

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР

НОВАЯ СЕРИЯ

1943

ТОМ XXXVIII

№ 5—6

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ

1. В „Докладах АН“ помещаются краткие сообщения, содержащие наиболее существенные результаты исследований в области математики, естествознания, техники и гуманитарных наук.

Сообщения эти должны излагать законченные, еще не опубликованные результаты научных исследований, имеющие характер новизны — теоретической, практической или методологической.

Статьи, помещаемые в „Докладах“, не исключают последующей публикации тех же материалов в развернутом виде в других изданиях.

В „Докладах“ не помещаются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений.

В „Докладах“ не помещаются статьи полемикаческого характера без новых фактических данных, статьи чисто описательного характера, т. е. излагающие ход работ без сообщения определенного результата.

2. Статьи направляются через действительных членов Академии Наук СССР или непосредственно в редакцию „Докладов“.

3. Статьи принимаются к напечатанию Редакционной коллегией только на основании отзыва действительных членов Академии Наук СССР по специальности.

4. Действительные члены Академии Наук СССР при направлении статей в „Доклады“ для напечатания должны указывать на статьях дату их получения от авторов, а также раздел, в который статья должна войти.

5. Статьи действительных членов Академии Наук СССР и членов-корреспондентов Академии Наук СССР направляются авторами в редакцию „Докладов“ непосредственно.

6. Сообщения о результатах работ, проведенных в учреждениях, должны обязательно иметь направление учреждения.

Настоящий параграф не распространяется на статьи, поступающие от академиков.

7. Каждая статья печатается в двух отдельных изданиях: русском и иностранном (на одном из языков — французском, английском или немецком, по желанию автора). Желательно, чтобы автор вместе с русским текстом статьи представил также перевод ее на один из указанных иностранных языков или, в крайнем случае, тщательно проверенную иностранную терминологию. *Приложение транскрипции фамилий цитируемых иностранных авторов обязательно.*

8. В конце статьи автором должно быть обозначено на русском и иностранном язы-

ках название научного учреждения, в котором произведена работа.

9. Авторам статей предлагается присылать свои сообщения в наиболее сжатой форме, совместимой с ясностью изложения. В среднем объем статьи с рисунками не должен превышать четырех страниц.

10. Ввиду срочности издания, как правило, корректуры статей авторам не посылаются.

Примечание. В тех случаях, когда корректура автору посылается, допускается лишь исправление ошибок типографии.

Корректуре должна возвращаться в Редакцию не позже следующего дня. Неполучение от автора корректуры не приостанавливает печатания статьи.

11. Автор получает бесплатно по 25 отдельных оттисков своей статьи из русского издания и 25 отдельных оттисков из иностранного издания. Отдельные оттиски высылаются автору только при указании им своего полного адреса в конце присланной в редакцию „Докладов“ статьи.

12. Статьи должны быть напечатаны на машинке с двумя интервалами и представлены в двух вполне отчетливых экземплярах без помарок и вставок, на одной стороне листа. Сокращения слов, кроме стандартных, не допускаются.

13. Оба экземпляра должны быть автором тщательно просмотрены, сверены с рукописью и должным образом подготовлены к печати. Статьи должны быть оформлены в отношении расположения материала (заголовки, таблицы, цитируемая литература и т. д.) точно так, как это принято в „Докладах“.

14. Все формулы должны быть вписаны четко и ясно. Особенное внимание следует обращать на аккуратное изображение индексов и показателей степени.

15. Во избежание недоразумений и ошибок следует делать также ясное различие между заглавными и строчными буквами, для чего подчеркивать заглавные буквы снизу двумя черточками (например S). Особенно это касается таких букв, как V и v, S и s, O и o, K и k, U и u и т. п. С этой же целью следует тщательно выписывать такие буквы, как и и п, g и q, l и J, l и e, m и n, V и U и др. Следует также делать различие между O (большим), o (малым) и 0 (нулем), для чего буквы O и o подчеркивать двумя черточками: O и o, а 0 (нуль) оставлять без подчеркивания.

Греческие буквы должны быть подчеркнуты снизу красным карандашом. Готические буквы должны подчеркиваться синим карандашом.

11—21 февраля

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

акад. А. Е. Арбузов, акад. А. А. Борисяк, акад. С. И. Вавилов
(зам. отв. редактора), акад. А. М. Деборин, акад. А. Н. Колмо-
горов (зам. отв. редактора), акад. Л. А. Орбели (отв. редактор),
акад. А. А. Рихтер, акад. С. Л. Соболев, акад. А. Е. Ферсман,
акад. А. Н. Фрумкин, акад. В. Г. Хлопин

НОВАЯ СЕРИЯ

11-й год издания

1943

ТОМ XXXVIII, № 5—6

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

- И. Г. Петровский. О зависимости решения задачи Коши от начальных данных 163
Н. А. Шанин. К теории бикомпактных расширений топологических пространств 166
В. Шмудьян. О некоторых вопросах функционального анализа 170

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- В. В. Новожилов. О погрешности одной из гипотез теории оболочек . . 174

АЭРОДИНАМИКА

- Л. Е. Калихман. Новый метод расчета турбулентного пограничного слоя и определения точки срыва 180

ФИЗИКА

- Я. И. Герловин. Связь между химическим составом и пропусканием стекла в инфракрасной области 186
К. В. Никольский. К теории мезона 190

ХИМИЯ

- Н. А. Власов и А. Г. Бергман. Полиатерма тройной системы: хлорид натрия—бромид натрия—вода от температуры полного замерзания до $+50^{\circ}$. 193

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А. Ф. Беляев. О явлении затухания детонации в удлиненных зарядах взрывчатых веществ при усилении инициирования 197

БИОХИМИЯ

- Е. А. Бойченко. Условия активности хлоропластов вне клетки 200

Отв. редактор акад. Л. А. Орбели

ПФ 11976 Объем $2\frac{3}{4}$ печ. л. 4 уч.-изд. л. Подписано к печати 20.III. 1943 г. Тираж 1750 экз.

Татполиграф при НКМП, ТАССР, Казань, ул. Миславского, 9 Заказ № 0233

МАТЕМАТИКА

И. Г. ПЕТРОВСКИЙ

**О ЗАВИСИМОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ
ОТ НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 17 XII 1942)

Пусть дано линейное гиперболическое уравнение:

$$\frac{\partial^n u}{\partial t^n} = \sum_{k_0 + k_1 + \dots + k_p \leq n} a_{k_0 k_1 \dots k_p}(t, x_1, \dots, x_p) \frac{\partial^{k_0 + k_1 + \dots + k_p} u}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \dots \partial x_p^{k_p}}. \quad (1)$$

Коэффициенты $a_{k_0 k_1 \dots k_p}(t, x_1, \dots, x_p)$ будем предполагать достаточно гладкими. Боковая поверхность характеристического конуса с вершиной в точке $(t^*, x_1^*, \dots, x_p^*)$ разбивает основание его на плоскости начальных данных $t = t_0$, вообще говоря, на несколько областей. Одну из этих областей G_{t_0} будем называть лакуной, если при любых изменениях начальных данных (лишь бы они оставались достаточно гладкими) только внутри G_{t_0} решение задачи Коши для уравнения (1) не изменяется в точке $(t^*, x_1^*, \dots, x_p^*)$. Для определенности будем считать $t_0 < t^*$.

Если t_0 достаточно близко к t^* , то каждой из областей $G_{t_0}^*$, на которые поверхность характеристического конуса с вершиной в точке $(t^*, x_1^*, \dots, x_p^*)$, построенного для уравнения с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^n u}{\partial t^n} = \sum_{k_0 + k_1 + \dots + k_p = n} a_{k_0 k_1 \dots k_p}(t^*, x_1^*, \dots, x_p^*) \frac{\partial^n u}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \dots \partial x_p^{k_p}}, \quad (2)$$

разбивает его основание на плоскости $t = t_0$, будет соответствовать единственная область $G_{t_0}^*$, близкая к $G_{t_0}^*$, построенная для уравнения (1).

Теорема I. Если при всех t_0 достаточно близких к t^* область G_{t_0} , соответствующая области $G_{t_0}^*$, является лакуной для уравнения (1), то область $G_{t_0}^*$ является лакуной для уравнения (2).

Все дальнейшее будет относиться к изучению лакун у линейных гиперболических уравнений типа (2) с постоянными коэффициентами.

Если начальные данные

$$\frac{\partial^k u}{\partial t^k} = \varphi_k(x_1, \dots, x_p), \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

отличаются от 0 только внутри одной из областей $G_{t_0}^*$, то решение задачи Коши можно написать в виде

$$u(t, x_1, \dots, x_p) = \int \sum_s K_s(t - t_0, x_1 - \xi_1, \dots, x_p - \xi_p) \cdot \varphi_s(\xi_1, \dots, \xi_p) d\xi_1 \dots d\xi_p.$$

Очевидно, вопрос о лакунах сводится к вопросу о том, где K_s равны 0. Мы будем изучать вопрос о существовании устойчивых лакун, т. е. таких, которые не разрушаются при любых достаточно малых изменениях коэффициентов $a_{k_0 \dots k_p}$. Будем предполагать сначала, что $n < p + 1$, тогда несколько видоизменяя и обобщая формулы Herglotz⁽¹⁾, можно прийти к следующим результатам. Рассмотрим алгебраическую поверхность n -го порядка

$$1 = \sum_{k_0 + k_1 + \dots + k_p = n} a_{k_0 k_1 \dots k_p} z_1^{k_1} \dots z_p^{k_p}, \quad \text{где } a_{k_0 \dots k_p} = a_{k_0 \dots k_p}(t^*, x_1^*, \dots, x_p^*). \quad (3)$$

Во всем дальнейшем мы будем предполагать, что эта поверхность не имеет особых точек.

Чтобы определить $K_s(t, y_1, \dots, y_p)$ рассмотрим сечение этой поверхности с плоскостью

$$t + y_1 z_1 + \dots + y_p z_p = 0. \quad (4)$$

Возьмем в плоскости (4) какую-нибудь действительную точку A . Проведем из нее всевозможные прямые с действительными коэффициентами и рассмотрим их точки пересечения с поверхностью (3), лежащие в плоскости (4). Действительные точки пересечения, точно так же, как и мнимые, образуют некоторые $(p-2)$ -мерные циклы, которые мы будем обозначать через C_{reel} , соответственно C_{imag} . C_{reel} , очевидно, не зависит от выбора A ; C_{imag} заменяется ему гомологичным при изменении A . $K_s(t, y_1, \dots, y_p)$ при всех s можно представить в виде абелевых интегралов по C_{reel} в случае нечетного p и по C_{imag} в случае четного p (или по некоторым циклам им гомологичным) или в виде производных от этих интегралов по t . Отсюда получается следующая

Теорема II. Необходимым и достаточным условием существования устойчивой лакуны у уравнения (2) в случае $n < p + 1$ является условие, чтобы соответствующие ее точкам циклы C_{reel} в случае нечетного p и циклы C_{imag} в случае четного p были гомологичны нулю в комплексном пересечении (3) и (4).

Имеются примеры таких лакун.

Для построения $K_s(t, y_1, \dots, y_p)$ в случае $n \geq p + 1$ надо построить циклы $C_{\text{reel}}(\tau)$, соответственно $C_{\text{imag}}(\tau)$, в случае нечетного (соответственно четного) p для каждой из плоскостей

$$\tau + y_1 z_1 + \dots + y_p z_p = 0, \quad 0 \leq \tau \leq t. \quad (5)$$

Тогда $K_s(t, y_1, \dots, y_p)$ представляются в виде абелевых интегралов по поверхности S , образованной этими циклами.

Теорема III. Необходимым условием существования устойчивой лакуны у уравнения (2) в случае $n \geq p+1$ является условие, чтобы соответствующие ее точкам циклы $C_{\text{reel}}(t)$, соответственно $C_{\text{imag}}(t)$, в случае нечетного p , соответственно четного p , были гомологичны нулю.

Допустим, что это условие выполнено. Натянем тогда пленки на циклы $C_{\text{reel}}(\tau)$, соответственно $C_{\text{imag}}(\tau)$, в комплексных сечениях поверхности (3) с плоскостями (5) при $\tau=t$ и $\tau=0$. Последнее всегда возможно, так как легко показать, что цикл $C_{\text{reel}}(0)$, соответственно $C_{\text{imag}}(0)$, гомологичен нулю. Тогда поверхность S дополняется до некоторого цикла Σ , и $K_s(t, u_1, \dots, u_p)$ можно представить в виде абелева интеграла по этому циклу. Отсюда получается

Теорема IV. Необходимым и достаточным условием существования устойчивой лакуны у уравнения (2) в случае $n \geq p+1$ является условие, чтобы соответствующие ее точкам циклы Σ были гомологичны нулю в комплексной поверхности (3).

Мне удалось построить примеры, когда это условие выполняется только в случае четного p .

То, что сказано в этой заметке для одного гиперболического уравнения, легко переносится на гиперболические системы.

Научно-исследовательский институт математики
при Московском государственном университете

Поступило
12 XII 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ G. Herglotz, Ueber die Verhandl. der Sachs. Akad. der Wiss., Leipzig, Math.-Phys. Klasse., B. 78, S. 93—126; 287—318 (1926).

Н. А. ШАНИН

К ТЕОРИИ БИКОМПАКТНЫХ РАСШИРЕНИЙ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 1 IV 1942)

§ 1. Общие замечания

Специальная терминология и обозначения в настоящей заметке заимствуются из моих заметок ⁽¹⁾ и ⁽²⁾.

Специализируя понятие расширения Е. Чеха [Е. Čech⁽³⁾] применительно к принятому в ⁽²⁾ определению вполне-регулярных T -пространств, будем говорить, что S является β -расширением (или расширяется Е. Чеха) вполне-регулярного T -пространства R , если выполнены условия: 1) S есть бикомпактное вполне-регулярное T -пространство, 2) R есть подпространство S , 3) $\bar{R}^S = S$, 4) если $x \in S - R$, то $(x) \in \mathfrak{F}_S$ и 5) всякая непрерывная и ограниченная в R функция может быть непрерывно продолжена на S . Для всякого вполне-регулярного T -пространства R существует β -расширение R , которое единственно с точностью до топологического отображения, оставляющего неподвижными точки множества R . При этом нетрудно доказать, что условие 5) заменимо условием: 5') если $\{F, G\}$ есть каноническая относительно семейства $\mathfrak{F}_R$ пара множеств [(см. ⁽²⁾)], то $\bar{F}^S \subset \eta_S(G)$. В дальнейшем мы будем ссылаться на следующую важную теорему, установленную А. Д. Александровым ⁽⁴⁾:

Теорема А. Д. Александрова *. T -пространство S тогда и только тогда будет β -расширением вполне-регулярного T -пространства R , когда S является $(\omega, \mathfrak{F}_R^+)$ -расширением R .

Дескриптивные свойства, характеризующие $(\omega, \mathfrak{F}_R^+)$ -расширения R [см. ⁽¹⁾], дают новую внутреннюю характеристику β -расширений вполне-регулярных T -пространств.

§ 2. Вес $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширений T -пространства R

Пусть E есть T -пространство, $\mathfrak{B} \subset \mathfrak{F}_E$ и $\Omega \subset \mathfrak{F}_E$. Говорим, что

* А. Д. Александров рассматривает вполне-регулярные T_1 -пространства, однако T_1 -аксиома не существенна. Заметим, что выполнение T_1 -аксиомы в β -расширении S вполне-регулярного T_1 -пространства R следует из приведенной формулировки теоремы А. Д. Александрова, так как $\mathfrak{F}_R^+$ есть слабо-регулярное семейство. Здесь и в дальнейшем $\mathfrak{F}_R^+$ обозначает семейство всех вполне-замкнутых множеств T -пространства R .

