

5
1-7/18 Государственный комитет СССР по народному образованию

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

С. П. ЕРКОВИЧ, Л. Н. КЛИМОВ, Ю. Ю. ХРУЩЕВ

Утверждены редсоветом МВТУ

ИЗУЧЕНИЕ АТОМНЫХ СПЕКТРОВ

Методические указания к лабораторной работе
по курсу общей физики

Б
Е-718

10.10.50

Цель работы - изучение закономерностей в спектре атома водорода, экспериментальная проверка формулы Бальмера, измерение постоянной Ридберга, анализ состава газа в газоразрядных трубках по спектрам излучения.

Теоретическая часть

Атомарные газы и пары металлов в раскаленном состоянии испускают спектр, состоящий из отдельных спектральных линий, так называемый линейчатый спектр. Различные по химическому составу светящиеся пары металлов и атомарные газы излучают разные спектры. Эти линейчатые спектры отличаются друг от друга как по числу спектральных линий, так и по их длине волны. По спектральному составу линейчатого спектра определяется химический состав светящегося газа. Если в состав газа наряду со свободными атомами входят молекулы, то кроме линейчатого спектра наблюдаются широкие спектральные полосы. Эти спектральные полосы, состоящие из тесно расположенных групп линий (полосатые спектры), наблюдаются на фоне линейчатого спектра, испускаемого атомами.

Изучение состава газа по его спектру лежит в основе спектрального анализа.

Наиболее простым является спектр атома водорода, в видимой области которого имеется небольшое число линий, получивших специальные обозначения: H_α (красная), H_β (голубая), H_γ (сине-фиолетовая), H_δ и H_ϵ (фиолетовые). На рис. I приведены спектры наиболее интенсивных линий атома водорода H и ртути Hg в видимой области, в которой заключены длина волн примерно от 3900 Å до 7500 Å.

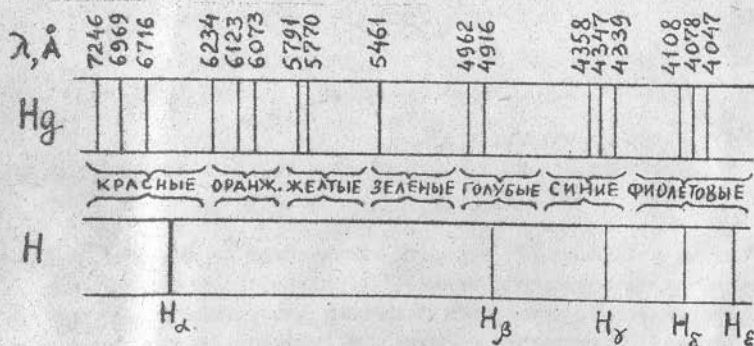


Рис. I

МВТУ
им. Н. Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА

Теоретические длины волн дискретного спектра атомарных газов можно вычислить на основе квантовой механики. Методы квантомеханических расчетов покажем на простейшей квантовой системе - атоме водорода. При этом появляется возможность представить, насколько сложен необходимый математический аппарат в случае расчета длин волн спектра более сложных атомов, если решение даже этой простейшей задачи столь трудоемко математически.

Из квантовой теории следует, что атом излучает электромагнитную волну в виде фотона при переходе электрона из квантового состояния с энергией E_{n1} в состояние с энергией E_{n2} . При этом частота электромагнитной волны ν_{12} определяется из закона сохранения энергии

$$h\nu_{12} = E_{n1} - E_{n2} \quad (1)$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка.

Из (1) очевидно, что атом будет излучать линейчатый спектр, если энергия атома принимает дискретные значения (квантована).

Для нахождения дискретного энергетического спектра атома водорода (а следовательно, и спектра излучения) рассмотрим уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(x, y, z) + U(x, y, z) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z),$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа;

μ - масса электрона, $\hbar$ - приведенная постоянная Планка ($\hbar = h/2\pi$).

Для атома водорода потенциальная энергия электрона в поле ядра выражается сферически симметрической функцией

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-12} \cdot 9} \text{ Ф/м}$ - электрическая постоянная (c - скорость света в вакууме, м/с).

