di_g}{dt} + \frac{F(W_T)}{F(W_T)} \left(\frac{1}{i_g} \frac{di_g}{dt} - \frac{1}{U_g} \frac{dU_g}{dt} \right) = P_g - P_p(i_g), \quad (I.154)$$

где L_m - индуктивность дуги.

(I.154) является нелинейным уравнением, поэтому его неудобно использовать для расчетов.

При рассмотрении процессов в локальной области (при малых отклонениях параметров дуги) уравнение (I.154) можно линеаризовать:

$$L_0 \frac{di_g}{dt} + \theta_g (R_s \frac{di_g}{dt} - \frac{dU_g}{dt}) = \Delta U - R_d \cdot i_g, \quad (I.155)$$

где L_0 - индуктивность дуги в рабочей точке;
 $\theta_g = F(W_T) / [F(W_T) P_p]$ - тепловая постоянная времени дуги;
 $R_s = U_0 / I_0$ - статическое сопротивление дуги;
 $R_d = dU_g / di_g$ - динамическое сопротивление дуги при $i_g = I_0$.

Для описания динамических процессов в длинных сжатых дугах обычно используют уравнение (I.155) в виде

$$\theta_g \frac{dU_g}{dt} + U_g = \theta_g R_s \frac{dI_g}{dt} + R_d I_g. \quad (I.156)$$

Из (I.156) легко получить передаточную функцию (ПФ) дуги

$$W_g(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{\theta_g R_s p + R_d}{\theta_g p + 1}. \quad (I.157)$$

Уравнения (I.156), (I.157) справедливы для длинных дуг более 5...6 мм, тогда как реальные сварочные дуги значительно короче. Аналитический вывод их уравнений затруднителен, особенно при попытке учесть процессы в приэлектродных областях. В этой ситуации для получения математических моделей реальных сварочных дуг удобно воспользоваться экспериментальными амплитудно-частотными характеристиками. Ниже приведены результаты обработки экспериментальных данных для свободной и сжатой сварочных дуг. Дуги в обоих случаях зажигались на медном охлаждаемом аноде. Синусоидальные возмущения подавались от задающего генератора (ЗГ) (рис. 15). С помощью вольтметров V_1 и V_2 измерялись посто-

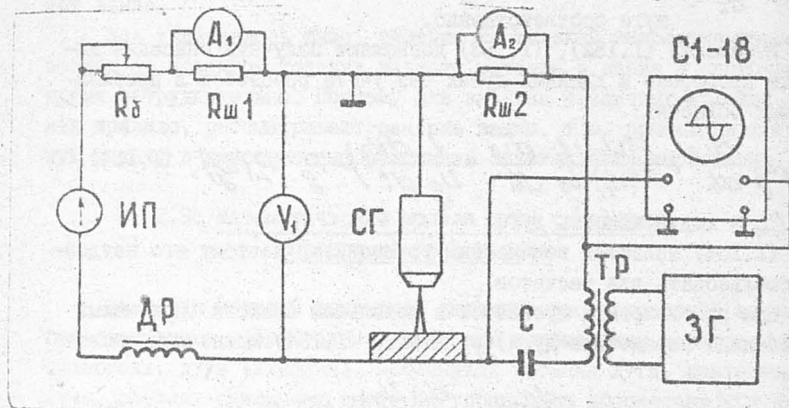


Рис. 15. Схема исследования динамических характеристик дуг

янные и переменные составляющие напряжения дуги. Для измерения токов, создаваемых сварочным источником питания (ИП) и ЗГ, используются шунты R_{w1} и R_{w2} . Переменные составляющие тока и напряжения дуги подавались на двухлучевой осциллограф (ОСЦ).

Сдвиг фаз определялся по изображению, снимаемому с экрана осциллографа путем фотографирования на фотопленку. Динамические характеристики дуг $U=f(I_g)$ на экране осциллографа получали при малых синусоидальных возмущениях по току на различных частотах от 20 до 160 кГц.

Из (I.157) запишем выражения для амплитудно-частотных (АЧХ) и фазочастотных (ФЧХ) характеристик дуги при трех значениях R_d ($R_d > 0$, $R_d = 0$, $R_d < 0$):

$$Z(\omega) = \sqrt{\frac{(R_s \theta_g \omega)^2 + R_d^2}{(\theta_g \omega)^2 + 1}}, \quad (I.158)$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \arctg \frac{R_s \theta_g \omega}{R_d} - \arctg \theta_g \omega; & R_d > 0, \\ \frac{\pi}{2} - \arctg \theta_g \omega; & R_d = 0, \\ \pi - \arctg \frac{R_s \theta_g \omega}{R_d} - \arctg \theta_g \omega; & R_d < 0. \end{cases} \quad (I.159)$$

Уравнения (I.158) и (I.159) описывают изменение сопротивления дуги $Z(\omega) = \frac{U_g(\omega)}{I_g(\omega)}$ и фазовый сдвиг $\varphi(\omega)$ между напряжением и током дуги в зависимости от частоты гармонического возмущения.

Величины R_d и R_s можно определить по фотографиям статических характеристик, получаемых с экрана осциллографа при плавном изменении напряжения холостого хода источника питания. Режимы на статических характеристиках, при которых определялись АЧХ и ФЧХ свободной и сжатой аргоновых дуг, выбирались для трех условий: $R_d < 0$; $R_d \approx 0$; $R_d > 0$. Величина максимального тока, особенно для плазменной дуги, ограничивалась расплавлением анода, так как движение расплавленного металла создает сильные помехи при измерении.

Частотные характеристики сжатой дуги показаны на рис. 16. Из них может быть определена тепловая постоянная времени θ_g сжатой дуги. Для этого положим $\omega = \theta_g^{-1}$.

Подставив это условие в (I.157), получим

$$Z = \sqrt{\frac{R_s^2 + R_d^2}{2}}. \quad (I.160)$$

Определив R_d и R_s из статической вольт-амперной характеристики (ВАХ) дуги и найдя по АЧХ дуги значение дуговой частоты, соответствующее значению Z , вычисленному по уравнению (I.160), получаем величину постоянной времени дуги из равенства $\theta_g = \omega^{-1}$.

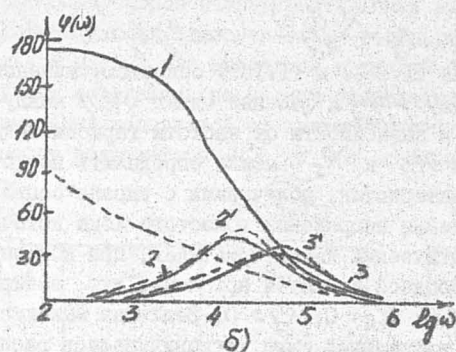
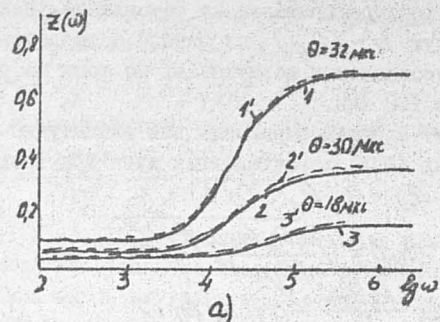
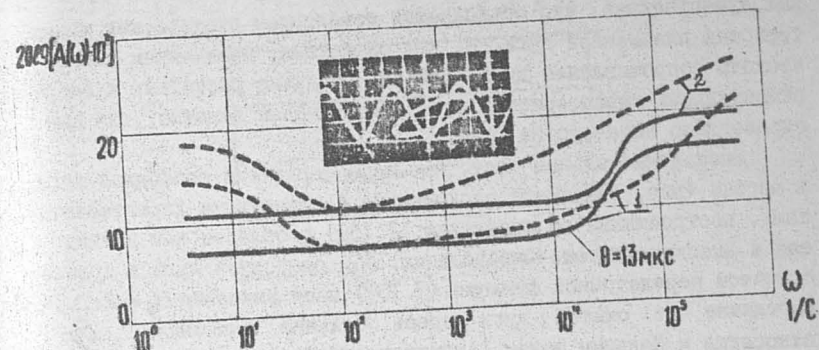


Рис. 16. Частотные характеристики сжатой дуги в аргоне:
а - амплитудно-частотная; б - фазочастотная

Частотные характеристики (см. рис. 16) позволяют проанализировать изменение параметра θ_g с изменением тока сварки и расхода плазмообразующего газа. С ростом тока дуги и расхода плазмообразующего газа постоянная времени θ_g уменьшается, в зависимости от режима она равна 15...50 мкс. При $\omega \rightarrow 0$ $Z \rightarrow R_g$, при $\omega \rightarrow \infty$ $Z \rightarrow R_s$, что качественно и количественно определяет поведение динамических характеристик дуги при изменении частоты. ФЧХ плазменной дуги совпадают с расчетными на токах выше 50 А. На малых токах различие в фазовых характери-



$$W(P) = \frac{R_s(R_s \theta P / R_s + 1)}{\theta P + 1} \cdot \frac{T_1 P + 1}{T_2 P + 1}$$

Рис. 17. Частотные характеристики свободной дуги:
а - амплитудно-частотная; б - фазочастотная

ках существеннее, что объясняется изменением статических характеристик плазменной дуги, и, как следствие, изменением динамического сопротивления дуги. Для АЧХ различие расчетных и экспериментальных характеристик проявляется менее заметно, так как справедливо неравенство $R_d < R_s$.

Экспериментальные частотные характеристики свободной дуги в аргоне (рис. 17) имеют расхождение с расчетными характеристиками, построенными по уравнению (I.159) в области как низких, так и высоких частот. Определение θ_g свободной дуги в аргоне с учетом передаточной функции (I.157) дает значения $\theta_g = 2 \dots 14$ мкс. В отличие от сжатой дуги здесь большие значения θ_g относятся к большим токам. Аппроксимация экспериментальных АЧХ (см. рис. 17) типовыми звеньями из теории автоматического регулирования (ТАР) позволяет записать следующую передаточную функцию свободной дуги:

$$W(p) = K_d \left[\frac{(T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1)} + \frac{1}{(T_3 p + 1)} \right], \quad (I.161)$$

где $T_1 = \theta_g \frac{R_s}{R_d}$, $T_2 = \theta_g$ — постоянные времени дуги [22]; T_3 — постоянная времени, характеризующая инерционность тепловых процессов в анодном пятне дуги, которая не учитывалась уравнением (I.156).

Значение T_3 определяется первой частотой излома низкочастотных асимптот АЧХ (см. рис. 17). На основании экспериментальных данных можно отметить, что величина T_3 более чем на два порядка превосходит значения постоянных времени T_1 и T_2 , характеризующих инерционность динамических процессов в столбе дуги.

Модель дуги (I.161) позволяет объяснить поведение динамических характеристик дуги $U = f(i_g)$, которые легко наблюдать на экране осциллографа при малых синусоидальных возмущениях по току на различных частотах (рис. 18). Внешние динамические характеристики как свободной, так и сжатой дуг имеют вид эллипса. С помощью частоты возмущения меняется его наклон, причем на низких и высоких частотах эллипс вырождается в прямую.

Угол наклона динамической характеристики к оси абсцисс на низких частотах (см. рис. 18а) определяется величиной динамического сопротивления, а на высоких (см. рис. 18в) — величиной статического сопротивления дуги. Наибольшую ширину эллипс имеет

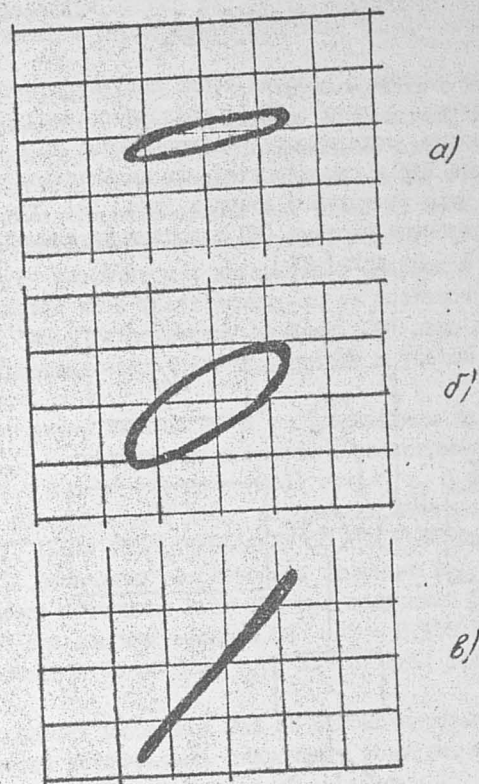


Рис. 18. Динамические характеристики аргонной дуги: а) на низких частотах изменения амплитуды тока; б) на частоте $\omega = \theta_g^{-1} \sqrt{R_d/R_s}$; в) на высокой частоте изменения амплитуды тока

на частоте, соответствующей значению $\omega = \theta_g^{-1} \sqrt{R_d/R_s}$ (см. рис. 18б). Интересно отметить, что с увеличением сварочного тока дуги на фиксированной частоте изменяется как угол наклона эллипса к оси абсцисс, так и ширина эллипса за счет значительного изменения параметров R_s , R_d и θ .

1.3.2. Математическая модель системы "источник питания - дуга" при сварке неплавящимся электродом

Линеаризованная в рабочей точке структурная схема системы "источник питания - дуга" (ИП-Д) сварочного контура с неплавящимся электродом, содержащего безинерционный ИП с нелинейной плогопадающей ВАХ и последовательную индуктивность L , реализуется в виде замкнутого контура (рис. 19), где звено I отображает ПФ питающей системы (ИП с последовательной индуктивностью), звено II - ПФ дуги [23].

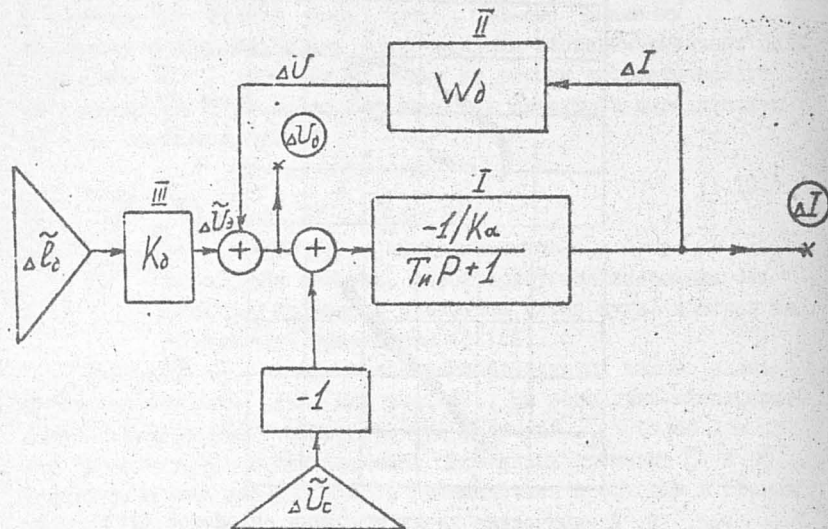


Рис. 19. Структурная схема контура "ИП-Д" без обратных связей

Модель, представленная на рис. 19, позволяет оценить устойчивость процессов в сварочном контуре с любым выбранным типом ИП, в частности, оценить влияние на устойчивость процесса горения дуги жесткости статических характеристик дуги и ИП. Для приведенной на рис. 19 модели условие устойчивости процессов в сварочном контуре при $W_d = -K_d$ (падающая ВАХ дуги) сводится к выполнению неравенства $K_y > 0$, где

$$K_y = \left(\frac{\partial U_d}{\partial I} - \frac{\partial U_n}{\partial I} \right) p, \tau$$

(I.162)

называют коэффициентом устойчивости системы "ИП-Д" без обратных связей в ИП.