семейство Ω является замкнутым базисом семейства $\mathfrak{P}$, если всякий элемент семейства $\mathfrak{P}$ представим как пересечение некоторых элементов семейства Ω . Семейство Ω назовем правильным замкнутым базисом семейства $\mathfrak{P}$, если 1) Ω есть замкнутый базис семейства $\mathfrak{P}$ и 2) для любой пары множеств $P \in \mathfrak{P}$ и $P' \in \mathfrak{P}$ таких, что $P \cdot P' = \Lambda$, существуют множества $Q \subset \Omega$ и $P'' \in \mathfrak{P}$ такие, что $P' \subset Q \subset P''$ и $P \cdot P'' = \Lambda$. Условие 2) равносильно условию: 2') каковы бы ни были множества $P \in \mathfrak{P}$ и $H \in E\{\mathfrak{P}\}$ такие, что $P \subset H$, существуют множества $H' \in E\{\mathfrak{P}\}$ и $G \in E\{\Omega\}$ такие, что $P \subset H' \subset G \subset H$. Семейство $\mathfrak{U}$ назовем правильным замкнутым базисом T -пространства E , если $\mathfrak{U}$ является правильным замкнутым базисом семейства $\mathfrak{F}_E$. Очевидно, что замкнутый базис $\mathfrak{U}$ T -пространства E тогда и только тогда будет правильным замкнутым базисом E , когда в любой открытой окрестности G любого замкнутого множества F содержится окрестность $H \in E\{\mathfrak{U}\}$ множества F .

Правильным весом семейства $\mathfrak{U} \subset \mathfrak{F}_E$ назовем минимум мощностей правильных замкнутых базисов семейства $\mathfrak{U}$. Правильным весом T -пространства E назовем правильный вес семейства $\mathfrak{F}_E$.

Теорема 1. Если T -пространство R имеет бесконечный вес, то вес $(\omega\mathfrak{B})$ -расширения R равен правильному весу семейства $\Delta\mathfrak{B}$. В частности, вес ω -расширения R равен правильному весу R , а вес β -расширения вполне-регулярного T -пространства R равен правильному весу семейства $\mathfrak{F}_R$.

Теорема вытекает из следующих двух лемм:

Лемма 1. Если $\mathfrak{P}$ и Ω суть замкнутые базисы бикompактного T -пространства E , то $\Delta\Omega$ является правильным замкнутым базисом семейства $\Delta\mathfrak{P}$; в частности, если $\mathfrak{U}$ есть замкнутый базис T -пространства E , то $\Delta\mathfrak{U}$ будет правильным замкнутым базисом E .

Лемма 2. Пусть S есть $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение T -пространства R и $\mathfrak{C} \subset \mathfrak{F}_R$. Для того, чтобы семейство $\mathfrak{C}$ было замкнутым каркасом S в R , необходимо и достаточно, чтобы $\Delta\mathfrak{C}$ было правильным замкнутым базисом семейства $\Delta\mathfrak{B}$.

Следствие теоремы 1 [теорема Б. Поспишиль (B. Pospišil⁽⁵⁾)]. Вес ω -расширения (β -расширения) бесконечного изолированного T -пространства $**$ мощности n равен 2^n .

§ 3. Условия совпадения $(\omega, \mathfrak{B})$ -и $(\omega, \mathfrak{C})$ -расширений R

Пусть E есть T -пространство, $\mathfrak{P} \subset \mathfrak{F}_E$ и $\Omega \subset \mathfrak{F}_E$. Будем говорить, что семейство $\mathfrak{P}$ подчинено семейству Ω , если, каковы бы ни были конечная система $\{P_k\}_{k=1}^n$ элементов $\mathfrak{P}$ и множества $F \in \Omega$ и $G \in E\{\Omega\}$ такие, что $\bigcap_{k=1}^n P_k \subset F \subset G$, существует система $\{Q_k\}_{k=1}^n$

* Согласно данному в (1) определению, T -пространство S называем ω -расширением R , если оно является $(\omega, \mathfrak{F}_R)$ -расширением R [т. е. расширением Вальмана (H. Wallman)].

** Изолированным T -пространством называем такое, все подмножества которого замкнуты (и открыты).

элементов Ω такая, что $P_k \subset Q_k$ (если $k=1, \dots, n$) и $\prod_{k=1}^n Q_k \subset G$. Если $\mathfrak{P} \subset \Omega$, то, очевидно, $\mathfrak{P}$ подчинено Ω .

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$ — приведенные замкнутые базисы T -пространства R и пусть S есть $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение R . Для того, чтобы S было одновременно $(\omega, \mathfrak{C})$ -расширением R , необходимо и достаточно, чтобы 1) $\Delta \mathfrak{C}$ было правильным замкнутым базисом семейства $\Delta \mathfrak{B}$ и 2) семейство $\Delta \mathfrak{C}$ (или, что равносильно, семейство $\mathfrak{C}$) было подчинено семейству $\Delta \mathfrak{B}$.

Эта теорема вытекает из леммы 2 и следующего предложения:

Лемма 3. Пусть S есть $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение T -пространства R и $\mathfrak{C} \subset \mathfrak{P}_k$. Для того, чтобы семейство $\mathfrak{C}$ было Π -разделено в S , необходимо и достаточно, чтобы семейство $\Delta \mathfrak{C}$ (или, что равносильно, семейство $\mathfrak{C}$) было подчинено семейству $\Delta \mathfrak{B}$.

Следствие теоремы 2. Для того, чтобы $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение T -пространства R ($\mathfrak{B}$ в частности, для вполне-регулярного R , β -расширение R) было ω -расширением R , необходимо и достаточно, чтобы $\Delta \mathfrak{B}$ (соответственно, $\mathfrak{F}_R^+$) было правильным замкнутым базисом R .

Теорема 3. Для того, чтобы β -расширение S вполне-регулярного T -пространства R было одновременно ω -расширением R , необходимо и достаточно, чтобы R было нормальным T -пространством.

Достаточность в случае вполне-регулярного T_1 -пространства R установил П. С. Александров ⁽⁸⁾. Теорема 3 вытекает из следствия теоремы 2 и следующего предложения:

Лемма 4. Вполне-регулярное T -пространство R тогда и только тогда нормально, когда семейство $\mathfrak{F}_R^+$ есть правильный замкнутый базис R . •

§ 4. Внутренняя характеристика топологически-полных пространств

Теорема 4. Пусть R есть T -пространство, $\mathfrak{B}$ — приведенный замкнутый базис R и n — кардинальное или целое число. Для того, чтобы множество R было представимо как пересечение не более чем n открытых в своем $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширении множеств, необходимо и достаточно, чтобы существовало семейство $\mathfrak{N}$ исчезающих ω -семейств в $\mathfrak{B}$, мощности не больше n , обладающее свойством: каково бы ни было Z — максимальное исчезающее ω -семейство в $\mathfrak{B}$, существует $X \in \mathfrak{N}$ такое, что $X \subset Z$ (или, в иных терминах, каково бы ни было Y — исчезающее ω -семейство в $\mathfrak{B}$, существует $X \in \mathfrak{N}$ такое, что $X + Y$ будет также ω -семейством в $\mathfrak{B}$).

Наметим доказательство теоремы.

Необходимость. Пусть S есть $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение R и $R = \bigcap_{Q \in \Omega} Q$, где $\Omega \subset G$, и мощность Ω не больше n . Каждому $Q \in \Omega$ отличному от S соотносим семейство

$$X_Q = E(F \in \mathfrak{B} \ \& \ S - Q \subset \bar{F})$$

и полагаем: $\mathfrak{N} = \{X_Q\}_{Q \in \Omega}$. Тогда $\mathfrak{N}$ и будет искомым семейством исчезающих ω -семейств в $\mathfrak{B}$.

Достаточность. Пусть S есть $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширение R . Для каждого $X \in \mathfrak{N}$ положим $X = S - \bigcap_{F \in X} \overline{F}^S$ и обозначим $\Omega = \{X_\lambda\}_{\lambda \in \mathfrak{N}}$. Тогда $\Omega \subset \mathfrak{G}_S$, мощность Ω не больше π и $R = \bigcap_{Q \in \Omega} Q$.

Пусть $\mathfrak{R}$ есть открытый базис T -пространства R . Семейство $\mathfrak{U}$ назовем несократимым покрытием R в $\mathfrak{R}$, если 1) $\mathfrak{U} \subset \mathfrak{R}$, 2) $\mathfrak{U}$ есть покрытие множества R и 3) из $\mathfrak{U}$ нельзя выделить конечного покрытия R . Семейство $\mathfrak{U}$ назовем максимальным несократимым покрытием R в $\mathfrak{R}$, если $\mathfrak{U}$ есть несократимое покрытие R в $\mathfrak{R}$, не являющееся собственной частью какого-либо несократимого покрытия R в $\mathfrak{R}$.

Теорема 5. Пусть R есть T -пространство, $\mathfrak{B}$ — приведенный замкнутый базис R и π — кардинальное или целое число. Для того, чтобы множество R было представимо как пересечение не более чем π открытых в своем $(\omega, \mathfrak{B})$ -расширении множеств, необходимо и достаточно, чтобы существовало семейство $\mathfrak{N}$ несократимых покрытий R в $R \setminus \mathfrak{B}$, мощности не больше π , обладающее свойством: каково бы ни было $\mathfrak{W}$ — максимальное несократимое покрытие R в $R \setminus \mathfrak{B}$, существует $\mathfrak{U} \in \mathfrak{N}$ такое что $\mathfrak{U} \subset \mathfrak{W}$ (или, в иных терминах, каково бы ни было $\mathfrak{W}$ — несократимое покрытие R в $R \setminus \mathfrak{B}$, существует $\mathfrak{U} \in \mathfrak{N}$ такое, что $\mathfrak{U} \vdash \mathfrak{W}$ будет также несократимым покрытием R в $R \setminus \mathfrak{B}$).

Е. Чех ⁽³⁾ называет вполне-регулярное T_1 -пространство R топологически-полным, если оно будет типа $\mathfrak{G}_\pi$ в некотором своем бикомпактном расширении и доказывает, что для этого необходимо и достаточно, чтобы R было типа $\mathfrak{G}_\pi$ в своем β -расширении. Далее он установил, что метризуемое T -пространство тогда и только тогда полно-метризуемо, когда оно топологически-полно. На основании этого, теоремы 4 и 5, отнесенные к случаю счетного π и $\mathfrak{B} = \mathfrak{F}_R^+$ (а для метризуемых T -пространств, в силу их нормальности, влекущей совпадение ω -расширений с β -расширениями, — к случаю счетного π и $\mathfrak{B} = \mathfrak{F}_R$) дают внутренние характеристики топологически-полных и полно-метризуемых T -пространств.

Институт математики и механики
Ленинградского государственного университета

Поступило
1 VI 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. А. Шанин, ДАН, XXXVIII, № 1 (1943). ² Н. А. Шанин, ДАН, XXXVIII, № 4 (1943). ³ E. Čech, Ann. of Math., 38, 823—844 (1937). ⁴ A. D. Alexandroff, Матем. сб., 8 (50), 2, 307—342 (1940). ⁵ B. Pospíšil, Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, 270, 1—16 (1939). ⁶ П. С. Александров, Матем. сб., 5 (47), 403—423 (1939).

В. ШМУЛЬЯН

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 28 XI 1942)

Пусть E обозначает произвольное пространство Банаха ⁽¹⁾. Сопряженное к нему пространство мы обозначим через $\bar{E}$. Множество $\bar{E}$, после введения в него „слабой“ топологии относительно E , превращается в некоторое линейное топологическое пространство ϵ_* ⁽²⁾.

Недавно автор высказал предположение, что имеют место следующие 2 теоремы:

А. Пусть ограниченное множество $m \subset \bar{E}$ замкнуто в ϵ_* , а линейный функционал $F(f) \in \bar{E}$ непрерывен на множестве $m \subset \epsilon_*$. Тогда для любого $\epsilon > 0$ найдется такой элемент $x_\epsilon \in E$, что

$$|F(f) - f(x_\epsilon)| \leq \epsilon \quad (f \in m).$$

В. Пусть Q является бикompактным пространством Хаусдорфа. Предположим, что частично упорядоченная последовательность непрерывных функций $\{\varphi_n(q)\}$, $\|\varphi_n\| \leq 1$ стремится к нулю в каждой точке $q \in Q$. Тогда

$$f(\varphi_n) \rightarrow 0$$

для любого линейного функционала f в пространстве непрерывных функций на Q .

Теорема А доказана автором для многих частных случаев ⁽³⁾. Теорема В верна, если частично упорядоченная последовательность $\{\alpha\}$ является обычной натуральной последовательностью (1, 2, 3,...). Однако, как это будет показано в настоящей заметке, теоремы А и В в общем случае неверны.

§ 1. На сегменте $[0,1]$ возьмем любые n точек $t_1 < t_2 < \dots < t_n$. Совокупность этих точек обозначим символом

$$\alpha = \alpha(t_1, t_2, \dots, t_n).$$

Мы говорим, что

$$\alpha' = \alpha'(t'_1, \dots, t'_n) < \alpha'' = \alpha''(t''_1, \dots, t''_n),$$

если каждая точка t'_i находится среди точек t''_i , но не наоборот.

Символы $\{\alpha\}$ образует тогда некоторую частично упорядоченную последовательность. Для любого α найдется такая непрерывная функция $\varphi_\alpha(t)$, что

$$1) 0 \leq \varphi_\alpha(t) \leq 1 \quad (0 \leq t \leq 1),$$

$$2) \int_0^1 \varphi_\alpha(t) dt = \frac{1}{2},$$

$$3) \varphi_\alpha(t) = 0, \text{ если } \alpha = \alpha(\dots t \dots).$$

$$\text{Тогда } \|\varphi_\alpha\| \leq 1, \quad \varphi_\alpha(t) \rightarrow 0 \quad (0 \leq t \leq 1), \quad \int_0^1 \varphi_\alpha(t) dt \rightarrow \frac{1}{2}.$$

Этот простой пример показывает нам, что теорема В в общем виде неверна. В связи с этим возникает такой вопрос:

Для каких систем $\{\alpha\}$ предложение В верно?

Можно показать, что это утверждение справедливо, если система $\{\alpha\}$ имеет только счетное число символов*.

Предположим, что нам задана произвольная частично упорядоченная последовательность ограниченных функций $\psi_\alpha(t)$, определенных на абстрактном множестве T .

Будем говорить, что $\psi_\alpha \rightarrow 0$ квази-равномерно на T , если для любых $\varepsilon_0 > 0$, α_0 найдутся такие $\alpha_1, \dots, \alpha_p > \alpha_0$, что

$$\inf_{1 \leq i \leq p} |\psi_{\alpha_i}(t)| \leq \varepsilon_0 \quad (t \in T).$$

Часть $\{\alpha'\} \subset \{\alpha\}$ называется направленной правильной частью, если для любого α найдется некоторое

$$\alpha' > \alpha.$$

Теперь можно доказать следующее:

Теорема 1.** Пусть на абстрактном множестве T задана произвольная частично упорядоченная последовательность ограниченных функций $\psi_\alpha(t)$.

Для того, чтобы

$$\psi_{\alpha'} \rightarrow 0$$

квази-равномерно на T для любой направленной правильной части $\{\alpha'\} \subset \{\alpha\}$ необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{\alpha} \lim_{\beta} \left| \psi_{\alpha}(t_{\beta}) \right| = 0 \quad (1)$$

для любой частично упорядоченной последовательности $\{t_{\beta}\} \subset T$.

Говорим, что частично упорядоченная последовательность ограниченных функций $\{\psi_{\alpha}(t)\}$ стремится к нулю слабо, если

$$f(\psi_{\alpha}) \rightarrow 0$$

для всех линейных функционалов f в пространстве ограниченных функций $\psi(t)$. Можно доказать следующее:

* Для этого достаточно незначительно изменить доказательство Л. В. Канторовича (*) теоремы о предельном переходе под знаком интеграла.

** Аналогичное утверждение для обычных натуральных последовательностей было впервые доказано Л. В. Канторовичем и Фихтенгольцем.

