

**ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ МАТНСАД  
В КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ  
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ  
И МАШИН**

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

**ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MATHCAD  
В КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ  
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ  
И МАШИН**

Под редакцией *И.В. Леонова*

*Рекомендовано Научно-методическим советом  
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия  
по курсу «Теория механизмов и машин»*

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2012

УДК 531.8(075.8)  
ББК 34.44  
П76

Рецензенты: *В.К. Астахов, В.А. Марков*

**Применение системы Mathcad в курсовом проектировании**  
П76 по теории механизмов и машин : учеб. пособие / О.В. Егорова, Д.И. Леонов, И.В. Леонов, Б.И. Павлов ; под ред. И.В. Леонова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 49, [3] с. : ил.

В пособии приведены программы и основные этапы расчета курсового проекта в системе Mathcad по курсам «Основы проектирования машин» и «Теория механизмов и машин» в МГТУ им. Н.Э. Баумана. В комментариях к ним в краткой форме изложены основные положения расчетов динамики машин и проектирования кулачкового механизма. Содержание учебного пособия соответствует курсу лекций, читаемому в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов 3-го курса машиностроительных специальностей, выполняющих курсовой проект (работу) по курсам «Основы проектирования машин» и «Теория механизмов и машин».

УДК 531.8(075.8)  
ББК 34.44

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс «Теория механизмов и машин» (ТММ) имеет ярко выраженную инженерную направленность и является связующим звеном между курсами по специальности будущего инженера и фундаментальными курсами, такими, как высшая математика, алгоритмические языки и программирование, теоретическая и прикладная механика. Курс «Основы проектирования машин» (ОПМ) включает основные разделы ТММ и курса «Детали машин».

Курсовой проект, которым заканчивается изучение ТММ и ОПМ в МГТУ им. Н.Э. Баумана, ранее был основан на применении графоаналитических методов расчета. Применение ЭВМ в курсовом проектировании в МГТУ им. Н.Э. Баумана началось в 80-е годы прошлого века и сразу привело к изменениям методики выполнения проектов. В первую очередь при расчетах на ЭВМ требуется отказаться от архаичного правила знаков сил, когда силам приписывался знак, учитывающий угол между направлениями силы и скорости точки ее приложения [1]. При таком выборе правил сил, которые непрерывны по физическому смыслу процессов, их математическое описание становится разрывным, что делает невозможным их применение в качестве исходных данных и снижает точность их аппроксимации.

Следующим прогрессивным шагом при применении ЭВМ явился переход к численным методам расчета, в которых не требуется выведения окончательного аналитического выражения, а алгоритм расчета строится на базе простых последовательных вычислений. При этом используются универсальные методы аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования функций. Большие трудности при применении ЭВМ в ТММ вызывает ввод разрывных функций, поэтому в пособии приводится пример расчета кулачкового механизма с помощью функции

единичного скачка (Хэвисайда) и др. При проектировании кулачкового механизма в системе Mathcad в дополнение к расчету основных размеров появилась возможность анализировать влияние угла давления на скорость скольжения, износ и КПД в высшей кинематической паре.

Высокое быстродействие ЭВМ позволяет освободить студента от рутинных операций графических методов расчета. Одновременно оно дает возможность повысить качество расчетов и реализовать то, что ранее было невозможно при графических методах. Появилась возможность проводить интерактивные многовариантные расчеты параметров механизмов, анализировать эти расчеты и выбирать оптимальные значения параметров на основе критериев оптимальности.

В пособии используются преимущества применения системы Mathcad при выполнении модернизированного проекта по курсу ТММ, в котором расширены задачи расчетов по динамике машин и введены оценки их экономической эффективности. В качестве критериев экономичности расхода энергии используются механический КПД, определяемый силами трения в кинематических парах, и КПД цикла разгон – торможение, оценивающий потери кинетической энергии при торможении [2].

В модернизированном проекте проводят расчеты приведенных параметров динамической модели машины с использованием методов аппроксимации характеристик действующих сил. Затем по этой математической модели выполняют проектировочные расчеты с целью определения необходимого момента инерции маховика, определяется мощность двигателя и строится его характеристика, после чего проводят анализ законов движения машины на установившихся и неустановившихся режимах и оценивают погрешности расчетов. В рассматриваемых программах интерактивного расчета выделены отдельные этапы проведения проверок и введения дополнительных исходных данных для продолжения расчета. Тем самым внимание студентов концентрируется на анализе полученных результатов.

Основное преимущество применения системы Mathcad в курсовом проектировании по ТММ состоит в том, что запись формул в этой системе максимально приближена к естественной математической записи формул при ручном расчете. В дополнение к этому система Mathcad позволяет быстро и просто выполнять

дифференцирование, интегрирование и аппроксимацию функций, статистическую обработку расчетов, замену переменных и построение графиков, чем компенсирует отсутствие наглядных графических методов расчета. Главное преимущество этой системы состоит в том, что расчеты можно проводить на домашнем компьютере, когда студент получает в свое распоряжение готовую стандартную программу кафедры ТММ и должен внести в нее изменения и усовершенствования согласно индивидуальным особенностям задания на проектирование.

При создании программ расчета проекта предполагалось, что студенты обладают необходимыми базовыми знаниями по курсам высшей математики, ТММ и программирования.

Предисловие, разд. 1.5, 3 и 4 написаны И.В. Леоновым, введение, разд. 1.1–1.4, 1.6–1.10 – Б.И. Павловым, разд. 1.11 – О.В. Егоровой, разд. 2 – Д.И. Леоновым.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Пособие предназначено для выполнения курсового проекта средствами микропроцессорной техники. При этом фактически осуществляется переход от графических и графоаналитических методов решения задач анализа и синтеза механизмов к математическим методам с применением компьютера и различных вычислительных и графических систем: MATLAB, Mathcad, AutoCAD, Mapl, COMPAS и др. Все указанные системы являются универсальными по использованию в инженерных и конструкторских работах. Между системами существует возможность передачи информации (данных) и перехода вычислительного процесса.

В пособии подробно рассматривается особенность применения системы Mathcad. На момент выполнения курсового проекта студентам не были даны основы этой системы и ее методология применения. Пособие предназначено для освоения системы Mathcad применительно к выполнению курсовой работы, детализации этапов выполнения проекта и анализа способов их описания.

Необходимо отметить и имеющиеся на кафедре РК-2 МГТУ им. Н.Э. Баумана ряд универсальных вычислительных систем и программ типа Diada и Zub, позволяющих математически решать некоторые задачи проекта.

## **1. ТЕХНОЛОГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ MATHCAD В КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПО ТММ**

Mathcad представляет собой математически ориентированную универсальную систему. Помимо собственно вычислений она позволяет решать задачи ТММ. С ее помощью можно не только качественно подготовить текст курсового проекта, но и выполнить набор самых сложных математических формул, а также представить результаты расчетов в графическом виде.

При расчете на ЭВМ нет необходимости в использовании законченных аналитических выражений. Для проведения расчета достаточно разработать алгоритм, т. е. последовательность, расчета, который может предусматривать применение численных методов. Однако для большинства простейших механизмов известна аналитическая выражения их передаточных функций, поэтому эти выражения часто используются без построения алгоритма их расчета.

В представленном пособии в программы расчетов на ЭВМ включены интерактивные проверки проводимых расчетов, реализуемые другими вычислительными методами. Выполнение этих проверок гарантирует правильность работы только программы расчета, но ошибки ввода исходных данных остаются невыявленными.

Выполнение курсового проекта зависит от адекватной проекту постановки математической задачи, разработки алгоритма ее решения, правильности применения системы. Алгоритм в системе Mathcad может быть реализован с помощью следующих аппаратных средств.

### **1.1. Работа с формульным редактором и клавиатурой**

Система Mathcad включает в себя три редактора: формульный, текстовый и графический. В любом случае достаточно поместить

курсор на изображение окна и щелкнуть левой клавишей мыши. После этого появляется красный крестик визира. Ввод математических выражений, комментариев и графиков в окно редактора можно осуществлять разными способами. Наряду с применением шаблонов различных математических символов можно использовать ввод этих объектов с помощью клавиатуры. Например, если для организации цикла вычислений мы создаем ранжированную переменную – угол поворота звена  $\varphi$  с нулевым начальным значением, шагом 0,01 и конечным значением  $2\pi$ , то на экране эта запись будет выглядеть так:  $\varphi:=0,0.01.. 2\pi$  [3].

Ввод значения угла  $\varphi$  поворота осуществляется при наборе на клавиатуре комбинации клавиш **f + [ctrl] + g**, задание переменной ( $:=$ ) первый раз выполняется при наборе двоеточия (:), символ перечисления «от–до» (две точки ..) вводится нажатием клавиши «точка с запятой» (;). При нажатии клавиши равенства (=) осуществляется вычисление. Вычисление также может быть организовано с помощью главного меню заданием следующих операций: **Calculate** (F9) – расчет с места, установленного маркером; **Automatic Calculation** – расчет по мере просмотра; **Optimize** – расчет с оптимизацией вычислений.

При наборе с помощью клавиатуры можно использовать данные табл. 1.1 [4].

Таблица 1.1

Набор символов с помощью клавиатуры ЭВМ

Отображение	Клавиша	Оператор
$:=$	[:]	Definition (Определение)
$=$	[=]	Evaluation (Равенство)
$\equiv$	[~]	Global definition (Тождественное равенство)
$+$	[+]	Addition (Сложение)
$+ \dots$	[Ctrl] [Enter]	Addition with linebreak (Сложение с переносом на следующую строку)
$-$	[-]	Negation or subtraction (Вычитание)
$\cdot$	[*]	Multiplication or inner (dot) product (Умножение)
$/$	[/]	Division (Деление)

Отображение	Клавиша	Оператор
$\div$	[Ctrl] [/]	In-line division (Деление с переносом на следующую строку)
..	[;] (semicolon)	Precedes last number in range (Предшествующий член ряда)
$\sqrt{\quad}$	[√]	Square root (Извлечение квадратного корня)
$\sqrt[n]{\quad}$	[Ctrl] [√]	Nth root (Извлечение корня степени $n$ )
$x^y$	[^]	Exponentiation or matrix inverse (Возведение в степень или транспонирование матрицы)
$d/dx$	[?]	Derivative (Дифференцирование)
$d^n/dx^n$	[Ctrl] [Shift] [/]	Nth derivative (Дифференцирование $n$ -го порядка)
$\int$	[&]	Integration (Интегрирование)
$n!$	[!]	Factorial (Факториал)
$=$	[Ctrl] [=]	Equal to (Равенство)
$\neq$	[Ctrl] 3	Not equal (Неравенство)
$\alpha$	a [Ctrl] g	Greek characters (Греческие буквы)

## 1.2. Работа с текстовым редактором

Текстовый редактор используют для пояснения алгоритма. Желательно указывать в комментариях используемые единицы измерения. Они делают документ с формулами и графиками более понятным. В простейшем случае для открытия рабочего окна текстового редактора достаточно ввести символ " (одиночные кавычки). В появившийся прямоугольник можно вводить текст, редактируемый с помощью общепринятых средств (рис. 1.1).

\*Курсовая работа Иванова Б.И., группа АК11-35, вариант 79д  
 Передаточные отношения  
 Ad-Работа движущих сил, Mc-момент сил сопротивления

**Рис. 1.1.** Пример отредактированного текста комментариев

### 1.3. Ввод исходных данных

При вводе исходных данных для каждого параметра следует вводить единое для всего задания обозначение (кроме случаев, когда необходимо прерывать работу программы для интерактивного общения, а затем продолжать расчет после переименования параметров). Некоторые символы русского и английского алфавитов имеют одинаковый вид, поэтому нужно следить за раскладкой клавиатуры. Для контроля введенного значения применяют знак равенства (=).