В последнее время для сварки в защитных газах с W-электродом широкое применение нашли сварочные выпрямители с обратными связями, позволяющие получить универсальные стабилизированные ВАХ ИП (от жесткой до штыковой). В этом случае структура звена I существенно изменяется, так как такие ИП имеют другие статические и динамические характеристики. Условие (I.162) для них не гарантирует устойчивости процессов в сварочном контуре, так как оно является лишь необходимым, но не достаточным. Устойчивость контура "ИП-Д" с обратными связями (ОС) надо анализировать по характеристическому полиному системы с учетом полного выражения ПФ дуги.

Структурные схемы системы ИП-Д с ОС приведены на рис. 20. Здесь K_H и T_{OC} - коэффициент усиления и постоянная времени в цепи ОС. Звенья III и IV (см. рис. 20б) при $K_H > 0$ и $K_T > 0$ формируют цепь положительной ОС по напряжению и отрицательной ОС по току дуги. Такая комбинированная ОС при небольших значениях K_H и K_T позволяет сформировать штыковую ВАХ ИП. Например, для серийного источника ВСВУ-630 при получении ВАХ ИП, близкой к штыковой при комбинированной ОС $K_T = 0,109$ В/А, а в ИП с одной отрицательной ОС по току $K_T = 1,57$ В/А, т.е. примерно в 16 раз больше.

При формировании различных ВАХ ИП с комбинированными ОС важно исследовать устойчивость сварочного контура, если изменяются коэффициенты K_T и K_H .

Запишем по структурной схеме (см. рис. 20б), содержащей комбинированную ОС, характеристический полином системы "ИП-Д" при значении W_d согласно формуле (I.157):

$$K_d T_d T_{oc} p^3 + [K_d (T_d T_{oc} + T_d \theta) + R_s T_{oc} \theta] p^2 + [K_d (T_d + T_{oc} \theta) + K_T \theta + R_s T_{oc} (1 - K_H) R_s \theta] p + [K_d + K_T (1 - K_H) R_s] = 0. \quad (I.163)$$

Обозначим через a_3, a_2, a_1, a_0 коэффициенты при соответствующих степенях p и получим характеристическое уравнение системы "ИП-Д"

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0. \quad (I.164)$$

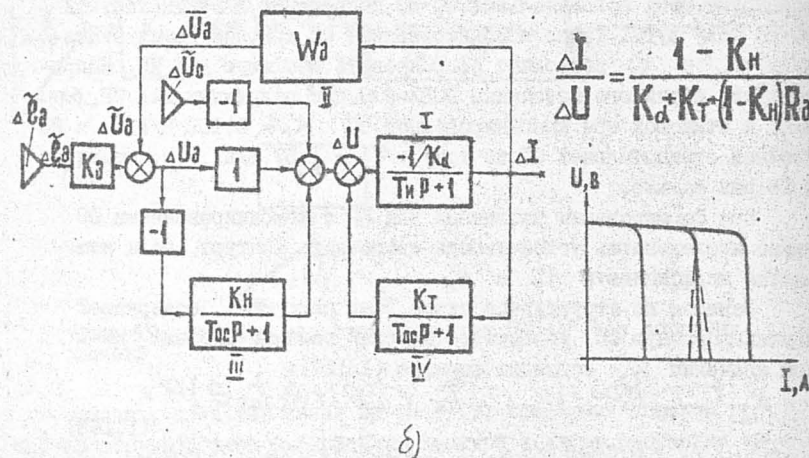
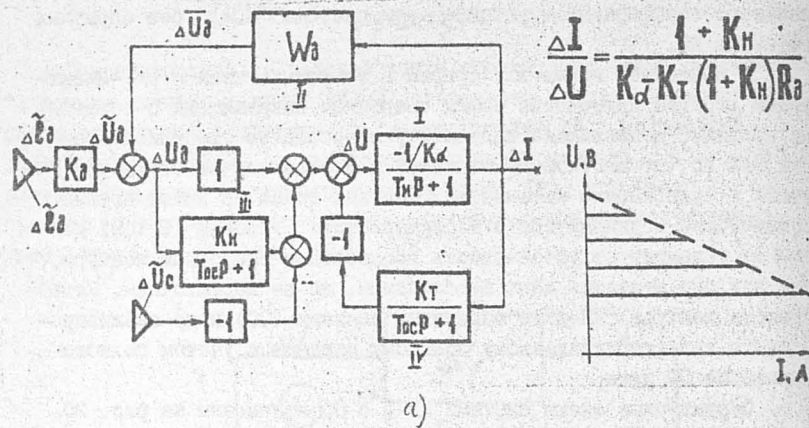


Рис. 20. Структурная схема контура "ИП-Д" с обратными связями: а) отрицательной по напряжению дуги и положительной по току; б) положительной по напряжению дуги и отрицательной по току

Для исследования влияния коэффициентов K_T и K_H на устойчивость системы "ИП-Д" проведем Д-разбиение плоскости коэффициентов K_T и K_H . Д-разбиение в плоскости коэффициентов по уравнению (I.163), от которого они зависят, представляет собой совокупность кривых, разбивающих плоскость на области с определенным распределением корней характеристического уравнения. Область, соответствующая значениям параметров, при которых корни характеристического уравнения отрицательны или имеют отрицательную вещественную часть в комплексно-сопряженных корнях, будет являться областью устойчивости.

Обозначим $K_H = \mu$, $K_T = \sigma$. Подставляя в уравнение (I.163) $p = j\omega$ и отделяя действительную и мнимую части, получим

$$\left. \begin{aligned} V(\omega) &= \mu S_1(\omega) + \sigma Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0 \\ V(\omega) &= \mu S_2(\omega) + \sigma Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (I.165)$$

где $V(\omega)$ — вещественная часть характеристического полинома (I.163) при $p = j\omega$;

$V(\omega)$ — мнимая часть характеристического полинома (I.163) при $p = j\omega$;

$$S_1(\omega) = -R_d; \quad Q_1(\omega) = 1; \quad R_1(\omega) = -[R_d(T_u T_{oc} + T_u \theta + T_{oc} \theta) + R_s T_{oc} \theta] \omega^2 + K_d + R_d; \quad S_2(\omega) = \theta \cdot R \omega; \quad Q_2(\omega) = \theta \omega; \quad (I.166)$$

$$R_2(\omega) = -K_d T_u T_{oc} \theta \omega^3 + [K_d(T_u + T_{oc} \theta) + R_d T_{oc} + R_s \theta] \omega.$$

Вычисляя соответствующие определители системы (I.165) находим μ и σ :

$$\Delta = S_1 Q_2 - Q_2 S_2; \quad \Delta_1 = -R_1 Q_2 + R_2 Q_1; \quad \Delta_2 = -S_2 R_2 + S_2 R_1,$$

$$\mu = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\theta \omega^2 [K_d \theta (T_u + T_{oc}) + R_s T_{oc} \theta] + K_d (T_u + T_{oc}) + R_d T_{oc} + R_s \theta \cdot R \theta}{\theta (R_s - R_d)} \quad (I.167)$$

$$\sigma = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\theta \omega^2 [R_s [K_d (T_u T_{oc} + T_u \theta + T_{oc} \theta) + R_s T_{oc} \theta] - R_d K_d T_u T_{oc}] + R_d [K_d (T_u + T_{oc} \theta)]}{\theta (R_s - R_d)}$$

что представляет собой параметрическое относительно ω уравнение прямой в плоскости K_H и K_T , определяющее одну из границ области устойчивости.

Из условия положительности коэффициентов характеристического уравнения (I.163) по критерию Гурвица получим дополнительные границы области устойчивости. Из условия $\alpha_0 = 0$

$$\sigma^* = \mu R_d - (K_d + R_d). \quad (I.168)$$

Приравнявая нулю коэффициент α_1 , получим еще одну границу области устойчивости системы "ИП-Д"

$$\delta = \mu R_S - \frac{K_\alpha (T_u + T_{oc} \theta) + R_d T_{oc} + R_S \theta}{\theta} \quad (I.169)$$

Дополнительное условие устойчивости для полинома третьего порядка согласно критерию Гурвица записывается так: $\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3 \alpha_0 > 0$. Использование его дает следующее уравнение границы устойчивости в плоскости параметров K_T и K_H :

$$\delta = \mu \frac{R_S \alpha - R_d K_\alpha T_u T_{oc}}{\beta} - \left\{ \beta [K_\alpha (T_u + T_{oc} \theta) + R_d T_{oc} + R_S \theta] \right\} / \beta \theta, \quad (I.170)$$

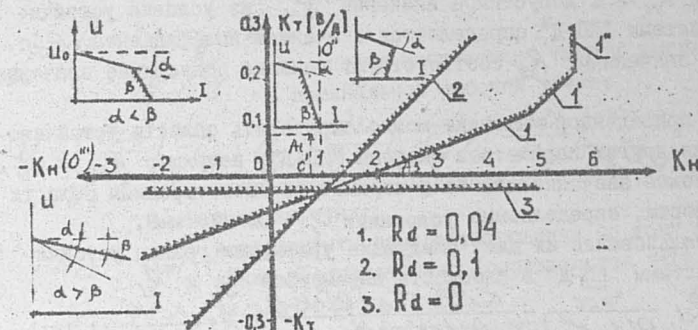
где

$$\alpha = K_\alpha (T_u T_{oc} + T_u \theta + T_{oc} \theta) + R_S T_{oc} \theta;$$

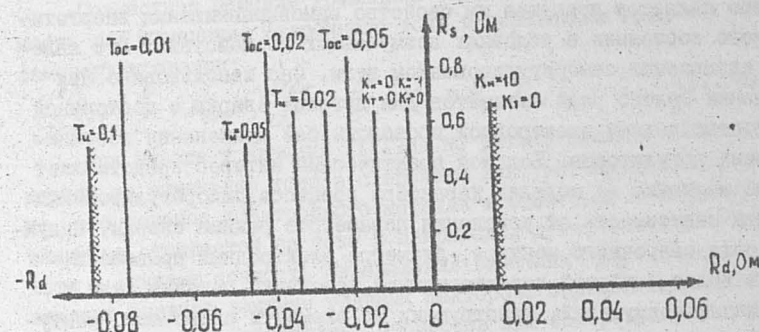
$$\beta = K_\alpha (T_u + T_{oc} \theta) \theta + R_S T_{oc} \theta.$$

Полученная совокупность границ (I.167)...(I.170) определяет на плоскости параметров K_T и K_H границы области устойчивости. Зная эти границы, можно легко решить вопрос об устойчивости системы "ИП-Д" при различных коэффициентах ОС в ИП. На рис. 21 приведена картина Д-разбиений в плоскости параметров K_T и K_H системы "ИП-Д" с ОС при следующих исходных параметрах: $T_u = 0,012$ с, $T_{oc} = 0,05$ с, $\theta = 2 \cdot 10^{-5}$ с, $K_\alpha = 0,28$ В/А, $R_S = 0,15$ В/А, $R_d = 0,04$ В/А. Эти данные взяты при экспериментальном обследовании сварочного контура, содержащего управляемый сварочный выпрямитель ВСВУ-630, плазменную дугу при токе 190 А и расходе Q плазмообразующего газа 0,055 г/с.

Область устойчивости для этого случая формируется ломаной I-I'-I''-I''' с двойной штриховкой, направленной внутрь области. Уменьшение постоянной времени цепи обратной связи T_{oc} , увеличение T_u и K_α смещает прямые I-I''' влево. Влияние параметра R_d показано на рис. 21 прямыми 1...3. При уменьшении R_d и постоянном K_α прямая I поворачивается по часовой стрелке вокруг точки с коэффициентами $(K_\alpha; 1)$, расширяя область устойчивости для крутопадающей ВАХ ИП и сужая область устойчивости для жестких ВАХ ИП. Форма последних приведена на рис. 21а при соответствующих значениях коэффициентов K_H и K_T . Линия O'O'' ($K_H = 1$) разделяет крутопадающие ВАХ ИП с положительным и отрицательным наклоном. Во втором квадранте $K_T > 0$,



а)



б)

Рис. 21. Области устойчивости контура ИП-Д с отрицательными связями: а) в плоскости параметров K_T , K_H ; б) в плоскости параметров R_S , R_d

$K_H < 0$ формируются пологопадающие ВАХ ИП. Точка O ($K_T = 0$, $K_H = 0$) соответствует естественной ВАХ ИП без обратных связей. На линии OO''' ($K_T = 0$) в третьем квадранте формируются жесткие ВАХ ИП с наклоном, меньшим, чем наклон естественной ВАХ ИП.

При $K_H > 1$ допустимое значение K_H из условия устойчивости системы "ИП-Д" определяется значением коэффициента R_d . Меньшим значениям R_d соответствуют большие допустимые значения K_H .

По приведенной методике можно определить области устойчивости и для других параметров системы "ИП-Д", например R_S и R_U . Практическое значение для этих параметров имеют границы области устойчивости, определяемые условиями $\alpha_1 = 0$, $\alpha_0 = 0$.

Использование их дает следующие уравнения границ устойчивости системы "ИП-Д" в плоскости параметров R_S и R_U :

$$R_S = -R_d \frac{T_{oc}}{\theta(1-K_H)} - \frac{K_H(T_u + T_{oc} + \theta) + K_T\theta}{\theta(1-K_H)K_H}, R_U = \frac{K + K_T}{1-K_H} \quad (I.171)$$

1.3.3. Математическая модель системы "источник питания = дуга" при сварке плавящимся электродом

Особенностью электрических дуг при сварке плавящимся электродом является присущее им свойство самовыравнивания энергетического состояния в условиях возмущающих воздействий. Это явление называется саморегулированием дуги. Оно использовано при создании целого ряда автоматов для дуговой сварки с постоянной скоростью подачи электродной проволоки без применения дополнительных регуляторов. Большой практический интерес представляет собой изучение на моделях характера процесса саморегулирования дуги в зависимости от изменения параметров режима сварки, индуктивности сварочного контура, диаметра электродной проволоки, формы вольт-амперной характеристики источника питания дуги и различных возмущений, действующих на элементы сварочного контура. Результаты моделирования позволяют найти оптимальные параметры процесса сварки и сварочного оборудования, обеспечивающие на практике получение качественного сварного соединения.