Теорема 2. Если $\psi_\alpha \rightarrow 0$ слабо, то выполняется соотношение (1). Наоборот, если для системы $\{\alpha\}$ верна теорема В, то всякая равномерно ограниченная частично упорядоченная последовательность, удовлетворяющая (1), слабо стремится к нулю*.

§ 2. Рассмотрим здесь систему функций

$$\varphi'_\alpha(t) = 1 - 2\varphi_\alpha(t) \quad (0 \leq t \leq 1),$$

где непрерывные функции φ_α удовлетворяют условиям 1, 2, 3 первого параграфа.

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^1 \varphi'_\alpha(t) dt &= 0, \\ \varphi'_\alpha(t) &\rightarrow 1, \|\varphi'_\alpha\| \leq 3 \quad (0 \leq t \leq 1), \\ \int_0^1 1 dt &= 1. \end{aligned}$$

Это показывает, что не только неверна теорема В, но что и следующее предложение тоже неверно:

С. Пусть Q является бикompактным пространством Хаусдорфа. Предположим, что частично упорядоченная последовательность непрерывных функций $\{\varphi_\alpha(q)\}$, $\|\varphi_\alpha\| \leq 1$ стремится к непрерывной функции $\varphi_0(q)$ ($q \in Q$).

Тогда замкнутая линейная оболочка множества функций $\{\varphi_\alpha\}$ содержит функцию φ_0 .

Сейчас мы покажем, что теорема С является следствием теоремы А. Этим самым будет показано, что теорема А неверна. Для доказательства обозначим через E замкнутую линейную оболочку множества функций $\{\varphi_\alpha\}$.

Каждая точка $q \in Q$ порождает некоторый линейный функционал

$$f_q(\varphi) = \varphi(q)$$

в пространстве E . Функционалы $\{f_q; q \in Q\}$ образуют некоторое ограниченное множество m в E .

Предположим теперь, что некоторая частично упорядоченная последовательность $\{f_{q_\alpha}\} \subset m$ слабо сходится в E , т. е. что существует

$$\lim_{\alpha} f_{q_\alpha}(\varphi).$$

Так как множество Q бикompактно, то последовательность $q_\alpha \subset Q$ имеет направленную точку сгущения $q_0 \in Q$.

Тогда

$$\lim_{\alpha} f_{q_\alpha}(\varphi) = \lim_{\alpha} \varphi(q_\alpha) = \varphi(q_0) = f_{q_0}(\varphi) \quad (\varphi \in E).$$

Это показывает, что совокупность m замкнута в e_* .

* Ср. с аналогичной теоремой Банаха (1).

Положим теперь

$$F\left(\sum_1^n c_k f_{q_k}\right) = \sum_1^n c_k \varphi_0(q_k).$$

Ясно, что этим равенством однозначно определяется некоторый функционал в линейной оболочке $L(m)$ множества m . Функционал F , конечно, является аддитивным и однородным в $L(m)$.

Легко видеть, что

$$\left| F\left(\sum_1^n c_k f_{q_k}\right) \right| \leq \left\| \sum_1^n c_k f_{q_k} \right\|.$$

Таким образом, мы получили некоторый линейный функционал в пространстве $L(m) \subset \bar{E}$. Продолжим его, сохраняя норму, на все пространство $\bar{E}$.

Нетрудно показать непрерывность функции $F(f)$ на множестве $m \in \varepsilon_*$. Если мы теперь воспользуемся теоремой A , то получим, что для некоторого элемента $\varphi_* \in E$ имеет место

$$|F(f) - f(\varphi_*)| \leq \varepsilon \quad (f \in m),$$

где ε — любое положительное число.

Следовательно

$$|\varphi_0(q) - \varphi_*(q)| \leq \varepsilon \quad (q \in Q).$$

Это и доказывает, что $\varphi_0 \in E$.

Итак, доказано, что утверждение C является следствием предложения A . Этим самым показано, что теорема A в общем виде неверна.

Действующая Красная Армия

Поступило 28 XI 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*. Warszawa, 1932. ² В. Шмультян, Математический сборник, 7, вып. 3 (1940). ³ В. Шмультян, Математический сборник (печатается). ⁴ Л. В. Канторович, Ученые записки Ленинградского университета, 37, стр. 52—68 (1939).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. В. НОВОЖИЛОВ

О ПОГРЕШНОСТИ ОДНОЙ ИЗ ГИПОТЕЗ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

(Представлено академиком Б. Г. Галеркиным 24 VII 1942)

При изучении вопросов, связанных с расчетом оболочек, удобно пользоваться триортогональной системой координат α, β, z (α и β —главные криволинейные координаты срединной поверхности оболочки, а z —расстояние вдоль нормали к срединной поверхности, отсчитываемое в сторону ее выпуклости).

Относя уравнения равновесия теории упругости к данным координатам и интегрируя их вслед затем по z в пределах от $-t/2$ до $+t/2$ (то есть по всей толщине оболочки) будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial B T_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A S_2}{\partial \beta} + \frac{\partial A}{\partial \beta} S_1 - \frac{\partial B}{\partial \alpha} T_2 \right\} + \frac{N_1}{R_1} + \bar{X} &= 0 \\ \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial B S_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A T_2}{\partial \beta} - \frac{\partial A}{\partial \beta} T_1 + \frac{\partial B}{\partial \alpha} S_2 \right\} + \frac{N_2}{R_2} + \bar{Y} &= 0 \\ \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial B N_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A N_2}{\partial \beta} \right\} - \frac{T_1}{R_1} - \frac{T_2}{R_2} + \bar{Z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь A и B —параметры Ляме срединной поверхности, а R_1 и R_2 —главные радиусы ее кривизны.

Величины $T_1, T_2, S_1, S_2, N_1, N_2$ суть внутренние усилия, действующие в оболочке.

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \hat{\alpha} \alpha dz, & T_2 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \hat{\beta} \beta dz, \\ S_1 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \hat{\alpha} \beta dz, & S_2 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \hat{\alpha} \beta dz, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \hat{\alpha} z dz, & N_2 &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \hat{\beta} z dz. \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{X}, \bar{Y}$ и $\bar{Z}$ являются заданными функциями внешней нагрузки. Так, например:

$$\bar{X} = \left(1 + \frac{t}{2R_1}\right) \left(1 + \frac{t}{2R_2}\right) X_1 - \left(1 - \frac{t}{2R_2}\right) \left(1 - \frac{t}{2R_2}\right) X_2 + \int_{-t/2}^{+t/2} \rho \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) F_\alpha dz, \quad (4)$$

где X_1 и X_2 — значения напряжения $\hat{\alpha z}$ при $z = -t/2$ и $z = +t/2$, F_α — компонент массовой силы в направлении α . Формулы для $\bar{Y}$ и $\bar{Z}$ могут быть написаны по аналогии.

Система уравнений (1) выражает математически условия, при которых главный вектор всех внутренних и внешних сил, действующих на элемент, мысленно выделенный из оболочки, равен нулю. Умножая далее два из трех уравнений теории упругости (отнесенных к координатам α, β, z) на z и интегрируя их вновь по z в тех же пределах, получим еще два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial B M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A H_2}{\partial \beta} + \frac{\partial A}{\partial \beta} H_1 - \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_2 \right\} - N_1 + \mathfrak{M}_1 &= 0 \\ \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial B H_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A M_2}{\partial \beta} - \frac{\partial A}{\partial \beta} M_1 + \frac{\partial B}{\partial \alpha} H_2 \right\} - N_2 + \mathfrak{M}_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

в которых M_1, M_2, H_1, H_2 суть внутренние моменты изгибающие и скручивающие оболочку.

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \int_{-t/2}^{+t/2} z \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \hat{\alpha z} dz, & M_2 &= \int_{-t/2}^{+t/2} z \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \hat{\beta z} dz, \\ H_1 &= \int_{-t/2}^{+t/2} z \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \hat{\alpha \beta} dz, & H_2 &= \int_{-t/2}^{+t/2} z \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \hat{\alpha \beta} dz, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

а $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ — известные функции внешней нагрузки. Например:

$$\mathfrak{M}_1 = t/2 \left[\left(1 + \frac{t}{2R_1}\right) \left(1 + \frac{t}{2R_2}\right) X_1 + \left(1 - \frac{t}{2R_1}\right) \left(1 - \frac{t}{2R_2}\right) X_2 \right] + \int_{-t/2}^{+t/2} z \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) F_\alpha dz. \quad (7)$$

Уравнения (5) выражают равенство нулю касательного к срединной поверхности компонента главного момента всех сил, действующих на элемент оболочки.

В совокупности же уравнения (1) и (5) являются необходимым и достаточным математическим выражением условий упругого равновесия малого элемента, выделенного из оболочки (шестое условие статики — равенство нулю нормального к срединной поверхности компонента главного момента всех сил, — как можно показать, всегда тождественно удовлетворяется).

Для того чтобы установить связь между усилиями и моментами, с одной стороны, и перемещениями срединной поверхности, с

другой стороны, обычно пользуются гипотезами Кирхгофа, которые сводятся к допущениям:

а) что при определении деформаций $e_{\alpha\alpha}$, $e_{\beta\beta}$, $e_{\alpha\beta}$ можно считать деформации $e_{\alpha z}$, $e_{\beta z}$, e_{zz} равными нулю,

б) что напряжениями $\hat{z}\hat{z}$ можно пренебрегать по сравнению с прочими напряжениями.

На основании допущения а) получаются следующие формулы для деформаций $e_{\alpha\alpha}$, $e_{\beta\beta}$, $e_{\alpha\beta}$ произвольной точки оболочки:

$$\left. \begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{1+z/R_1} (\varepsilon_1 + z\kappa_1); & e_{\beta\beta} &= \frac{1}{1+z/R_2} (\varepsilon_2 + z\kappa_2); \\ e_{\alpha\beta} &= \frac{1}{1+z/R_1} (\omega_1 + 2z\tau_1) + \frac{1}{1+z/R_2} (\omega_2 + 2z\tau_2) = \\ &= \frac{1}{(1+z/R_1)(1+z/R_2)} \left\{ \left(1 - \frac{z^2}{R_1 R_2}\right) \omega + \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \frac{z}{2}\right] 2z\tau \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + \frac{w}{R_1}; & \kappa_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \psi; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + \frac{w}{R_2}; & \kappa_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial \psi}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \vartheta; \\ \omega_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} u; & 2\tau_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} - \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \vartheta; \\ \omega_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} v; & 2\tau_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} - \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \psi; \\ \omega &= \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right); & 2\tau &= 2\tau_1 + \frac{\omega_2}{R_1} = 2\tau_2 + \frac{\omega_1}{R_2}; \\ \vartheta &= -\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \frac{u}{R_1}; & \psi &= -\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \frac{v}{R_2}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

u , v , w — перемещения срединной поверхности.

Подставляя (8) в (2) и (6) [пользуясь при этом законом Гука с учетом допущения б)], а последние формулы вслед затем в уравнения (1) и (5), получим систему из пяти дифференциальных уравнений частных производных с пятью неизвестными u , v , w , N_1 , N_2 , зависящими только от α и β . К решению этой системы и сводится расчет прочности оболочек.

Возникает при этом однако вопрос — какова погрешность гипотез Кирхгофа в теории оболочек? Выяснить эту погрешность важно, во-первых, для того, чтобы установить границы применимости теории оболочек, основанной на этих гипотезах и, во-вторых, для того, чтобы получить возможность упрощения теории путем законного отбрасывания малых членов, величина которых по своему порядку не превышает погрешности, присущей исходным гипотезам.

Уточним в связи с этим формулы для деформаций (8), а именно, не пренебрегая при их выводе деформациями $e_{\alpha z}$, $e_{\beta z}$, e_{zz} , определим

последние тремя первыми членами их разложений в ряды Маклорена по степеням z :

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\alpha z} &= a_0 + a_1 z + a_2 \frac{z^2}{2} \\ \widehat{\beta z} &= b_0 + b_1 z + b_2 \frac{z^2}{2} \\ \widehat{z z} &= c_0 + c_1 z + c_2 \frac{z^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Подчинив эти выражения граничным условиям, будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\alpha z} &= \frac{X_1 + X_2}{2} + (X_1 - X_2) \frac{z}{t} + \frac{a_2}{2} \left(z^2 - \frac{t^2}{4} \right) \\ \widehat{\beta z} &= \frac{Y_1 + Y_2}{2} + (Y_1 - Y_2) \frac{z}{t} + \frac{b_2}{2} \left(z^2 - \frac{t^2}{4} \right) \\ \widehat{z z} &= \frac{Z_1 + Z_2}{2} + (Z_1 - Z_2) \frac{z}{t} + \frac{c_2}{2} \left(z^2 - \frac{t^2}{4} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Заметим, что на основании формул (3) коэффициенты a_2 и b_2 могут быть всегда выражены через N_1 и N_2 . Эти коэффициенты не вводят, таким образом, в теорию новых понятий.

Что касается коэффициента c_2 , то мы приближенно определим его, введя в рассмотрение величину

$$Q = \int_{-t/2}^{+t/2} (1 + z/R_1)(1 + z/R_2) \widehat{z z} dz \quad (12)$$

и потребовав, чтобы эта величина (площадь эпюры напряжений $\widehat{z z}$) имела то значение, какое следует из уравнений равновесия теории упругости. Путем умножения одного из уравнений на z и интегрирования по толщине может быть получено выражение:

$$Q = \frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[B \int_{-t/2}^{+t/2} z (1 + z/R_2) \widehat{\alpha z} dz \right] + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[A \int_{-t/2}^{+t/2} z (1 + z/R_1) \widehat{\beta z} dz \right] \right\} - \frac{M_1}{R_1} - \frac{M_2}{R_2} + M_3. \quad (13)$$

M_3 определяется формулой (7) при замене в ней X_1, X_2, F_α через Z_1, Z_2, F_z . Уравнение (13) связывает Q с N_1, N_2, M_1, M_2 и наперед заданными величинами.

Используя (10), (11) получаем для деформаций $e_{\alpha\alpha}, e_{\beta\beta}, e_{\alpha\beta}$ взамен формул (8) следующие более точные выражения (удерживаем в рядах только три первых члена):

$$\begin{aligned} e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{1 + z/R_1} & \left\{ \varepsilon_1 + \left(z_1 + \varepsilon_1^0 - \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{\Omega}{R_1} \right) z + \left\{ z_1^0 + \varepsilon_1^1 - \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{\Omega^0}{R_1} + \right. \right. \\ & + \frac{\mu}{1 - \mu} \left[\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) + \frac{1}{AB^2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \right] - \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{1}{R_1} \left[z_1 + z_2 - \frac{\varepsilon_1}{R_1} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\mu}{1 - \mu} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Omega \right] \right\} \frac{z^2}{2} + \dots \left. \right\}. \end{aligned}$$

$$e_{\beta\beta} = \frac{1}{1+z/R_2} \left\{ \left\{ \varepsilon_2 + \left(z_2 + \varepsilon_2^0 - \frac{\mu}{1-\mu} \frac{\Omega}{R_2} \right) z + \left\{ z_2^0 + \varepsilon_2^1 - \frac{\mu}{1-\mu} \frac{\Omega^d}{R_2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu}{1-\mu} \left[\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \right) + \frac{1}{BA^2} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \right] - \frac{\mu}{1-\mu} \frac{1}{R_2} \left[z_1 + z_2 - \frac{\varepsilon_1}{R_1} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\mu}{1-\mu} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Omega \right] \right\} \frac{z^2}{2} + \dots \right\}, \quad (14)$$

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{1+z/R_1} \left\{ \left\{ \omega_1 + (2\tau_1 - \omega_1^0) z + \left\{ 2\tau_1^0 + \omega_1^1 + \frac{\mu}{1-\mu} \left[\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \right) - \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{1}{BA^2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \right] \right\} \frac{z^2}{2} + \dots \right\} + \frac{1}{1+z/R_2} \left\{ \left\{ \omega_2 + (2\tau_2 - \omega_2^0) z + \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ 2\tau_2^0 + \omega_2^1 + \frac{\mu}{1-\mu} \left[\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{AB^2} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \right] \right\} \frac{z^2}{2} + \dots \right\} \right\}.$$

Здесь введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} a_o^1 &= \frac{a_o}{G}, & a_1^1 &= \frac{a_1}{G}, & b_o^1 &= \frac{b_o}{G}, & b_1^1 &= \frac{b_1}{G}, \\ c_o^1 &= \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{c_o}{G}, & c_1^1 &= \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{c_1}{G}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\Omega = \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Что касается до $\vartheta^0, \psi^0, \varepsilon_o^0, x_1^0, \dots$, то они получаются по формулам для тех же величин без верхних индексов при замене в них u, v, w соответственно через a_o^1, b_o^1, c_o^1 . Аналогично, $\vartheta^1, \psi^1, \varepsilon_1^1, x_1^1, \dots$ получаются из тех же формул при замене в них u, v, w через a_1^1, b_1^1, c_1^1 .