Исходные данные, соответствующие требованиям потребителя, часто приводятся в различных системах измерений. Однако расчеты должны выполняться в единой системе измерений СИ. Значения углов можно вводить и в градусах, и в радианах, учитывая это при дальнейших вычислениях. При переходе от градусов к радианам и обратно можно использовать функцию deg (рис. 1.2).

$\varphi := \pi$	$\varphi 1 := \varphi \cdot \frac{180}{\pi}$	$\varphi_{deg} := \frac{\varphi}{deg}$	$\varphi = 180$	$\varphi 1 = 180$
$\alpha := 60$	$\alpha 1 := \alpha \cdot \frac{\pi}{180}$	$\alpha_{deg} := \alpha \cdot deg$	$\alpha = 1.047$	$\alpha 1 = 1.047$

Рис. 1.2. Пример перевода значений углов из градусов в радианы

В программе можно зафиксировать единицу измерений с помощью соответствующего текста (см. далее).

В качестве исходных данных могут быть заданы константы и функциональные зависимости, например момент сопротивления, давление в цилиндре. Необходимо четко разделять переменные и постоянные параметры кинематических цепей. Задать исходные данные можно в виде таблицы или графика, который следует преобразовать в удобный для ввода вид.

### 1.4. Работа с графиками

В курсовом проектировании строятся только двумерные графики вида  $y = f(x)$  или  $z = f_1(\varphi)$ , где  $x$ ,  $\varphi$  – аргументы. Для вывода графика имеются шаблоны. Вид графика может определяться

двумя способами: до вставки шаблона графика и в самом шаблоне. Можно вначале записать функцию, а затем ввести шаблон графика. Перед применением этой команды необходимо определить функции, графики которых следует строить, и интервал и шаг изменения аргумента (например,  $x$ ). Простые функции можно указать в шаблоне самого графика. Диапазон изменения и шаг изменения аргумента обязательно задают до вставки шаблона. В роли аргумента в курсовом проекте в основном выступает угол звена приведения  $\phi$ . Для его задания необходимо ввести начальное и конечное его значения и шаг изменения.

Начальное положение угла приведения определено при синтезе. Диапазон изменения этого угла определяется из исходных данных. Шаг изменения определяют при разбиении диапазона изменения на  $N$  участков. В системе Mathcad используется специальный оператор, в котором задаются начальное значение, следующее значение (отличается от начального на шаг) и конечное значение. Примеры различных способов задания изменения значения одного и того же параметра даны на рис. 1.3.

$\phi_0 := \frac{\pi}{3}$	$\phi_K := \frac{2 \cdot \pi}{3}$	$\phi := 60 \cdot \text{deg}, 60 \cdot \text{deg} + 0.11 \dots 120 \cdot \text{deg}$
$\phi_N := \phi_0 + 0.011$	$\phi := \phi_0, \phi_N \dots \phi_K$	$\phi := \phi_0, \phi_N \dots \frac{2 \cdot \pi}{3}$

**Рис. 1.3.** Примеры различных способов задания изменения значения одного и того же параметра

При построении графика необходимо приблизительно наметить место левого верхнего угла графика и установить на него графический курсор. Затем следует ввести команду вставки шаблонов графика. Для этого нужно войти в главное меню **Insert** (Вставка). При активизации этого меню появляется подменю с операцией **Graph** (Вставка шаблонов графика). Далее следует перейти к пункту меню **X-Y Plot** (График в декартовой системе координат). Появится шаблон графика. График может иметь различные размеры и перемещаться в окне редактирования документа. Для упрощенного построения двумерных графиков некоторой функции  $f(x)$  нужно вывести их в шаблон, по вертикали указать

функцию  $f(x)$ , а по горизонтали – независимую переменную  $x$ . Можно построить на одном рисунке графики многих функций, для этого их нужно указать рядом с вертикальной осью, используя запятые для разделения описаний функций. Независимую переменную следует поместить вблизи горизонтальной оси. Можно использовать несколько независимых переменных различных функций. Порядок следования переменных должен соответствовать порядку функций, в которых они употребляются.

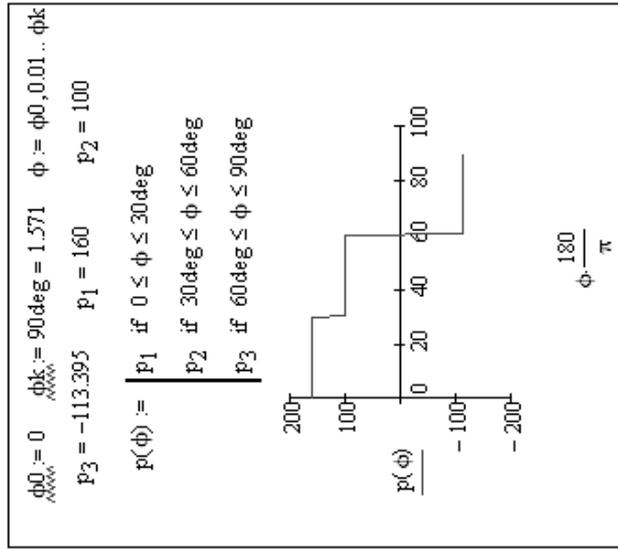
Каждая точка декартова графика характеризуется своими координатами  $x$  и  $y = f(x)$ , где  $x$  – абсцисса точки, а  $y$  – ее ордината. Точки соединяют друг с другом линиями разного типа и цвета (сплошной, пунктирной и т. п.). Могут быть показаны и исходные (узловые) точки графика в виде жирных точек, квадратиков, кружков и т. д.

Пример представления функций ступенчатого изменения давления  $p(\phi)$  в цилиндре и момента  $M_c(\phi)$  в системе Mathcad имеет вид, показанный на рис. 1.4.

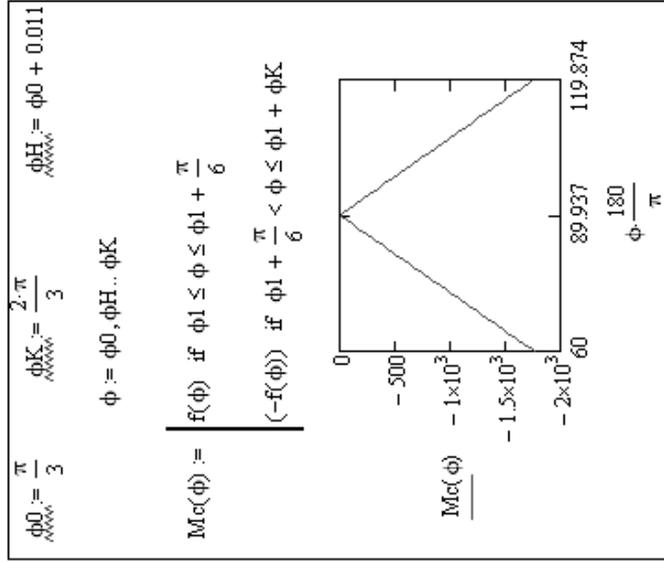
### 1.5. Аппроксимация функций

При переходе от графических методов расчета к расчету на ЭВМ, в том числе и в системе Mathcad, удобно использовать методы аппроксимаций функций, задаваемых графически или в виде таблиц. При графической кусочно линейной аппроксимации заданные узловые точки соединяют прямыми, а координаты промежуточных точек находят по линейной зависимости функции. При этом даже первая производная аппроксимирующей функции претерпевает разрывы в узловых точках. Существенно лучшие результаты дает сплайн-аппроксимация, при которой исходная информация представляется в виде отрезков кубических полиномов, проходящих через три узловые точки. При этом неразрывными становятся первая и вторая производные исходной функции.

Сплайн-аппроксимация проводится в два этапа. На первом этапе с помощью функций **cspline (VX, VY)**, **pspline** или **Ispline** формируются векторы абсцисс VX и ординат VY исходной функции. Затем вычисляются значения  $Y(X)$  с помощью функции промежуточных значений **interp( )**.



a



б

**Рис. 1.4.** Пример представления функций ступенчатого изменения давления  $p(\phi)$  (a) и приведенного момента  $M_c(\phi)$  (б) в системе Mathcad

Рассмотрим пример аппроксимации характеристики дизельного двигателя по точкам максимальной скорости холостого хода  $\omega_{xx}$  и номинального режима работы  $\omega_{ном}$ , связанных линейной зависимостью с заданной степенью неравномерности регулирования  $\delta\omega = (\omega_{xx} + \omega_{ном})/2$ . Пусть заданы также пусковой ( $M_{пуск}$ ), максимальный ( $M_{max}$ ) и номинальный ( $M_{ном}$ ) крутящие моменты (причем  $M_{xx}:=0$ ) и соответствующие скорости вала. Представляя их в виде матриц-столбцов  $M$  и  $OM$ , сформируем по ним кубический сплайн указанием  $VMOM:=cspline(M,OM)$ , а затем функцию промежуточных значений  $intMOM = interp(VMOM,OM,M,x)$ .

Скоростная характеристика двигателя изображена на рис. 1.5.

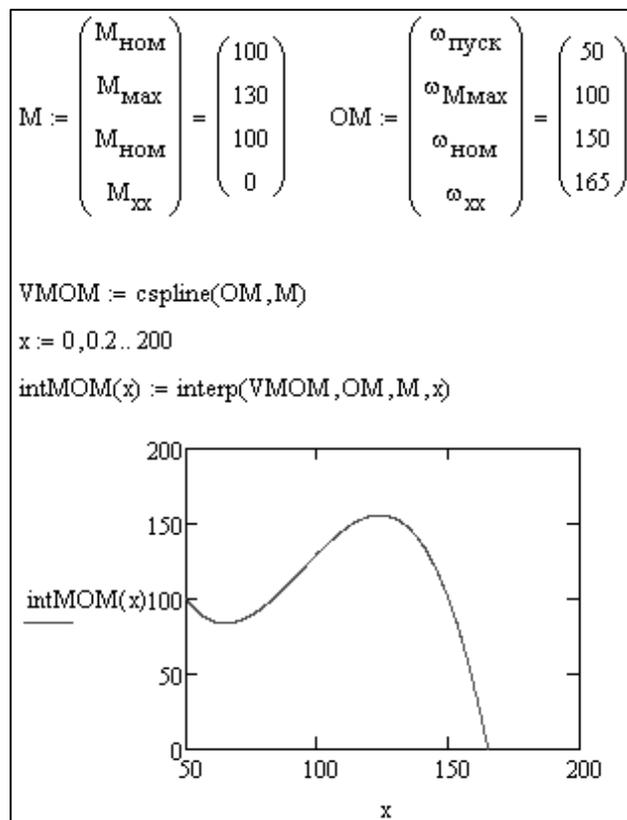


Рис. 1.5. Скоростная характеристика двигателя:

$M$  – момент;  $x$  – угловая скорость

## 1.6. Решение линейных и алгебраических уравнений

Линейные и алгебраические уравнения строят для описания баланса работ движущих сил, сил сопротивления и др. Результатом их решения является значение одного из параметров (давления в цилиндре, момента сил сопротивления и др.). Эти уравнения имеют общий вид  $F(x) = 0$  и решаются в системе Mathcad с помощью встроенной функции `root`, которая имеет следующий вид: **root(F(x),x)** и определяет значение  $x$ , при котором  $F(x) = 0$ . Вычисление  $x$  осуществляется итерационным методом. Перед применением этой функции необходимо задать начальное значение переменной  $x$ , например, так, как показано на рис. 1.6.