Исходными уравнениями, с помощью которых в первом приближении можно описать процессы саморегулирования дуги в сварочном контуре с плавящимся электродом, являются [23], [24]

$$a) \quad L \frac{di_g}{dt} = U_u - U_g;$$

$$b) \quad \frac{dU_g}{dt} = V_g,$$

(I.172)

в) $V_g = K_{CT} i_g - K_{CH} U_g$,
где U_g , i_g , U_g - отклонения напряжения, тока и длины дуги в номинальной рабочей точке;

$$U_u \approx \left(\frac{\partial U_u}{\partial I_g} \right)_{I_{g0}} i_g; U_g \approx \left(\frac{\partial U_g}{\partial I_g} \right)_{I_{g0}} i_g + \left(\frac{\partial U_g}{\partial L_g} \right)_{I_{g0}} L_g;$$

V_g - отклонение скорости плавления электрода от установившегося значения;

K_{CT} , K_{CH} - коэффициенты саморегулирования по току и напряжению соответственно (определяются экспериментально) [23];

L - индуктивность сварочного контура.

Обозначим $R_g = \left(\frac{\partial U_g}{\partial I_g} \right)_{I_{g0}}$ и $R_u = \left(\frac{\partial U_u}{\partial I_g} \right)_{I_{g0}}$,

$R = R_g - R_u$; $E = \frac{\partial U_g}{\partial L_g}$ - градиент напряженности электрического поля в столбе дуги.

Совместное решение уравнений (I.172) дает следующую зависимость для изменения сварочного тока в переходном процессе при саморегулировании:

$$\frac{d^2 i_g}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + K_{CH} E \right) \frac{di_g}{dt} + \frac{E}{L} (K_{CT} - K_{CH} R_u) i_g = 0. \quad (I.173)$$

При выводе уравнения (I.173) не учтено влияние вылета электрода на изменение тока в сварочном контуре. Предположено также, что перенос электродного металла с электрода в сварочную ванну не отражается на токе и напряжении дуги. Такие допущения хотя и снижают точность определения величины U_g , однако позволяют выявить влияние главных факторов, определяющих устойчивость и характер переходных процессов при саморегулировании дуги с плавящимся электродом.

Устойчивость системы, описываемой уравнением (I.173), согласно критерию Гурвица определяется условиями

$$\frac{R}{L} + K_{CH} E > 0; \quad \frac{E}{L} (K_{CT} - K_{CH} R_u) > 0. \quad (I.174)$$

Коэффициенты $K_{CT} > 0$ и $K_{CH} > 0$, напряженность поля в столбе дуги E и индуктивность L - величины положительные,

а $K_{CH} R_L \ll K_{CT}$, поэтому второе из условий (I.174) всегда выполняется. Первое в случае неплавящегося электрода ($K_{CH} = 0$) выполняется при $R > 0$, т.е. при

$$\left(\frac{\partial U_g}{\partial I_g} - \frac{\partial U_L}{\partial I_g} \right)_{I_{gc}} > 0. \quad (I.175)$$

Для плавящегося электрода ($K_{CH} > 0$) условие устойчивости определяется неравенством

$$R > -K_{CH} E L. \quad (I.176)$$

Поскольку всегда произведение $K_{CH} E L > 0$, в случае сварки плавящимся электродом устойчивость возможна при отрицательных значениях R в пределах, заданных условием (I.176). Однако произведение $K_{CH} E L$ мало отличается от нуля, поэтому условие устойчивости процесса сварки плавящимся электродом практически совпадает с условием (I.175) устойчивости горения дуги при сварке неплавящимся электродом.

Для устранения опасности обрыва дуги наиболее предпочтителен аperiodический переходный процесс по току в сварочном контуре. Из решения уравнения (I.173) условие аperiodического переходного процесса в сварочном контуре можно записать в виде

$$\frac{1}{4} \left(\frac{R}{L} + K_{CH} E \right)^2 > (K_{CT} - K_{CH} R_L) \frac{E}{L}. \quad (I.177)$$

Условие (I.177) можно использовать для выбора требуемой индуктивности L в сварочном контуре. Так, при сварке под флюсом электродной проволокой диаметром 2 и 5 мм при $R_g \approx 0$, $R_L \approx 0,04$ Ом и $E = 3000$ В/м могут быть рекомендованы значения индуктивности $L \leq 0,45$ мГн и $L < 4,3$ мГн соответственно.

Индуктивность L , замедляя изменения тока в сварочной цепи, делает процесс саморегулирования более инерционным. Постоянные времени процесса саморегулирования равны $T_1 = 1/P_1$ и $T_2 = 1/P_2$, где P_1 и P_2 — корни характеристического уравнения (I.173), определяемые по формуле

$$P_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} + K_{CH} E \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{R}{L} + K_{CH} E \right)^2 - (K_{CT} - K_{CH} R_L) \frac{E}{L}}. \quad (I.178)$$

Согласно (I.177) большая постоянная времени T_1 растет с ростом L . Поэтому, если перенос электродного металла происходит без коротких замыканий дугового промежутка, для сокращения времени переходных процессов при саморегулировании индук-

тивность L сварочной цепи необходимо ограничивать.

По формуле (I.178) можно оценить влияние на интенсивность процесса саморегулирования коэффициента K_{CT} . При $K_{CH} R_L \ll K_{CT}$ возможна следующая запись для коэффициента K_{CT} [24]:

$$K_{CT} = \frac{\sigma \cdot R_n}{\gamma \cdot d_g^2}, \quad (I.179)$$

где $\sigma = \frac{4}{3,6T} \frac{R_n}{R_n}$ — коэффициент пропорциональности; R_n — коэффициент плавления, г/(А·ч); γ — плотность металла, кг/м³; d_g — диаметр электрода, мм.

Анализ (I.179) позволяет сделать вывод о том, что коэффициент саморегулирования по току K_{CT} растет с уменьшением диаметра d_g электродной проволоки. В свою очередь, согласно выражению (I.178), с ростом K_{CT} постоянная времени T_1 уменьшается. Из сказанного следует вывод о том, что для сокращения времени переходного процесса $t_p \approx 3T_1$ при саморегулировании дуги необходимо стремиться к применению электродных проволок малого диаметра.

На эффективность процесса саморегулирования дуги существенное влияние оказывает и форма вольт-амперной характеристики источника питания. С большим быстрым действием колебания длины дуги будут отрабатываться при жестких вольт-амперных характеристиках источника питания, так как при этом в формуле (I.178) будет возрастать параметр $R = R_g - R_L$ (R_L уменьшается при переходе от крутопадающих вольт-амперных характеристик источника к жестким), и как следствие возрастать параметр P_1 , а постоянная времени процесса $T_1 = -\frac{1}{P_1}$ уменьшаться.

При сварке на переменном токе такой способ интенсификации процесса саморегулирования не может быть использован в полной мере. Напряжение холостого хода сварочного трансформатора выбирается из условия надежного повторного возбуждения дуги и не может быть произвольно снижено. Чтобы удовлетворить требованию надежного зажигания дуги при сварке на переменном токе и обеспечить эффективный процесс саморегулирования, надо построить в источнике питания комбинированную вольт-амперную характеристику источника (рис. 22). На рисунке рабочим участком при горении дуги является жесткий участок а-б, формируемый в источнике питания с помощью нелинейной отрицательной обратной связи по напряжению. Участок $U_{xx} - \alpha$ обеспечивает надежное зажигание дуги

при ее обрыве, так как U_{xx} значительно превышает напряжение горения дуги. Участок $\sigma - I_{кз}$ используется для ограничения в источнике питания тока короткого замыкания.

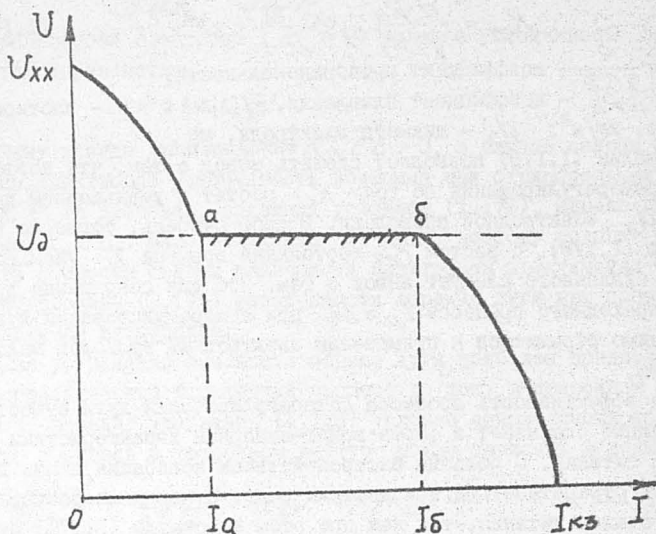


Рис. 22. Комбинированная ВАХ источника питания для сварки плавящимся электродом

На процессы саморегулирования в дуге существенное влияние оказывает и величина вылета электрода, особенно при сварке на малых диаметрах электродной проволоки. На рис. 23 приведена структурная схема контура "ИП-Д" с плавящимся электродом. Схема позволяет оценить влияние возмущений по длине дуги ΔL_d , величине вылета ΔL_e , скорости подачи $\Delta \dot{V}_n$, напряжению сети ΔU_c на изменение тока ΔI_d и напряжения ΔU_d в сварочном контуре. Математический и физический смысл звеньев структурной схемы следующий:

звено I - безынерционное звено с коэффициентом передачи

K_d (градиент столба дуги), В/м;

звено II - апериодическое первого порядка, описывающее электрические процессы в силовом контуре источника питания,

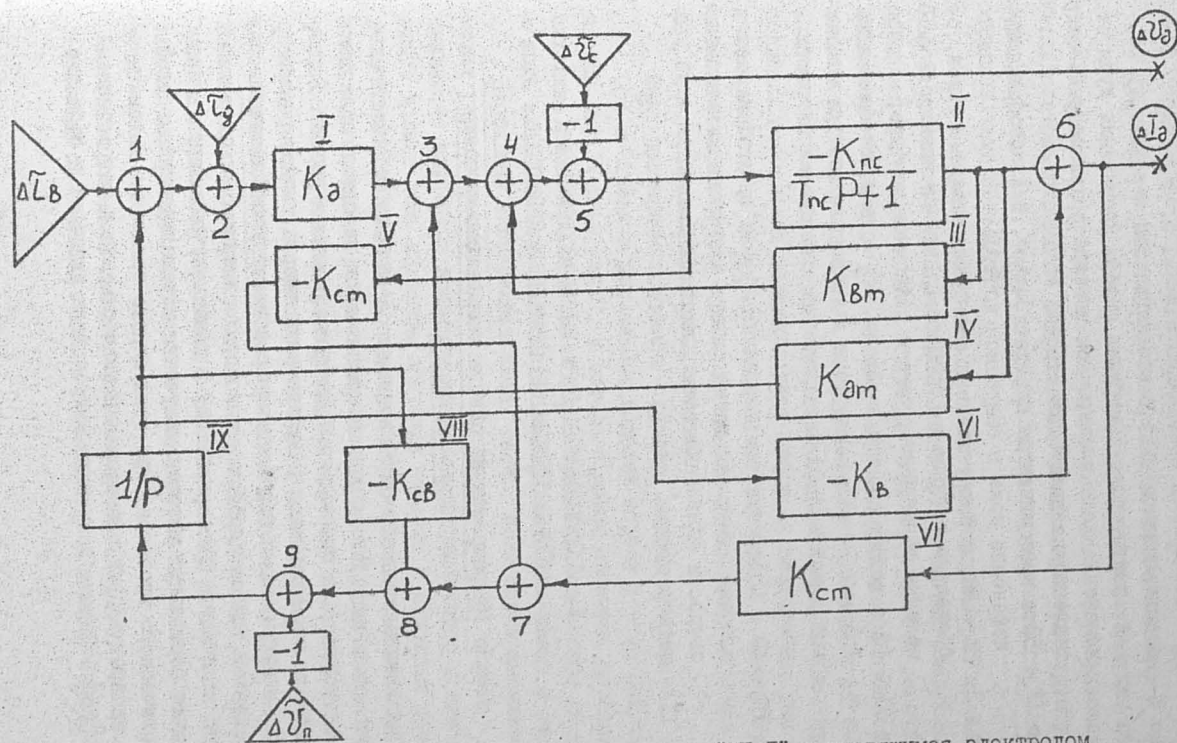


Рис. 23. Структурная схема контура "III-D" с плавящимся электродом

- $K_{\text{лс}}$ - коэффициент передачи, А/В;
 $T_{\text{лс}}$ - постоянная времени источника, с;
- звено III - безынерционное (БЗ) с коэффициентом передачи $K_{\text{дг}}$, В/А, учитывающее изменение общего напряжения дуги от изменения тока в сварочном контуре при изменении сопротивления на вылете электрода;
- звено IV - БЗ с коэффициентом передачи $K_{\text{дг}}$, В/А, отображающее изменение тока в сварочном контуре;
- звенья V, VI - БЗ, формирующие в схеме функциональные связи, отображающие влияние на процесс плавления электрода изменения напряжения, тока в сварочном контуре;
- звено VI - БЗ с коэффициентом передачи $K_{\text{в}}$, А/м, отображающее влияние на изменение тока в сварочном контуре, изменения длины вылета электрода при отклонении скорости плавления на торце электрода;
- звено VII - БЗ с коэффициентом передачи $K_{\text{св}}$, с⁻¹, отображающее влияние изменения длины вылета электрода на изменение скорости плавления электродной проволоки;
- звено IX - интегрирующее.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМАЛЬНЫХ МАКРОМОДЕЛЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СВАРОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Макромодели на основе теории планирования эксперимента

При количественной оценке параметров сложных технологических процессов часто объем данных оказывается недостаточным для математического его описания на детерминированном уровне. Например, расчеты размеров швов по уравнениям теории теплопередачи при сварке неприемлемы без введения соответствующих эмпирических коэффициентов, точное определение которых связано с проведением большого количества экспериментов. В таких случаях перспективно применение формальных методов получения математических моделей технологического процесса. При этом широко применяют математический аппарат теории планирования эксперимента и регрессионный анализ [25]. Задача получения макромодели включает в себя две

важнейшие подзадачи:

- 1) определение структуры модели,
- 2) определение численных значений параметров модели.