Сопоставляя формулы (14) с формулами (8) видим, что первые содержат по сравнению со вторыми ряд поправочных членов, которые зависят от Ω, N_1, N_2 и Q . Значение этих поправок может быть оценено, если Ω, N_1, N_2 и Q определить исходя из первого приближения (т. е. исходя из теории, основанной на гипотезах Кирхгофа).

В настоящее время известны решения многих задач теории оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа, ввиду чего не представляет труда выяснить на частных примерах, в какой мере формулы (14) отличаются от формул (8).

Воспользовавшись этими результатами, можно установить, что, вообще говоря, гипотезам Кирхгофа в теории оболочек свойственна погрешность, имеющая величину порядка t/R по сравнению с единицей (R — наименьший из радиусов кривизны оболочки).

Отсюда вытекает, что:

а) гипотезы Кирхгофа являются надежным основанием для теории тонких оболочек и не могут быть использованы при расчете оболочек толстых или хотя бы средней толщины [термин академика Б. Г. Галеркина (1)];

б) в формулах теории оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа, надлежит пренебрегать всеми членами порядка t/R по сравнению с единицей;

в) те многочисленные авторы, которые, базируясь на гипотезах Кирхгофа, стремятся удержать в своих формулах малые члены указанного выше порядка, допускают при этом математическую непосле-

довательность, вводя в теорию явно лишние члены, ни в какой мере не способствующие уточнению вопроса (²⁻⁶).

В соответствии с выше изложенным, пренебрегаем в формулах (2), (6), (8) величинами z/R_1 и z/R_2 по сравнению с единицей. При этом получаются следующие формулы, связывающие упругие усилия и моменты с деформациями срединной поверхности:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{Et}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2); & M_1 &= D (\kappa_1 + \mu\kappa_2); \\ T_2 &= \frac{Et}{1-\mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1); & M_2 &= D (\kappa_2 + \mu\kappa_1); \\ S_1 = S_2 &= \frac{Et}{2(1+\mu)} \omega; & H_1 = H_2 &= D (1-\mu) \tau. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Последние выражения не представляют чего-либо нового для теории оболочек. Многие авторы пользовались ими, полагая, что они дают достаточную точность. Однако, повидимому, новым следует считать принципиально важное высказанное в этой заметке утверждение, что формулы (16) являются единственно последовательным вариантом связи между усилиями, моментами и деформациями срединной поверхности для теории оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа. Всякая попытка уточнения этих формул должна быть связана с отказом от гипотез Кирхгофа и с построением более точной теории. Все имеющиеся в обращении разновидности формул (16), сохраняющие в себе малые члены порядка t/R , не являются математически-последовательными.

Поступило 24 VII 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Б. Г. Галеркин, ДАН, IV, № 5—6 (1934). ² A. E. H. Love, A Treatise on the mathemat. theory of elasticity, 4-th ed., 1934. ³ E. Trefftz, ZS. a. M. M. Bd. 15, H. 2 (1935). ⁴ W. Flügge, Statik u. Dynamik der Schalen, 1934. ⁵ А. И. Лурье, Труды ЛИИ, № 6, вып. 3 (1937). ⁶ А. И. Лурье, Прикл. мат. и мех., IV, вып. 2 (1940).

Л. Е. КАЛИХМАН

НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧКИ СРЫВА

(Представлено академиком С. А. Чаплыгиным 4 X 1942)

Пограничный слой и след вносят значительные изменения в картину обтекания профиля, получаемую по теории идеальной жидкости. Существование пограничного слоя обуславливает возникновение профильного сопротивления; срыв турбулентного слоя является основной причиной падения подъемной силы на больших углах атаки. В связи с ростом скоростей в авиации исследование этих явлений представляет, наряду с теоретическим, все больший практический интерес. Осредненное уравнение плоского стационарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости можно преобразовать к виду:

$$\frac{1}{\bar{U} R_e} \frac{dR_\theta}{ds} - R_\theta \omega^2 (H+1) = \frac{1}{\zeta^2}, \quad (1)$$

$$\text{где } R_\theta = \bar{U} \bar{\vartheta} R_e, \quad \omega^2 = - \frac{1}{\bar{U}^2 R_e} \frac{d\bar{U}}{ds}, \quad \zeta = \sqrt{\frac{\rho U^2}{\tau_0}}, \quad R_e = \frac{Vb}{\nu}, \quad \bar{U} = \frac{U}{V},$$

$\bar{\vartheta} = \frac{\vartheta}{b}$, $\bar{s} = \frac{s}{b}$, V — скорость набегающего потока, s — длина дуги от критической до данной точки, b — хорда профиля, ρ — плотность, ν — кинематическая вязкость.

Скорость на границе слоя U и ее производная считаются известными функциями s . Величина H на большей части длины турбулентного слоя практически имеет постоянное значение. Проблема расчета турбулентного пограничного слоя сводится к интегрированию уравнения (1) при использовании того или иного закона сопротивления — дополнительной зависимости между толщиной потери импульса ϑ и напряжением трения на стенке τ_0 .

Ниже дано решение в конечном виде уравнения плоского турбулентного пограничного слоя при логарифмическом законе сопротивления *.

Принимая логарифмический закон сопротивления Т. Кармана в форме, указанной Х. Сквайром и А. Юнгом [H. Squire and A. Young⁽³⁾]

$$R_\theta = C_1 e^{\zeta^2}, \quad (2)$$

и выполняя замену переменных

$$z = R_\theta \zeta^2, \quad (3)$$

* Аналогичное решение получается для потока с осевой симметрией.

приведем (1) к линейному уравнению относительно z :

$$\frac{dz}{ds} + K(H+1) \frac{d\bar{U}}{\bar{U}} z = K\bar{U}R_e. \quad (4)$$

Величина $K = 1 + \frac{2}{\alpha\zeta}$ в турбулентном пограничном слое меняется мало; с большой степенью точности можно принять

$$K(H+1) = \text{const}. \quad (5)$$

Общий интеграл линейного уравнения (4) имеет вид:

$$z = \bar{U}^{-K(H+1)} [C + R_e \int K\bar{U}^{K(H+1)+1} d\bar{s}]. \quad (6)$$

Полагая постоянную (5) равной 3 (в области минимума давления $K \simeq 1,25$, $H \simeq 1,4$; в области срыва $K=1$, H —порядка 2) и принимая под интегралом среднее значение $K=1,2$, получаем формулу в квадратурах:

$$z = \frac{C + 1,2 R_e \int_{st}^{\bar{s}} \bar{U}^4 d\bar{s}}{\bar{U}^3} \quad (7)$$

Методика расчета отличается исключительной простотой. Пользуясь заданным распределением давлений $\bar{P}$, находим $\bar{U} = \sqrt{1 - \bar{P}}$. По формулам (2) и (3) строим вспомогательные графики зависимости $\lg z$ от ζ и $\lg R_e$ от ζ^* . Значение R_e в начале турбулентной области ($\bar{s} = \bar{s}_t$) принимается равным R_e в конце ламинарного участка. Расчет последнего, а также определение положения точки перехода можно выполнять по предложенному нами методу (4). По $\lg R_e$ находим ζ_t , $\lg z_t$, z_t , $C = z_t \bar{U}_t^3$. При $\bar{s}_t = 0$ $C = 0$. Вычисляем z в функции $\bar{s}$, по графикам находим ζ и R_e .

По значениям ζ находится распределение напряжения трения, по значению R_e на задней кромке — профильное сопротивление, по распределению R_e можно найти точку срыва.

Предположения, положенные в основу полученного решения, в частности, отсутствие влияния градиента давления на профиль скоростей, были подвергнуты детальному исследованию. Установлено, что несмотря на заметное влияние градиента давления на закон сопротивления и величину H , эффект этого влияния на R_e пренебрежимо мал. Формула (7) при крайней простоте дает высокую точность в R_e (порядка 3—4%) не только на малых, но и на критических углах атаки.

Для решения задачи о срыве турбулентного слоя необходимо, кроме решения уравнения (1), установить еще соответствующий критерий.

Срыв турбулентного слоя с качественной стороны аналогичен срыву ламинарного слоя: начиная с некоторого сечения поток отде-

* Рекомендуется принимать $C_1 = 0,3126$, $\alpha = 0,375$ (из условия соответствия сопротивления пластины с формулой Шульца-Грунова).

ляется от стенки, на профиле образуется зона обратного течения жидкости.

Вблизи места срыва производная скорости u по нормали y на стенке меняет знак, поэтому точка срыва характеризуется условием

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (8)$$

Из (8), а также из уравнения пограничного слоя вытекает, что профиль напряжения трения в точке срыва, при $\eta = y/\delta = 0$, должен удовлетворять следующим условиям [ср. (5), также (1)]:

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\rho U^2} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} = R_\delta \omega^2, \quad \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \eta^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 \bar{\tau}}{\partial \eta^3} = 0 \quad (9)$$

(δ — толщина пограничного слоя, $R_\delta = \frac{U_\delta}{\nu}$).

По определению пограничного слоя имеем при $\eta = 1$:

$$\bar{\tau} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} = 0. \quad (9')$$

Допуская, что профиль напряжения трения в точке срыва может быть выражен многочленом, найдем:

$$\bar{\tau} = R_\delta \omega^2 f(\eta). \quad (10)$$

Пользуясь формулой Л. Прандтля (6)

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2, \quad (11)$$

найдем турбулентный профиль скоростей в точке срыва. Поскольку сечение срыва является началом спутной струи, в которой, как и в свободной струе, безразмерный путь смещения можно считать постоянным, примем $l/\delta = c$.

Из (10) и (11) находим:

$$\frac{u}{U} = 1 - \frac{1}{c} V R_\delta \omega^2 \int_0^1 V f(\eta) d\eta. \quad (12)$$

Условия (9) показывают, что в ламинарном подслое можно положить

$$\tau = R_\delta \omega^2 \eta. \quad (13)$$

Отсюда:

$$\frac{u}{U} = \frac{R_\delta^2 \omega^2 \eta^2}{2}. \quad (14)$$

Границу ламинарного подслоя определяем, как всегда, гипотезой существования критического числа Рейнольдса (7.5):

$$\frac{u_e \delta_e}{\nu} = \alpha^2. \quad (15)$$

Подставляя (14) в (15) находим:

$$\eta_e = \frac{1}{R_\delta} \sqrt[3]{\frac{2a^2}{\omega^2}}. \quad (16)$$

Приравнявая правые части выражений (12) и (14), подставляя (16) и отбрасывая пренебрежимый член, получим

$$\sqrt{R_\delta \omega^2} = \frac{c}{a} (1 - A \sqrt[3]{\omega^2}). \quad (17)$$

Подставляя (12) в формулу

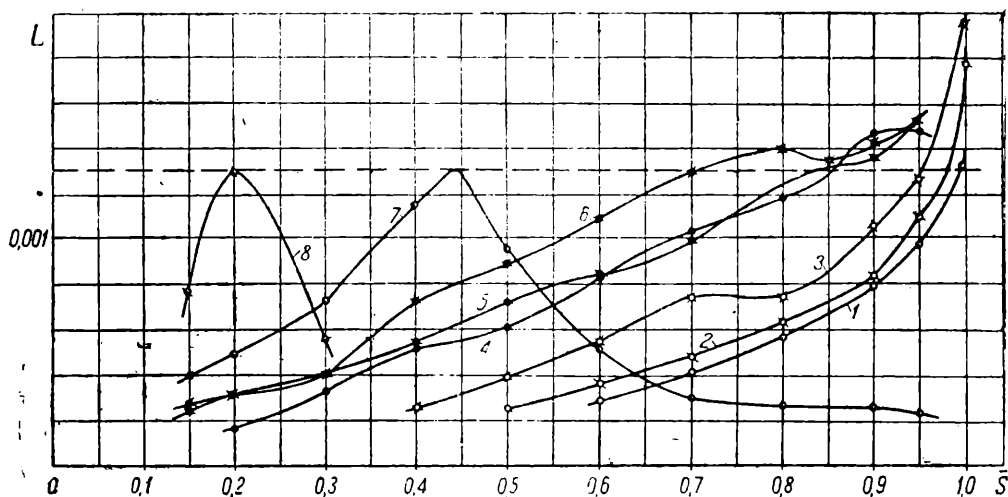
$$\frac{\vartheta}{\delta} = \int_0^1 \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta, \quad (18)$$

получаем $\left(M = \int_0^1 \int_{\eta_1}^1 V f(\eta) d\eta d\eta, P = \int_0^1 \left[\int_{\eta_1}^1 V f(\eta) d\eta \right]^2 d\eta \right):$

$$\frac{\vartheta}{\delta} = \frac{M}{c} \sqrt{R_\delta \omega^2} - \frac{P}{c^2} R_\delta \omega^2. \quad (19)$$

Из (17) и (19) получаем:

$$R_\delta \omega^2 = \frac{c^2}{a^2} \left[\frac{M}{a} (1 - A \sqrt[3]{\omega^2}) - \frac{P}{a^2} (1 - A \sqrt[3]{\omega^2})^2 \right] (1 - A \sqrt[3]{\omega^2})^2. \quad (20)$$



Фиг. 1. 1. $C_y = 0,300$; 2. $C_y = 0,400$; 3. $C_y = 0,600$; 4. $C_y = 0,800$; 5. $C_y = 0,930$; 6. $C_y = 1,000$; 7. $C_y = 0,040$; 8. $C_y = 0,845$

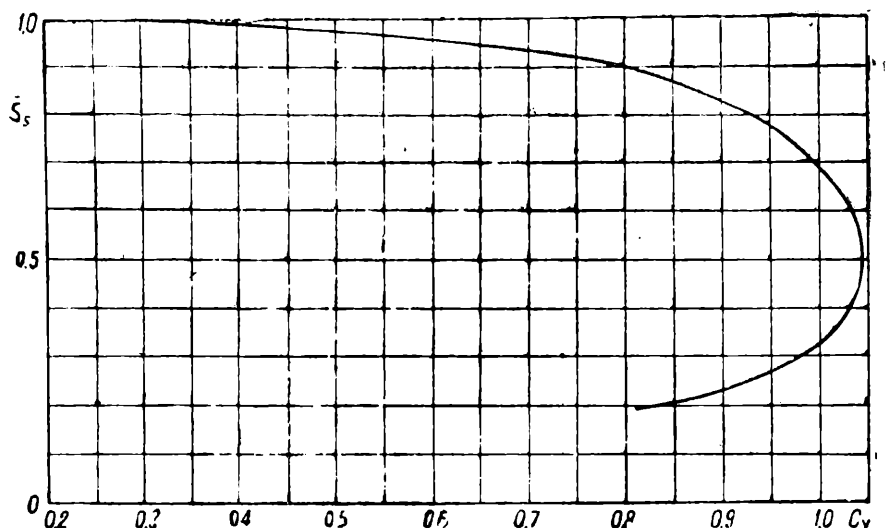
Существующие экспериментальные данные не позволяют пока определить достоверное значение эмпирической постоянной c . Элемент произвола имеется также в определении постоянных a, M, P^* . Число постоянных можно уменьшить с 4 до 1, если обратить внимание на следующий экспериментальный факт: профили скоростей

* Постоянная α имеет обычное значение 11,2.