Уравнение Шредингера для атома водорода будет иметь вид

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = E \psi. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) с учетом физических ограничений, накладываемых на волновую функцию ψ (конечность, однозначность, непрерывность), приводит к появлению дискретных энергетических состояний. Вследствие сферической симметрии задачи целесообразно перейти к сферическим координатам r, ϑ, φ .

В этом случае оператор Лапласа будет иметь вид

$$\nabla_{r, \vartheta, \varphi}^2 = \nabla_r^2 + \frac{1}{r^2} \nabla_{\vartheta, \varphi}^2,$$

где

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right), \quad \nabla_{\vartheta, \varphi}^2 = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Соответственно уравнение (2) может быть переписано в виде

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \nabla_{\vartheta, \varphi}^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi(r, \vartheta, \varphi) = E \psi(r, \vartheta, \varphi). \quad (3)$$

Так как коэффициент при ψ в этом уравнении зависит только от одной переменной (это легко заметить, если перенести правую часть в левую сторону равенства), то переменные разделяются и, следовательно, функцию $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ можно записать в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от r , а вторая от ϑ и φ :

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) Y(\vartheta, \varphi). \quad (4)$$

Учитывая, что при дифференцировании по r можно считать постоянной функцию Y , а при дифференцировании по ϑ и φ - функцию R , уравнение (3) можно переписать в виде

$$-Y(\vartheta, \varphi) \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 R(r) - R(r) \frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \nabla_{\vartheta, \varphi}^2 Y(\vartheta, \varphi) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} R(r) Y(\vartheta, \varphi) = E R(r) Y(\vartheta, \varphi).$$

Разделив почленно это уравнение на $\frac{1}{2\mu r^2} R(r) Y(\vartheta, \varphi)$ и перегруппировав члены, получим

$$\frac{\hbar^2}{R(r)} r^2 \nabla_r^2 R(r) + \frac{e^2 \mu r}{2\pi\epsilon_0} + 2E \mu r^2 = \frac{1}{Y(\vartheta, \varphi)} \hbar^2 \nabla_{\vartheta, \varphi}^2 Y(\vartheta, \varphi). \quad (5)$$

В левую часть этого уравнения входят величины, зависящие только от r , в правую часть - величины, зависящие только от ϑ и φ . Равенство этих двух частей при произвольных значениях переменных r, ϑ, φ возможно лишь в том случае, если обе они равны одной и той же постоянной величине:

$$\frac{\hbar^2}{R(r)} r^2 \nabla_r^2 R(r) + \frac{e^2 \mu r}{2\pi\epsilon_0} + 2E \mu r^2 = -L^2, \quad (6)$$

$$\frac{1}{Y(\vartheta, \varphi)} \hbar^2 \nabla_{\vartheta, \varphi}^2 Y(\vartheta, \varphi) = -L^2. \quad (7)$$

Смысл введенного обозначения параметра разделения L становится ясным, если учесть, что оператор квадрата момента импульса $\hat{L}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\Omega}^2$. При этом числа L^2 , входящие в (6) и (7), равны возможным по условиям движения значениям квадрата момента импульса электрона, наблюдаемым в эксперименте.

Уравнения (6) и (7) перепишем в виде

$$-\hbar^2 \nabla_{\Omega}^2 Y(\vartheta, \varphi) = L^2 Y(\vartheta, \varphi), \quad (8)$$

$$-\frac{1}{2\mu} \nabla_z^2 R(z) + \left(\frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R(z) = E R(z). \quad (9)$$

Таким образом, громоздкое уравнение (3) свелось, благодаря разделению переменных, к двум более простым уравнениям (8) и (9). При этом в уравнении (8) функция $Y(\vartheta, \varphi)$ зависит от двух переменных. Поскольку в этом уравнении коэффициент при искомой функции можно считать зависящим только от одной переменной, то переменные в уравнении (8) разделяются и, следовательно, его решение можно представить в виде

$$Y(\vartheta, \varphi) = \Theta(\vartheta) \varphi(\varphi).$$

Подставим это выражение в уравнение (8) и, используя явный вид оператора ∇_{Ω}^2 , распишем подробно это уравнение:

$$-\hbar^2 \varphi(\varphi) \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \Theta(\vartheta) \right) - \hbar^2 \frac{\Theta(\vartheta)}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = L^2 \Theta(\vartheta) \varphi(\varphi).$$