Под структурой модели понимают вид ее математических соотношений. Задача определения структуры модели не формализована. Исследователь стремится выбрать максимально простую структуру, которую усложняют, только если проверка на адекватность дала отрицательный результат.

Задача определения численных значений параметров модели обычно решается формальными методами. Она ставится следующим образом: при определенной структуре модели требуется рассчитать внутренние параметры так, чтобы в заданном диапазоне изменения внешних параметров отличия выходных параметров модели от выходных параметров объекта были минимальными. Следовательно, при создании формальных моделей нужно ответить на вопросы: как задавать диапазоны изменения внешних параметров, по какому критерию оценивать степень адекватности модели и объекта, каким должен быть алгоритм построения модели?

Ниже постараемся коротко ответить на эти вопросы.

При построении формальных моделей объект обычно рассматривается как "черный ящик", у которого можно измерить входные и выходные параметры. Данные о параметрах объекта обычно получают в ходе эксперимента. Различают эксперименты пассивные и активные.

Пассивный эксперимент имеет место, если экспериментатор не может управлять значениями входных параметров (факторами) и они принимают случайные значения. Тогда экспериментатор в каждом опыте должен лишь измерить значения входных и выходных параметров. После проведения N опытов полученная информация обрабатывается по правилам регрессионного анализа. В результате получают регрессионную модель, связывающую входные и выходные параметры объекта адекватной реальному процессу зависимости.

Активный эксперимент предполагает целенаправленное изменение экспериментатором входных переменных объекта, контроль выходных параметров объекта и обработку на ЭВМ всего массива данных по алгоритмам, изложенным в теории планирования экспериментов.

Планированием эксперимента называют процедуру выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для ре-

шения поставленной задачи с требуемой точностью.

При этом находят функцию отклика $F(x)$, аппроксимирующую истинную зависимость между Y и X , где Y, X - соответственно векторы выходных и входных переменных объекта.

Обычно эта зависимость представляется в виде полинома, причем чаще всего в нем учитываются только линейные члены,

$$Y = AX + B, \quad (2.1)$$

где A - матрица; B - базовый вектор. Иногда дополнительно к линейным членам присоединяют члены, характеризующие взаимодействия между входными факторами, а именно члены вида $a_{ij} x_i x_j \dots$, где x_i, x_j, x_m - входные факторы, являющиеся элементами вектора X .

Чем выше размерность вектора X , тем выше порядок рассчитываемых матриц A и B , тем больше количество опытов, которые нужно выполнить. Точность модели обычно повышается с ростом степени полинома (2.1). Но при этом растет число опытов и машинное время для расчета параметров модели. Поэтому обычно сначала стремятся ограничиться линейной моделью, если она адекватна. Если линейная модель неадекватна, то нужно проверить адекватность квадратичной модели без членов с x_i^2 , но с членами, в которых фигурируют парные взаимодействия разных факторов - $x_i x_j$. Если полученная модель будет адекватной, то при организации плана эксперимента достаточно для каждого фактора иметь лишь два уровня, т.е. два фиксированных значения.

План эксперимента задают матрицей планирования. Ею называют таблицу, содержащую информацию о количестве и условиях проведения опытов. Строки матрицы соответствуют очередным опытам, а столбцы - очередным факторам (например, табл. 1).

Таблица 1

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+ I	- I	- I	- I
2	+ I	+ I	+ I	- I
3	+ I	- I	+ I	+ I
4	+ I	+ I	- I	+ I

Если элемент $\mathcal{Z}_{ij}$ матрицы планирования равен + I, то в i -м опыте j -й фактор находится на верхнем уровне. Если $\mathcal{Z}_{ij}$ равен - I, то он находится на нижнем уровне.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания двух уровней разных факторов, называют полным факторным экспериментом типа 2^K , где 2 - число уровней; K - количество факторов. Если (2.1) содержит члены x_i^2 или члены с более высокими степенями факторов, то варьирование факторов должно осуществляться по крайней мере на трех уровнях. Третий уровень соответствует центру области варьирования факторов x_i и после нормирования равен нулю. При этом в матрице планирования увеличивается число строк на $2K$.

Наиболее важным свойством матриц полного факторного эксперимента является свойство ортогональности, заключающееся в ортогональности любых двух вектор-столбцов матрицы планирования, т.е. $\sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ij} \mathcal{Z}_{il} = 0$ при $j \neq l$.

Среди других свойств матриц можно отметить свойство симметричности относительно центра планирования, выражающееся в равенстве нулю суммы элементов любого столбца, т.е. $\sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ij} = 0$.

Если в модели (2.1) имеется ρ коэффициентов и $\rho < 2^K$, то полный факторный эксперимент дает избыточную информацию. Следовательно, при $\rho < 2^K$ появляется возможность уменьшить количество опытов. Поэтому наряду с полным факторным экспериментом применяют дробные реплики: полуреплики (1/2-реплики) - эксперименты, в которых количество опытов уменьшено вдвое; 1/4-реплики - количество опытов сокращено в четыре раза; 1/8-реплики и т.д. В частности, в табл. 1 был приведен пример матрицы планирования для полуреплики, так как для трех факторов полный факторный эксперимент должен содержать $2^3 = 8$ опытов.

Столбец x_0 соответствует коэффициенту a_0 - постоянному члену в (2.1). Постоянный член a_0 можно рассматривать как коэффициент при факторе x_0 , всегда равном + I.

Из полуреплики матрицы планирования можно оценить только четыре коэффициента уравнения регрессии при трех факторах:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3. \quad (2.2)$$

Из полной реплики, план эксперимента которой представлен в табл. 2, можно оценить все восемь коэффициентов уравнения регрессии:

Таблица 2

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$
1	+I	-I	-I	-I	+I	+I	+I	-I
2	+I	+I	-I	-I	-I	-I	+I	+I
3	+I	-I	+I	-I	-I	+I	-I	+I
4	+I	+I	+I	-I	+I	-I	-I	-I
5	+I	-I	-I	+I	+I	-I	-I	+I
6	+I	+I	-I	+I	-I	+I	-I	-I
7	+I	-I	+I	+I	-I	-I	+I	-I
8	+I	+I	+I	+I	+I	+I	+I	+I

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_1 x_2 + a_5 a_1 x_3 + a_6 x_2 x_3 + a_7 x_1 x_2 x_3 \quad (2.3)$$

Заметим, что матрица планирования (см. табл. 2) удовлетворяет по всем столбцам условию ортогональности и условию симметричности.

Рассмотренные выше модели были получены без учета возможного разброса внутренних параметров объекта. Макро моделирование без учета разброса параметров называют детерминированным. Модели, полученные с учетом разброса параметров, называют статистическими. При эксперименте для получения статистической макро модели нужно использовать случайные значения внутренних параметров полной математической модели. При этом коэффициенты макро модели a_j также становятся случайными величинами. Количество опытов при получении статистической модели приходится увеличивать, так как статистическая модель содержит информацию не только о средних значениях коэффициентов a_j , но и о их дисперсиях. Полученная макро модель корректна при выполнении следующих условий: 1) выходные параметры y - случайные величины, распределенные по нормальному закону. Если это условие не выполняется, то многие из оценок, например адекватности модели, оказываются не соответствующими действительности; 2) дисперсии выходных параметров однородны, т.е. не зависят от значений выходных параметров.

Матрица планирования статистической макро модели составляется так же, как и при получении детерминированных макро моделей, но каждой строке матрицы здесь соответствует не один, а несколько опытов, называемых параллельными и различающихся случайными значениями внутренних параметров полной модели. Если количество параллельных опытов в каждой строке одинаково и равно n , то дисперсия выходного параметра y - дисперсия воспроизводимости

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n (y_{ik} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)}, \quad (2.3')$$

где $\bar{y}_i$ - математическое ожидание выходного параметра для i -й строки матрицы; N - число строк; y_{ik} - k -е измерение выходного параметра в i -й строке.

Величину S_y^2 используют для подсчета дисперсий оценок коэффициентов регрессии a_j , фигурирующих в (2.3); дисперсии принимаются одинаковыми:

$$S_j^2 = \frac{S_y^2}{N}.$$

Проверка адекватности математической модели может быть выполнена по критерию Фишера

$$F = \frac{S_{ог}}{S_y}, \quad (2.4)$$

где $S_{ог}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{N-P}$ - дисперсия адекватности;

$\bar{y}_i$ - значение выходного параметра реального объекта в i -м опыте;

$\bar{y}_i$ - значение выходного параметра, предсказанное по макро модели в i -м опыте;

P - количество коэффициентов в макро модели.

Расчетное значение критерия F , вычисленное по (2.4), сравнивается с табличным и, если оно не превышает его, гипотеза об адекватности принимается.

Приведем пример использования формальной макро модели для исследования и оптимизации процесса сварки тонколистовых алюминиевых сплавов.

Проблемой технологии сварки тонколистового алюминия в виде торцевых соединений является получение плотного шва по пери-

метру стыка. При использовании аргонодуговой сварки неплавящимся электродом основной причиной нарушения герметичности шва является плохо разрушаемая тугоплавкая гигроскопичная оксидная пленка. Она может составлять от 60 до 80% высоты шва. Она приводит к несплошностям металла шва и, следовательно, к нарушению герметичности соединения, выполненного сваркой. Интенсивность разрушения пленки можно повысить путем изменения характера ввода тепловой энергии в металл и увеличением ее плотности. Так, применение сварки пульсирующей (импульсной) дугой неплавящимся электродом позволяет уменьшить глубину оксидной пленки до 25... 30% высоты шва.

В современном машиностроении при изготовлении конструкций из алюминиевых сплавов наибольшее применение получили автоматическая и ручная аргонодуговая сварка неплавящимся электродом. Для повышения эффективности предложено накладывать на дугу мощные кратковременные (длительностью в несколько миллисекунд) импульсы тока, которые позволяют увеличить интенсивность разрушения оксидной пленки и получить дезориентированную структуру металла шва, что заметно повышает герметичность сварного соединения. Импульсы накладываются на дугу от дополнительного источника питания, подключенного параллельно основному источнику питания переменного тока. Момент наложения импульсов выбирается в период положительной полуволны синусоиды сварочного тока (прямая полярность), чтобы исключить нежелательный процесс разрушения электрода от высокой динамической нагрузки.

Процесс сварки с наложением на дугу кратковременных импульсов тока характеризуется значительно большим количеством параметров режима. Поэтому для получения большего эффекта необходимо оптимизировать режим с учетом возможности получения дезориентированной структуры металла шва. Влияние параметров процесса на качество сварного соединения и выбор оптимальных режимов не сложно исследовать с помощью многофакторного планирования эксперимента. Регрессионная модель в примере получена по 1/4-реплики для автоматической сварки и 1/2-реплики для ручной сварки. Заданные факторы: ток в импульсе I ; время импульса t_n и паузы t_n между импульсами или пачками импульсов; число импульсов n в пачке (рис. 24); а при автоматической сварке — и скорость сварки $v_{св}$. Интервалы варьирования факторов при ручной и автоматической сварке приведены в табл. 3 и 4.

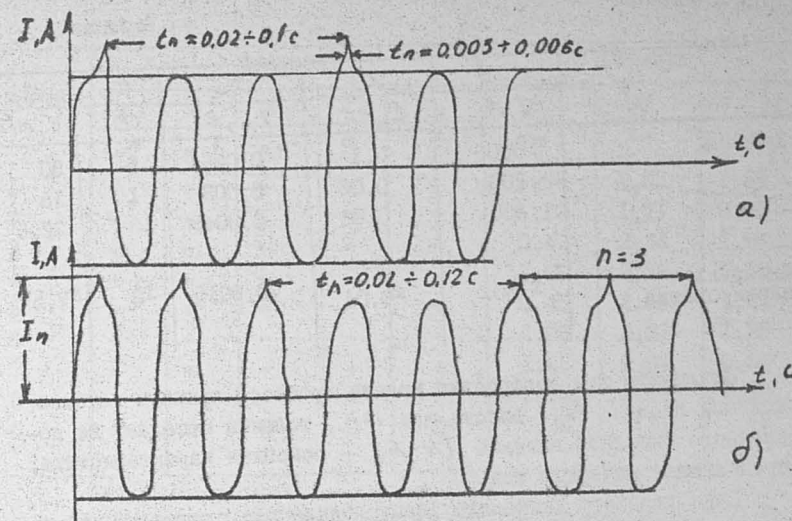


Рис. 24. Схема наложения импульсов тока на дугу: а-единичных; б-пачками

Таблица 3

	x_1	x_2	x_3	x_4
	I, A	t_n, c	t_n, c	n
Уровень	400	0,1	0,006	5
	200	0,002	0,003	1
	300	0,06	0,0045	3
Интервал варьирования	± 100	$\pm 0,04$	$\pm 0,0015$	± 2

Таблица 4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	I, A	t_u, c	t_n, c	n	$v, м/с$
Уровень	300	0,1	0,006	5	30
	200	0,02	0,003	1	15
	250	0,06	0,0045	3	22,5
Интервал варьирования	± 50	$\pm 0,04$	$\pm 0,0015$	± 2	$\pm 7,5$

Откликами при построении модели процесса приняты глубина оксидной пленки h , высота шва H , толщина металла, не пораженного оксидной пленкой $(H-h)$ - основная характеристика, определяющая качество шва.

План дробного активного эксперимента для случая ручной и автоматической сварки представлен в табл. 5 и 6.

Таблица 5

№ опыта	Факторы				Отклики		
	x_1	x_2	x_3	x_4	$h, мм$	$H, мм$	$(H-h), мм$
	I, A	t_u, c	t_n, c	n			
1	+	+	+	+	0,85	2,20	1,35
2	-	+	+	-	1,46	2,03	0,54
3	+	-	+	-	0,72	2,17	1,49
4	-	-	+	+	1,56	2,37	0,82
5	+	+	-	-	0,96	2,27	1,25
6	-	+	-	+	0,94	1,42	0,47
7	+	-	-	+	1,16	1,59	0,43
8	-	-	-	-	1,20	2,05	0,85
0	0	0	0	0	0,75	2,38	1,62

Таблица 6

№ опыта	Факторы					Отклики		
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	h	H	$(H-h)$
	I, A	t_u, c	t_n, c	n	$v, м/с$	мм	мм	мм
1	+	+	+	+	+	0,93	2,65	1,56
2	-	+	+	-	+	1,12	1,71	0,60
3	+	-	+	-	-	0,40	2,34	1,94
4	-	-	+	+	-	1,06	2,38	1,32
5	+	+	-	-	-	0,45	2,86	1,23
6	+	-	-	-	-	1,08	2,32	1,25
7	-	+	-	+	+	1,12	2,09	0,96
8	-	-	-	-	-	1,10	2,25	1,15
0	0	0	0	0	0	0,46	2,21	1,75

По таблицам 5 и 6 легко могут быть вычислены коэффициенты регрессии, доверительные интервалы и проверена адекватность уравнений.