турбулентного слоя в области срыва на большей части толщины слоя носят отчетливый линейный характер. Это означает, что можно принять $\overline{Vf(\eta)} = k$. Уравнение (20) принимает вид:

$$R_\delta \omega^2 = \left(\frac{c}{k}\right)^2 \left[0,5 (1 - A \sqrt[3]{\omega^2}) - 0,333 (1 - A \sqrt[3]{\omega^2})^2 \right] (1 - A \sqrt[3]{\omega^2}). \quad (21)$$

Интересно отметить, что срыв турбулентного и ламинарного слоя



Фиг. 2. Зависимость положения точки срыва турбулентного слоя от C_y (профиль В — 12%; $Re = 1,1 \cdot 10^5$).

определяется одними и теми же параметрами R_δ и ω . Действительно, из условия, получаемого по методу Кармана (7) — Польгаузена (8),

$$\lambda = \bar{\delta}^2 R_\delta \frac{d\bar{U}}{ds} = -12,$$

закключаем, что в точке срыва ламинарного слоя

$$R_\delta = \frac{0,395}{\omega}.$$

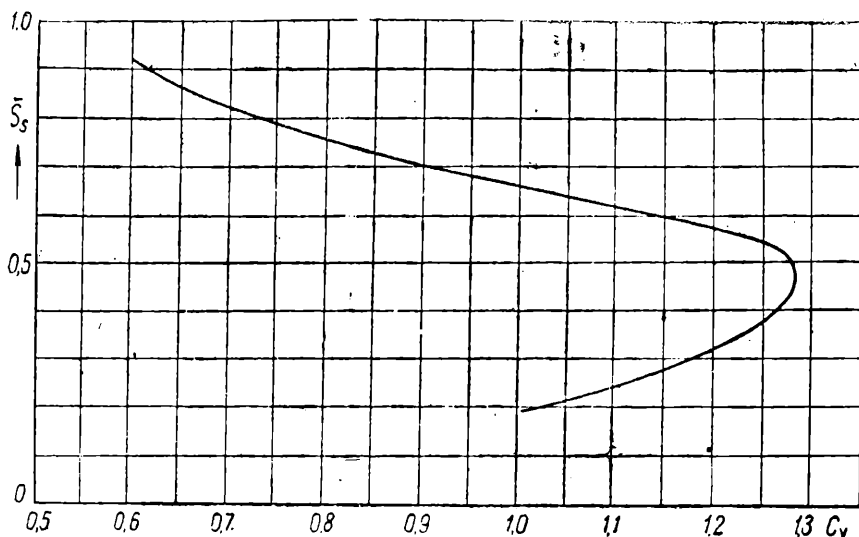
Условие срыва турбулентного слоя (21) легко приводится к более удобной для применений форме. В пределах значений ω , имеющих практический интерес, уравнение (21) может быть представлено в виде

$$R_\delta \omega^2 R_\delta^{-0,08} = \text{const}. \quad (22)$$

Значение единственной эмпирической постоянной рассматриваемой задачи по данным существующих экспериментов оказалось равным 0,0013. Расчет положения точки срыва сводится, таким образом, к расчету распределения параметра $L = R_\delta \omega^2 R_\delta^{-0,08}$ и нахождению координаты $\bar{s}$, соответствующей $L = 0,0013$.

Было исследовано положение точки срыва на верхней поверхности профилей В — 12% и NACA 230 — 17%.

Распределение давлений взято из атласа (9). При всех $C_y \geq 0,8$ пограничный слой принят полностью турбулентным, при $C_y < 0,8$ положение точки перехода взято по экспериментальным данным. Результаты представлены на фиг. 1—3.



Фиг. 3. Зависимость положений точки срыва турбулентного слоя от C_y (профиль NACA 230, $C = 17\%$, $Re = 12 \cdot 10^6$).

С помощью указанной А. А. Дородницыным (10) замены переменных, формула в квадратурах (7) и критерий срыва (22) легко обобщаются на случай сжимаемой жидкости.

Центральный аэро-гидродинамический институт

Поступило
2 IX 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Buri, Eine Berechnungsgrundlage für die turbulente Grenzschicht bei beschleunigter und verzögerter Grundströmung. Promotion Arbeit. Buchdruckerei A. G. Yean Frey. Zürich, 1931.
2. H. Müller, Flächenwiderstand umstromter Körper, Werft Reederei Hafen, 54 (1932).
3. H. B. Squire and A. D. Young, The Calculation of the Profile Drag of Aerofoils. A. R. C. R&M, N 1838 (1938).
4. Л. Е. Калихман, Техника воздушного флота, № 5—6 (1942).
5. К. К. Федяевский, Труды ЦАГИ, ч. II, вып. 316 (1937).
6. L. Prandtl, Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, ZAMM, Bd. 5 (1925).
7. Th. V. Karman, Ueber laminare und turbulente Reibung, ZAMM, Bd. 1 (1921).
8. V. Pohlhausen, Zur näherungsweise Integration der Differentialgleichungen der laminaren Grenzschicht, ZAMM, Bd. 1 (1921).
9. Б. А. Ушаков, П. П. Красильников, А. К. Волков, А. Н. Гржегоржевский, Атлас аэродинамических характеристик профилей крыльев. Издание Б. Н. Т. НКАП при ЦАГИ. Москва, 1940.
10. А. А. Дородницын, ДАН, XXXIV, № 8, стр. 234 (1942).

Я. И. ГЕРЛОВИН

СВЯЗЬ МЕЖДУ ХИМИЧЕСКИМ СОСТАВОМ И ПРОПУСКАНИЕМ СТЕКЛА В ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТИ

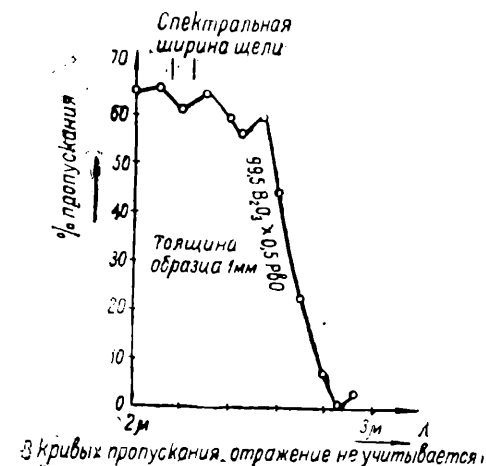
(Представлено академиком С. И. Вавиловым 12 X 1942)

Имеются лишь две работы, в которых исследовалась зависимость пропускания стекла в инфракрасной области от основных стеклообразующих окислов. Одна из них произведена Дрейшем [Dreisch ⁽¹⁾], другая Шмидтом, Гельгоффом и Томасом [Schmidt, Gelhoff, Thomas ⁽²⁾]. Дрейш в своей работе исследовал пропускание боратных стекол довольно сложного химического состава, поэтому трудно определить в них влияние и роль добавочных окислов на пропускание стекла. Шмидт, Гельгофф и Томас выбрали более простые системы—тройные, но так как они сильно раздвигали щель монохроматора, то слабых полос поглощения они не смогли обнаружить. Бинарные системы, дающие наиболее ясную картину зависимости пропускания стекла от отдельных компонентов, ими вовсе не исследовались. Выбрав простые системы из наиболее часто встречающихся при изготовлении

стекла стеклообразующих окислов, мы попытались произвести систематическое исследование пропускания стекла в инфракрасной области в зависимости от состава.

Всего нами было исследовано 54 сорта стекла. Из них 30 боратных, 20 силикатных и 4 фосфатных. Все стекла были изготовлены сотрудниками Государственного оптического института Р. И. Брескером и М. С. Генрихом.

Из боратных и силикатных стекол измерялись как бинарные, так и тройные системы. Из бинарных боратных и силикатных систем изучались системы, содержащие окислы легких и тяжелых

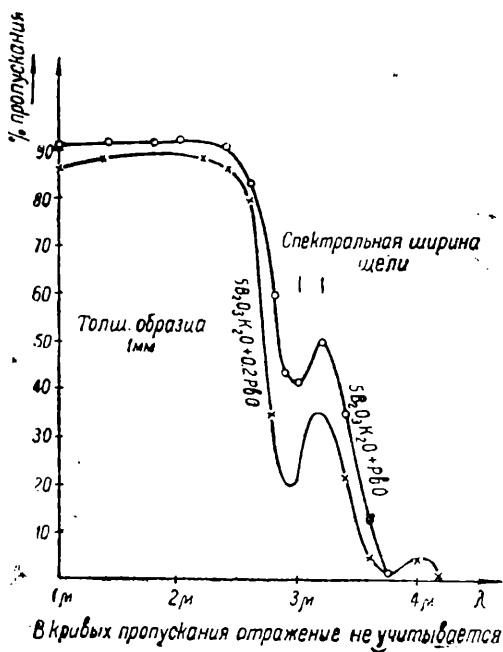


Фиг. 1.

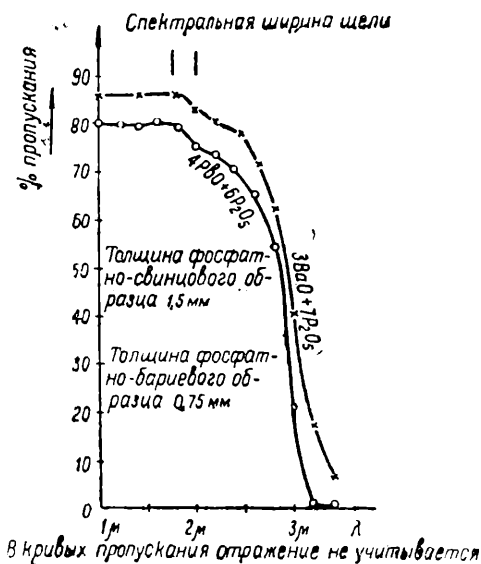
металлов. Из фосфатных—лишь бинарные системы тяжелых окислов металлов. Тройные системы состояли из окислов $5B_2O_3 \cdot K_2O$ и $5SiO_2 \cdot K_2O$, к которым прибавлялись различные окислы металлов. Кроме этих бинарных и тройных систем были исследованы в стеклообразном

состоянии окислы SiO_2 и B_2O_3 . Относительно последнего следует оговориться. Безводный борный ангидрид быстро мутнеет и разрушается на воздухе, и измерить его пропускание чрезвычайно трудно. Поэтому измерялся не чистый борный ангидрид, а стекло, состоящее из 99,5% B_2O_3 и 0,5% PbO . Полосы поглощения этого стекла, можно предполагать, совпадают с полосами борного ангидрида.

Из всех боратных стекол борный ангидрид обладает наименьшим пропусканием в инфракрасной области. У него обнаруживаются полосы поглощения при 2,2 μ , 2,4 μ и 2,85 μ (фиг. 1). Пластика этого образца толщиной в 1 мм при 3 μ практически уже ничего не пропускает. Полоса поглощения при 2,85 μ наблюдается у всех боратных стекол, что касается полос при 2,2 μ и 2,4 μ , то они наблюда-



Фиг. 2.



Фиг. 3.

ются не у всех, а только у более легких. Во всех боратных стеклах наблюдается еще полоса поглощения при 3,7 μ .

С возрастанием процентного содержания добавочных окислов пропускание боратного стекла в инфракрасной области увеличивается; чем тяжелее окисел, тем заметнее увеличение (фиг. 2). Так, из исследованных 30 сортов боратных стекол наибольшим пропусканием обладают боратно-свинцовые и наименьшим, не считая борного ангидрида, — боратно-литиевые. Таким образом, для всех боратных стекол имеет место увеличение пропускания в инфракрасной области с возрастанием удельного веса металлических окислов. Увеличение процентного содержания добавочных окислов не только увеличивает пропускание в инфракрасной области, но и делает характерные для борного ангидрида максимумы поглощения менее выраженными. Все максимумы поглощения сдвинуты по отношению к борному ангидриду на 0,1—0,15 μ .

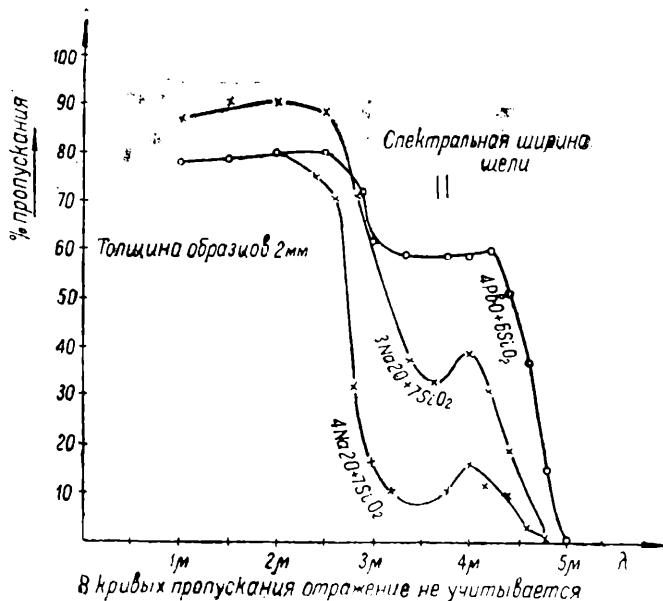
Все стекла, содержащие в большом количестве бор, на воздухе быстро мутнеют, что приводит к уменьшению пропускательной способности в близкой инфракрасной области. Это уменьшение можно

объяснить скорее рассеиванием, чем поглощением. В области более длинных волн рассеивание не играет особой роли.

Из фосфатных стекол нами было исследовано четыре сорта бинарной системы. Два сорта состоят из фосфатно-бариевых стекол, два других -- из фосфатно-свинцовых. Все они имеют мало отличающийся между собой ход кривой поглощения (фиг. 3). При $2,2 \mu$ начинается заметное поглощение, а при $3,5 \mu$ измеренные образцы (толщиной в 1 и 2 мм) практически ничего не пропускают. Увеличение процентного содержания металлического окисла увеличивает пропускание, но не так сильно, как у боратных стекол. Характерных максимумов поглощения в близкой инфракрасной области фосфатные стекла не имеют, в более далекой они нами не исследовались.

Силикатные стекла являются наиболее стойкими и потому применяются чаще всего.

Исследованные нами бинарные и тройные силикатные системы мало отличаются от обычных фабричных стекол. Из бинарных изучены: кремне-калиевые, кремне-натриевые и кремне-свинцовые стекла. Внутри каждой системы соотношение между кремневым и металлическим окислами варьировалось. Так же как у боратных систем наибольшим пропусканием обладают кремне-свинцовые стекла (фиг. 4).



Фиг. 4.

Замена свинцового окисла другими, более легкими металлическими окислами понижает пропускание стекла в инфракрасной области. Увеличение процентного содержания окисла щелочного металла в бинарной силикатной системе (при содержании его не меньше 30%) резко понижает пропускание стекла в инфракрасной области. Этот факт, повидимому, связан с расстекловыванием этих сортов стекла.

В области от 4μ до 5μ кремне-свинцовые стекла пропускают лучше кварцевого стекла. В области $2,8$ — $3,8 \mu$ кремне-свинцовые стекла имеют широкую, но мало интенсивную полосу поглощения.

Все исследованные нами трехкомпонентные силикатные системы имеют почти одинаковые кривые поглощения. В отличие от плавлен-

ного кварца, имеющего острый максимум поглощения при $2,7 \mu$, у всех силикатных стекол (бинарных и тройных) этот максимум отсутствует. Вместо этого максимума у некоторых силикатных стекол наблюдается очень слабый максимум поглощения при $2,3—2,4 \mu$. Полоса поглощения плавленного кварца при $3,7 \mu$, являющаяся менее интенсивной, чем полоса при $2,7 \mu$, наблюдается во всех стеклах, но сдвинута в сторону коротких длин волн на $0,1—0,2 \mu$.