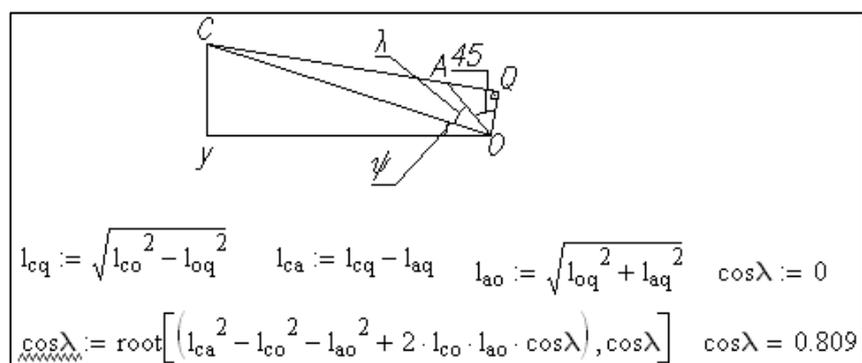


Рис. 1.6. Пример упрощенной схемы механизма и описания его параметров в системе Mathcad

Вместо начального значения можно задать интервал, в котором ищется решение (корень) уравнения. В этом случае функция имеет вид **root(F(x),x,a,b)**, где  $a$  и  $b$  – границы интервала.

## 1.7. Решение систем линейных и нелинейных уравнений

Используется при параметрическом и динамическом синтезе.

Силовой анализ механизма можно свести к решению линейной или нелинейной системы уравнений. Каждое уравнение в данном случае представляет собой уравнение равновесия звена под действием приложенных сил (внешних, потенциальных, инерционных,

реакции) или уравнение равновесия моментов сил звена относительно выбранного центра вращения. Система уравнений в этом случае может иметь высокий порядок (много неизвестных: проекции всех реакций, плечи сил и др.).

Параметрический синтез предполагает определение всех размеров звеньев механизма и начального положения входного звена (звена приведения). При синтезе считаются заданными некоторые длины и относительные положения звеньев. Динамический синтез предполагает определение (например, для переходного режима) соответствующих параметров, обеспечивающих равенство работы движущих сил работе сил сопротивления (по абсолютной величине) за цикл.

Для решения систем уравнений используется так называемый решающий блок. Он имеет следующую структуру:

- **Начальные условия** – (Given) (определяют начальные значения искомых переменных; их задают обычным присваиванием);
- **Уравнения** задаются с помощью вставки жирного знака равенства (панель инструментов **Boolean**) между левой и правой частями уравнения;
- **Ограничительные условия** (записываются в виде неравенств или равенств (панель инструментов **Boolean**), которые должны выполняться при решении; ограничений может и не быть);
- **Find(x1,x2,...,xn)** – функция для решения системы уравнений (определение значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). Возможен следующий способ задания этой функции:

$$\text{способ задания этой функции: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} := \text{Find}(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Рассмотрим пример реализации параметрического синтеза. Для четырехзвенного механизма  $OABC$  дано:  $l_3 = CB_i$ ;  $l_4 = OC$ ; углы  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \Delta_{12}, \Delta_{13}$ . Требуется определить:  $l_1 = OA_i$ ;  $l_2 = A_iB_i$  и начальный угол  $\phi_1$ .

Задача решается следующим образом. Выбирается система координат (рис. 1.7) с центром либо в точке  $O$ , либо в точке  $C$  (пусть это будет точка  $O$ ). В данной системе координат задаются координаты  $i$ -го положения точек  $A$  и  $B$ :

$$x_{A_i} = l_1 \cos \varphi_1; \quad y_{A_i} = l_1 \sin \varphi_1;$$

$$x_{B_i} = l_4 + l_3 \cos \gamma_i; \quad y_{B_i} = l_3 \sin \gamma_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

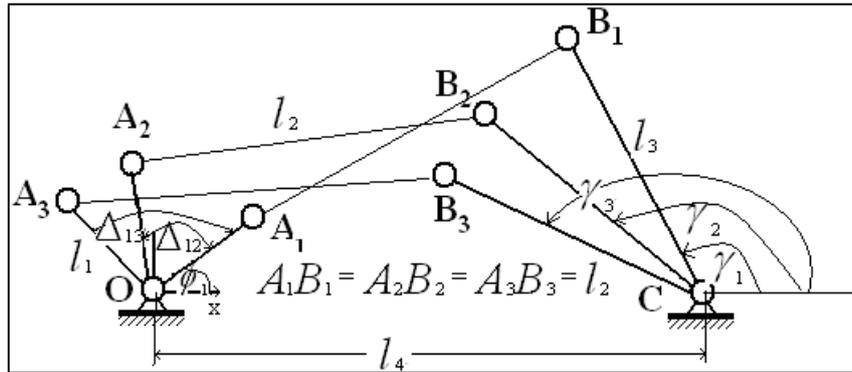


Рис. 1.7. Пример параметрического синтеза  
схема четырехзвенного механизма

Имеем  $l_2 = A_1B_1 = A_2B_2 = A_3B_3$ . Отсюда получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$A_iB_i = \sqrt{(x_{B_i} - x_{A_i})^2 + (y_{B_i} - y_{A_i})^2}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$l_1 = OA_1 = OA_2 = OA_3;$$

$$l_2 = A_1B_1 = A_2B_2 = A_3B_3.$$

Решением этой системы уравнений являются размеры  $l_2, l_1, \varphi_1$ .  
Решение в системе Mathcad показано на рис. 1.8.

### 1.8. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) осуществляется с помощью функции **rkadapt(y, хнач, хкон, N, D)**. Здесь  $y$  – имя искомой функции;  $хнач, хкон$  – начальное и конечное значения независимой переменной,  $N$  – число точек на интервале  $[хнач, хкон]$ ,  $D$  – правая часть ОДУ. Если уравнение второго порядка ( $y''(x) = \varphi(x)$ ), его нужно разрешить для старшей производной, применить подстановку  $y' = z$  и записать систему ОДУ первого порядка

( $y' = z$ ;  $z' = \varphi(x)$ ). В этом случае  $y$  и  $D$  являются векторами. Начальные условия, как и функция  $D(x, y)$ , записываются в виде векторов.

$l_1 := 0 \quad l_2 := 0 \quad \phi_1 := 0$

Given

$$l_2 = \sqrt{(l_3 \sin(\gamma_1) - l_1 \sin(\phi_1))^2 + (l_4 + l_3 \cos(\gamma_1) - l_1 \cos(\phi_1))^2}$$

$$l_2 = \sqrt{(l_3 \sin(\gamma_2) - l_1 \sin(\phi_1 + \Delta 12))^2 + (l_4 + l_3 \cos(\gamma_2) - l_1 \cos(\phi_1 + \Delta 12))^2}$$

$$l_2 = \sqrt{(l_3 \sin(\gamma_3) - l_1 \sin(\phi_1 + \Delta 13))^2 + (l_4 + l_3 \cos(\gamma_3) - l_1 \cos(\phi_1 + \Delta 13))^2}$$

$l_1 > 0 \quad l_2 > 0$

$$\begin{pmatrix} \phi_{1, \text{min}} \\ l_{1, \text{min}} \\ l_{2, \text{min}} \end{pmatrix} = (\text{Find}(\phi_1, l_1, l_2)) = \begin{pmatrix} 2.426 \\ 0.057 \\ 0.185 \end{pmatrix}$$

**Рис. 1.8.** Решение системы уравнений в системе Mathcad для определения размеров механизма  $l_2, l_1, \phi_1$

Записав ОДУ, определите, какая функция является его решением, каковы начальные условия, в каких пределах должен изменяться аргумент. Начальное значение искомой функции присвойте переменной  $y_0$  (для ОДУ первого порядка) или вектору (для системы уравнений).

В курсовом проекте возможно формирование и решение ОДУ вида  $\varepsilon(\varphi, \omega) := \frac{M(\varphi)}{J(\varphi)} - \frac{\omega^2}{2J(\omega)} dJ(\varphi)$ . Здесь  $\phi''(\varphi, \omega) = \varepsilon(\varphi, \omega)$ . Тогда система ОДУ имеет вид

$$\begin{aligned} \phi'(\varphi) &= \omega(\varphi); \\ \omega'(\varphi) &= \varepsilon(\varphi). \end{aligned}$$

Начальные значения  $\varphi = 0, \phi(0) = 0, \omega(0) = 0$ . Решение ОДУ показано на рис. 1.9, где  $y = (y_0 = \phi, y_1 = \omega)$ ;  $y_0 = (y_{00} = \phi(0))$ ;

$y_0 = \omega(0)$ ;  $t_0 = \varphi = 0$  – начальное значение  $\varphi$ ;  $t_k$  – конечное значение  $\varphi$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon(\varphi, \omega) &:= \frac{M(\varphi)}{J(\varphi)} - \frac{\omega^2}{2 \cdot J(\varphi)} \cdot dJ(\varphi) & D(t, y) &:= \begin{pmatrix} y_1 \\ \varepsilon(y_0, y_1) \end{pmatrix} \\ y_0 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} & t_0 &:= 0 & N_{\omega} &:= 100 \\ & & t_1 &:= 0.142 \\ S &:= \text{Rkadapt}(y_0, t_0, t_1, N, D) \\ t_{\omega} &:= S^{(0)} & \omega_1 &:= S^{(2)} & \varphi_1 &:= S^{(1)} \end{aligned}$$

Рис. 1.9. Решение ОДУ для углового ускорения  $\varepsilon$

### 1.9. Дифференцирование функций

Операция дифференцирования используется при вычислении аналогов скоростей и ускорений.