Разделив его почленно на $\frac{\Theta(\vartheta) \varphi(\varphi)}{\sin^2 \vartheta}$ и перегруппировав члены, получим

$$\frac{\hbar^2 \sin \vartheta}{\Theta(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \Theta(\vartheta) \right) + L^2 \sin^2 \vartheta = -\frac{\hbar^2}{\varphi(\varphi)} \frac{\partial^2 \varphi(\varphi)}{\partial \varphi^2}.$$

В левую часть этого уравнения входят величины, зависящие только от ϑ , а в правую — величины, зависящие только от φ . Следовательно, обе они равны одной и той же постоянной величине, которую обозначим через L_z^2 . Таким образом, громоздкое уравнение (8) сводится благодаря разделению переменных к двум более простым

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \varphi(\varphi) = L_z^2 \varphi(\varphi), \quad (10)$$

$$-\frac{\hbar^2}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \Theta(\vartheta) \right] + \left(\frac{L^2}{\sin^2 \vartheta} - L^2 \right) \Theta(\vartheta) = 0. \quad (11)$$

Смысл введенного обозначения параметра разделения L_z становится ясным, если учесть, что оператор проекции на ось $\hat{L}_z$ момента импульса $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$, а его квадрат $\hat{L}_z^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$. При этом числа L_z , входящие в (10) и (11), равны возможным по условиям движения значениям проекции момента импульса электрона на ось Z , наблюдаемым при эксперименте.

Решение уравнения (10) имеет вид

$$\varphi(\varphi) = A e^{\frac{i}{\hbar} L_z \varphi}.$$

Так как волновая функция $\Psi(r, \vartheta, \varphi)$, а следовательно, и $\varphi(\varphi)$ должны быть однозначными, то

$$\varphi(\varphi) = \varphi(\varphi + 2\pi), \quad \text{т.е. } e^{\frac{i}{\hbar} L_z \varphi} = e^{\frac{i}{\hbar} L_z (\varphi + 2\pi)},$$

откуда $e^{\frac{i}{\hbar} L_z 2\pi} = 1$. Из последнего равенства следует

$$L_z = \hbar m, \quad (12)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Мы пришли к выводу, что проекция момента импульса электрона на ось Z может принимать лишь дискретный набор значений (квантована). Число m , принимающее целочисленные значения, получило название магнитного квантового числа.

Перейдем к решению уравнения (11). Введя новую переменную $\xi = \cos \vartheta$, с учетом (12) перепишем его в виде

$$\hbar \frac{d}{d\xi} \left[\left(1 - \xi^2 \right) \frac{dP(\xi)}{d\xi} \right] + \left[L^2 - \frac{\hbar^2 m^2}{1 - \xi^2} \right] P(\xi) = 0. \quad (13)$$

Можно показать, что уравнение (13) имеет конечное, однозначное и непрерывное решение только тогда, когда

$$L^2 = \hbar^2 \ell(\ell + 1), \quad (14)$$

где ℓ — азимутальное квантовое число, принимающее целочисленные значения $0, 1, 2, \dots$; при этом $\ell \geq m$.

Из (14) следует, что значения момента импульса электрона квантованы. Таким образом, $L = \hbar \sqrt{\ell(\ell + 1)}$.

Рассмотрим уравнение (9) для радиальной функции $R(r)$.