На основании анализа инфракрасных спектров поглощения исследованных нами стекол можно заключить, что:

1. Наибольшим пропусканием в инфракрасной области обладают силикатные системы, а из силикатных кремне-свинцовые.

2. Борный и фосфорный ангидриды увеличивают поглощение в любых системах.

Выражаю благодарность доктору физико-математических наук М. Л. Вейнгеру за руководство и ценные советы по работе.

Лаборатория инфракрасных лучей
Государственного оптического
института

Поступило
12 X 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Th. Dreisch, ZS. f. Phys., 42, 426, 428 (1927). ² E. Schmidt, Gelhoff u. Thomas, ZS. f. Techn. Phys., 11, 289 (1930).

Посвящается дорогой матери

К. В. НИКОЛЬСКИЙ

К ТЕОРИИ МЕЗОНА

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 29 VI 1942)

Как известно, воздействие электромагнитного поля на релятивистскую квантовую частицу, описываемую уравнением Дирака, определяется законом, по которому в эти уравнения входят величины, описывающие внешнее электромагнитное поле. Этот закон имеет общий и весьма своеобразный характер, а именно, наличие действующего на частицу внешнего электромагнитного поля учитывается в уравнениях переходом от обыкновенных частных производных $\partial/\partial x_\alpha$ к так называемым ковариантным производным от полувектора

$$D_\alpha = \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{e}{\hbar c} \varphi_\alpha \right).$$

Таким образом, воздействие электромагнитного поля на частицу формулируется на тех же основаниях, как и инерционные эффекты в теории гравитации Эйнштейна, с тем, однако, фундаментальным отличием, что в последнем случае речь идет о законах параллельного переноса вектора или тензора, тогда как в первом случае мы имеем дело с существенно новым типом величин — спинором*.

В самое последнее время Паули [W. Pauli⁽⁵⁾] была осуществлена систематическая классификация различных возможных типов уравнений движения элементарных частиц, проведенных на основании законов преобразования характеризующих их величин, т. е. по неприводимым представлениям группы Лорентца.

Мы можем рассмотреть воздействие мезонного поля на тяжелую частицу, воспользовавшись аналогичной трактовкой вопроса. В самом деле, возможность такой точки зрения становится особенно ясной, если воспользоваться формой уравнений движения нуклона, данной Меллером⁽⁶⁾, записавшим эти уравнения в пятимерных коорди-

* Мы имеем в виду законы параллельного переноса. Если A^μ компоненты вектора, то, как известно, $dA^\mu = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta} A^\alpha dx^\beta$, что может быть выражено переходом от производных $\partial/\partial x_\alpha$ к производным $\nabla_\alpha = (\partial/\partial x_\alpha + \Gamma^\mu_{\alpha\beta})$, где $\Gamma^\mu_{\alpha\beta}$ компоненты аффинной связи, характеризующие, как известно, воздействие гравитационного поля на частицу. Напомним, что теория параллельного переноса полувектора (спинора ψ_α) была разработана, главным образом, в работах ленинградских физиков-теоретиков⁽¹⁾, а также Эддингтоном⁽²⁾, Вайлем⁽³⁾ и Шредингером⁽⁴⁾ и легла в основу современной квантовой теории взаимодействия электрически заряженных частиц.

натах x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 , из которых четыре вещественны, а x_4 — ось времен — чисто мнима. Координата x_0 не имеет классического аналога, в то время как сопряженный с ней канонический импульс p_0 непосредственно связан с собственной массой нуклона.

Уравнения движения нуклона в форме, приданной им Меллером, имеют вид

$$\left\{ \gamma^\alpha D_\alpha + \frac{\mu_0 c}{\hbar} \right\} \psi = 0 \quad (\text{суммирование от } 0 \text{ до } 4)$$

и инвариантны по отношению к преобразованиям вращения в R_5 , т. е. по отношению к собственным преобразованиям ортогональной группы:

$$x_\mu^1 = \sum_\nu a_{\mu\nu} x_\nu, \quad \sum_\nu a_{\mu\nu} a_{\nu\rho} = \sum_\nu a_{\rho\mu} a_{\nu\lambda} = \delta_{\mu\nu}, \quad \Delta = |a_{\mu\nu}| = +1,$$

оставляющим инвариантным соотношение $\sum_\mu x_\mu x_\mu = \text{const.}$

Прежде всего, мы можем рассмотреть воздействие мезонного поля на тяжелую частицу, воспользовавшись понятием параллельного переноса пятимерного спинора ψ . Пусть дано уравнение свободного нуклона, в которое входит пять производных $\frac{1}{i} \partial / \partial x_\alpha$:

$$\left(\sum_\alpha \gamma^\alpha \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{\mu_0 c}{\hbar} \right) \psi = 0.$$

Тогда воздействие внешнего мезонного поля учтется тем, что производные $\frac{1}{i} \partial / \partial x_\alpha$ заменятся ковариантными производными.

По Меллеру:

$$D_\mu = \left\{ \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \frac{ig_1}{\hbar c} \tau U_\mu + \frac{ig_2}{\hbar c} \gamma_\mu \tau [\gamma_\nu, \gamma_\nu] G_{\mu\nu} \right\},$$

где U_μ , $g_{\mu\nu}$ — потенциал мезонного поля, действующего на тяжелую частицу (нуклон), внешнее мезонное поле описывается релятивистским вектором $\vec{U}_\mu$ и антисимметрическим тензором $\vec{G}_{\mu\nu}$. Уравнение содержит две универсальные постоянные $g_1/\hbar c$ и $g_2/\hbar c$ — постоянные, играющие в рассматриваемых взаимодействиях ту же роль, что постоянная тонкой структуры α в электромагнитных процессах, и определяющие связь между нуклоном и вектором и псевдоскаляром внешнего мезонного поля. Таким образом, уравнение имеет вид*:

* Мы пользуемся обозначениями Меллера. Здесь μ_0 — величина, определяющая величину массы нуклона: $\mu_0 = \frac{1+\tau_3}{2} \mu_0^0 + \frac{1-\tau_3}{2} \mu_p^0$; τ_1, τ_2, τ_3 — матрицы, связанные соотношениями $[\tau_1, \tau_2] = i\tau_3$ и т. д. — „isotopic spin-vector“, выбранный так, что собственные значения $+1$ и -1 τ_3 относятся к состояниям нейтрона и протона соответственно; μ_n^0 и μ_p^0 — массы покоя нейтрона и протона. Переменные γ_μ удовлетворяют правилам коммутации $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3, 4$).

$$\left[\gamma_\mu D_\mu + \frac{\mu_0 c}{\hbar} \right] \psi(x_0, \dots, x_4) = 0.$$

Эта форма записи уравнений вскрывает истинную природу группы преобразований и соответствующих ей законов сохранения, связанную с уравнениями. Подобно тому, как в уравнении Дирака первые четыре члена выражают бесконечно малое изменение четырехмерного спинора, мы можем рассматривать совокупность первых пяти членов в уравнениях Меллера как выражение для бесконечно малого изменения пятимерного спинора $\psi(x_0 \dots x_4)$.

Представляет значительный интерес исследовать характер аффинной связи рассматриваемого многообразия, определяющей параллельный перенос спинора ψ в R_5 .

Для этого мы должны рассмотреть законы преобразования билинейных в ψ и ψ^+ инвариантов и тензоров разного ранга. Заметим, что если x_μ претерпевает бесконечно малое преобразование

$$x_\mu^1 = x_\mu + \sum_{\nu=0}^4 \varepsilon_{\mu\nu} x_\nu, \quad \varepsilon_{\mu\nu} = -\varepsilon_{\nu\mu}, \quad \text{то}$$

ψ претерпевает преобразование, переходя в $\psi^1 = S\psi$, где

$$S = 1 + \frac{1}{8} \sum_{\mu, \nu=0}^4 \varepsilon_{\mu\nu} [\gamma_\mu, \gamma_\nu].$$

Таким путем может быть осуществлена систематизация возможных типов мезонных взаимодействий.

Для этого необходимо иметь теорию неприводимых представлений группы конформных преобразований в R_4 и упоминавшейся выше группы вращений в R_5 (*).

Таким образом, может быть развита теория представлений группы вращений в R_5 , аналогичная теории спиноров релятивистской группы Лорентца, и может быть осуществлена систематизация возможных типов частиц, аналогичная осуществленной Паули, т. е. систематизация, осуществленная по неприводимым представлениям ортогональной группы вращений в R_5 . Между рассматриваемыми группами имеют место очень интересные соотношения, так как ортогональная группа в R_5 изоморфна с группой стереографической проекции группы конформных преобразований в R_4 , являющейся основной для понимания закономерностей квантовой электродинамики *.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
29 VI 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ D. Iwanenko, C. R. Paris, 188, 616 (1929); V. Fock и D. Iwanenko, C. R. Paris, 188, 1470 (1929); D. Iwanenko и V. Ambarcumian, C. R. de l'Acad. de l'URSS, p. 45 (1930). ² Eddington, Proc. Roy. Soc. A. 138, 17 (1932); 133, 313 (1931). ³ H. Weyl, Proceedings of National Academy of Wash., 15, 323 (1929). ⁴ E. Schrödinger, Berl. Ber. (math. phys. Kl., 105 (1932). ⁵ W. Pauli, Reviews of Modern Physics, p. 17, 13 (1941). ⁶ C. Möller, On the Theory of Mesons Det. Kgl., Danske Videnskubernes Seiskub, Mash. fys. Meddeleiger, XVIII, 6, p. 12 (1941). ⁷ W. Pauli, Helvetica Phys. Acta, XIII, p. 204 (1940).

* Этот вопрос предполагается рассмотреть в одной из ближайших заметок.

Н. А. ВЛАСОВ и А. Г. БЕРГМАН

ПОЛИТЕРМА ТРОЙНОЙ СИСТЕМЫ
ХЛОРИД НАТРИЯ — БРОМИД НАТРИЯ — ВОДА
ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЛНОГО ЗАМЕРЗАНИЯ до $+50^{\circ}$ ⁽¹⁾

(Представлено академиком В. Г. Хлопцким 27 XI 1942)

Мы приводим данные по тройной системе: $\text{NaBr}—\text{NaCl}—\text{H}_2\text{O}$, которая является составной частью водной взаимной системы из хлористых и бромистых солей натрия и калия: Na , K , Cl , Br . Исследование проводилось нами политермическим визуальным методом.

Растворимость NaCl и NaBr изучалась многими авторами, получившими хорошо совпадающие результаты ⁽²⁾. При проверке получены вполне согласующиеся результаты. Для NaBr нами получена криогидратная точка: $-28,2^{\circ}$ и $40,3\%$ NaBr . Точка перехода $\text{NaBr} \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ в $\text{NaBr} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ при $-23,8^{\circ}$ и $41,2\%$ NaBr . Переход $\text{NaBr} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ в $\text{NaBr} + 50,2^{\circ}$ и $53,4\%$ NaBr . NaCl имеет криогидратную точку при $-21,3^{\circ}$ и $23,5\%$ NaCl ; при $+0,15^{\circ}$ и $26,3\%$ NaCl переходит из бигидрата в безводную соль.

Н. А. Шлезингер и Ф. П. Зоркин ⁽³⁾, изучавшие состав смешанных кристаллов хлористого и бромистого натрия, выделяющихся из водных растворов при t° : от -17 до -20° , $+35^{\circ}$ и 70° , установили, что ниже $+0,15^{\circ}$ хлористый и бромистый натрий кристаллизуются изоморфно с двумя молекулами воды в моноклинической системе. При $18,5^{\circ}$ получены твердые растворы с содержанием от $0,53$ до $91,39$ мол. % $\text{NaBr} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$.

Выше $+0,15^{\circ}$ образование смешанных кристаллов хотя и имеет место, но с ограниченным содержанием бромистого натрия. При $+35^{\circ}$ ими было найдено $14,5$ мол. %.

Все это стоит в полном соответствии с полученными нами данными. Политерма системы построена нами на основании изучения 10 разрезов. В табл. 1 приводятся полученные путем графической интерполяции составы изотермических точек для -20° , -10° , 0° , $+10^{\circ}$, $+20^{\circ}$, $+25^{\circ}$ и $+30^{\circ}$; составы для $+50^{\circ}$ заимствованы нами из работы Ф. И. Васенина. Температура и состав точек пересечения кривых на разрезах системы приведены в табл. 2.

Хлористые и бромистые соли натрия в отсутствии растворителя, в расплавах солей образуют весьма совершенные твердые растворы. При равновесии же этих солей с водой, благодаря гидратации бромистого натрия ниже $+50,2^{\circ}$, мы наблюдаем разрыв в непрерывном ряде твердых растворов.

Система $\text{NaBr}—\text{NaCl}—\text{H}_2\text{O}$ в исследованном температурном интервале (фиг. 1) имеет два поля твердых растворов: твердых раство-

Таблица 1

Состав изотермических точек системы $\text{NaBr} - \text{NaCl} - \text{H}_2\text{O}$

Весов. %			Твердая фаза	Весов. %			Твердая фаза
NaBr	NaCl	H ₂ O		NaBr	NaCl	H ₂ O	
Изотерма — 20°							
32,8	—	67,2	Лед	17,1	13,8	69,1	Na (Cl, Br)·2H ₂ O
32,1	0,8	67,1	"	27,2	9,0	63,8	"
29,2	2,6	68,2	"	30,8	7,0	62,2	"
17,8	10,2	72,0	"	33,7	5,3	60,0	"
8,3	16,8	74,9	"	36,8	3,4	59,8	"
—	22,3	77,7	"	40,5	0,9	58,6	"
—	23,7	76,3	NaCl·2H ₂ O	41,7	—	58,3	NaBr·2H ₂ O
8,0	19,1	72,9	Na (Cl, Br)·2H ₂ O				
Изотерма — 10°							
21,6	—	78,4	Лед	26,9	9,8	63,3	Na (Cl, Br) 2H ₂ O
19,6	1,6	78,8	"	30,4	8,3	61,3	"
9,2	7,8	83,0	"	33,2	6,4	60,4	"
—	13,4	86,6	"	36,2	4,6	59,2	Na (Cl, Br) 2H ₂ O
—	24,8	75,2	NaCl·2H ₂ O	41,4	1,2	57,4	"
7,9	20,3	71,8	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	42,0	0,9	57,1	"
16,8	15,1	68,1	"	43,2	—	56,8	NaBr·2H ₂ O
Изотерма 0°							
44,3	—	55,7	NaBr·2H ₂ O	30,0	9,3	60,7	Na (Cl, Br) 2H ₂ O
43,7	0,9	55,4	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	26,6	11,0	62,4	"
40,8	2,8	56,4	"	21,4	14,0	64,6	Na (Cl, Br) 2H ₂ O + + Na (Cl, Br) NaCl·2H ₂ O
35,8	5,7	58,5	"	—	26,2	73,8	"
32,8	7,5	59,7	"				
Изотерма +10°							
45,9	—	54,10	NaBr·2H ₂ O	29,7	10,0	60,30	Na (Cl, Br)
44,6	1,0	54,40	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	26,5	11,45	62,05	"
39,9	4,8	55,30	"	16,6	16,8	66,6	"
37,2	6,2	56,60	Na (Cl, Br)·2H ₂ O + + Na (Cl, Br)	7,8	21,6	70,6	"
35,3	7,1	57,60	Na (Cl, Br)	—	26,33	70,67	NaCl
32,6	8,6	58,80	"				
Изотерма +20°							
47,6	—	52,4	NaBr·2H ₂ O	32,55	8,65	58,8	Na (Cl, Br)
46,8	0,8	52,4	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	29,7	10,1	60,2	"
46,6	1,0	52,4	"	26,5	11,5	63,0	"
43,8	2,8	53,4	"	16,5	16,9	66,6	"
42,4	4,3	53,3	Na (Cl, Br)·2H ₂ O + + Na (Cl, Br)	7,8	21,9	70,3	"
39,8	5,2	55,0	Na (Cl, Br)	—	26,37	73,63	NaCl
35,2	7,3	57,5	"				