Можно построить графики перемещения, скорости и ускорения всех точек механизма. Для этого необходимо задать координаты этих точек как функции движения (угла или перемещения) звена приведения. Продифференцировав один раз по данному аргументу, получим аналоги скоростей. Продифференцировав повторно, получим аналоги ускорений. Аналоги должны являться функциями выбранного аргумента. Задав границы изменения аргумента, можно графически построить полученные зависимости. Например:

$$x_A(\gamma) = l_1 \cos \varphi_1(\gamma); \quad y_A(\gamma) = l_1 \sin \varphi_1(\gamma);$$

$$\varphi_2(\gamma) = \varphi_2(\varphi_1(\gamma)); \quad \varphi_3(\gamma) = \varphi_3(\varphi_1(\gamma));$$

$$x_B(\gamma) = x_A(\gamma) + l_2 \cos \varphi_2(\gamma); \quad \omega_{g2}(\gamma) = \frac{d\varphi_2(\gamma)}{d\gamma}; \quad \omega_{g3}(\gamma) = \frac{d\varphi_3(\gamma)}{d\gamma};$$

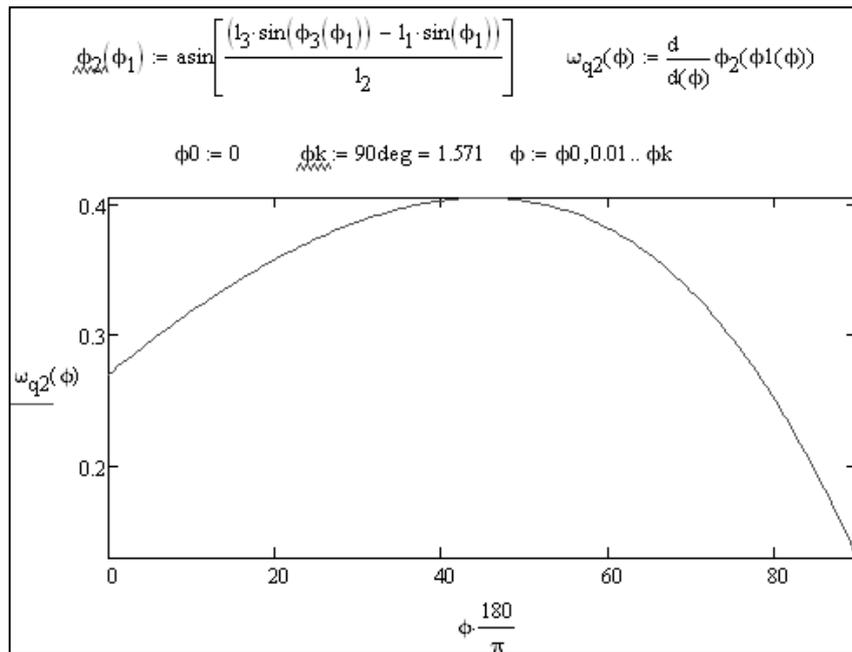
$$y_B(\gamma) = y_A(\gamma) + l_2 \sin \varphi_2(\gamma); \quad V_{gAx}(\gamma) = \frac{dx_A(\gamma)}{d\gamma};$$

$$x_{S_2}(\gamma) = x_A(\gamma) + K_2 l_2 \cos \varphi_2(\gamma); \quad V_{gAy}(\gamma) = \frac{dy_A(\gamma)}{d\gamma}; \quad V_{gBx}(\gamma) = \frac{dx_B(\gamma)}{d\gamma};$$

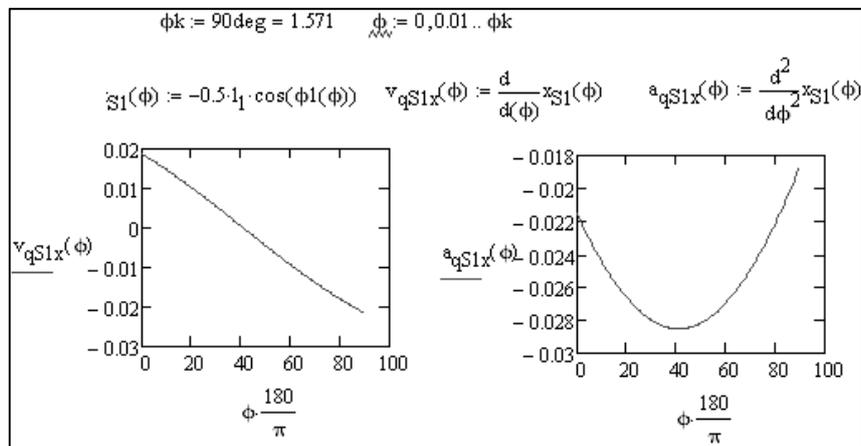
$$y_{S_2}(\gamma) = y_A(\gamma) + K_2 l_2 \sin \varphi_2(\gamma); \quad V_{gS_2x}(\gamma) = \frac{dx_{S_2}(\gamma)}{d\gamma};$$

$$a_{gAx}(\gamma) = \frac{dV_{gAx}(\gamma)}{d\gamma}; \quad \xi_{g2}(\gamma) = \frac{d\omega_{g2}(\gamma)}{d\gamma}.$$

Пример построения передаточной функции (аналога угловой скорости) механизма качающегося цилиндра представлен на рис. 1.10, а пример определения линейной скорости центра масс – на рис. 1.11.



**Рис. 1.10.** Пример построения передаточной функции (аналога угловой скорости) механизма качающегося цилиндра



**Рис. 1.11.** Пример определения скорости центра масс звена механизма качающегося цилиндра

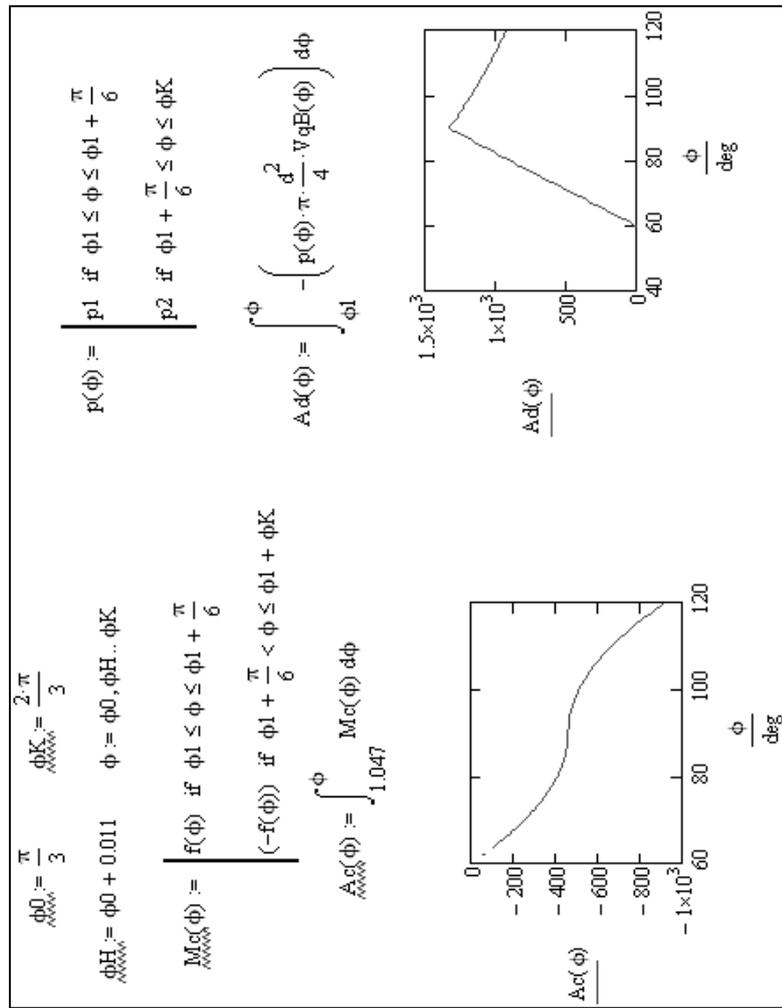
### 1.10. Интегрирование функций

Операция интегрирования может быть использована для определения работы действующих сил (рис. 1.12) и для перехода от угла поворота звена к времени его движения в результате интегрирования обратной функции закона движения  $1/\omega_1$  механизма (рис. 1.13).

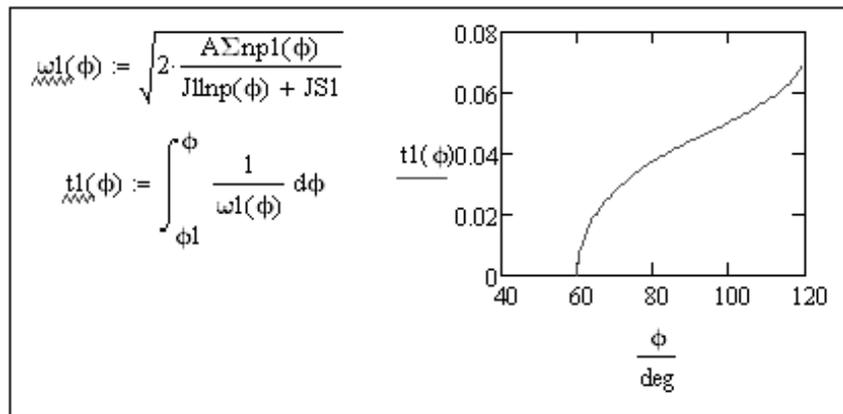
### 1.11. Вычисление погрешности, коэффициента корреляции и другие статистические расчеты в системе Mathcad

Для правильного понимания подходов и критериев, используемых при решении прикладной задачи на основе математической модели с применением ЭВМ, важно понимать, что получить точное значение решения практически невозможно, т. е. решение всегда является приближенным и содержит погрешность. Объясняется это тем, что сама математическая модель является лишь приближенным описанием реального процесса, поэтому все характеристики, вычисленные в рамках принятой модели, заведомо отличаются от истинных характеристик, причем их погрешность зависит от степени адекватности модели реальному процессу.

Полная погрешность решения задачи на ЭВМ складывается из трех составляющих: неустранимой погрешности, погрешности метода и вычислительной погрешности.



**Рис. 1.12.** Операция интегрирования для определения работы действующих сил (сил сопротивления  $A_{\text{ср}}$  и движущих сил  $A_{\text{д}}$ )



**Рис. 1.13.** Интегрирование обратной функции закона движения  $1/\omega_1(\phi)$  механизма при переходе от угла поворота звена к времени движения

Появление неустранимой погрешности обусловлено тем, что принятие математической модели и задание исходных данных вносит в решение погрешность, которая не может быть устранена впоследствии. Единственный способ уменьшить эту погрешность – перейти к более точной математической модели и задать более точные исходные данные.

Достоверная информация о порядке величины погрешности метода позволяет осознанно задать точность решения на ЭВМ. Желательно, чтобы погрешность метода была в 2–10 раз меньше неустранимой погрешности. Большее значение ощутимо снижает точность результата, меньшее – обычно требует увеличения затрат, практически уже не влияя на значение полной погрешности.

Вычислительная погрешность (при фиксированных модели, исходных данных и методе решения) в основном определяется характеристиками используемой ЭВМ. Желательно, чтобы эта величина была хотя бы на порядок меньше величины погрешности метода и совсем нежелательна ситуация, когда она существенно ее превышает.

### ***1.11.1. Абсолютная и относительная погрешности***

Пусть имеется некоторая числовая величина и числовое значение  $a$ , которое ей присвоено, считается точным. Тогда под погрешностью приближенного значения числовой величины  $\Delta a$

понимают разность точного и приближенного значений числовой величины

$$a^* - a = \Delta a.$$

Погрешность может принимать как положительное, так и отрицательное значение. Величина  $a^*$ , называемая *известным приближением* к точному значению числовой величины, – любое число, которое используется вместо точного значения. Простейшей количественной мерой ошибки является абсолютная погрешность.

*Абсолютной погрешностью* приближенного значения  $a^*$  называют величину  $\Delta(a^*)$ , про которую известно, что

$$|a^* - a| \leq \Delta(a^*).$$

Качество приближения существенным образом зависит от принятых единиц измерения и масштабов величин, поэтому целесообразно соотносить погрешность величины и ее значение, для чего вводится понятие относительной погрешности.

*Относительной погрешностью* приближенного значения называют величину  $\delta(a^*)$ , про которую известно, что

$$\left| \frac{a^* - a}{a^*} \right| = \frac{\Delta(a^*)}{|a|} = \delta(a^*).$$

Относительную погрешность часто выражают в процентах. Использование относительной погрешности удобно, в частности, тем, что она не зависит от масштабов величин и единиц измерения.