Рабочее уравнение для ручной сварки имеет вид

$$y_{(H-h)} = 1,31 + 0,25x_1 - 0,17x_2 + 0,1x_3 + 0,7x_4x_2 + 0,151x_3 - 0,11x_1x_4 + 0,15x_2x_4;$$

для автоматической сварки

$$y_{(H-h)} = 1,33 + 0,27x_1 - 0,14x_2 + 0,083x_3 - 0,13x_5 + 0,09x_1x_2 + 0,13x_1x_3 - 0,13x_1x_4.$$

Видно, что качество сварного шва улучшается с увеличением амплитудного значения тока сварки I , длительности импульса t_u и уменьшением длительности паузы t_n , числа импульсов n ; при автоматической сварке - с уменьшением скорости v .

Из всех параметров режима наибольшее влияние на процесс сварки оказывает амплитудный ток импульса I_u . Если он выше основного уровня, то длительность паузы, в отличие от длительности импульса и числа импульсов в пачке, несущественно влияет на глубину оксидной пленки. Так, если длительность паузы больше 0,06 с, то глубина оксидной пленки увеличивается незначительно.

При максимальных значениях тока в импульсе и неизменных других параметрах она не превышает 22...25 % высоты шва. Эксперимент позволяет установить, что длительность паузы 0,06...0,08 с является одним из необходимых условий формирования дезориентированной структуры металла шва при сварке алюминиевых сплавов. Из этого следует, что область оптимальных режимов с учетом получения дезориентированной структуры металла шва сдвигается в сторону больших значений длительности паузы. В этом случае формируется дезориентированная структура металла, при которой гарантирована вакуумная плотность металла шва.

2.2. Макромодели на основе метода теории размерностей

При проведении активного эксперимента измерение ряда технологических параметров трудно реализуемо из-за отсутствия надежных датчиков. Поэтому для получения математических моделей сложных технологических объектов [26] удобно использовать теорию подобия и размерностей.

Для правильного применения теории размерностей исследователь должен знать характер и число фундаментальных (основных) переменных, определяющих физические явления процесса. Фундаментальной (основной) переменной будем называть любую величину, оказывающую влияние на эксперимент и способную изменяться от других переменных (первичных), составляющих размерность основных переменных величин. Если основные переменные процесса известны, то их можно объединить в безразмерные комплексы. Количество получаемых безразмерных комплексов определяется π -теоремой Букенгема: число безразмерных комплексов равно числу всех физических разнородных величин, существенных для процесса, за вычетом числа первичных величин.

Следовательно, если физический процесс определяется числом m основных фундаментальных переменных и числом n первичных величин ($m > n$), то число получаемых безразмерных комплексов π $N = m - n$.

Комплексы в этом случае находятся с помощью определяющих уравнений, получаемых из физических формул подстановкой в них вместо физических переменных их выражений в символах размерностей.

Рассмотрим на конкретных примерах применение методов теории подобия и размерностей для получения аналитических выражений, по которым можно рассчитывать размеры шва при автоматической сварке в среде аргона и под флюсом.

Геометрические размеры зоны проплавления, например длина сварочной ванны $\mathcal{L}$, являются функцией режима и теплофизических свойств материала. Зона проплавления также зависит от геометрической характеристики изделия, например толщины d .

Характерные параметры режима – эффективная мощность источника нагрева, Вт

$$q = \mathcal{L}_0 I_{св} \cdot v_{св},$$

здесь $\mathcal{L}_0$ – эффективный КПД дуги; $v_{св}$ – скорость сварки, м·с⁻¹.

Теплофизические свойства материала задаются температурой плавления $T_{пл}$, К; теплопроводностью λ , Вт·м⁻¹·К; теплоемкостью C , Дж·кг⁻¹·К⁻¹; плотностью ρ , кг·м⁻³.

Искомой величиной является параметр $\mathcal{L}$ – длина сварочной ванны, м.

Составим расчетную табл. 7.

Таблица 7

Фундаментальная (основная) величина	Определяющие уравнения	Безразмерный комплекс	Первичная величина
1	2	3	4
Длина сварочной ванны (искомая величина) $\mathcal{L}, \text{м}$	$[\mathcal{L}] = L$	$\frac{\mathcal{L}}{l} = \pi_1$	Длина L
Толщина $d, \text{м}$	$[d] = L$		
Мощность источника $q, \text{Вт}$	$[q] = L^2 M T^{-3}$	$\frac{q t_0^3}{L^2 m} = \pi_2$	Масса M , длина L , время T
Скорость сварки $v, \text{м/с}$	$[v] = L T^{-1}$	$\frac{v \cdot t_0}{L}$	Время T
Температура плавления, $T_{пл}, \text{К}$	$[T] = \theta$		

1	2	3	4
Теплопроводность $\lambda, \frac{Вт}{м \cdot К}$	$[\lambda] = L M T^{-3} \theta^{-1}$	$\frac{\lambda t_0^3 T_{пл}}{c m} = \pi_4$	Длина L ; масса M ; время T ; температура θ
Теплоемкость $C, \frac{Дж}{К \cdot К}$	$[C] = L^2 T^{-2} \theta^1$	$\frac{c t_0^2 T_{пл}}{\rho^2} = \pi_5$	Время T ; температура θ ; длина L
Плотность $\rho, \frac{кг}{м^3}$	$[\rho] = M L^{-3}$	$\frac{\rho \rho^3}{m} = \pi_6$	Длина L ; масса M

Из табл. 7 по π -теореме Букенгема имеем $N = m - n = 7 - 4 = 3$. Следовательно, можно получить три безразмерных комплекса путем комбинирования безразмерных π комплексов в третьей колонке табл. 7. При построении комбинаций будем стремиться исключить из них первичные величины (M, T), не заданные условием задачи.

Итак построим следующие отношения:

$$\pi_1 = \frac{\pi_2}{\pi_4} = \frac{q}{\lambda T_{пл} l} = \frac{q}{\lambda T_{пл} d}, \quad (2.5)$$

$$\pi_2 = \frac{\pi_6}{\pi_4} = \pi_3 \pi_5 \pi_1 = \frac{v_{сб} l}{\alpha} = \frac{v_{сб} L}{\alpha}, \quad (2.6)$$

$$\pi_3 = \frac{\pi_1 \pi_2}{\pi_1} = \frac{q v_{сб}}{\alpha \lambda T_{пл}}, \quad (2.7)$$

где $\alpha = \frac{\lambda}{c \rho}$ - коэффициент температуропроводности.

Найдем среднегеометрическую комбинацию комплексов π_1 и π_3 : $\pi_{13} = \sqrt{\pi_1 \pi_3}$. После подстановки выражений (2.5) и (2.7) получим

$$\pi_{13} = \frac{q}{\lambda T_{пл}} \sqrt{\frac{v_{сб}}{\alpha d}}. \quad (2.8)$$

Комплекс π_2 в литературе получил название критерия Пекле. Комплекс π_{13} называют критерием режима. Найдем из эксперимента функциональную связь π_2 в виде показательной функции от π_{13} :

$$\pi_2 = \alpha (\pi_{13})^6. \quad (2.9)$$

Если прологарифмировать выражение (2.9), получим

$$\lg \pi_2 = \lg \alpha + 6 \lg \pi_{13}. \quad (2.10)$$

Проведем эксперимент при аргонодуговой сварке стали Х18Н10Т с толщиной стенки $\delta = 2$ мм. График в логарифмическом представлении критериев π_2 и π_{13} является прямой линией (рис. 25).

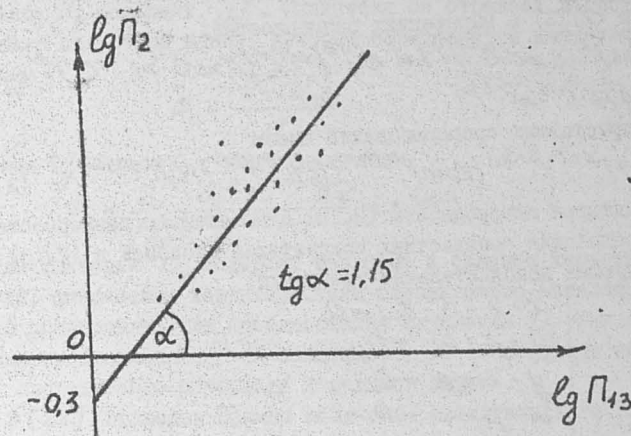


Рис. 25. Логарифмическая зависимость безразмерных критериев π_2 и π_{13}

Математическое описание экспериментальной зависимости имеет вид

$$\lg \pi_2 = 1,15 \lg \pi_{13} - 0,3. \quad (2.11)$$

Из (2.11) легко получить интересующую нас функциональную зависимость в виде

$$\pi_2 = \frac{0,5 \sqrt{\alpha}}{\lambda \cdot T_{пл}} \frac{q}{\sqrt{v_{сб} d}}. \quad (2.12)$$

Ниже рассмотрим применение методов подобия и размерностей для расчетов размеров швов при автоматической сварке под флюсом стыковых соединений без разделки кромок.

Заданные параметры: l - любой линейный размер; H - глубина проплавления; B - ширина шва; h - усиление шва; $q = 2,4 I \cdot U$ - эффективная мощность сварочной дуги; $T_{пл}$ - темпе-

ратура плавления свариваемого металла; ξ - эффективный КПД процесса; $v_{св}$ - скорость сварки; d - диаметр электрода; $с_{\mu}$ - объемная теплоемкость металла; λ - коэффициент теплопроводности металла.

Составим определительное уравнение из комбинации параметров ℓ , q , $v_{св}$, $T_{пл}$, λ , $с_{\mu}$ в виде

$$\pi = \ell^x q^y v_{св}^z T_{пл}^{\alpha} \lambda^{\beta} (с_{\mu})^{\omega}. \quad (2.13)$$

Запишем (2.13) в выражениях размерностей:

$$\pi = (M)^x (Дж \cdot C^{-1})^y (M \cdot C^{-1})^z (OC)^{\alpha} (Дж \cdot C^{-1} M^{-1} OC^{-1})^{\beta} \times (Дж \cdot C^{-1} M^{-3})^{\omega}. \quad (2.14)$$

После простейших преобразований имеем

$$\pi = (M)^{x+z-\beta-3\omega} (Дж \cdot C^{-1})^{y+\beta+\omega} (C)^{-z-y-\beta} (OC)^{\alpha-\beta-\omega}. \quad (2.15)$$

Учитывая однородность (2.15) относительно размерностей, для определения неизвестных показателей степеней в (2.13) имеем следующие дополнительные уравнения:

$$\begin{cases} x+z-\beta-3\omega=0, \\ y+\beta+\omega=0, \\ y+z+\beta=0, \\ \alpha-\beta-\omega=0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Неизвестных в системе (2.16) шесть. Зададимся параметрами α и ω . Тогда $x=\alpha+\omega$; $y=-\alpha$; $z=\omega$; $\beta=\alpha-\omega$. Подставим эти выражения в исходное уравнение (2.13). После несложных преобразований будем иметь

$$\pi_1 = \left(\frac{\ell \cdot v_{св} \cdot с_{\mu}}{\lambda} \right)^{\omega} \left(\frac{\ell \cdot T_{пл} \cdot \lambda}{q} \right)^{\alpha}. \quad (2.17)$$

Считая, что α и $\omega \neq 0$, введем обозначения

$$\pi_2 = \frac{\ell \cdot v_{св} \cdot с_{\mu}}{\lambda} = \frac{\ell \cdot v_{св}}{\alpha}, \quad \text{где } \alpha = \frac{\lambda}{с_{\mu}} - \text{коэффициент}$$

температуропроводности;

$\pi_3' = \frac{\ell \cdot T_{пл} \cdot \lambda}{q}$. Здесь π_2 , π_3' - безразмерные критерии; в частности π_2 - критерий Пекле; π_3' - критерий Кирпичева [26]. Скомбинируем безразмерные комплексы в следующих сочетаниях:

$$\pi_3 = \frac{\pi_1}{\pi_3'}, \quad \text{где } \pi_1 = \frac{\ell}{\alpha}.$$

Подставив выражение π_3' , имеем

$$\pi_3 = \frac{q}{T_{пл} \lambda \alpha}; \quad (2.18)$$

$\pi_4' = \pi_2 \pi_3 = \frac{q \cdot v_{св}}{T_{пл} \lambda \alpha}$; $\pi_4 = \pi_4' \pi_3 = \frac{q^2 v_{св}}{T_{пл} \lambda^2 \alpha \cdot d}$. Комплекс π_4 содержит q^2 . Физически он отражает давление дуги на металл сварочной ванны, которое определяется известным соотношением

$$p = \frac{I^2 v_{св}}{d}. \quad (2.19)$$

Допуская $v_{св} \approx \text{const}$, можно получить

$$\pi_4 = \frac{\xi^2 \cdot v_{св}^2 \cdot I^2 v_{св}}{T_{пл}^2 \lambda^2 \alpha \cdot d} = \kappa p. \quad (2.20)$$

Так как критерий π_4 содержит тепловые и силовые характеристики дуги, физические характеристики свариваемого металла, то заложена предпосылка для использования комплекса π_4 при оценке глубины проплавления H в зависимости от теплофизических констант свариваемого материала и режимов сварки.

В [27] приведен пример получения аналитического выражения для глубины проплавления через параметры режима сварки и физические константы свариваемого материала для случая сварки на переменном токе под слоем флюса. Сварка выполнялась на автомате АБС проволокой Св-08А диаметром 5 мм; флюс АН - 348. Режим сварки $I_{св} = 700 \dots 1000$ А, $v_{св} = 20 \dots 30$ м/ч, вылет электрода 0,045...0,055 мм. Для определения H предварительно экспериментом определена функциональная связь комплексов $\pi_2 = f(\pi_4)$ в виде показательной функции $\pi_2 = A \cdot \pi_4^n$, которая в логарифмическом виде приводится к уравнению

$$\lg \pi_2 = \lg A + n \lg \pi_4. \quad (2.21)$$

Экспериментальный график зависимости (2.21) представлен на рис. 26. Обработка экспериментальной зависимости позволяет определить параметры A и n .