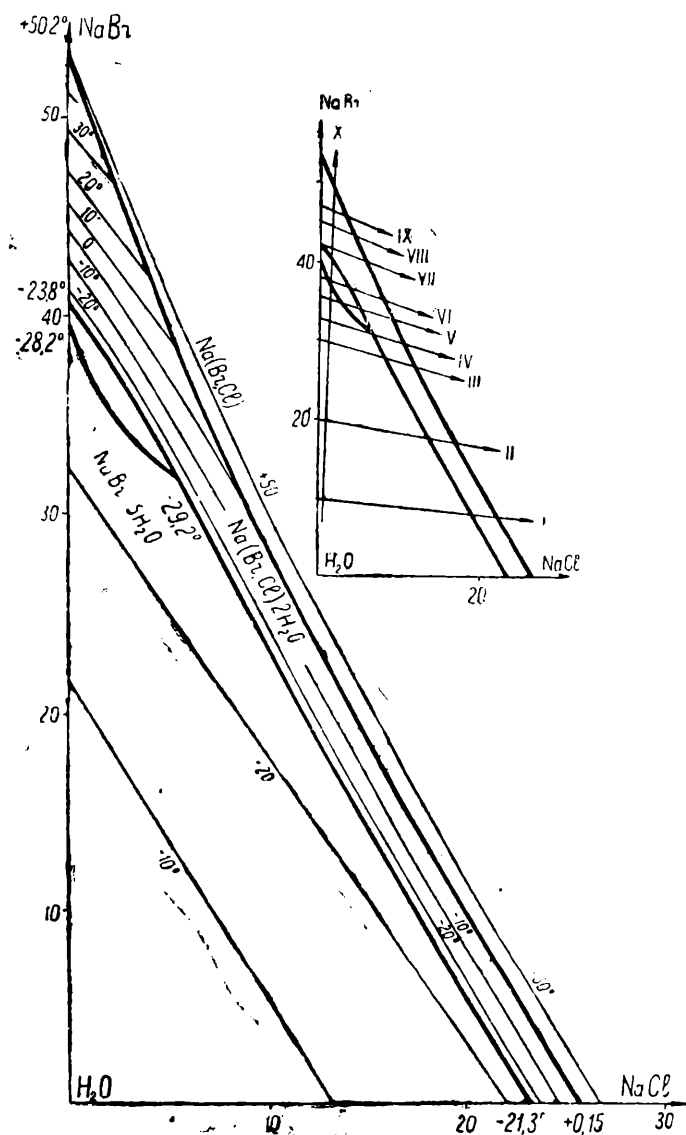
Весов. %			Твердая фаза	Весов. %			Твердая фаза
NaBr	NaCl	H ₂ O		NaBr	NaCl	H ₂ O	
Изотерма +25°							
48,6	—	51,4	NaBr·2H ₂ O	32,5	8,65	58,85	Na (Cl, Br)
47,6	1,0	51,4	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	29,7	10,10	60,2	"
46,3	1,8	51,9	"	26,5	11,5	61,9	"
44,6	3,4	52,0	Na (Cl, Br)·2H ₂ O + + Na (Cl, Br)	16,6	17,0	66,4	"
43,2	4,1	52,7	Na (Cl, Br)	7,8	21,9	70,3	"
39,8	5,2	55,0	"	—	26,48	73,52	NaCl
35,2	7,35	57,45	"				
Изотерма +30°							
49,4	—	50,6	NaBr·2H ₂ O	32,5	3,65	58,85	Na (Cl, Br)
48,2	1,0	50,8	Na (Cl, Br)·2H ₂ O	29,7	10,2	60,1	"
45,6	3,2	51,2	Na (Cl, Br)·2H ₂ O + + Na (Cl, Br)	26,50	11,6	61,9	"
43,1	4,1	52,2	Na (Cl, Br)	16,6	17,0	66,4	"
39,8	5,2	55,0	"	7,7	22,0	70,3	"
35,2	7,40	57,4	"	—	26,52	73,48	NaCl
Изотерма +50°							
1,75	51,62	46,63	Na (Cl, Br)	6,84	36,80	56,36	Na (Cl, Br)
2,06	49,77	48,17	"	19,15	13,21	67,64	"
3,2	46,38	49,58	"	19,26	13,30	67,44	"
6,14	38,33	55,53	"	26,93	—	73,07	NaCl

Таблица 2

Точки пересечения на разрезах системы NaBr—NaCl—H₂O

t°	Весов. %		Твердая фаза
	NaBr	NaCl	
—23,8	41,2	—	NaBr·5H ₂ O+NaBr·2H ₂ O
—28,2	40,3	—	NaBr·5H ₂ O+ лед
—23,2	40,0	1,1	NaBr·5H ₂ O+Na (Cl, Br)·2H ₂ O
—23,5	37,0	2,6	"
—24	33,9	4,9	"
—27,2	37,7	0,7	NaBr·5H ₂ O+ лед
—27,0	37,2	0,9	"
—28,0	34,6	2,7	"
—29,0	31,1	6,2	Na (Cl, Br)·2H ₂ O+ лед
—28,8	27,4	8,2	Na (Cl, Br)·2H ₂ O+ лед
—27,6	17,2	13,2	"
—27,6	17,2	13,2	"
—22,5	8,0	18,8	"
—21,3	—	23,5	NaCl·2H ₂ O+ лед
+50,2	53,4	—	NaBr·2H ₂ O+NaBr
+32,5	45,6	3,2	Na (Cl, Br)·2H ₂ O+Na (Cl, Br)
+13,4	39,8	5,0	"
+ 8,0	35,2	7,0	"
+ 6,0	32,6	8,5	"
+ 4,0	30,0	10,0	"
+ 2,0	26,4	11,4	"
— 2	16,5	16,7	"
— 3	16,5	16,7	"
— 3	7,9	21,3	"
+ 0,15	—	26,3	NaCl·2H ₂ O+NaCl
+ 22	43,2	4,1	NaCl (Cl, Br)·2H ₂ O+Na (Cl, Br)

ров бигидратных солей бромистого и хлористого натрия и твердых растворов безводных солей *.



Фиг. 1

Кроме поля льда, мы имеем еще небольшое поле $\text{NaBr} \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. Поля кристаллизации льда, $\text{Na}(\text{Cl}, \text{Br}) \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ и $\text{Na}(\text{Cl}, \text{Br}) \cdot 5\text{H}_2\text{O}$, сходятся в тройной эвтектической точке: $-29,2^\circ$ и 31,6% NaBr, 6,0% NaCl, 62,4% H_2O .

Поступило 27 XI 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Г. Бергман и Н. А. Власов, ДАН, XXXV, 9, 307 (1942); ДАН, XXXVI, 2, 64 (1942). ² Landolt-Börnstein, Phys. Chem. Tabellen (1923—1935). ³ Шляхтер и Зоркин, Тр. Центр. н.-исл. станции геохимии солей Г.Г.У., Вып. 1, стр. 119, Сталинград (1936).

* Ввиду того, что изотермы выше 0° в поле $\text{Na}(\text{Cl}, \text{Br})$ тесно расположены, нами приведена лишь крайняя изотерма $+50^\circ$.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Ф. БЕЛЯЕВ

**О ЯВЛЕНИИ ЗАТУХАНИЯ ДЕТОНАЦИИ В УДЛИНЕННЫХ
ЗАРЯДАХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ ПРИ УСИЛЕНИИ
ИНИЦИИРОВАНИЯ**

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 6 XII 1942)

Инициированием взрывчатого вещества, в самом общем смысле называется процесс возбуждения в нем взрыва.

Часто, особенно в практике, под инициированием подразумевают более узкий круг явлений, именно возбуждение во взрывчатом веществе взрывчатого разложения посредством взрыва вспомогательного заряда другого взрывчатого вещества — инициатора.

Обычно в качестве такого инициатора служит капсюль-детонатор. Иногда прибегают к более мощному иницирующему импульсу, именно в тех случаях, когда вещество является малочувствительным, и капсюль-детонатор или совсем не в состоянии вызвать в нем взрыв, или вызывает только неполное взрывчатое разложение.

Так, например, в случае малочувствительного плавленого тротила часто применяется дополнительный или промежуточный инициатор—заряд прессованного тротила, который, в свою очередь, подрывается капсюлем-детонатором.

Применение усиленного инициирования основано на огромном количестве опытного материала, свидетельствующего о том, что более мощный иницирующий импульс, при прочих равных условиях, вызывает более полное взрывчатое разложение, большую скорость детонации и, в конечном итоге, способствует наибольшему эффекту взрыва иницируемого заряда.

В настоящей заметке приводятся данные, указывающие на то, что из этого общего правила существуют исключения, и что при определенных условиях более мощный иницирующий импульс может привести к затуханию детонации или к ее ослаблению, в то время как более слабый иницирующий импульс в этих же условиях обеспечивает устойчивое распространение детонации.

Эти данные были получены автором совместно с Е. В. Рдултовской при изучении распространения и затухания детонации в удлиненных зарядах аммонитов разного состава с применением хронофотографического метода. Если смесь 97% аммиачной селитры и 3% тротила взрывать в стеклянной трубке, длиной 40—45 см с внутренним диаметром 33—34 мм при плотности 0,8—0,9, то при применении в качестве инициатора капсюля-детонатора имеет место устойчивое распространение детонации на всю длину патрона с небольшой, но постоянной скоростью 1 200—1 300 м/сек. В этой же смеси и в этих же условиях, при применении более мощного иници-

циатора, — дополнительного заряда прессованного тетрила (5 г) или заряда аматола 78/22 (60—70 г), детонация в большинстве случаев затухает. Фотографии детонации, полученные хронофотографическим методом с применением быстровращающегося барабана, показывают, что вблизи от дополнительного инициатора, в 3% смеси, скорость значительно выше, чем та постоянная скорость, с которой распространяется детонация, вызванная капсюлем-детонатором. Эта повышенная скорость (1500—1800 м/сек) не является, однако, устойчивой, быстро уменьшается, и детонация затухает. Иногда, при применении дополнительного инициатора, наблюдается распространение детонации на всю длину патрона. Однако применение хронофотографического метода позволяет обнаружить, что и в этом случае скорость распространения детонации непрерывно уменьшается и в конце патрона равна всего 1000—1100 м/сек, следовательно, меньше той постоянной скорости, которая возникает при применении в качестве инициатора только капсюля-детонатора. Нужно полагать, что при большей длине патрона затухание детонации, при применении усиленного инициатора, имело бы место при всяком опыте. Между прочим здесь же следует отметить, что если бы нами применялся не хронофотографический метод измерения скорости детонации, а какой-либо другой метод, дающий средние значения скоростей, то в тех случаях, когда, несмотря на применение дополнительного инициатора, детонация распространялась на всю длину патрона, мы получили бы большее значение средней скорости. Малая скорость в конце патрона 1000—1100 м/сек была бы с избытком компенсирована относительно большой скоростью 1500—1800 м/сек вблизи от инициатора. Следовательно, в конечном итоге мы должны были при этом сделать неправильный вывод, что применение дополнительного инициатора увеличивает скорость распространения.

Применение хронофотографического метода, дающего всю картину распространения детонации, показывает, что в действительности, в данных условиях, при применении более мощного импульса, детонационное разложение является неустойчивым, затухающим, и по своему общему характеру резко отличается от устойчивого распространения, вызванного относительно слабым импульсом.

Имеющийся в распоряжении автора опытный материал не дает сколько-нибудь полного представления об универсальности явления „переинициирования“.

Следует, повидимому, считать, что это явление заключено в узких пределах, хотя бы потому, что в литературе не указываются аналогичные сколько-нибудь четкие факты, за исключением работы Шеррика [Sherrik ⁽¹⁾].

Изучая детонацию аммиачной селитры, вызванную различными инициаторами, Шеррик установил, что относительно слабый аммонит с большим содержанием аммиачной селитры, в определенных условиях лучше обеспечивает детонацию селитры, чем такие вещества, как тетрил, пикриновая кислота и т. д. Этот факт, весьма похожий на установленный нами, повидимому, относится к той же категории явлений и вызван той же, пока еще не ясной, причиной.

Явление „переинициирования“, с полной определенностью установленное для смеси 3% тротила и 97% аммиачной селитры, отмечалось нами также и у ряда других смесей.

Было также отмечено, что при определенных условиях, когда капсюль-детонатор не способен обеспечить устойчивую детонацию, последняя может быть осуществлена более слабым инициатором —

отрезком детонирующего шнура, опущенным в вещество на глубину 1—2 мм.

Можно, например, указать, что детонация тротила, определенной величины зерна, в удлиненных стеклянных трубках диаметром 8 мм, как правило, затухает, не дойдя до конца трубки, при инициировании капсюлем-детонатором, и распространяется на всю длину трубки при инициировании отрезком детонирующего шнура.

Интересно отметить далее, что при переходе детонации из широкой трубки в узкую (обе трубки заполняет одно и то же вещество) в этой узкой части заряда наблюдается устойчивое распространение детонации при таких диаметрах, при которых при любом другом методе инициирования детонация затухает.

Анализ условий, благоприятствующих появлению „переинициирования“, приводит к предварительному выводу, что, повидимому, это явление имеет место в тех случаях, когда диаметр заряда близок к предельному диаметру, при котором в данном веществе при данных условиях еще может распространяться детонация. Причины рассматриваемого явления не совсем ясны. Можно предположить, что в определенных условиях инициатор вызывает такое уплотнение вещества, что оно становится неспособным к детонации. Это предположение, однако, не может объяснить, почему затухание детонации, при „чрезмерном“ инициировании, происходит не сразу в месте контакта с инициатором, а развивается постепенно, и полное прекращение детонации имеет место на расстоянии по крайней мере нескольких диаметров заряда. Как уже указывалось выше, „переинициирование“ может быть выявлено только в случае удлиненных зарядов, при этом вблизи от более сильного инициатора наблюдается значительно более высокая скорость детонации, чем в случае более слабого инициатора, обеспечивающего устойчивое распространение детонации.

По современным представлениям, изложенным в курсах теории взрывчатых веществ, механизм инициирования сводится к удару, который сообщается инициируемому веществу газами инициатора. Не приходится, конечно, сомневаться в том, что более мощный инициатор (например, дополнительный заряд тетрила, по сравнению с капсюлем-детонатором) сообщает инициируемому веществу более сильный удар. То обстоятельство, что этот более сильный удар при определенных, пусть довольно редких, условиях не в состоянии обеспечить устойчивой детонации, в то время как ее обеспечивает более слабый „удар“ менее мощного инициатора, приводит к естественному выводу, что существующее представление о механизме инициирования слишком упрощено и недостаточно.

По вопросу о механизме инициирования необходимы дальнейшие исследовательские работы.

Институт химической физики
Академии Наук СССР

Поступило
12 X 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Sherrick, Army Ordnance, 329—333 (1924).

Е. А. БОЙЧЕНКО

УСЛОВИЯ АКТИВНОСТИ ХЛОРОПЛАСТОВ ВНЕ КЛЕТКИ*(Представлено академиком Л. А. Орбели 10 XI 1942)*

Выделение из растительной клетки ассимилирующих хлоропластов дало бы возможность непосредственно изучить фотосинтез, без сложного воздействия на него со стороны живой протоплазмы. Обычное же изучение влияния того или иного фактора на „механизм фотосинтеза“ имеет дело лишь с косвенным влиянием на хлоропласты измененной цитоплазмы.

Разграничить эти изменения можно лишь изолировав ассимилирующий комплекс. Однако все попытки с различными препаратами хлорофилла или хлоропластина убедили в полной невозможности получить с ними фотосинтез. К середине тридцатых годов внимание исследователей сосредоточивается на самих хлоропластах, способах их выделения и испытаниях активности вне клетки.