Так как точное значение обычно не известно, непосредственное вычисление величин абсолютной и относительной погрешностей по предложенным формулам невозможно. Более реальная и часто поддающаяся решению задача состоит в получении *оценок погрешностей* вида

$$|a^* - a| \leq \bar{\Delta}(a^*); \quad \left| \frac{a^* - a}{a^*} \right| \leq \bar{\delta}(a^*), \quad (*)$$

где  $\bar{\Delta}(a^*)$  и  $\bar{\delta}(a^*)$  – известные величины, которые называют *верхними границами* (или просто *границами*) *абсолютной и относительной погрешностей*.

Если величина  $\bar{\Delta}(a^*)$  известна, то неравенство (\*) будет справедливо при

$$\bar{\delta}(a^*) = \frac{\bar{\Delta}(a^*)}{|a|}.$$

Точно так же, если величина  $\bar{\delta}(a^*)$  известна, следует положить

$$\bar{\Delta}(a^*) = |a| \bar{\delta}(a^*).$$

Но поскольку точное значение  $a$  не известно, то на практике используют приближенные равенства вида

$$\bar{\delta}(a^*) \approx \frac{\bar{\Delta}(a^*)}{|a^*|}; \quad \bar{\Delta}(a^*) \approx |a^*| \bar{\delta}(a^*).$$

### ***1.11.2. Практическое применение математической статистики***

Задачи, решаемые средствами математической статистики, имеют огромную практическую значимость, связанную с контролем качества продукции на промышленных предприятиях или же с оценкой экспериментальных данных, полученных на опытном производстве. Решение проблем такого рода влечет за собой применение весьма сложного математического аппарата с внушительным объемом вычислительных работ. Поэтому с самых первых дней рождения вычислительной техники при решении задач по статистической обработке данных начали активно применять ЭВМ.

В настоящее время широко ведутся работы по созданию компьютерных пакетов программ, предназначенных для проведения статистического анализа данных.

Система Mathcad, например, имеет огромные возможности и позволяет проводить наиболее распространенные статистические расчеты на основе данных, заданных в виде векторов, а также расчеты для скалярного аргумента. Обилие специальных статистических функций позволяет сократить до минимума время решения любой поставленной задачи из серии статистических. Однако все

же отметим, что существуют более мощные специализированные пакеты для выполнения статистических расчетов, например Statistica или StatGraphics, которые заметно превосходят Mathcad по многовариантности статистических вычислений.

### 1.11.3. Статистические расчеты в среде Mathcad

Под *математической статистикой* понимают раздел математики, посвященный математическим методам сбора, систематизации, обработки и интерпретации статистических данных, а также использование этих методов для научных или практических выводов. Правила и процедуры математической статистики опираются на теорию вероятностей, позволяющую оценить точность и надежность выводов, получаемых в каждой задаче на основании имеющегося статистического материала. По типу решаемых задач математическую статистику обычно подразделяют на три раздела: описание данных, оценивание и проверка гипотез.

Система Mathcad позволяет проводить наиболее распространенные статистические расчеты над данными, заданными в виде векторов [3].

Одним из основных понятий статистики является *математическое ожидание*. Если случайная величина принимает значения с разной вероятностью, математическое ожидание вычисляют по формуле

$$M(X) = \sum x_i p_i.$$

Если случайная величина принимает ряд значений с равной вероятностью, то математическое ожидание определяют как среднее арифметическое значение некоторого количественного признака выборки. В системе Mathcad среднее значение выборки можно рассчитать с помощью встроенной функции **mean(x)**.

При обработке экспериментальных данных среднее значение выборки считается равным истинному значению параметра. Однако такое утверждение абсолютно верно лишь в том случае, если выборка является генеральной, т. е. содержит все возможные значения измеряемой величины. Естественно, что в реальности с генеральными совокупностями работать невозможно, всегда приходится делать из них некоторые небольшие выборки. В зависимости от условий отбора и объема выборки она может быть репрезентативной в большей или меньшей степени, т. е. передавать особенности генеральной со-

вокупности с различной степенью точности. При этом такие характеристики, как среднее значение и дисперсия, приобретают случайный характер. Исследование особенностей поведения такого рода величин – очень важная и сложная статистическая задача.

#### ***1.11.4. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение***

В статистике *дисперсией* называется среднее арифметическое квадратов отклонений случайной величины от ее среднего значения:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}.$$

В общем случае дисперсия является характеристикой степени рассеяния значений выборки по сравнению с ее средней величиной. В Mathcad простая выборочная дисперсия вычисляется с помощью функции **var(x)**. Кроме того, существует функция **Var(x)**, определяющая так называемую исправленную дисперсию, используемую на практике для несмещенной оценки генеральной дисперсии при малом объеме выборки. Учитывая, что функции выборочной и исправленной дисперсий различаются лишь форматом первой буквы, к их заданию следует подходить особенно осторожно.

На практике обычно используют не саму дисперсию, а квадратный корень из нее, называемый средним квадратичным отклонением. В системе Mathcad существуют две функции для вычисления этого параметра: **stdev(x)** – выборочное стандартное отклонение; **Stdev(x)** – исправленное среднее квадратичное отклонение. Очевидно, что **stdev<sup>2</sup>(x) = var(x)**.

#### ***1.11.5. Пример расчета коэффициента корреляции значений двух функций в Mathcad***

Корреляцией называется статистическая взаимосвязь двух и более случайных величин. Коэффициент корреляции является мерой этой взаимосвязи и может принимать значения в диапазоне  $-1 \dots 1$ . Отрицательное значение коэффициента означает, что с увеличением значений первой случайной величины значения второй уменьшаются. При положительном значении коэффициента при увеличе-

нии значений первой случайной величины значения второй также увеличиваются.

Если значение коэффициента равно нулю, то взаимосвязь между двумя случайными величинами отсутствует. Соответственно взаимосвязь двух величин тем сильнее, чем ближе значение коэффициента к единице (в случае обратной зависимости – к минус единице), и тем слабее, чем ближе коэффициент к нулю.

В системе Mathcad коэффициент корреляции можно рассчитать двумя способами:

1) по формуле

$$r := \frac{\text{cvar}(x, y)}{\text{stdev}(x) \cdot \text{stdev}(y)},$$

где  $r$  – коэффициент корреляции исследуемых функций  $x$  и  $y$ ;  $\text{cvar}(x, y)$  – корреляционный момент величин  $x$  и  $y$ ;  $\text{stdev}(x)$  и  $\text{stdev}(y)$  – средние квадратичные отклонения двух величин;

2) с помощью встроенной формулы

$$r := \text{corr}(x, y).$$

На рис. 1.14 представлен пример программы расчета коэффициента корреляции закона движения механизма. Для проверки этот коэффициент вычислен двумя различными способами.

## **2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАТНСАД В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА**

### **2.1. Проектирование кулачкового механизма методом оптимизации**

Плоские кулачковые механизмы широко распространены в механизмах машин-автоматов, в устройствах подачи станков, механизмов газораспределения двигателей внутреннего сгорания (ДВС). Важным свойством кулачковых механизмов является возможность обеспечения такого режима движения выходного звена, при котором оно остается неподвижным до момента достижения заданного значения угла поворота кулачка.

Заданы две функции X, Y закона движения механизма

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \\ 25 \\ 36 \\ 49 \\ 64 \\ 81 \\ 100 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 8 \\ 27 \\ 64 \\ 125 \\ 216 \\ 343 \\ 512 \\ 729 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

Расчет коэффициента корреляции по формуле (1) даёт

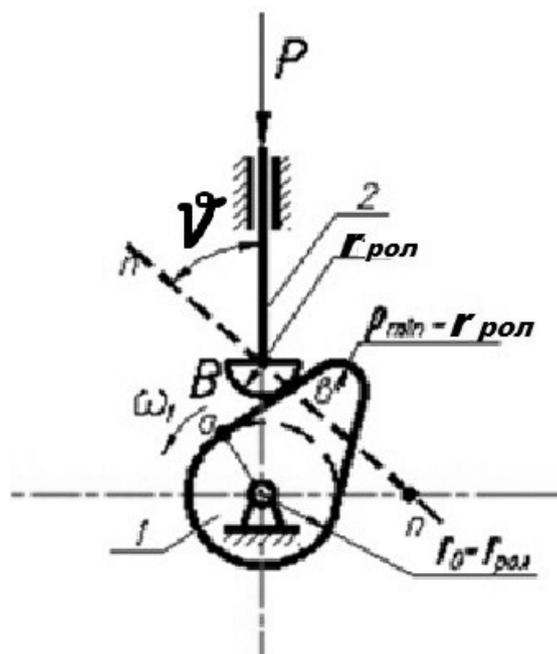
$$r := \frac{\text{cvar}(x, y)}{\text{stdev}(x) \cdot \text{stdev}(y)} \quad r = 0.986$$

Расчет коэффициента корреляции по формуле (2) даёт

$$r := \text{corr}(x, y) \quad r = 0.986$$

**Рис. 1.14.** Пример расчета коэффициента корреляции закона движения механизма в системе Mathcad

При проектировании кулачковых механизмов следует уделять особое внимание выбору закона движения толкателя. Например, в ДВС этот закон определяет расчетное время-сечение клапанов, их динамические нагрузки и износ кулачка. При проектировании кулачка используют расчет идеализированного профиля, соответствующего заостренному толкателю (рис. 2.1). При серийном изготовлении кулачков на специализированных станках применяют метод огибания инструментом реального профиля образцового кулачка. Поэтому в программе расчета кулачка использован не графический метод, а аналитический метод огибания, связывающий профили идеализированного и реально выполненного кулачков. В примере программы расчета использованы графические методы расчета усилий в высшей кинематической паре (рис. 2.2) и скорости скольжения (рис. 2.3).



**Рис. 2.1.** Кулачковый механизм со сферическим поступательным двигающимся толкателем:

1 – кулачок; 2 – толкатель

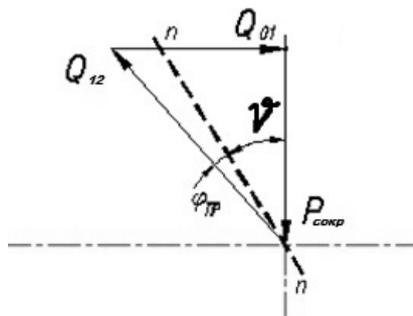


Рис. 2.2. План сил, действующих в кулачковом механизме

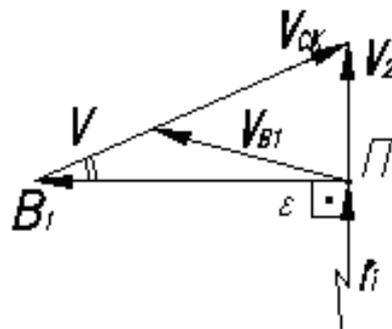


Рис. 2.3. План скоростей кулачкового механизма:

$V_{B1}$  – скорость точки реального профиля кулачка;  $V_{ск}$  – скорость скольжения профилей в высшей кинематической паре

Исходными данными при проектировании кулачковых механизмов являются структурная схема, показывающая тип кулачка, вид толкателя (см. рис. 2.1), их относительное расположение и характер движения толкателя.

При выборе основных размеров кулачкового механизма, в том числе минимального радиуса кулачка  $r_0$ , необходимо получить минимальные значения углов давления, так как при этом уменьшаются реакции в кинематических парах. В кулачковом механизме сила действует по общей нормали  $mn$ , проведенной через высшую кинематическую пару. Углом давления  $\nu$  называется угол давления между направлением силы и перемещением толкателя. План сил показан на рис. 2.2, где  $Q_{12}$  – сила в высшей кинематической паре кулачок – толкатель;  $\nu$  – угол давления;  $\varphi_{тр}$  – угол трения;  $P_{сопр}$  – сила полезного сопротивления при подъеме толкателя.