Потенцирование (2.21) с учетом определенных значений A и n дает зависимость

$$\pi_2 = 0,056 \pi_4^{0,5}. \quad (2.22)$$

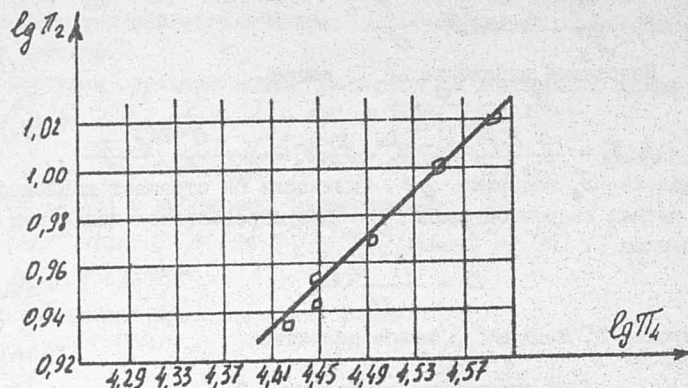


Рис. 26. Экспериментальная логарифмическая зависимость безразмерных комплексов Π_2 и Π_4

Подставляя в (2.22) выражения для Π_2 и Π_4 , определим иско-
мый параметр H :

$$H = 0,056 \frac{\xi_u \sqrt{a}}{T_{\text{пл}} \lambda} \cdot \frac{I_{\text{св}} \nu_g}{\sqrt{a} \nu_{\text{св}}} \quad (2.23)$$

Проверка точности формулы (2.23) экспериментом при сварке ста-
ли В СтЗ с характеристиками $c_p = 5 \text{ Дж/см}^3 \cdot ^\circ\text{C}$; $\lambda = 0,42 \text{ Дж/см} \cdot$
 $^\circ\text{C}$; $\alpha = 0,084 \text{ см}^2/\text{с}$; $T_{\text{пл}} = 1530^\circ\text{C}$; $\xi_u = 0,85$
показала ошибку в 2%, которая вполне допустима.

Если ввести критерий [25]

$$\Pi_5 = \frac{q}{T_{\text{пл}} \lambda \sqrt{a}} \sqrt{\frac{\nu_{\text{св}}}{S}} \quad (2.24)$$

где S — толщина свариваемого металла, а критерий Π_2 записать
в виде $\Pi_2 = \frac{B \nu_{\text{св}}}{2\alpha}$, где B — ширина шва, то, определив из эк-
сперимента связь $\Pi_2 = f(\Pi_5)$, для сварки под флюсом на пере-
менном токе легко найти зависимость

$$B = 0,2 \frac{\xi_u \sqrt{a}}{T_{\text{пл}} \lambda} \frac{I_{\text{св}} \nu_g}{\sqrt{\nu_{\text{св}} S}} \quad (2.25)$$

При автоматизации проектирования технологических процессов сва-
рки весьма актуальна обратная задача: по заданным геометричес-
ким параметрам шва вычислить параметры режима сварки. Блок-схе-
ма алгоритма решения задачи приведена на рис. 27. Учтены огра-

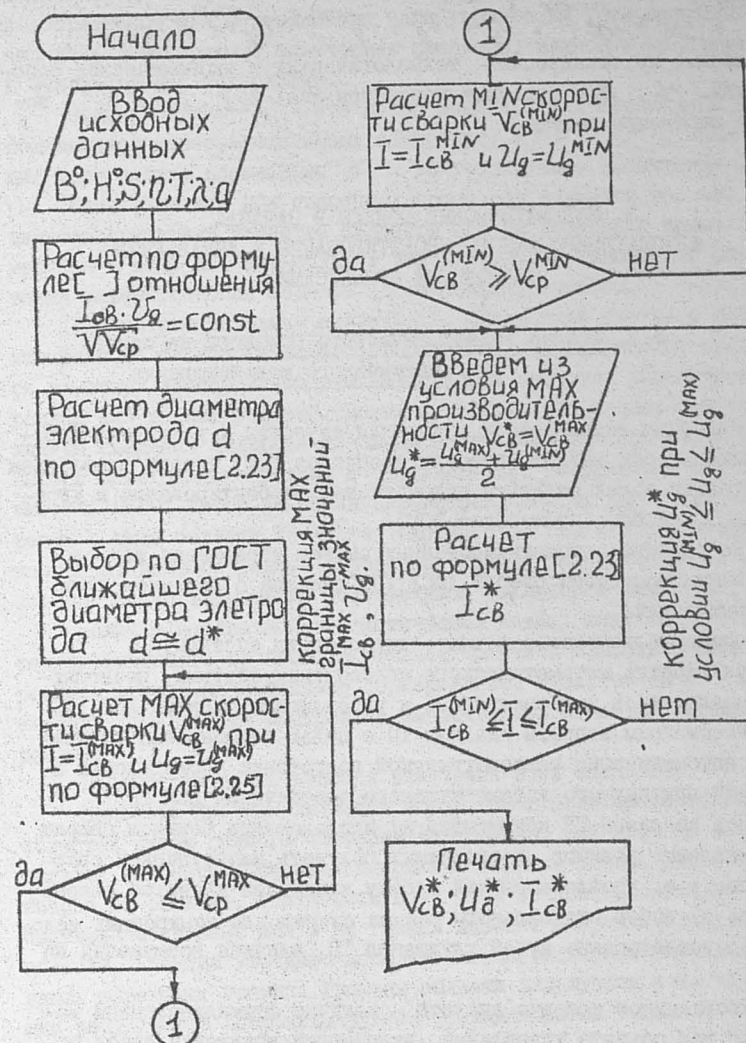


Рис. 27. Блок-схема алгоритма расчета режима сварки

ничения на параметры режима,

$I_{св}^{min} \leq I_{св} \leq I_{св}^{max}; U_g^{min} \leq U_g \leq U_g^{max}; U_{св}^{min} \leq U_{св} \leq U_{св}^{max}$,
наложенные из технических, технологических и экономических соображений. U_0, β_0 - заданные параметры шва; $U_{св}^*, I_n^*, U_g^*$ - искомые параметры режима.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ СВАРОЧНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

3.1. Анализ технологического процесса на основе математического моделирования

Основным направлением улучшения качества и увеличения производительности технологических процессов (ТП) сварки плавлением в настоящее время является автоматизация проектирования и управления ТП на базе применения ЭЕМ.

Разработка автоматизированных систем управления технологическими процессами сварки (АСУ ТП) связана с решением двух основных задач:

- создание комплекса технических средств системы;
- разработка математического обеспечения системы, позволяющего реализовать информационные и управляющие функции АСУ ТП.

Рассмотрим вопросы анализа ТП с целью обеспечения возможности автоматизации технологической подготовки производства и создания прикладного математического обеспечения АСУ ТП.

Под анализом ТП понимается: а) исследование режимов сварки для выявления режимов, позволяющих получать качественный сварной шов, т.е. удовлетворяющий набору критериев качества сварного шва; б) выбор оптимального режима сварки для конкретных условий; в) исследование путей улучшения ТП, влияния возмущений на ТП.

Необходимое условие анализа - наличие формализованной модели ТП как объекта управления, включающей уравнение связи вектора критериев качества сварного шва K с вектором переменных режима R : $K = K(R)$, ограничения на векторы K и R .

Количество компонент векторов K и R должно быть необходимым и достаточным для формализации цели управления ТП и адекватно отражать доминирующие физические процессы, влияющие на качество в анализируемой технологии.

Вектор режима R - это набор доминирующих переменных ТП, поддающихся непосредственному измерению, $R = U U_K$, включающий управляющие переменные U и контролируемые возмущения U_K .

Специфическим для сварочных процессов является то, что большинство критериев качества сварного шва не допускают прямого измерения в ходе ТП. Это создает дополнительные требования подготовки математических моделей исследуемых процессов.

Рассмотрим методику анализа ТП. Справочные данные о работе конкретного технологического оборудования, как правило, сводятся к набору экспериментально подобранных значений параметров режима для данных условий сварки и толщины материала. Эти табличные сведения являются основным материалом для технолога при выборе необходимого режима и оборудования. На практике обычно имеется целый набор значений параметров, дающих качественный режим в виде области качества. Ширина этой области по каждой из координат вектора режима определяет допуск на изменение этого параметра, не вызывающий недопустимое отклонение качества шва.

Наличие адекватной математической модели анализируемого технологического процесса позволяет получить область параметров режима, дающих качественное формирование. Итак, одной из задач анализа ТП является построение качественных областей параметров режима.

Рассмотрим общие вопросы получения этих областей.

Наиболее простым является метод построения качественных областей путем прямого экспериментирования. При этом во всей области параметров режима выбираются узловые точки, проводится сварка на режимах, соответствующих этим точкам, анализируются полученные сварные швы и на график наносят очертания допустимой области. Границы уточняют дополнительным экспериментированием вдоль первичных границ. Границы области для лучшей интерпретации результатов аппроксимируются функциональной зависимостью [29].

Аналогично можно построить качественные области, пользуясь заранее подготовленной математической моделью процесса. Вы-

бираются узловые точки в пространстве параметров режима. Для этих значений вычисляются величины критериев качества. После анализа рассчитанных данных на график наносят очертания допустимой области [30].

Имея графические или числовые данные о границах допустимой области, сведения о точности этих границ, можно обоснованно выбирать оптимальный режим. Значения компонентов вектора оптимального режима можно получить и не привлекая к рассмотрению качественную область, а используя алгоритм нелинейного программирования. При этом необходимо определить целевую функцию и ограничения на критериальные и входные величины. Недостатком этой методики является принципиально итерационный характер процедуры и отсутствие информации о том, как изменяются критерии качества при изменении вектора режима, т.е. о качественной области.

Используя адекватную математическую модель процесса, можно построить границы качественной области путем неитерационного численного расчета. Если функции, входящие в уравнения связи модели, имеют произвольный вид, эта задача практически неразрешима.

При линейных уравнениях связи задача упрощается, так как область представлена участками кусочно-линейной поверхности, соединяющей узловые точки границы. В случае двухсторонних ограничений на критериальные функции, допустимая область будет представлять выпуклый симплекс.

При наличии программы расчета допустимой области и методики кусочно-линейной аппроксимации векторной функции можно построить общую качественную область нелинейного процесса. Для этого надо разбить область параметров режима на участки линейности критериальной функции с заданным уровнем точности аппроксимации. Далее следует рассчитать допустимые области для каждого элемента разбиения и пересечения всех подобластей.

С увеличением количества анализируемых критериев качества сварного шва и компонент вектора режима итерационные процедуры определения границ качественной области становятся неприемлемыми из-за значительного увеличения времени расчета и сложности интерпретации результатов.

Если имеются жесткие временные рамки на выполнение программы построения допустимой области, то единственно возможным становится применение описанной выше неитерационной процедуры рас-

чета для линейной модели. Линейные модели справедливы при малых отклонениях от базового режима или при кусочно-линейной аппроксимации критериальной функции.

Анализ ТП сводится к следующему:

- 1) построение модели ТП,
- 2) кусочно-линейная аппроксимация критериальной функции,
- 3) построение качественной области,
- 4) анализ этой области и расчет оптимальных режимов.

3.2. Расчет рабочей области режимов сварки в задачах автоматизированного проектирования технологии

Расчет рабочей области режимов сварки проведем на примере объектов, описываемых системой линейных алгебраических уравнений вида $\bar{K} = \bar{A}\bar{R} + \bar{B}$, где $\bar{A}$ - матрица коэффициентов уравнений системы размерностью $m \times n$; $\bar{B}$ - вектор свободных членов размерностью $m \times 1$. Рассмотрим методику расчета областей качественных режимов.

Приведем пример алгоритма построения качественной области для двух критериев качества и двух параметров режима ($m=2, n=2$). Система уравнения объекта примет вид

$$k_1 = a_{11}r_1 + a_{12}r_2 + b_1, \quad k_2 = a_{21}r_1 + a_{22}r_2 + b_2.$$

Ограничения: $k_1^- \leq k_1 \leq k_1^+, \quad r_1^- \leq r_1 \leq r_1^+,$
 $k_2^- \leq k_2 \leq k_2^+, \quad r_2^- \leq r_2 \leq r_2^+.$

Введем дополнительную величину G_i , характеризующую точность оценки k_i , $i = 1, 2$ по уравнениям системы.

Область качественных состояний в этом случае полностью определяется четырьмя граничными точками, полученными из решения матричного уравнения

$$A \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1^- & k_1^- & k_1^+ & k_1^+ \\ k_2^- & k_2^- & k_2^+ & k_2^+ \end{bmatrix}$$

где $[r_i, G_i]^T = R^i$ для $i = 1, 2, 3, 4$ - векторы координат граничных точек, полученных пересечением слоев I и II (рис. 28) при подстановке в первое и второе уравнения системы ограничений на соответствующий критерий.

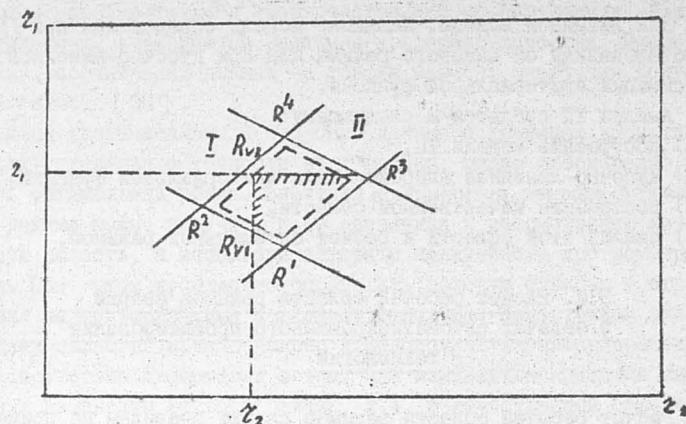


Рис. 28. Графическая схема построения областей качества сварки

Необходимо учесть, что ограничения на параметры режима могут привести к возникновению граничных точек типа R_{v1} и R_{v2} (см. рис. 28). Если $G_i \neq 0$, $i = 1, 2$, то границы области Ω_K сместятся внутрь области, описанной выше. Область (с учетом G_i) обозначена штриховой линией.

Итак, алгоритм расчета граничных точек области Ω_K (в линейном случае полностью определяющих выпуклую область) сводится к следующему:

- 1) расчет массива основных граничных точек типа $\bar{R}^i$;
- 2) расчет массива вспомогательных точек типа $\bar{R}_{v1}$;
- 3) формирование массива точек $\bar{R}_{v2}$;
- 4) склейка трех предыдущих массивов в один общий;
- 5) вычисление для каждой точки суммарного массива значений $\bar{K} = \bar{A}\bar{R} + \bar{B}$;
- 6) проверка условий $k_i^- \leq k_i \leq k_i^+$, $i = 1, 2, \dots, m$; исключение точек, не удовлетворяющих этому условию;
- 7) проверка условий $n_i^- \leq n_i \leq n_i^+$, $i = 1, 2, \dots, n$ для каждой из оставшихся точек суммарного массива. Отсев не удовлетворяющих условию точек.