Подставив в него выражение (14) для квадрата момента импульса L^2 , перепишем его в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 R(r) + \left(\frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R(r) = ER(r).$$

Можно показать, что требования конечности, однозначности и непрерывности функции $R(r)$ удовлетворяются не при всех значениях энергии электрона E , а лишь при некоторых, определяемых соотношением

$$E_n = - \frac{\mu e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (15)$$

Квантованность энергии электрона (15) приводит к появлению спектра излучения атома спектральных линий с частотами ν_{12} , определяемыми соотношением (1), т. е. что

$$\nu_{12} = \frac{\mu e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right).$$

Учитывая связь частоты излучения с длиной волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$, где c - скорость света в вакууме, получим

$$\frac{1}{\lambda} = R_y \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (16)$$

Здесь $R_y = \frac{\mu e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c}$ - постоянная Ридберга.

Все частоты, относящиеся к переходам на один и тот же нижний энергетический уровень n_2 , образуют спектральную серию. Для $n_2 = 1, 2, 3$ они называются соответственно сериями Лаймана, Бальмера, Ритца-Пашена.

Диаграмма энергетических уровней атома водорода с показанными на ней переходами электронов приведена на рис. 2. При этом длина стрелок, с учетом масштаба диаграммы, равна энергии соответствующего фотона $h\nu_{12}$. Переходы на уровень $n = 2$ (серия, эмпирически проанализированная Бальмером в 1885 году) соответствуют излучению видимого света с длинами волн, определяемыми соотношением

$$\frac{1}{\lambda} = R_y \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (17)$$



Рис. 2

Если известно численное значение постоянной Ридберга R_y , то при подстановке в эту формулу $n = 3$ получим обратную длину волны спектральной линии H_α , при $n = 4$ - линии H_β , при $n = 5$ - линии H_γ , при $n = 6$ - линии H_δ и при $n = 7$ - линии H_ϵ .

Если же экспериментально определить длины волн линий $H_\alpha, H_\beta, \dots$, то по формуле (17) можно вычислить постоянную Ридберга.

Экспериментальная часть

Экспериментальная установка

Для наблюдения спектров в работе используется монохроматор (призмный спектрометр УМ-2), оптическая схема которого представлена на рис. 3, а общий вид - на рис. 4.

Монохроматор служит для разложения света в спектр и для выделения узкого монохроматического пучка света. Он состоит