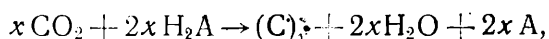
Еще первые выделения хлоропластов, проводившиеся в прошлом столетии Энгельманом (Engelmann), Габерландтом (Haberlandt), Юартом (Ewart), Кни (Кну) путем разреза или разрыва листьев в растворах сахарозы, показали кратковременное выделение кислорода отдельными изолированными хлорофилловыми зернами. Это же было подтверждено в более поздних работах Бейеринка (Beijerinck) и Молиша (Molish) с вытяжками из растертых свежих или осторожно высушенных листьев.

Тем не менее, слабое выделение кислорода всегда продолжалось не более нескольких часов после удаления из клетки. Поглощения углекислоты не удалось обнаружить ни Вильштеттеру (Willstätter) и Штолю (Stoll), ни в позднейших работах Инмэна [Inman ⁽¹⁾]. Не было восстановления углекислоты и в опытах Хилла (Hill), где изолированные хлоропласты могли выделять несколько часов на свету кислород из оксалата железа, восстанавливая железо при этом из трехвалентного в двухвалентное ⁽²⁾.

Рассмотрение состава сред, употреблявшихся для выделения хлоропластов, показывает, что многие из них удовлетворяли осмотическим условиям клетки по содержанию сахаров и т. п. В некоторых из последних работ подбиралось и рН, близкое к внутриклеточному. Но ни один из авторов, кроме Любименко, не пытался воспроизвести окислительно-восстановительные условия пластид в живой клетке. Любименко впервые характеризует эти условия как анаэробные ⁽³⁾. Позднее Вюрмзер [Wurmser ⁽⁴⁾] действительно показал, что хотя во

Время ассимиляции и выделяется кислород, клетки одновременно восстанавливают индофенолы, лейкоформа которых окисляется на воздухе. На наличие низкого pH около хлорофилловых зерен указывал и Успенский (5). Согласно ему, клетки всегда создают активный водород из имеющегося в них запаса органических веществ. Около же пластид концентрация водорода может еще возрасти „аккумулированием на хлорофилле“. С другой стороны, работами школы Ван Ниль (Van Niel) показано, что при фотосинтезе пурпурных бактерий для восстановления углекислоты могут использоваться не только соединения серы (у *Thiorhodaceae*), но и молекулярный водород или органические вещества [у *Athiorhodaceae* (6)].

Процесс фотосинтеза Ван Ниль рассматривает как реакцию окислоредукции:



где H_2A обозначает любой донатор водорода, (C) — продукт восстановления CO_2 , A — окисленную форму донатора. Наконец, Гафрону [Gaffron (7)] удалось показать, что у зеленых растений восстановление углекислоты на свету может проходить при помощи молекулярного водорода. Этим было установлено сходство фотосинтеза зеленых растений с фотосинтезом бактерий, а также вероятность необходимости и для первого восстанавливающих веществ H_2A . Отсутствие восстановления углекислоты хлоропластами после выделения из клетки могло бы происходить из-за слишком высокого pH, который в большинстве употреблявшихся растворов равнялся около 28. Следовало испытать активность выделенных хлоропластов при более низких значениях pH.

Получение хлоропластов из клетки проводилось растиранием в ступке, разрывом иглами микроманипулятора или разрезом ножницами. При первом способе, часто применяемом в последнее время для химических анализов пластид, просмотр под микроскопом показывает почти полный распад их на части. Для физиологических опытов такой материал не годится, так как он уже сразу неактивен. Разрыв клеток иглами микроманипулятора сильно замедлял работу, не давая больших преимуществ против разреза ножницами, который и применялся в дальнейшем. Выделения пластид испытывались из водорослей с *Nitella*, *Vaucheria*; из мхов с *Mnium Polytrichum*; из цветковых с *Helodea*, *Aspidistra*, *Trifolium* и др. В результате был выбран белый клевер, *Trifolium repens*. Хлоропласты из разрезанных листьев собирались в 0,5 M раствор глюкозы в водопроводной воде, из расчета 1 см³ на 1 грамм свежих листьев. От неразрушенных клеток вытяжка отделялась через полотно или планктонный шелк. Дальнейшее отделение хлоропластов проводится в работах последних лет обычно центрифугированием. Однако центрифугируя хлоропласты в водных растворах при нескольких тысячах оборотов в минуту невозможно было предохранить их от распада на части. Этот способ пришлось оставить.

Отделение целых хлоропластов от раствора с их обломками получалось фильтрованием через бумажный фильтр на воронке Бюхнера с отсасыванием водоструйным насосом. Хлоропласты из 1 см³ раствора собирались на 1 см² фильтра. Таким образом получались темно-зеленые, почти черные пленки, которые высушивались на воронке же Бюхнера с отсасыванием и в таком виде могли храниться месяцами.

Чтобы проверить, не смогут ли такие пленки непосредственно восстанавливать уголекислоту, они вносились в пробирки с 0,1% буферными растворами NaHCO_3 с CO_2 при разных рН и освещались на ярком солнце. В контрольных опытах такие же пленки помещались обратной стороной бумажного фильтра к солнцу. Восстановление уголекислоты учитывалось по изменению рН, с индикаторами Кларка. Ни в одном из опытов не было обнаружено ее поглощения при рН 5—6—7—8. Причиной неудачи могло быть изменение осмотических свойств в сторону большей оводненности против живой клетки. В связи с этим вышеописанные опыты были повторены с добавлением разных количеств сахарозы, от 0,5 до 5 м. Поглощения уголекислоты все же не было. Дальнейшие исследования велись по подысканию соответствующего гН растворов среди его более низких значений. Для снижения гН из различных восстановителей была выбрана фруктоза. Растворы 0,1% Na_2CO_3 , K_2CO_3 , K_2HPO_4 и Ca(OH)_2 в сахарозе насыщались уголекислотой до рН 8,2. К ним добавлялся 0,1% фруктозы, вносились хлоропласты, и пробирки выставлялись на солнце. Поглощение уголекислоты на свету было обнаружено в опытах с кальцием в 5 м растворе сахарозы. С солями натрия или калия поглощения уголекислоты не было ни при каких концентрациях сахарозы. Согласно данным Вюрмзера, восстанавливающие свойства моносахаров зависят от их энолизации. Как показал Кузин⁽⁸⁾, гидроокись кальция легко образует энольные формы и именно поэтому является хорошим катализатором при образовании сахаров из формальдегида. Соли же щелочных металлов такими катализаторами быть не могут. В дальнейшей работе растворы сахарозы с гидроокисью кальция были заменены насыщенным раствором основного уксусно-кислого магния. Раствор приготавливался по Кузину, полученный прозрачный сироп не давал осадка при введении 0,1% уголекислоты, так как диссоциации основной соли почти не было. С прибавлением 0,1% фруктозы постепенно устанавливался предельный потенциал. Создавалась возможность изучить поведение хлоропластов при различных гН в растворах с одним и тем же составом.

Изменения гН учитывались по восстановлению шкалы индикаторов: ди-хлорфенолиндофенола (22,4), метиленбляу (14,4), индигокармина (9,9), янусгрюна (5,2).

При значениях гН меньше 5 происходило поглощение уголекислоты и одновременное выделение кислорода, окислявшего вторично лейкокраски в верхней части пробирок. Около поверхности пленок гН, однако, все время освещения оставалось ниже, чем в контроле. Освещенные хлоропласты действовали при этом подобно катализаторам типа платиновой черни, в присутствии которой гН растворов сахаров может спускаться даже до атмосферы молекулярного водорода⁽⁹⁾. Полное отсутствие восстановления на свету уголекислоты одними хлоропластами, без фруктозы, подтверждает, что для фотосинтеза зеленых растений, также как и у бактерий, нужны восстанавливающие вещества, дающие около поверхности освещенных хлоропластов низкое гН. Такими восстановителями могут быть активные формы моносахаров. В уравнении фотосинтеза Ван-Нила донаторы водорода H_2A для зеленых растений, таким образом, идентичны с их продуктами восстановления уголекислоты $(\text{C})_x$. В отличие от фотосинтеза бактерий, где процесс заканчивается с окислением донаторов водорода, у зеленых растений он может идти неограниченное время.

Окисленная форма сахара А, согласно Вюрмзеру, в анаэробных

Таблица
условия активности хлорондастов вне клетки

Автор и год	Среды для пластид	Методы учета	Выделение O_2	Поглощение CO_2	pH опытов	pH
Энгельман, 1881; Габерландт, 1887; Юарт, 1896; Кни, 1897	Вода и 10—25% сахара	Движение бактерий и окисление индиго	1—6 часов			
Бейеринк, 1902; Молиш, 1904	Вода	Свечение бактерий	Несколько часов			
Вильштеттер и Штоль, 1918	$KHCO_3$ с глюкозой	Газометрически		Нет поглощения		
Молиш, 1925; Инман, 1935—38	Вода	Свечение бактерий и изменения pH	От нескольких минут до нескольких часов	Нет поглощения	6,0	
Граник, 1938	0,5 м глюкоза	Движение бактерий	Несколько минут		6,5	
Менке, 1938	м/15 К-фосфат	Манометрически	Нет выделения		6,8	
Хилл, 1937—39; Хилл и Скарисбрик, 1940—40	100% сахара + $K_3Fe(C_2O_4)_3$ + К-фосфат	Окисление гемоглобина	1—6 часов		7,0; 8,0	
Бойленко, 1942	0,5—5 м сахара + Na_2CO_3 ; K_2CO_3 ; K_3HPO_4	Окисление лейкорасок и изменения pH	Нет выделения	Нет поглощения	5; 6; 7; 8,2	> 22,4
"	То же + 0,1% фруктозы	"	"	"	"	> 9,9
"	0,5—4 м сахара + 0,1% Са (ОН) ₂ + 0,1% фруктозы	"	"	"	8,2	> 5,2
"	5 м сахара + 0,1% Са (ОН) ₂ + 0,1% фруктозы	"	Выделение до полного разложения углеводов	Поглощение углеводов неограниченное время	8,2—8,5	< 5,2
"	75% (Ac) Mg (ОН) + 0,1% фруктозы	"			7,5—8,5	< 5,2

условиях легко переходит в активную энольную форму. При возрастающем количестве восстанавливающих сахаров около хлоропластов, где сосредоточена большая часть липоидов растительной клетки и очень мало воды, создаются условия, подобные опытным растворам. Они могут предохранять от поднятия pH даже при выделении кислорода.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность проф. А. П. Виноградову, в лаборатории которого была проведена настоящая работа. Проф. А. М. Алексееву автор благодарен за ценные указания в работе.

Биогеохимическая лаборатория
Академии Наук СССР

Поступило
10 XI 1942

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ O. Inman, Science, **88**, 544—545 (1938). ² R. Hill and R. Scarisbrick, Nature, **146**, 61—62 (1940). ³ В. Любименко, Журн. Русск. ботанич. об-ва, **2**, 46—56 (1917). ⁴ R. Wurmser, Oxydations et reductions. 1930. ⁵ Е. Успенский, Сборник памяти Тимирязева, 127—170 (1937). ⁶ C. v. Niel, Bull. Assoc. Microbiol., **13**, 3—18 (1936). ⁷ H. Gaffron, Nature, **143**, 204—205 (1939). ⁸ А. Кузин, Труды 3 Московск. медицинск. ин-та, **5** (1940). ⁹ E. Audel et R. Wurmser, Journ. Chim. Physique, **26**, 229—230 (1929).

16. Все упоминаемые в статьях величины и единицы измерения должны соответствовать стандартным обозначениям (если таковые имеются) согласно ОСТ ВКС.

17. Цитируемая в статье литература должна даваться автором не в виде подстрочных примечаний, а общим списком в конце статьи, с обозначением в тексте статьи ссылки на цитируемую работу порядковой цифрой.

18. Даваемая в списке литература должна быть оформлена в следующем порядке:

а) для книг должны быть указаны фамилия и инициалы автора; точное и полное название книги, номер тома, главы, место издания и год издания;

б) для журнальных статей должны быть указаны: фамилия и инициалы автора, название журнала, номер тома (подчеркнуть сплошной линией), номер журнала (подчеркнуть волнистой линией), страница и год (последний обязательно в круглых скобках);

в) нельзя в цитированной литературе делать ссылки на литературу не опубликованную или литературу, не вышедшую из печати.

19. Весь иллюстративный материал к статьям представляется отдельно, ни в коем случае не должен приклеиваться к оригиналу, список подписей к фигурам должен быть дан отдельно.

20. На обороте оригиналов фигур должны быть указаны фамилия автора, название статьи и № фигуры.

21. Чертежи должны содержать все необходимые по тексту статьи буквенные обозначения (кривых, отдельных деталей) и не содержать никаких лишних обозначений и надписей. Надписи по возможности должны быть заменены цифрами или буквенными обозначениями, которые должны иметь пояснения в тексте. На абсциссе и ординате графиков должны быть указаны откладываемые величины, их единицы измерения и численные значения.

22. Авторы должны избегать повторения данных таблицы или графика в тексте статей.

23. Места, предназначенные к набору петитом, должны быть отмечены вертикальной чертой на полях.

24. В случае возвращения автору статьи для доработки дата поступления считается с момента получения редакцией окончательного текста.

Адрес редакции: Казань, ул. Баумана, 19 (Дом печати), тел. 38—63

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
ОТКРЫТ ПРИЕМ ПОДПИСКИ
на 1943 год
НА ЖУРНАЛЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Наименования журналов	Колич. №№ в год	Подписная цена руб.	
		12 мес.	6 мес.
1. Acta Physicochimica	12	108	54
2. Астрономический журнал	6	36	18
3. Биохимия.	6	48	24
4. Ботанический журнал	6	36	18
5. Вестник Академии Наук СССР	12	60	30
6. Доклады Академии Наук на русск. языке	36	90	45
7. Доклады Академии Наук на иностр. языках	36	90	45
8. Журнал общей биологии	6	48	24
9. Журнал общей химии	12	72	36
10. Journal of Physics	6	36	18
11. Журнал прикладной химии	12	96	48
12. Журнал технической физики	12	72	36
13. Журнал экспериментальной и теоретической физики	12	96	48
14. Журнал физической химии	12	108	54
15. Записки Всероссийского минералогического общества	4	36	18
16. Зоологический журнал	6	48	24
17. Известия Академии Наук — серия биологическая	6	54	27
18. Известия Государственного географического общества	6	48	24
19. Известия Академии Наук — серия географическая и геофизическая	6	48	24
20. Известия Академии Наук — серия геологическая	6	60	30
21. Известия Академии Наук — серия математическая	6	36	18
22. Известия Академии Наук — Отделение технических наук	12	96	48
23. Известия Академии Наук — Отделение химических наук	6	48	24
24. Известия Академии Наук — серия физическая	6	48	24
25. Математический сборник	6	54	27
26. Микробиология	6	48	24
27. Журнал прикладной математики и механики	6	48	24
28. Природа	6	36	18
29. Почвоведение	10	80	40
30. Советская ботаника	6	48	24
31. Наука и жизнь	12	36	18
32. Успехи химии	6	48	24
33. Успехи современной биологии	6	96	48

ТИРАЖИ ЖУРНАЛОВ ОГРАНИЧЕНЫ

ПОДПИСКА И ДЕНЬГИ за журналы принимаются по адресу: Москва, ул. Горького, д. 22а, контора „АКАДЕМКНИГА“. Расч. сч. № 150376 в Московской город. конторе Госбанка. **ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ ТАКЖЕ В ОТДЕЛЕНИЯХ КОНТОРЫ „АКАДЕМКНИГА“:** Казань, Пионерская, 17; Ленинград, просп. Володарского, 53; Ташкент, Почтовый ящик 90; Пушкинская ул., 17; уполномоченными конторы „АКАДЕМКНИГА“; всеми отделениями „Союзпечати“ и всюду на почте.