Оставшиеся точки составляют массив узловых границ качественной области. Если множество оставшихся точек пустое – система не совместна и качественной области не существует. В этом

случае необходимо либо изменить ограничения на критерии качества, либо перейти на другой метод сварки, т.е. перейти к другим параметрам модели.

Следует отметить, что графическое построение Ω_K (в случае $m = 2$, $n = 2$) не вызывает затруднений. При увеличении m и n задача построения становится громоздкой. Так, если $m = n = 2$, количество возможных граничных точек i (размер суммарного массива до проверки условий) равно 24, а при $m = n = 5$ $l = 864$. Лишь проверка пунктов 6, 7 для (864×5) чисел вызывает затруднения.

Блок-схема программы ANALWP для построения рабочих областей режимов сварки

Для автоматизации расчетов Ω_K и выбора оптимальной рабочей точки в рамках САПР АСУ ТП была создана программа ANALWP [31]. Она имеет модульную структуру (рис. 29)*, построенную по функциональному признаку, состоит из 12 подпрограмм на языке ФОРТРАН, реализующих пункты алгоритма расчета граничных точек.

В пакет прикладных программ блока ANALWP входит организация программы MAIN, которая осуществляет ввод исходных данных; обращение к процедуре расчета рабочей области; обращение к процедуре выбора оптимальной рабочей точки. Блок ANALWP состоит из трех модулей: WFIELD, решающего задачу построения качественной области, OPTPC, предназначенного для выбора экстремальной точки линейного функционала задачи, STATUPR, предназначенного для выработки закона управления в системах, в которых отсутствуют вычислительные средства, позволяющие производить решение задачи оптимизации на каждом временном шаге работы системы.

Подпрограмма WFIELD рассчитывает: 1) размерности основных массивов; 2) границы рабочей области в соответствии с порядком системы $(m \times n)$.

Алгоритм расчета массива границ рабочей области делится на две ветви:

ветвь А, если $m \geq n$, ветвь В, если $m < n$, где m – чи-

*) В разработке программного обеспечения блока ANALWP принимал участие асп. Н.А.Ширковский.

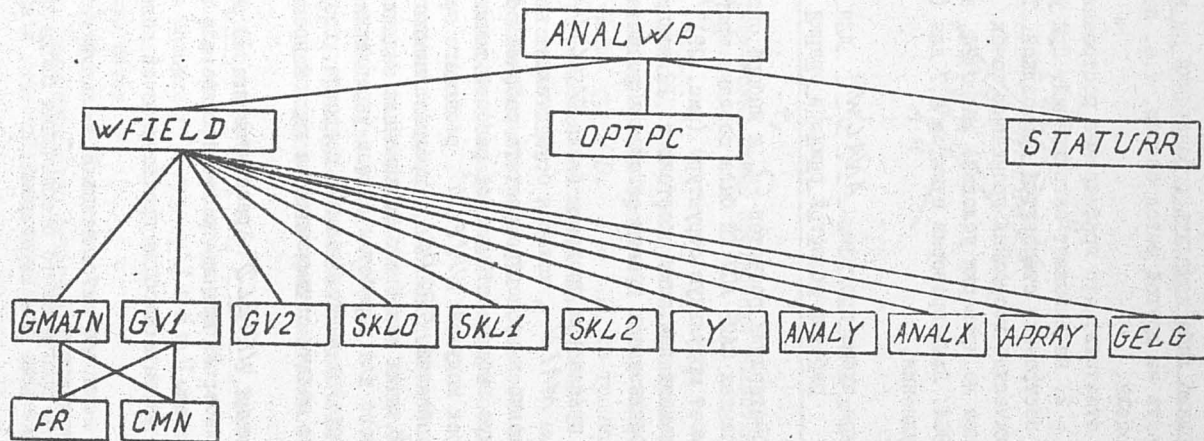


Рис. 29. Структура блока анализа технологического процесса сварки

сло критериев качества, n - число переменных процесса.

В этих расчетах используются программы всех приведенных на рис. 29 блоков.

Блок *GMAIN* содержит программу расчета основных граничных точек качественной области, в результате которого формируется массив основных граничных точек области R_K при $m \geq n$.

Блок *GV1* содержит подпрограмму вычисления вспомогательных граничных точек типа R_{V1} .

Блок *GV2* содержит подпрограмму вычисления векторов исходных ограничений - границ типа R_{V2} .

SKL0, *SKL1*, *SKL2* - подпрограммы склейки массивов. *SKL0* предназначена для добавления к двумерному одномерного массива путем присоединения столбцов. *SKL1* осуществляет добавление одного двумерного массива к другому путем присоединения столбцов, т.е. склейку по второму индексу.

Подпрограмма *SKL2* осуществляет склейку двух массивов по строкам, т.е. по первому индексу.

Подпрограммы *SKL0* и *SKL1* служат для формирования суммарного массива граничных точек при $m \geq n$.

Подпрограмма *SKL2* используется при формировании граничных точек в случае $m < n$.

Блок *Y* содержит подпрограмму вычисления функции $Y = AX + B$, где Y - вектор критериальной переменной для векторов режима, соответствующих границам рабочей области; A, B - матрицы коэффициентов линейной модели технологического объекта; X - вектор режима сварки. Алгоритм работы подпрограммы реализует методику перемножения двух матриц с одновременным суммированием вектора B .

Блок *ANALY* - подпрограмма анализа значений граничных точек Y . *ANALY* осуществляет перебор массива критериальных величин Y_M размерности $M \times KT$, получаемых из уравнения $Y_M = A \times X_M + B$, где X_M - массив основных граничных точек размерности $N \times KT$; KT - количество точек на текущем шаге расчета. Кроме этого программа *ANALY* анализирует выполнение условия

$$Y_{MIN}(I) + SIGMA(I) - EPSY \leq Y_M(I) \leq Y_{MAX}(I) - SIGMA(I) + EPSY, \quad (3.1)$$

где Y_{MIN} и Y_{MAX} - нижняя и верхняя границы допуска на критерий; $SIGMA$ - стандартное отклонение переменной каче-

ства; EPS - допустимая точность расчета.

При невыполнении условия (3.1) отсеиваются векторы из массива YM , а из массива XM соответствующие точки. Начальная размерность - $N \times KT$. Анализируемые векторы печатаются в строку, не удовлетворяющие условию (3.1) - подчеркиваются.

Блок $ANALX$ - подпрограмма анализа граничных точек $ANALX$ осуществляет сортировку XMD , YMD при анализе условия

$$XMIN(I) + EPSX \leq XMD(I) \leq XMAX(I) - EPSX, \quad (3.2)$$

где XMD - выходной массив граничных координат вектора режима; YMD - массив граничных значений критериев.

Структура подпрограммы $ANALX$ аналогична $ANALY$. Выходные массивы XMD и YMD имеют размерность $N \times KT2$, $M \times KT2$ соответственно. $EPSX$ - заданная погрешность в расчетах.

Блок $ARRAY$ - подпрограмма преобразования массивов к векторному виду, что необходимо для преобразования двумерных массивов к стандартному одномерному виду, используемому для работы со стандартными подпрограммами.

Блок $GELG$ - подпрограмма расчета массива граничных точек типа R_v .

Блок FR - подпрограмма формирования матрицы R (вектора режима), состоящей из двух массивов векторов в виде всевозможных сочетаний из M элементов. К примеру, если заданы два массива $YMIN$ и $YMAX$ размерности 2, то программа формирует массив вида

$$\begin{array}{cccc} YMIN(I) & YMIN(I) & YMAX(I) & YMAX(I) \\ YMIN(2) & YMIN(2) & YMAX(2) & YMAX(2) \end{array}$$

при нулевых массивах B и $SIGMA$. Если B и $SIGMA$ не нулевые, то вместо $YMIN(I)$ в выходном массиве будет член $YMIN(I) - B(I) - SIGMA(I)$, а вместо $YMAX(I)$ будет член $YMAX(I) - B(I) + SIGMA$.

При подстановке матрицы R такого вида в уравнение $AX=R$ легко получить массив основных границ вектора X .

Блок CMN - подпрограмма формирования всевозможных сочетаний из M по N . Эта подпрограмма - двумерный массив индексов IA из массива $\{1, 2 \dots M\}$. Размерность массива $IA = NT \times N$, где $NT = C_M^N$. Массив IA необходим при формировании матриц A при $M > N$ и в программе GVI для формиро-

вания матриц AI размерностью $N-1 \times N-1$. При этом выборка текущего массива расчета типа A осуществляется в соответствии с набором индексов из массива IA .

Подпрограмма CMN обрабатывает параметры $N \leq M \leq 10$. Алгоритм работы подпрограммы соответствует исключающему перебору индексов на последовательно расположенных позициях в наборе. Алгоритм реализован в виде 10 вложенных циклов.

Подпрограмма выбора оптимальной рабочей точки $OPTPC$ осуществляет перебор всех граничных векторов с анализом значения целевой функции $CRIT = \sum_{I=1}^N COEFF(I) \times XMD(I) + \sum_{I=N+1}^{NM} COEFF(I) \times$

$\times YMD(I)$ на экстремум ($EXTR$). Здесь $COEFF(I)$ - массив коэффициентов целевой функции. При значении переменной $EXTR = I$, $CRIT$ анализируется на MAX , при $EXTR = 0$ на MIN . Значение экстремальной точки выводится на листинг. $OPTCR$ - вектор оптимального режима размерности $N \times 1$. $OPTCR$ - оптимальное значение вектора критериев качества размерности $M \times 1$. Подпрограмма $OPTPC$ завершает процесс оптимизации в рамках программы $ANALWP$.

Качественная область Ω по программе $ANALWP$ рассчитывается для любых сочетаний m и n .

Из теории линейного программирования известно, что оптимальной точкой линейного критерия с ограничениями в виде неравенств является одна из граничных точек общей области системы неравенств, т.е. одна из ранее рассчитанных точек. Вычисление оптимальной рабочей точки при этом сводится к перебору граничных точек области Ω_K . В качестве критерия может служить один из параметров режима, один из критериев качества соединения или любая их линейная комбинация.

Основное преимущество предлагаемого метода расчета Ω_K и рабочей точки - неитерационный характер процедуры, простота, малое время счета. Так, расчет по программе $ANALWP$ вместе с интерпретацией результатов занимает 1,22 с времени центрального процессора ЕС-1033.

После соответствующей оптимизации и настройки программы $ANALWP$ на современную управляющую ЭВМ, она сможет работать в реальном времени в качестве математического обеспечения адаптивной АСУ ТП.

Некоторым недостатком методики является ограниченность ис-

пользуемых линейных моделей. Его можно преодолеть при анализе конкретного нелинейного объекта, представив его линейной (кусочно-линейной) функцией, т.е. путем создания многолистной кусочно-линейной модели.

Описанная методика применима к мультипликативным моделям, приобретающим вид линейных после логарифмирования.

Рассмотрим конкретные примеры расчета качественных областей для различных методов сварки. В [27] приведены (для двусторонней сварки под флюсом стыковых швов стальных пластин) уравнения связи геометрических параметров поперечного сечения сварного шва H и B (H — глубина проплавления, B — ширина поперечного сечения шва) с параметрами режима.

Эти уравнения после подстановки теплофизических констант и коэффициентов, логарифмирования левых и правых частей были использованы для построения качественных областей. Уравнения позволяют построить области в любых координатах, для различных требуемых ограничений на критерии и для разного количества компонент вектора режима $R = [I_{сб}, U_g, V_{сб}, S]^T$. Приведенные на рис. 30 области являются сечением многомерной области

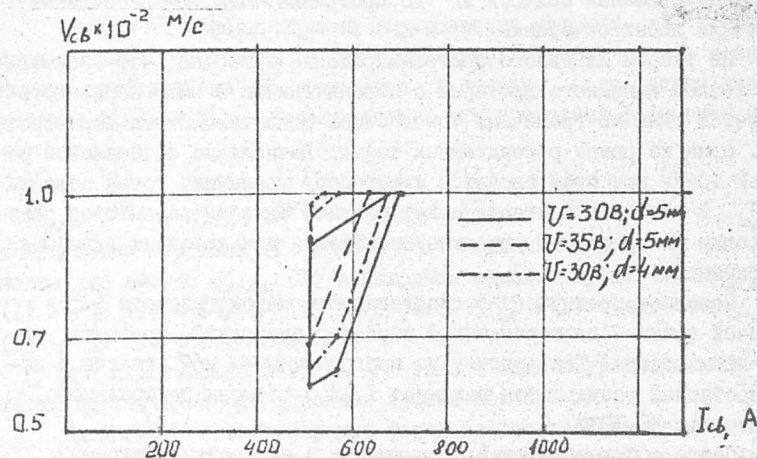


Рис. 30. Примеры областей качественных режимов для сварки под флюсом

Ω_x координатной плоскостью $V_{сб}, I_{сб}$. При этом на параметры были наложены следующие ограничения: $7 \text{ мм} \leq H \leq 10 \text{ мм}$; $9,3 \text{ мм} \leq B \leq 13,3 \text{ мм}$; $500 \text{ А} \leq I_{сб} \leq 1000 \text{ А}$; $28 \text{ В} \leq U_g \leq 35 \text{ В}$; $3 \text{ мм} \leq d \leq 5 \text{ мм}$.

Характерным примером нелинейного процесса является электронно-лучевая сварка. Изменение глубины проплавления с изменением тока фокусировки магнитной линзы имеет нелинейный пикообразный характер.