План скоростей кулачкового механизма показан на рис. 2.3. В реальном механизме высшую кинематическую пару выполняют в виде ролика, размещенного на толкателе, или в виде развита на толкателе сферы радиуса  $R_{сф}$  и цилиндрического кулачка.

Основные размеры – начальный радиус кулачка  $r_0$  и радиус толкателя (ролика или сферы)  $r_{сф}$  – требуется определить методом оптимизации, исходя из заданного максимального значения угла давления  $\theta_{max}$  (угол между направлением оси толкателя и общей нормалью к профилю кулачка). Ограничения на максимальный угол давления накладывают только на фазу удаления, а на фазе сближения толка-

тель является ведущим звеном. Поэтому у реверсивных механизмов обычно выбирают симметричный профиль кулачка.

### 2.3. Исходные данные к расчету кулачкового механизма

Исходные данные к расчету кулачкового механизма представлены в табл. 2.1, а параметры проектирования, подлежащие определению, сведены в табл. 2.2.

Таблица 2.1

Исходные данные к расчету кулачкового механизма

№ п/п	Параметр	Значение	Идентификатор	Единица измерения
1	Ход толкателя	0,015	$h$	м
2	Угол удаления от центра вращения	115	$f_v$	град
3	Угол ускоренного удаления толкателя	57,5	$f_1$	град
4	Угол замедленного удаления	115	$f_2$	град
5	Угол сближения толкателя с центром вращения	115	$f_c$	град
6	Угол верхнего выстоя толкателя	30	$f_v$	град
7	Максимально допустимое значение угла давления	30	$\theta_{\max}$	град
9	Угловая скорость вращения кулачка	100	$\omega$	рад/с

Таблица 2.2

Параметры проектирования, подлежащие определению

№ п/п	Параметр	Значение	Идентификатор	Единица измерения
1	Начальный радиус идеализированного кулачка		$r_0$	м
2	Радиус толкателя (ролика или сферы)		$r_{\text{сф}}$	м
3	Минимальное значение радиуса кривизны		$\rho_{\min}$	м
4	Максимальное значение скорости скольжения		$V_{\max}$	м/с
5	Максимальное значение коэффициента потерь		$\chi_{\max}$	—
6	Минимальное значение мгновенного КПД		$\eta_{\min}$	—
7	Среднее значение КПД в высшей паре		$\eta_{\text{ср}}$	—

При проектировании используется идеализированная расчетная схема кулачкового механизма с заостренным поступательно движущимся толкателем (рис. 2.4). Долговечность кулачкового механизма определяется нагрузкой на толкатель и выбранным законом движения, определяющим динамические нагрузки в высшей кинематической паре кулачок – толкатель.

Пусть задан симметричный прямоугольный закон изменения аналога ускорения толкателя. Его обобщенная кинематическая диаграмма (без задания числовых значений ускорения) представлена на рис. 2.5.

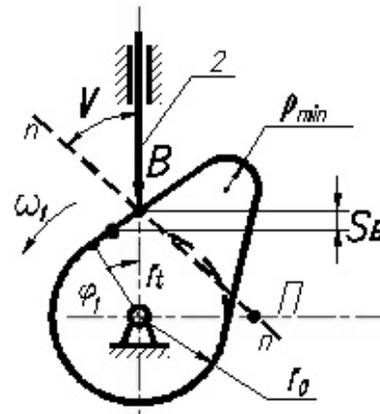


Рис. 2.4. Идеализированная расчетная схема кулачкового механизма

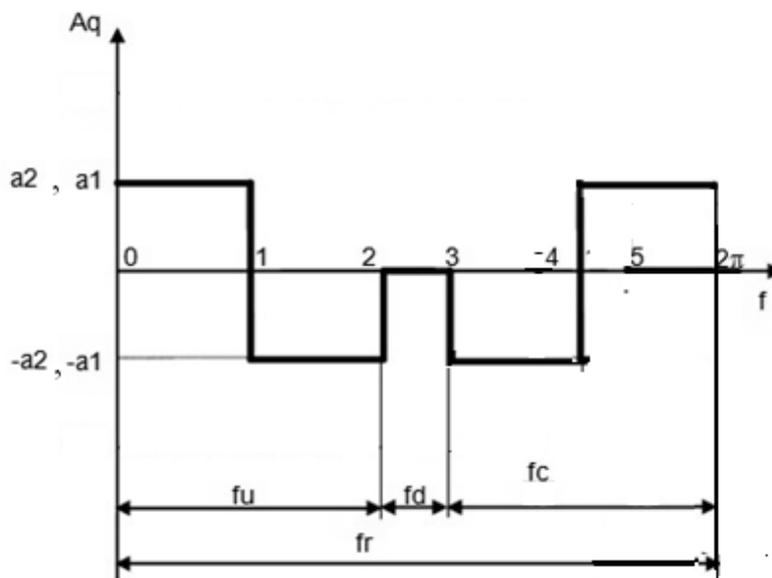


Рис. 2.5. Закон изменения аналога ускорения толкателя

На фазе удаления толкателя от центра вращения

$$a_q = \frac{d^2 S(f)}{df^2} = a_1, \text{ если } 0 < f < f_1; a_q = -a_1, \text{ если } f_1 < f < f_u,$$

где  $a_1 = \frac{4h}{(f_u)^2}$  – амплитудные значения ускорения, определяемые из условий заданного хода;  $f$  – угол поворота кулачка;  $f_u$  – угол поворота кулачка на участке удаления;  $f_1$  – угол ускоренного удаления,  $f_1 = f_u$ .

На фазе сближения

$$A_q = \frac{d^2 S(f)}{df^2} = a_2, \text{ если } f_3 < f < f_4; A_q = -a_2, \text{ если } f_4 < f < f_5.$$

Принятые в программе расчета идентификаторы приведены в табл. 2.2 и 2.3.

Таблица 2.3

### Принятые идентификаторы

№ п/п	Параметр	Идентификатор	Единица измерения
1	Перемещение толкателя	Sq	м
2	Аналог скорости толкателя	Vq	м
3	Аналог ускорения толкателя	Aq или aq	м
4	Угол поворота кулачка	f или ф	град
5	Мгновенное значение угла давления	v	град
6	Максимальное значение угла давления	$\theta_{\max}$	град
7	Текущее значение радиуса кривизны	$\rho$	м
9	Текущее значение радиуса идеализированного профиля кулачка	r	м

В приложении приведена распечатка программы расчета кулачкового механизма.

Аналогичные результаты расчетов можно получить, вводя разрывный закон движения с помощью функции Хэвисайда (рис. 2.6).

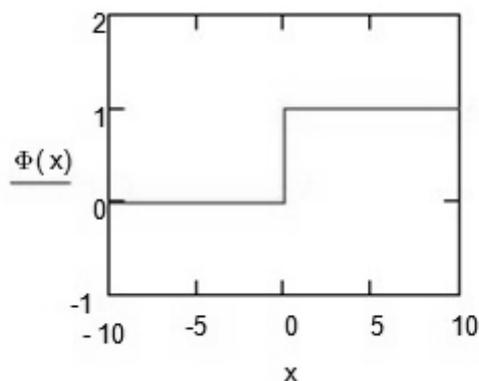


Рис. 2.6. Функция Хэвисайда

Пример ввода аналога ускорения с помощью функции Хэвисайда представлен на рис. 2.7.

$$A_q(f) := a_{11} \cdot \Phi(f) - 2 \cdot a_{11} \cdot \Phi(f - f_{11}) + a_{11} \cdot \Phi(f - f_{21}) - a_{21} \cdot \Phi(f - f_{31}) + 2 \cdot a_{21} \cdot \Phi(f - f_{41}) - a_{21} \cdot \Phi(f - f_{51})$$

Рис. 2.7. Пример ввода в программу с помощью функции Хэвисайда

### 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО КУРСУ «ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАШИН»

**Лист 1.** Проектирование основного механизма. Определение параметров его динамической модели.

1. Определение основных размеров звеньев механизма по заданным условиям. Массы и моменты инерции звеньев необходимо найти приближенно по определенным основным размерам.

2. Расчет давления в цилиндре поршневой машины и работы.

3. Определение приведенных параметров динамической модели машины (расчет приведенных моментов сил и суммарного приведенного момента инерции).

4. Проверка расчетов. Расчет необходимой мощности двигателя с построением его скоростной характеристики.

**Лист 2.** Расчеты закона движения звена приведения.

1. Определение мощности двигателя и необходимого момента инерции маховых масс, обеспечивающих вращение с заданным коэффициентом неравномерности.

2. Расчет закона движения (на установившемся или переходном режиме разгона).

3. Построение диаграмм угловой скорости звена приведения за время одного цикла и проверка расчетов путем статистической обработки закона движения.

4. Расчет времени разгона и определение КПД.

**Лист 3.** Проектирование зубчатого редуктора.

1. Выбор схемы редуктора и выполнение геометрического расчета эвольвентной зубчатой передачи

2. Проектирование редуктора (расчет межосевого расстояния по контактной прочности и выбор модуля по расчету на изгибную прочность зубьев, расчет валов и шпоночных соединений, подбор муфт).

**Лист 4.** Проектирование кулачкового механизма.

1. Статистическая обработка заданного закона движения и расчет параметров движения кулачкового механизма.

2. Проектирование кулачкового механизма (определение основных размеров кулачкового механизма: расчет начального радиуса кулачка методами оптимизации, выбор радиуса ролика).

3. Профилирование теоретического и практического профилей кулачка.

4. Анализ параметров, характеризующих качество работы кулачкового механизма.

Оформление рабочих чертежей редуктора.

1. Разработка общего вида редуктора с указанием основных размеров и элементов.

2. Разработка рабочих чертежей зубчатых колес.

3. Разработка рабочих чертежей валов.

4. Разработка рабочих чертежей муфт.

Лист 4 может быть оформлен на формате А1 или на отдельных форматах А3 и А4 с использованием системы AutoCAD.

#### **4. РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Проект сопровождается расчетно-пояснительной запиской объемом 20–30 страниц машинописного текста, поля должны составлять: слева – 20 мм, справа – 10 мм, сверху и снизу – по 20 мм (текст может быть выполнен в программе WORD на белой бумаге формата 210×185 с одной стороны). Записка должна содержать следующие элементы:

1. Титульный лист, на котором указаны факультет, группа, Ф.И.О. студента, название работы и дата выполнения.

2. Реферат или аннотацию, отражающие содержание работы (20 строк).

3. Оглавление работы по основным этапам.

4. Задание и исходные данные на проектирование.

При оформлении этой части записки студенту разрешается использовать текст и рисунки электронной версии выданного задания со ссылкой на него.

5. Описание основных этапов проектирования машины.

#### **Пример описания**

1.1. Проектирование основного механизма.

1.2. Определение параметров динамической модели.

1.2.1. Кинематическая модель.

1.2.2. Ввод индикаторной диаграммы.

1.2.3. Расчет диаграммы сил.

На каждом этапе проектирования необходимо четко выделить цели, исходные и выходные параметры расчета, а также применяемые методы расчета с основными допущениями (например, определение основных размеров механизма по средней скорости движения при допущении недеформируемости звеньев). Для расчетов рекомендуется применять систему Mathcad. Следует также привести краткий алгоритм расчета (без выводов формул). Все расчеты необходимо свести в таблицы или представить на рисунках (при расчетах применять систему СИ, в расчетах использовать угол в радианах, пересчитывая в градусы для указаний на рабочих чертежах). При проведении расчетов необходимо указать общую формулу, сделать подстановку числовых данных и привести ответ с указанием размерности результата. В конце работы нужно представить выводы и список литературы.