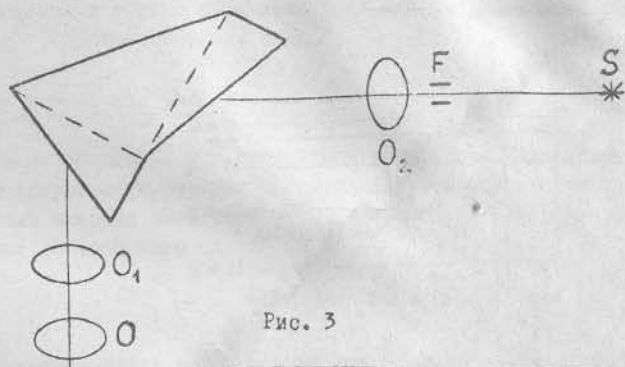


Рис. 3

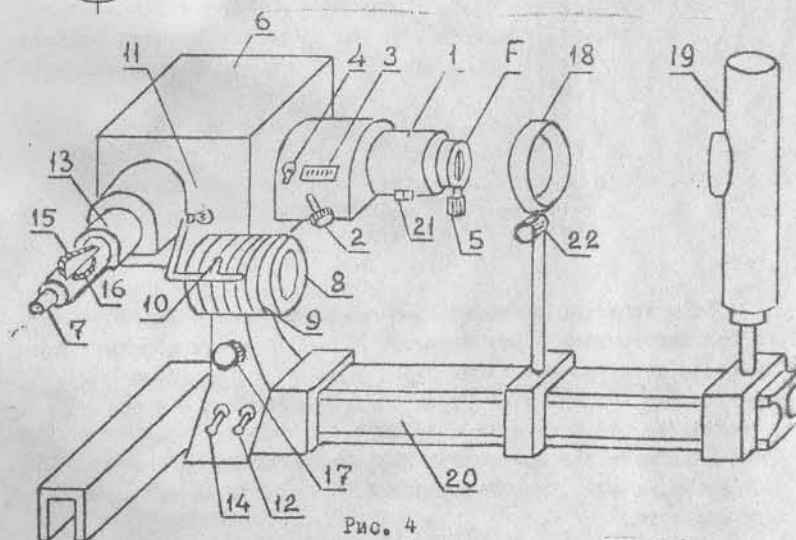


Рис. 4

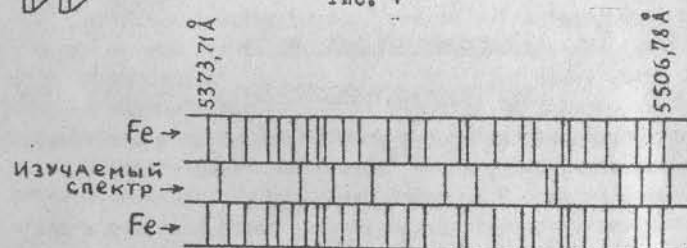


Рис. 5

из коллиматора 1, призмного устройства Π с поворотным механизмом 8, отсчетного устройства 9 и зрительной трубы 13.

Коллиматор имеет входную щель F и объектив O_2 , находящийся внутри коллиматорной трубы. Положение объектива O_2 может изменяться с помощью маховичка 2 и фиксируется по шкале 3, освещаемой лампочкой 4. Ширина щели F регулируется вращением микрометрического винта 5.

Призмное устройство Π состоит из сложной призмы, закрытой кожухом 6 и установленной на столике, который приводится в движение с помощью поворотного механизма, управляемого барабаном 8.

Отсчетное устройство представлено в виде спиральной шкалы 9, нанесенной на барабан 8. Шкала 9 имеет относительные деления — градусы. Отсчет делений шкалы барабана производится против риски указателя 10, скользящего по специальной канавке барабана. Деления шкалы 9 барабана и указатель 10 освещаются лампочкой 11, зажигаемой с помощью тумблера 12.

Ось барабана червячной передачей связана с шестерней столика, на котором расположена призма.

В зрительной трубе 13 находятся объектив O_1 и окуляр O . Последний может перемещаться вдоль оси зрительной трубы вращением винта 7. В поле зрения трубы 13 находится специальный визирный указатель в виде узкого треугольника с острой вершиной, которая подсвечивается лампочкой 15, включаемой тумблером 14. Сила света этой лампочки устанавливается вращением регулятора 17. В системе освещения визирного указателя есть набор светофильтров, обеспечивающих ту или иную окраску его острой вершины. Нужный светофильтр устанавливается поворотом диска 16.

Лучи света от источника S направляются на входную щель F монохроматора и превращаются объективом O_2 в параллельный пучок, который падает на диспергирующую призму Π . Призма разлагает свет в спектр и направляет лучи света через объектив O_1 в окуляр O . Поворачивая призму с помощью барабана 8, можно рассматривать через окуляр зрительной трубы 13 различные участки спектра.

Задание I. Градуирование шкалы монохроматора

I. На рельс 20 (см. рис. 4) против щели коллиматора I устанавливается ртутно-кварцевая лампа ДРШ-250 (сверхвысокого давле-

ния, шаровую, 250 В) I9, защищенную кожухом, которая при возбуждении электрического разряда в ней дает свет с характерным линейчатым спектром ртути.

ВНИМАНИЕ! С ртутной лампой следует обращаться осторожно; давление в лампе 10^5 Па (30 атм).

2. На тот же рельс между щелью F и источником света I9 устанавливают конденсорную линзу I8 и с помощью винта 22 добиваются, чтобы пучок света от источника падал на щель F.

3. Для зажигания лампы ДРШ-250 служат специальные выключатель и кнопка "пуск", которые расположены на передней панели преобразователя ЭПС-Ш. Зажигание осуществляют многократными, кратковременными (не более одной секунды) замыканиями кнопки "пуск".

4. Включив тумблер I4 и подобрав с помощью диска I6 нужный светофильтр, вращением окулярного винта 7 добиваются четкого изображения визирного указателя. В дальнейшем, чтобы эта четкость сохранялась, винт 7 вращать не следует. Цвет светофильтра подбирают так, чтобы цвет визирного указателя не совпадал с цветом спектральных линий вблизи него.