Аппроксимировав линейными зависимостями графики и числовой материал, приведенный в [24], в трех диапазонах изменения тока фокусировки $I_{ф}$, можно получить уравнения для геометрических параметров (H и B) поперечного сечения сварного шва в функции от $I_{ф}$, тока луча I_A и скорости сварки $V_{сб}$. Для $V_{сб} = 0,55 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ линеаризованные уравнения в двух областях

$$\begin{cases} \text{при } I_{ф} < 80 \text{ МА} & \text{при } I_{ф} > 84 \text{ МА} \\ \begin{cases} H = 0,21 I_{ф} + 0,40 I_A - 33,0 \\ B = 0,66 I_{ф} - 0,17 I_A + 13,32 \end{cases} & \begin{cases} H = 0,66 I_{ф} - 0,35 I_A + 36,0 \\ B = 0,10 I_{ф} + 0,22 I_A - 21,78 \end{cases} \end{cases}$$

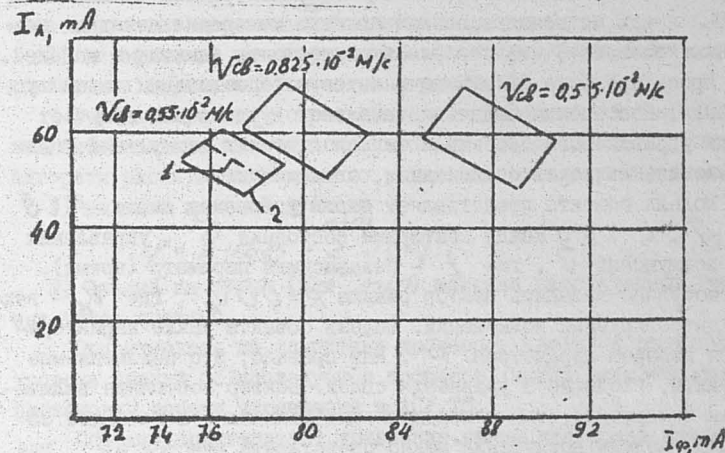


Рис. 31. Примеры областей качественных режимов для электронно-лучевой сварки: 1—прямая модельной связи $I_{ф} = f(I_A)$; 2—рабочая точка, дающая минимум по $I_{ф}$

Как видно из рис. 31, область качественных режимов, построенная в координатах $I_{ф}, I_A$ при ограничениях $8 \text{ мм} \leq H \leq$

≤ 10 мм, $3 \text{ мм} \leq \beta \leq 4 \text{ мм}$, состоит из двух несвязанных областей. В диапазоне $80 \text{ мА} \leq I_p \leq 84 \text{ мА}$ такой области не существует. При увеличении скорости область качественных режимов постепенно сужается, а при $v_{\text{св}} = 1,1 \cdot 10^{-2}$ м/с исчезает.

Отметим, что на рис. 3I модельная кривая выбрана из условия минимального риска несоблюдения технологии при низкой точности измерения тока луча, а оптимальная рабочая точка – по критерию минимума I_p . Приведенные для иллюстрации метода области построены без учета точности описание критериев.

3.3. Проектирование адаптивных автоматизированных систем управления технологическим процессом сварки (АСУТП)

Управление ТП сварки связано с разработкой адаптивных АСУ ТП сварки.

В адаптивных системах возможны два уровня управления: по возмущению, с использованием математической модели процесса и по отклонению, с использованием прямого измерения выходных переменных процесса, что позволяет осуществить адаптацию моделей.

Проектирование АСУ ТП начинается с формализации задачи управления. Постановка задачи оптимального управления включает модели управляемого объекта и технологических возмущений, цель управления, критерий оптимизации, ограничения.

Модель объекта представляет собой уравнения связи $F(\bar{S}, \bar{U}, \bar{V}, t) = 0$ между векторами состояния $\bar{S}$, управления $\bar{U}$, возмущений $\bar{V}$, где t – независимый параметр (время). Целесообразно выделить вектор режима $R = \bar{U} \bar{V} \bar{V}_k$, где $\bar{V}_k$ – вектор контролируемых возмущений. Модель объекта также характеризуется набором параметров $\bar{P}$. Как правило, это неизменяемые константы, входящие в уравнения связи. Вектор состояния включает как измеряемые, так и неизменяемые величины. В наиболее общем виде модель возмущений можно представить как $\bar{V} \in \Omega_v$, где Ω_v – множество, характеризующее диапазон изменения возмущений. Для исследуемого объекта могут быть заданы статистические характеристики $\bar{V}$.

Цель управления в предлагаемой постановке формируется в виде $\bar{K} \in \Psi_K, R \in \Psi_R$, где Ψ_K – заданное множество, характе-

ризирующее технологические ограничения на векторный критерий качества сварного соединения; $\bar{K}, \Psi_R$ – множество ограничений на вектор режима.

Оптимизация управления процессом связана с максимизацией (или минимизацией) обобщенного или конечного критерия качества $\varphi(\bar{S}, \bar{U}, \bar{V}) \rightarrow \max_{\bar{U} \in \Omega_u} \varphi = \varphi(\bar{S}^*, \bar{U}^*, \bar{V}^*)$, где $\bar{U}^* = f(\bar{S}, \bar{V})$ – оптимальное значение управления в функции переменных состояния и возмущений; Ω_u – область допускаемых ресурсов управления. Ограничение постановки задачи линейным видом ограничений и целевой функции значительно упрощает расчет оптимального режима.

Линейный вид целевой функции позволяет решать следующие задачи оптимизации:

- 1) определение режима с *min* или *max* значением одного из параметров режима ($\max_{\bar{U}} \bar{U}_i, \min_{\bar{U}} \bar{U}_i$ и т.д.);
- 2) определение режима с *min* или *max* значением одной из переменных качества ($\max_{\bar{U}} \bar{U}_i$ – глубины проплавления, $\min_{\bar{U}} \bar{U}_i$ – минимума затрат на производство одного изделия и т.д.);
- 3) определение режима, дающего *min* или *max* любой линейной комбинации переменных качества и режима.

В ряде случаев к третьей задаче с помощью линеаризации может быть сведена задача с произвольным видом целевой функции. Алгоритм расчета оптимального режима имеет следующие этапы:

1) задание целевой функции

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \alpha_i \bar{r}_i + \sum_{i=1}^m \alpha_i \bar{k}_i; \quad (3.3)$$

2) анализ на *max* (или *min*) массива рассчитанных граничных точек системы.

Ориентируясь на специфику процессов сварки и достигнутый уровень знаний об исследуемом процессе, можно конкретизировать постановку задачи управления в АСУ ТП.

Объект характеризуют уравнения связи критериев качества с компонентами вектора режима $k_i = k_i(\bar{R})$, где k_i – i -й компонент вектора $\bar{K}$. Технологические ограничения на $\bar{K}$ и $\bar{R}$ заданы в виде $\bar{k}_i \leq k_i \leq \bar{k}_i^*, \bar{r}_i \leq r_i \leq \bar{r}_i^*$. Нужно определить $\bar{U} = f(\bar{V}_k)$ при условии $\varphi(\bar{V}_k, \bar{U}) \rightarrow \max_{\bar{U} \in \Omega_u} \varphi$. Обобщенный или конечный критерий может быть одним из критериев качества сварного соединения: $\bar{G}_s \rightarrow \max$ – максимизация механической прочнос-

ти металла шва), одной из компонент вектора режима ($V_{\text{св}} \rightarrow \max$ - максимизация скорости сварки), или иметь составной характер ($\bar{U}, \bar{V}_K \rightarrow \min$ - минимизация затрат на изготовление единицы длины сварного шва и т.п.).

Адаптивное управление по идентифицируемым моделям содержит два контура: управление по возмущению; настройка параметров модели.

Если есть средства непосредственного измерения переменных режима и критериальных переменных, настройку параметров модели следует производить на каждом шаге идентификации в соответствии с выбранным алгоритмом адаптации. Примером может служить одношаговый алгоритм адаптации [32], сводящийся к следующему. Если N - номер дискретного шага по времени, $X(N)$ - вектор режима, $Y_i(N)$ - выходные критериальные координаты, то значение вектора коэффициентов $K(N)$ модели вида

$$Y(N) = \sum_{i=1}^m k_i(N) x_i(N)$$

можно уточнить, применив рекуррентный алгоритм

$$K(N) = K(N-1) + \frac{Y(N) - K(N-1)X(N)}{\delta + X^T(N)X(N)} \cdot X(N), \quad (3.4)$$

где δ - скалярный параметр алгоритма (например, $\delta = 0$), определяющий скорость сходимости алгоритма ($0 \leq \delta \leq 1$).

Обратная связь по возмущению алгоритмически сводится к вычислению уставки управления по модели $\bar{U} = f(\bar{V}_K)$ и отработки исполнительным устройством этой величины.

При использовании статистических моделей предполагается, что полоса пропускания вычислительного и исполнительного устройств значительно шире граничной частоты в спектре возмущений объекта. Таким образом, система будет устойчива для присущих процессам сварки медленноменяющихся возмущений (старения катода электронной пушки в электронно-лучевой сварке, возмущения по толщине свариваемой ленты при аргодуговой сварке труб и т.д.).

Разработка алгоритма управления в контуре отработки возмущений связана с определением функции f . Остановимся на методике построения этой функции.

Совместное решение системы неравенств в многокритериальном случае $k_i^- \leq k_i \leq k_i^+$ ($i = 1, 2, \dots, m$, где m - количество формализованных критериев качества процесса) при совмест-

ности системы дает область качественных режимов в пространстве режимов. Точки любой поверхности $\gamma(\bar{R}) = 0$ внутри этой области дают качественный режим. Следовательно, решение задачи синтеза функции f сводится к выбору этой поверхности и выделению из $\bar{R}$ управляющих переменных. Внутри качественной области функцию f целесообразно строить оптимальным образом, решая задачу оптимизации по заранее выбранному критерию. Часто область качественных режимов получают экспериментально [1].

Область качественных режимов Ω_K в процессе сварки изменяется вместе с изменением параметров процесса. Контур адаптации к этим изменениям следует организовывать, вычисляя в реальном времени область Ω_K и оптимальную рабочую точку внутри нее. Если процесс адаптации инерционен, необходимо на каждом шаге адаптации вычислять параметры функции f , а в периоде между шагами производить выработку уставок управления по модели и измеряемым возмущениям $\bar{V}_K$.

Итак, алгоритм выработки уставок управления при статической области Ω_K сводится к определению управления по заранее рассчитанной модели $U = f(\bar{V}_K)$. При изменяющейся области Ω_K и наличии средств прямого измерения k_i , $i \leq m$ алгоритм сводится к расчету оптимальной рабочей точки внутри построенной на очередном шаге области Ω_K .

Оборудование АСУ ТП, имеющей средства адаптации, отличается от традиционных систем более совершенной измерительной частью, позволяющей осуществлять прямое измерение некоторых критериальных переменных. Математическое обеспечение адаптивной системы кроме рабочей программы, осуществляющей вычисление уставок управления в функции возмущения, содержит блок адаптации, корректирующий параметры модели исходя из непосредственных измерений, по алгоритмам оценивания. Программы, реализующие модель, имеют меньший цикл работы, чем программа идентификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. - М.: Высшая школа, 1980. - 308 с.
2. Жук Д.М., Мартынюк В.А., Сидорук В.Г. Программный комплекс ПА-6 для автоматизации проектирования технических устройств и систем. - М.: МВТУ, 1987. - 68 с.

3. Судник В.А., Ерофеев В.А. Расчеты сварочных процессов на ЭВМ. - Тула: 1986. - 97 с.
4. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов теплообмена. - М.: Высшая школа, 1967. Т. I. - 296 с.
5. Верте Л.А. Магнитная гидродинамика в металлургии. - М.: Металлургия, 1975. - 287 с.
6. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. - М.: Физматгиз, 1959. - 699 с.
7. Прохоров Н.Н. Физические процессы в металлах при сварке. - М.: Металлургия, 1968. Т. I. - 694 с.
8. Рабинович Б.В. Введение в литейную гидравлику. - М.: Машиностроение, 1966. - 423 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1970. - 904 с.
10. Юдаев Б.Ю., Михайлов М.С., Савин В.К. Теплообмен при взаимодействии струй с преградами. - М.: Машиностроение, 1977. - 248 с.
11. Лиелаускис И.С. Гидродинамика жидкометаллических МГД устройств. - Рига: Зинатя, 1967. - 196 с.
12. Узем Дж. Линейные и нелинейные волны. - М.: Мир, 1977. - 621 с.
13. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы. - Харьков: ХГУ, 1964. - 224 с.
14. Кисилев П.Г. Гидравлика. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. - 434 с.
15. Теоретические основы сварки/Фролов В.В., Винокуров В.А., Волченко В.Н. и др.; Под ред. В.В.Фролова. - М.: Высшая школа, 1970. - 692 с.
16. Ерохин А.А. Закономерность плазменно-дугового легирования и рафинирования металлов. - М.: Наука, 1984. - 185 с.
17. Гинзбург И.П. Теория сопротивления и теплопередачи. - Л.: ЛГУ, 1970. - 375 с.
18. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. - М.: Физматгиз, 1962. - 307 с.
19. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Наука, 1980. - 925 с.

20. Баум Б.А. Физические свойства расплавленных высоколегированных сталей и специальных сплавов // Физика и химия обработки материалов. 1970. № 5. - С.43-48.
21. Кубарев В.Р., Чернышов Г.Г., Поляков В.М. Методика экспериментального определения электродинамических сил, действующих на сварочную ванну // Изв. вузов. Машиностроение. 1978. № 7. - С.147-151.
22. Заруди М.Е. Уравнение динамики дуги и динамические свойства дуги при малых возмущениях. - Новосибирск, 1965. - 220 с. - Труды ВЭИ, № 29.
23. Гладков Э.А. Основы теории автоматизации сварочных процессов. - М.: МВТУ, 1976. Ч.2. - 120 с.
24. Автоматизация сварочных процессов /Черныш В.П., Ланкин Ю.Н., Бондаренко О.П. и др.; Под ред. В.К.Лебедева, В.П.Черныша. - Киев: Высшая школа, 1966. - 296 с.
25. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов. - М.: Металлургия, 1974. - 264 с.
26. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. - М.: Высшая школа, 1973. - 220 с.
27. Кривошея В.Е. Применение методов подобия и размерностей для расчетов размеров швов при автоматической сварке под флюсом стыковых соединений без скоса кромок // Автоматическая сварка. 1978. № 1. - С.7-11.
28. Шарапов Ю.В. Расчет ширины стыкового шва при автоматической сварке под флюсом // Сварочное производство. 1972. № 3. - С.28-29.
29. G.R. Salter, J. Doherty. Procedure selection for arc welding. Metal Construction, J. 1981, Vol 13, N9. - P.544-550.
30. J.C. Mc Glone. Weld bead geometry prediction - a review. Metal Construction, J. 1982 Vol 14, N7. - P.378-384.
31. Гладков Э.А., Сас А.В., Ширковский Н.А. Управление сваркой плавлением по идентифицируемым моделям // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 7. - С.102-107.
32. Райсман Н.С., Чадаев В.М. Построение моделей процессов производства. - М.: Энергия, 1975. - С.120.

Предисловие	3
1. Три уровня представления математических моделей	4
1.1. Компонентные и топологические уравнения различных физических объектов	4
1.2. Математические модели сварочных процессов на микроуровне	14
1.3. Математические модели дуги, сварочного контура на макроуровне	54
2. Использование формальных макромоделей при исследовании сварочных процессов	74
2.1. Макромоделли на основе теории планирования эксперимента	74
2.2. Макромоделли на основе метода теории размерностей	84
3. Математические модели в задачах автоматизированного проектирования и управления сварочными процессами	92
3.1. Анализ технологического процесса на основе математи- ческого моделирования	92
3.2. Расчет рабочей области режимов сварки в задачах автоматизированного проектирования технологии	95
3.3. Проектирование адаптивных автоматизированных систем управления технологическим процессом сварки (АСУТП).104	
Литература	107