#### **Пример выводов**

1. Коэффициент потерь и мгновенный КПД кулачкового механизма связаны между собой. Снижение коэффициента потерь повышает значение мгновенного КПД.

2. Максимальные значения скорости скольжения и коэффициента возрастания усилий в кулачковом механизме отмечены в различных положениях. Таким образом, максимальное значение обобщенного критерия оптимальности, сформированного на основе скорости скольжения и коэффициента возрастания сил, наблюдает-

ся между ними и поиск этого положения кулачкового механизма представляет самостоятельную задачу, учитывающую действие сил.

3. В качестве внешних сил можно принять силы инерции толкателя.

Рекомендуется подготовить краткое сообщение в системе Power Point о выполненной работе и представить его при проведении зачета.

**РАСПЕЧАТКА ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА  
КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА**

**Исходные данные**

$h := 0.015 \cdot m$	ход толкателя
$\theta_{\max} := 30 \cdot \text{deg}$	допустимый угол давления
$f_r := 260 \cdot \text{deg}$	рабочий угол
$f_u := 115 \cdot \text{deg}$	угол удаления
$f_c := f_u$	угол сближения
$f_d := f_r - f_u - f_c = 30 \cdot \text{deg}$	угол дальнего выстоя

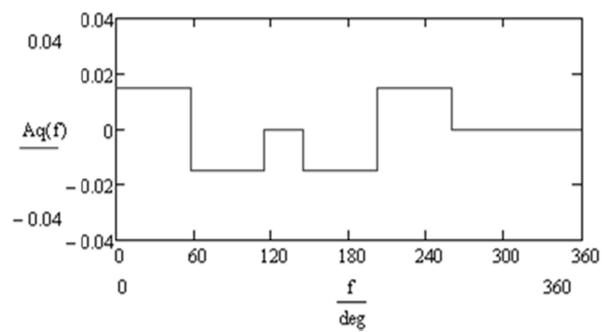
**Преобразование исходных данных**

$f_0 := 0 \cdot \text{deg}$	
$f_2 := f_u = 115 \cdot \text{deg}$	
$f_4 := f_u + f_d + 0.5 \cdot f_c = 182.5 \cdot \text{deg}$	
$f_1 := 0.5 f_u = 57.5 \cdot \text{deg}$	
$f_3 := f_u + f_d = 145 \cdot \text{deg}$	
$f_5 := f_r = 260 \cdot \text{deg}$	
$\varphi := (0 \ f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ 2 \ \pi)$	углы в характерных точках
$a_1 := \frac{4 \cdot h}{f_u^2}$	$a_2 := \frac{4 \cdot h}{f_c^2}$ амплитудные значения ускорения найдем из условий заданного хода
$f := 0, \frac{\pi}{3600} \dots 2\pi$	организуем цикл вычислений по текущему углу поворота кулачка

**Работа с исходными данными закона движения**

Ввод аналога ускорения произведем с помощью оператора **Add Line**:

$$A_q(f) := \begin{cases} a_1 & \text{if } 0 \leq f < f_1 \\ -a_1 & \text{if } f_1 \leq f < f_2 \\ 0 & \text{if } f_2 \leq f < f_3 \\ (-a_2) & \text{if } f_3 \leq f < f_4 \\ a_2 & \text{if } f_4 \leq f < f_5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



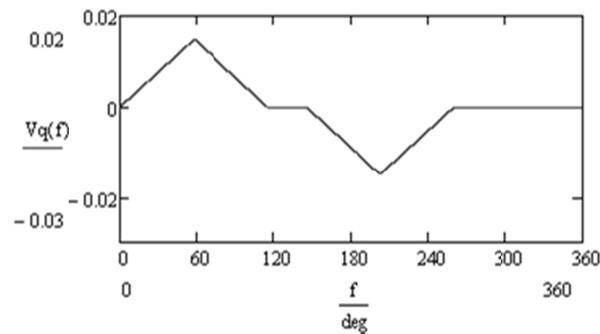
Зависимости аналога скорости  $Vq(f) = dSq(f)/df$  могут быть получены интегрированием аналога ускорения:

$$Vq(f) := \int_0^f Aq(f) df.$$

Для ускорения интегрирования осуществляется линейная интерполяция аналога скорости, полученного интегрированием:

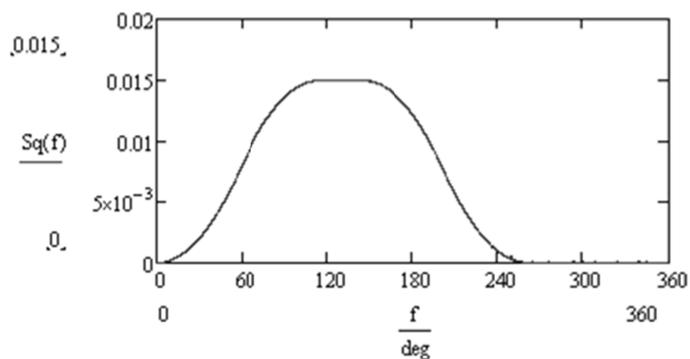
$$vq := (0 \ Vq(f_1) \ 0 \ 0 \ Vq(f_4) \ 0 \ 0)^T$$

$$Vq(f) := \text{linterp}( \phi, vq, f )$$



Перемещение толкателя  $S_q(f)$  в зависимости от угла поворота кулачка получаем интегрированием аналога скорости:

$$S_q(f) := \int_0^f V_q(f) df.$$

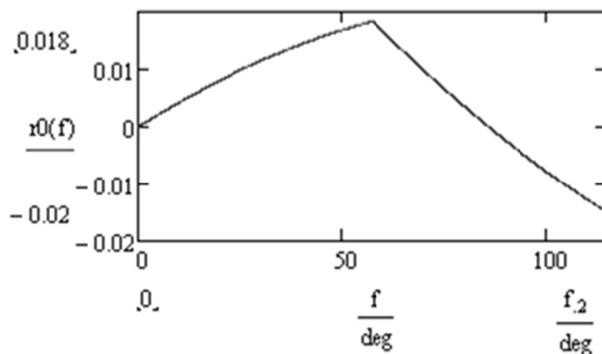


### Определение основных размеров кулачкового механизма методом оптимизации

Начальный радиус кулачка  $r_0$  определяем из условий невозможности превышения максимально допустимого угла давления  $\theta_{\max}$

$$r_0(f) := \frac{V_q(f)}{\tan \theta_{\max}} - S_q(f),$$

поиск которого осуществляем по графику [6].



Из данного графика определяем, что минимально необходимый радиус составляет  $r_0 := 0.0184 \text{ m}$  при  $f_{\text{crit}} := f_1 = 57.5 \text{ deg}$ .

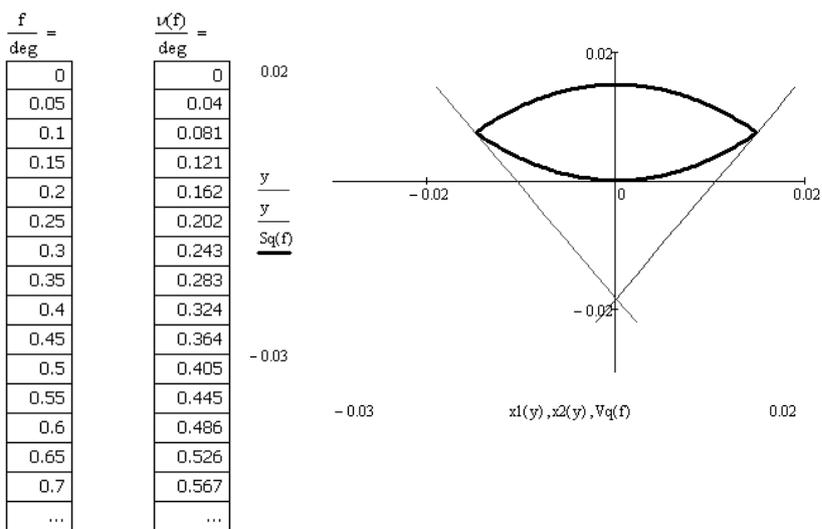
### Фазовая диаграмма

Для проверки найденного значения  $r_0$  рекомендуется построить фазовую диаграмму – зависимость, связывающую значения перемещения и аналога скорости толкателя.

По расчету угла давления определяем критический угол поворота кулачка, т. е. тот угол, при котором угол давления принимает свое наибольшее значение:

$$f_{\text{crit}} := 57.5 \cdot \text{deg}$$

$$v(f_{\text{crit}}) = 30 \cdot \text{deg}$$



Уравнения линий, касательных к фазовому портрету, имеют вид

$$f := 0; \frac{\pi}{180} \cdot f^2$$

$$x1(y) := -\tan(\theta_{\text{max}}) \cdot (y + r_0)$$

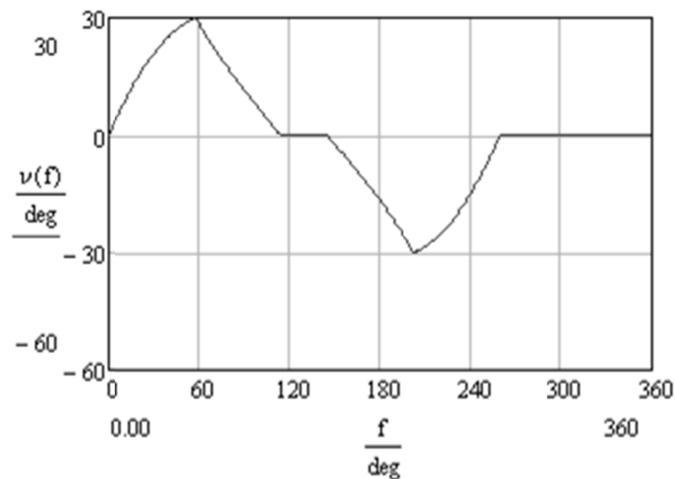
$$x2(y) := \tan(\theta_{\text{max}}) \cdot (y + r_0)$$

$$y := -1.2 r_0, -1.1 r_0 \dots h$$

### Проверка угла давления при выбранном значении $r_0$

Проверку осуществляем по формуле

$$v(f) := \text{atan} \left( \frac{Vq(f)}{r_0 + Sq(f)} \right).$$



Радиус ролика или сферического наконечника часто связывают с минимальным радиусом кулачка  $r_{\text{sph}} = (0.2 \dots 0.5)r_0$ . Принимаем:

$$r_{\text{sph}} := 0.4 \cdot r_0 = 7.355 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$r_{\text{sph}} := r_{\text{sph}} - \text{mod}(r_{\text{sph}}, 0.001 \cdot \text{m}) = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

### Профилирование кулачка

Радиус-вектор теоретического профиля кулачка с заостренным толкателем

$$r_{\text{teoric}}(f) := r_0 + Sq(f).$$

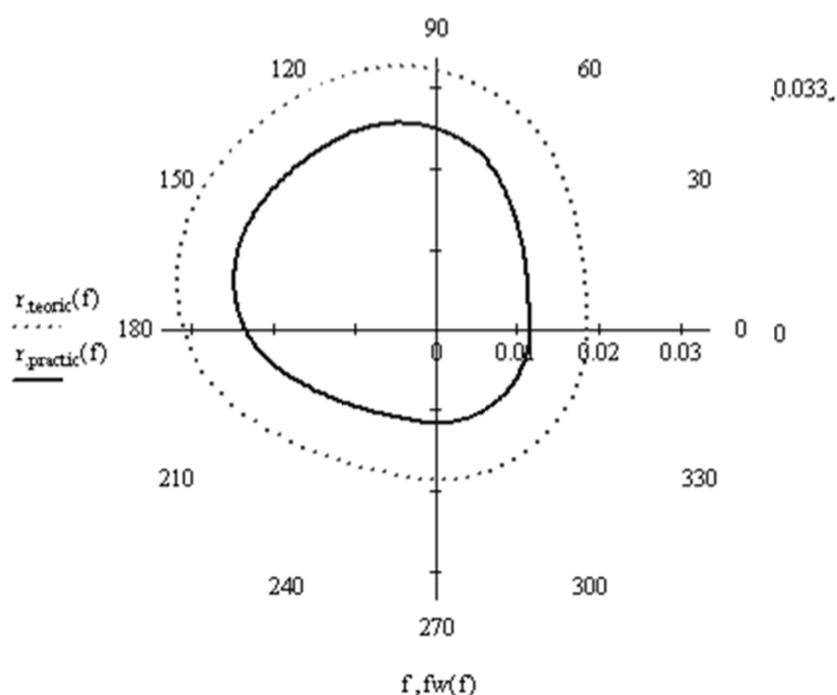
Радиус-вектор практического профиля кулачка

$$r_{\text{practic}}(f) := \sqrt{r_{\text{teoric}}(f)^2 + r_{\text{sph}}^2 - 2r_{\text{teoric}}(f) \cdot r_{\text{sph}} \cdot \cos(v(f))}.$$

Углы радиус-вектора практического профиля кулачка

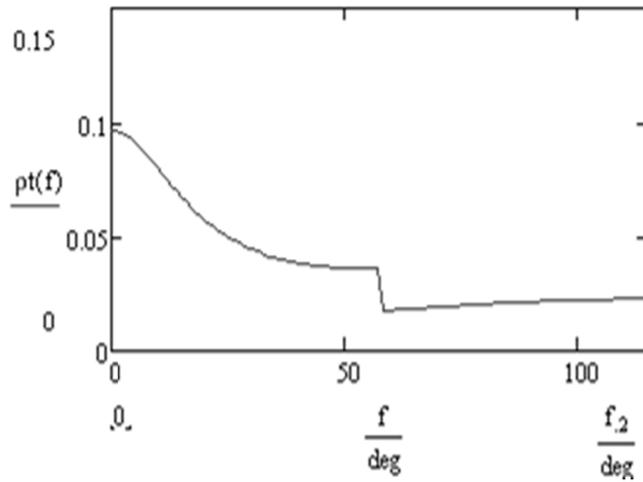
$$f_w := f + a \sin \left( \frac{r_{\text{sph}}}{r_{\text{practic}}(f)} \cdot \sin(v(f)) \right).$$

Теоретический и практический профили кулачка показаны на рисунке, приведенном ниже.



Радиусы кривизны теоретического профиля кулачка необходимо сопоставить с выбранным радиусом ролика:

$$p_t(f) := \frac{\left( r_{\text{teoric}}(f)^2 + Vq(f)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{r_{\text{teoric}}(f)^2 + 2 \cdot Vq(f)^2 - r_{\text{teoric}}(f) \cdot Aq(f)}; \quad r_{\text{sph}} < p(f)_{\text{min}}.$$

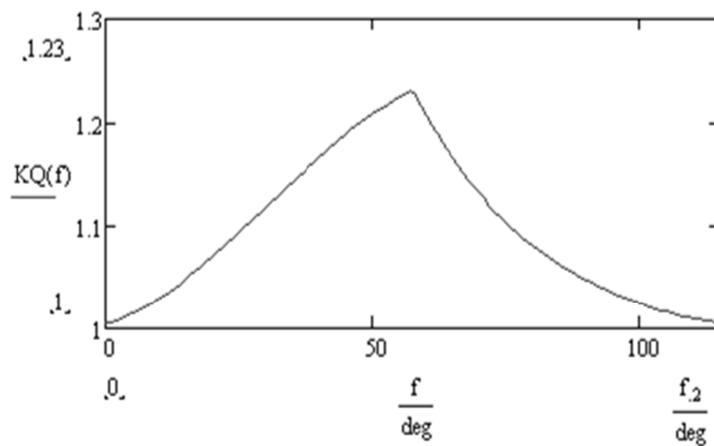


### Анализ кулачкового механизма по критериям оптимальности

Критерий возрастания сил  $KQ$  определяется по формуле

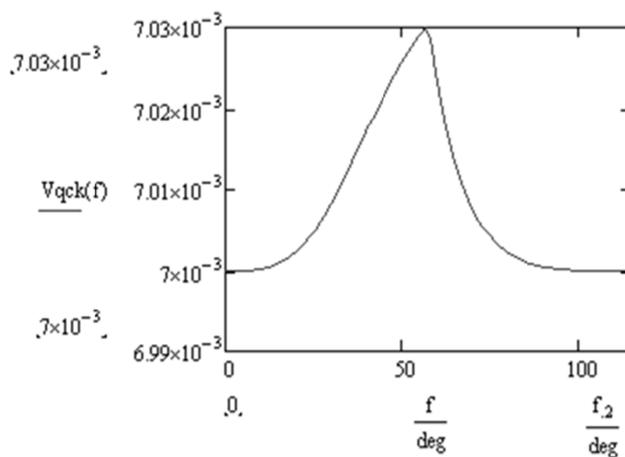
$$KQ(f) := \frac{1}{\cos(\nu(f) + \phi_{\text{тр}})},$$

где  $\phi_{\text{тр}} := \text{atan}(f_{\text{тр}})$  – угол трения;  $f_{\text{тр}} := 0.1$  – коэффициент трения.



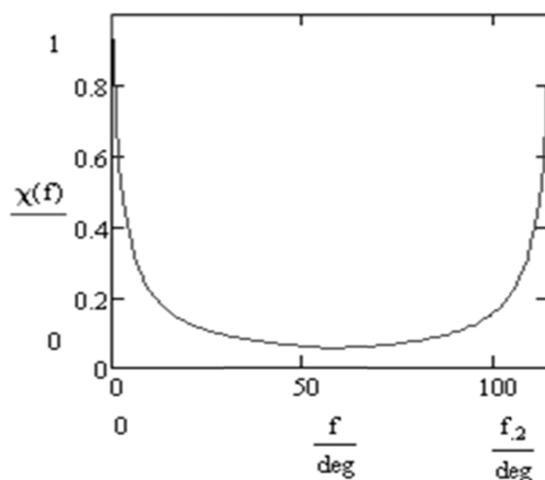
Скорость скольжения сферического толкателя по реальному профилю кулачка (см. рис. 2.3) определяется выбором радиуса ролика  $r_{\text{сф}}$ :

$$\varepsilon(f) := r_{\text{sph}} \cdot \frac{v(f)}{r_{\text{practic}}(f)}; \quad V_{\text{qck}} := \frac{(r_{\text{teoric}}(f) - r_{\text{practic}}(f) \cdot \cos(\varepsilon(f)))}{\cos(v(f))}$$



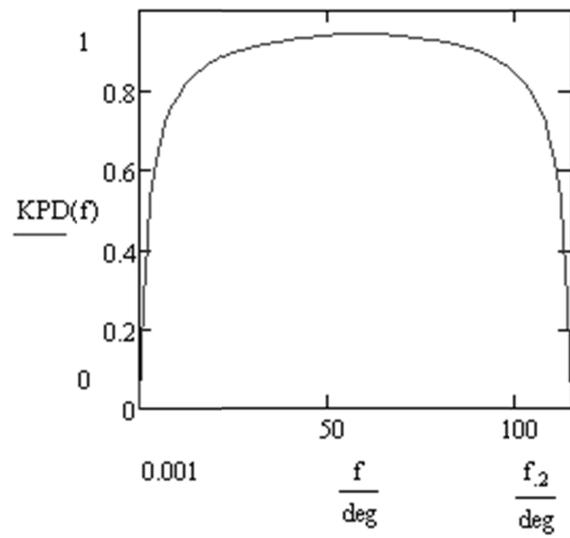
Коэффициент потерь вычисляют по формуле

$$\chi(f) := \frac{f_{\text{тр}} V_{\text{qck}}(f) \cdot KQ(f)}{f_{\text{тр}} V_{\text{qck}}(f) \cdot KQ(f) + V_q(f)}$$



Коэффициент полезного действия

$$\text{KPD}(f) := 1 - \chi(f).$$



## ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учеб. пособие / Под ред. Г.А. Тимофеева, Н.В. Умнова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 154 с.
2. *Леонов Д.И., Леонов И.В.* Теория механизмов и машин: Учеб. пособие. М.: Высшее образование; Юрайт-Издат, 2009. 239 с.
3. Использование системы Mathcad в курсовом проектировании и при выполнении домашних заданий по теории механизмов и машин: Учеб. пособие по дисциплине «Основы проектирования машин» / О.О. Барышникова, В.В. Синицин, В.Б. Тарабарин и др.; Под ред. И.В. Леонова, Г.А. Тимофеева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 44 с.
4. *Дьяконов В.П., Абраменкова И.В.* Mathcad 7.0 в математике и физике. М.: Нолидж, 1998. 352 с.
5. Поршневые машины: Сборник заданий для курсового проекта по курсу ТММ / Под ред. И.В. Леонова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 50 с.
6. *Белоконев И.М.* Механика машин. Расчеты с применением ЭЦВМ. Киев: Вища шк. 1978. 232 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
Введение .....	6
1. Технология применения системы Mathcad при курсовом проектировании по ТММ .....	7
1.1. Работа с формульным редактором и клавиатурой .....	7
1.2. Работа с текстовым редактором .....	9
1.3. Ввод исходных данных .....	10
1.4. Работа с графиками .....	10
1.5. Аппроксимация функций .....	12
1.6. Решения линейных и алгебраических уравнений .....	15
1.7. Решения систем линейных и нелинейных уравнений .....	15
1.8. Решение обыкновенные дифференциальных уравнений .....	17
1.9. Дифференцирование функций .....	19
1.10. Интегрирование функций .....	21
1.11. Вычисление погрешности, коэффициента корреляции и другие статистические расчеты в системе Mathcad .....	21
2. Использование системы Mathcad в задачах оптимизации при проектировании кулачкового механизма .....	28
2.1. Проектирование кулачкового механизма методом оптимизации .....	28
2.2. Исходные данные к расчету кулачкового механизма .....	32
3. Объем и содержание курсового проекта по курсу «Основы проектирования машин» .....	35
4. Расчетно-пояснительная записка .....	36
Приложение. Распечатка программы расчета кулачкового механизма .....	39
Литература .....	48

*Учебное издание*

**Егорова** Ольга Владимировна  
**Леонов** Дмитрий Игоревич  
**Леонов** Игорь Владимирович  
**Павлов** Борис Изосимович

**ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MATHCAD  
В КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ  
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ  
И МАШИН**

*Учебное пособие*

Редактор *С.А. Серебрякова*  
Корректор *Е.В. Авалова*  
Компьютерная верстка *А.Ю. Ураловой*

Подписано в печать 17.10.2012. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 3,02. Тираж 100 экз. Изд. № 84. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

*Для заметок*