5. Поставив затвор 2I щели F в положение "откр", открывают с помощью микрометрического винта 5 щель F (ее ширина должна быть примерно 0,04 ... 0,05 мм) так, чтобы спектральные линии были достаточно узкими. С помощью винта 2 добиваются отчетливой видимости спектральных линий. При хорошей фокусировке на краях рассматриваемой линии, которая является изображением щели F, должны быть видны микроскопические неровности (микродефекты или попавшие на края щели пылинки).

Примечание: по ходу эксперимента для каждого участка спектра фокусировку линий осуществляют только винтом 2, не меняя положения окулярного винта 7.

6. Вращая барабан 8, совмещают с визирным указателем зрительной трубы те линии спектра ртути Hg, длины волн которых указаны на рис. I. Для каждой из этих линий λ_i с помощью указателя I0 находят соответствующие показания шкалы барабана L_i . Результаты отсчетов вносят в табл. I. По окончании этих наблюдений ДРШ-250 выключают.

Примечание: чтобы избежать влияния параллакса, прежде чем вращать барабан для совмещения очередной линии спектра с кончиком визирного указателя, надо поставить глаз в такое положение,

чтобы была совмещенной с кончиком указателя предыдущая линия, и затем во время поворота барабана положение глаза не менять.

Таблица I

№ п/п	Цвет линии	λ_i - длина волны	L_i - показания шкалы барабана
1			
2			
3			
...			

7. По данным табл. I на миллиметровой бумаге в большом масштабе с помощью лекал строят градуировочную кривую для данного монохроматора $\lambda = f(L)$. Вдоль оси абсцисс откладывают показания шкалы барабана L_i , а вдоль оси ординат - соответствующие им длины волн λ_i . При этом в начале системы координат по оси ординат удобно поставить 4000 Å (400 нм), а по оси абсцисс - число, несколько меньшее, чем наибольший отсчет по шкале барабана при наблюдении спектра ртути.

Задание 2. Измерение длин волн излучения водородного атома. Определение постоянной Ридберга

I. На рельс 20 (см. рис. 4) между выключенной лампой ДРШ-250 и конденсорной линзой I8 устанавливают спектральную трубку с водородом. Питание трубки осуществляется от высоковольтного преобразователя "Разряд I", на входные клеммы которого подается напряжение 12 В от распределительного щитка. Зажигание трубки производится с помощью кнопок на преобразователе в такой последовательности: 5 кВ --- включено --- пуск.

ВНИМАНИЕ! А. Включение спектральной трубки производится лаборантом.

Б. При работе разрядника соединительные провода находятся под высоким напряжением (5 кВ). Они должны находиться друг от друга на расстоянии не менее 3 ... 4 см. Трогать эти провода нельзя!

В. Преобразователь "Разряд I" следует включать только на время наблюдения спектра.

2. Плавно перемещая трубку вдоль рельса, отыскивают такое

положение, при котором конденсорная линза 18 (см. рис.4) будет давать четкое изображение трубки с водородом на белом листе бумаги, поднесенном вплотную к щели F . Затем, убрав бумагу, направляют это изображение точно на щель F с помощью направляющего винта 22 конденсорной линзы 18. В случае необходимости фокусировку спектра осуществляют винтом 2.

Примечание: максимальной яркости спектральных линий можно добиться незначительным поворотом линзы 18 вокруг вертикальной оси.

3. Вращая барабан 8, совмещают последовательно кончик визирного указателя в поле зрения трубы с линиями спектра водорода

H_{α} , H_{β} , H_{γ} и отсчитывают соответствующие им показания шкалы барабана L_1 , L_2 , L_3 .

4. С помощью градуировочной кривой $\lambda = f(L)$, полученной в задании I, по показаниям L_1 , L_2 , L_3 находят соответствующие значения длин волн λ_1 , λ_2 , λ_3 основных линий в видимой части спектра водорода.

5. Данные измерений заносят в табл.2. В последних двух колонках записываются значения обратных длин волн $y_i = 1/\lambda_i$, нм⁻¹ и значения $x_i = \frac{1}{n^2}$, где $n = 3, 4, 5, \dots$ /см. формулу (17)/ для каждой наблюдаемой спектральной линии.

Таблица 2

№ п/п	Линии спектра водорода	Показания шкалы барабана L_i	Длина волны λ_i , нм	$y_i = \frac{1}{\lambda_i}$ нм ⁻¹	$x_i = \frac{1}{n^2}$
1	H_{α}				
2	H_{β}				
3	H_{γ}				

Обработка результатов эксперимента

Для вычисления постоянной Ридберга R_y по результатам измерений длин волн воспользуемся формулой Вальмера (17), переписав ее в виде линейного уравнения регрессии [1]:

$$y = a_0 + a_1 x, \quad (18)$$

где $y = \frac{1}{\lambda}$, $x = \frac{1}{n^2}$. Коэффициенты регрессии a_0 и a_1 , рассматриваемые как неизвестные, связаны с постоянной Ридберга соотношениями

$$a_0 = \frac{R_y}{4}, \quad a_1 = -R_y. \quad (19)$$

Перед выполнением расчетов следует убедиться, что при построении графика зависимости $\frac{1}{\lambda}$ от $\frac{1}{n^2}$ экспериментальные точки действительно приблизительно ложатся на прямую линию. При построении этой зависимости данные берутся из табл.2. Если ходом графика линейная зависимость подтверждается, то можно приступить к расчету коэффициентов регрессии и их погрешностей. Для этой цели по результатам измерений необходимо вычислить статистические показатели эксперимента:

а) среднеквадратические отклонения

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\bar{x} - x_i)^2}, \quad S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\bar{y} - y_i)^2},$$

где n - число измерений (число строк в таблице);
 $\bar{x}$ и $\bar{y}$ - средние арифметические значения величин x и y ;
 x_i и y_i - их численные значения в опыте номер i ;

б) коэффициент ковариации

$$K_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i);$$

в) коэффициент корреляции

$$r = K_{xy} / (S_x S_y).$$

Вычисления следует выполнять на ЭКВМ "Искра-124" по приложенной к ней программе или на электронном калькуляторе с точностью до четырех значащих цифр.

Если коэффициент корреляции r удовлетворяет неравенству

$$|r| \sqrt{n-2} / \sqrt{1-r^2} \geq t_{\alpha}(f), \quad (20)$$

то с вероятностью $1-\alpha$ можно считать, что величины x и y действительно связаны линейной зависимостью.

Значения $t_{\alpha}(f)$ - квантили распределения Стьюдента для различных уровней значимости α и числа степеней свободы $f = n-2$ можно взять из таблицы, имеющейся в лаборатории. По этим данным и критерию (20) проверить выполнение предположки о линейной зависимости при уровне значимости $\alpha = 0,1$.

Принимая стандартным уравнение регрессии (18), рассчитать с точностью до четырех значащих цифр параметры a_0 и a_1 по соот-

ношениям [1]

$$\alpha_0 = \bar{y} - k_{xy} \bar{x} / S_x^2,$$

$$a_1 = k_{xy} / S_x^2.$$

Учитывая соотношения (19), вычислить два значения постоянной Ридберга

$$R'_y = 4\alpha_0 \quad \text{и} \quad R''_y = -a_1.$$

Для определения погрешности ΔR_y надо найти с точностью до двух значащих цифр величину S_{yx} - выборочное стандартное отклонение экспериментальных значений y от условных математических ожиданий, даваемых регрессионной формулой

$$S_{yx} = \left[\frac{1}{n-2} S_y^2 (1 - r^2) \right]^{1/2}.$$

Задав уровень значимости $\alpha = 0,1$, определить по таблице значение квантиля распределения Стьюдента $t_\alpha(f)$ при $f = n-2$ и вычислить погрешность по формуле

$$\Delta R_y = t_\alpha(f) S_{yx} / (S_x \sqrt{n-1}).$$

Результат записать в виде

$$R_y = \dots \pm \dots \text{н.м}^{-1}.$$

Здесь следует подставить числовое значение R'_y . Значение R'_y использовать для контроля (R'_y не должно отличаться от R''_y на величину, большую ΔR).

Задание 3. Спектральный анализ состава газа

Спектральный анализ в основном применяют для исследования состава металлических сплавов. Между двумя электродами, приготовленными из изучаемого сплава, зажигают электрическую дугу с помощью специального блока питания, называемого генератором дуги. Дуга служит источником, освещающим входную щель спектрографа, разрешающая сила и дисперсия которого заметно больше, чем у монохроматора, применяемого в данной работе. На выходе спектрографа устанавливается фотопластинка, помещенная в светонепроницаемую кассету, в крышке которой со стороны спектрографа открывается на время экспонирования узкая щель. После этого на ту же фотопластинку экспонируется спектр железа от дуги, зажженной между двумя электродами из чистого железа. На этот раз на

время экспонирования в крышке кассеты открывают двойную щель. После проявления фотопластинки на ней будут видны три ряда спектральных линий (рис.5) - по краям два ряда со спектром чистого железа, длины волн которого хорошо известны, а в середине между ними - спектр анализируемого сплава. С помощью специального проектора (спектропроектора) по этим спектрам определяются длины волн линий исследуемого сплава. Зная из справочных таблиц заранее длины волн спектральных линий различных элементов, могущих войти в данный сплав, находят таким путем его состав.

Данная работа знакомит с физическими основами спектрального анализа. Поэтому фотографирование спектра неизвестного газа заменено его визуальным наблюдением с помощью монохроматора. При этом длины волн спектральных линий определяются по градуировочной кривой, аналогично тому, как это выполнялось в задании 2.

Источником света служит не электрическая дуга между электродами неизвестного сплава, а специальная дуговая лампа, заполненная газом неизвестного состава. Предлагается по измеренным значениям длин волн спектральных линий дуговой лампы и приведенных ниже в табл.3 длин волн наиболее ярких линий ряда элементов определить состав газа, заполняющего колбу дуговой лампы.

Таблица 3

Химический элемент	Длина волны λ
Ртуть	3650/63; 4047/78; 4358; 5461; 5770/90
Кадмий	4678; 4800; 5086; 6438
Цинк	4680; 4722; 4811; 6326
Таллий	5350
Натрий	5890/96
Цезий	4555/93; 6870; 6973; 7229; 7609; 7944
Неон	4849; 5031; 5330; 5400; 5760; 5852; 5945; 6143; 6402

Примечание: в табл. 3 через дробную черту представлены двойные линии, расположенные в спектре настолько близко друг к другу, что разрешаются только спектральными приборами с относительно большой разрешающей силой (например, дублет натрия 5890 и 5896 $\text{\AA}$ записан в виде 5890/96 $\text{\AA}$).

Для лучшей ориентации в расположении линий в спектре целесообразно мысленно приписать каждой из них соответствующий цвет, руководствуясь для этого рис. 1. Например, линиям спектра натрия можно приписать следующие цвета (в том порядке, как длины волн этих линий перечислены в табл. 3): сине-зеленая, зеленая, зеленая, светло-зеленая, желтая, оранжевая, красно-оранжевая, ярко-красная.

Контрольные вопросы

1. Какие вы знаете формулы для обратных длин волн серий Лаймана и Пашена?
2. Как связана частота электромагнитной волны, испускаемой атомом, с энергиями квантовых состояний, между которыми происходит переход?
3. Для градуировки монохроматора используется спектр с известными длинами волн. Спектр каких атомов с этой целью используется в данной работе?
4. К какой области спектра относится водородная серия Лаймана - к видимой, ультрафиолетовой или инфракрасной?
5. К какой области спектра относится водородная серия Пашена?

Литература

1. Еркович С.П. Методические указания по применению регрессионного и корреляционного анализа для обработки результатов измерений в физическом практикуме. - М.: МВТУ, 1984. - 9с.
2. Еркович С.А. Применение корреляционного и регрессионного анализа в физическом практикуме. - М.: ВЗМИ, 1983. - 43с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1982. - Т.3. - 304с.

М В Т У
им. Н.Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА