

6  
E-418  
Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

С. П. Еркович, Л. Н. Климов, Ю. В. Корнев

Утверждены  
редсоветом МВТУ

## ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ДИСПЕРСИИ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ МОНОХРОМАТОРА

Методические указания к лабораторной работе 0—6  
по общему курсу физики

Под редакцией Л. К. Мартинсона

Цель работы - изучение явления дисперсии света и знакомство с качественным анализом линейчатых спектров при помощи монохроматора.

### Теоретическая часть

Дисперсией света называется зависимость фазовой скорости гармонической световой волны от частоты или длины волны. Так как фазовая скорость  $V$  света в среде связана с коэффициентом преломления  $n$  и со скоростью света  $C$  в вакууме соотношением  $V = C/n$ , то, следовательно, дисперсия света наблюдается в среде, показатель преломления которой зависит от частоты, т.е.  $n = n(\omega)$ . Дисперсия света свойственна всем веществам. В тех областях спектра, в которых данное вещество прозрачно, наблюдается увеличение показателя преломления с увеличением частоты света, т.е.  $\frac{dn}{d\omega} > 0$  (нормальная дисперсия).

Вблизи тех областей спектра, где вещество сильно поглощает свет, происходит усиление дисперсии света, а в полосах поглощения наблюдается обратный ход дисперсии, т.е. уменьшение показателя преломления с увеличением частоты, или  $\frac{dn}{d\omega} < 0$  (аномальная дисперсия).

Механизм возникновения дисперсии света может быть выяснен на примере распространения света в среде, содержащей электроны, которые удерживаются в положении равновесия квазиупругими силами и, кроме того, испытывают со стороны среды силы, аналогичные силам трения. В какой-то мере подобными свойствами обладают электроны в молекулах диэлектриков. Такая среда поляризуется в электрическом поле. При этом вектор поляризации  $\vec{P}$ , равный электрическому дипольному моменту единицы объема среды, пропорционален напряженности поля  $E$ , вызывающего поляризацию

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi \vec{E}. \quad (1)$$

Здесь  $\epsilon_0$  - электрическая постоянная,  $\chi$  - коэффициент, называемый диэлектрической восприимчивостью вещества.

Показатель преломления определяется через диэлектрическую проницаемость вещества

$$n = \sqrt{\epsilon}.$$

Так как  $\epsilon = 1 + \chi$ , то

$$n^2 = 1 + \chi. \quad (2)$$

Подставляя сюда  $\chi$  из соотношения (1), получим

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E} \quad (3)$$

Модуль вектора поляризации можно вычислить как сумму дипольных моментов всех  $N$  молекул единицы объема:

$$P = Np = Ne\chi, \quad (4)$$

где  $e$  - заряд электрона;

$\chi$  - смещение электрона от положения равновесия.

Для вычисления  $P$  предварительно найдем уравнение движения электрона под действием электрического поля гармонической световой волны с амплитудой  $E_m$  и частотой  $\omega$ .

На электрон молекулы диэлектрика кроме силы, вызванной напряженностью поля световой волны  $F_1 = eE_m e^{i\omega t}$ , будут действовать квазипружкая сила  $F_2 = -k\chi$  (где  $k$  - коэффициент упругости) и сила трения  $F_3 = -\gamma \dot{\chi}$ , вызванная взаимодействием колеблющегося электрона с окружающей средой ( $\gamma$  - коэффициент сопротивления). На основании второго закона Ньютона

$$m\ddot{\chi} = -k\chi - \gamma\dot{\chi} + eE_m e^{i\omega t}$$

или

$$\ddot{\chi} + 2\beta\dot{\chi} + \omega_0^2\chi = \frac{eE_m}{m} e^{i\omega t}, \quad (5)$$

где  $\beta = \gamma/2m$  - коэффициент затухания;  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  - собственная циклическая частота колебаний упруго связанного электрона.

Умножим обе стороны равенства (5) на  $eN$ . В результате этого, учитывая (4), получим

$$\ddot{P} + 2\beta\dot{P} + \omega_0^2 P = \frac{Ne^2 E_m}{m} e^{i\omega t} \quad (6)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$P = P_m e^{i\omega t} \quad (7)$$

Для вычисления амплитудного значения  $P_m$  подставим (7) в уравнение (6), взяв предварительно производные

$$\dot{P} = i\omega P_m e^{i\omega t}; \quad \ddot{P} = -\omega^2 P_m e^{i\omega t}.$$

Получим

$$-\omega^2 P_m e^{i\omega t} + 2\beta i\omega P_m e^{i\omega t} + \omega_0^2 P_m e^{i\omega t} = \frac{Ne^2 E_m}{m} e^{i\omega t},$$

откуда

$$\frac{P}{E} = \frac{P_m}{E_m} = \frac{Ne^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2\beta i\omega)}.$$

Подставив это в соотношение (3) для показателя преломления, находим

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2\beta i\omega)} \quad (8)$$

В области спектра, где вещество прозрачно, коэффициент  $\beta$  мал, и поэтому мнимую часть в знаменателе можно отбросить. Тогда

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Эта зависимость  $n$  от  $\omega$  представлена на рис. 1 сплошной кривой. Дисперсия сильно увеличивается при приближении  $\omega$  к  $\omega_0$ . Уходящие в бесконечность ветви кривой соответствуют бесконечно большой амплитуде колебаний электрона при резонансной частоте  $\omega_0$ . Если принять во внимание силы трения, то амплитуда окажется конечной и показатель преломления будет иметь ход, представленный на рис. 1 штриховой линией. Вблизи частоты  $\omega = \omega_0$  при этом имеет место аномальная дисперсия  $\frac{dn}{d\omega} < 0$ .

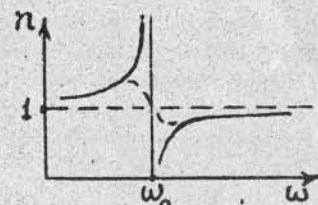


Рис. 1

Покажем, что вблизи резонансной частоты  $\omega_0$  наблюдается сильное поглощение света.

Если  $\beta \neq 0$ , то по формуле (8) показатель преломления должен быть комплексным. Запишем его в виде

$$n = n' - in''.$$

Физический смысл мнимой части показателя преломления выясним, подставив его в уравнение плоской монохроматической световой волны

$$E(z, t) = E_m e^{i(\omega t - kz)} \quad (9)$$

В этом выражении в показатель экспоненты входит волновое число  $k = 2\pi/\lambda_{вещ}$ , где  $\lambda_{вещ}$  — длина световой волны в данном веществе, равная длине волны в вакууме  $\lambda$ , деленной на показатель преломления вещества  $n$ , т.е.  $k = \frac{2\pi n}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} (n' - i n'')$ . Подставляя это выражение для волнового числа в уравнение волны (9), получим

$$E(z, t) = E_m e^{i\omega t} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} n' z} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} n'' z}.$$

Отсюда

$$E(z, t) = E_m e^{-\frac{2\pi}{\lambda} n'' z} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n' z)}. \quad (10)$$

Таким образом получено уравнение волны, амплитуда которой уменьшается по мере распространения в веществе. Следовательно, интенсивность света по мере прохождения слоев такого вещества должна убывать.

Интенсивность с точностью до коэффициента пропорциональности равна квадрату модуля функции  $E(z, t)$ :

$$I = E(z, t) \cdot E^*(z, t) = E_m^2 e^{-\frac{4\pi}{\lambda} n'' z}$$

или

$$I = I_0 e^{-\mu z}, \quad (11)$$

где  $\mu = 4\pi n''/\lambda$  — коэффициент поглощения.

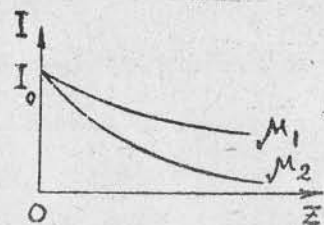


Рис. 2

Формула (11) выражает закон поглощения света, открытый экспериментально в 1729 г. П. Бугером и получивший название закона Бугера. На рис. 2 приведена зависимость интенсивности света от глубины его проникновения в вещество для двух различных веществ с различными коэффициентами поглощения  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , причем  $\mu_2 > \mu_1$ . В веществах с большим коэффициентом поглощения

свет сильно ослабляется по мере проникновения в вещество.

Для того чтобы найти зависимость коэффициента поглощения  $\mu$  от частоты света  $\omega$ , нужно в соотношение (8) вместо  $n$  подставить  $n' - i n''$  и затем в полученном равенстве отделить

мнимую и действительную части. После преобразования получим

$$n' = 1 + \frac{Ne^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{\epsilon_0 m [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \beta^2]}; \quad (12)$$

$$n'' = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \beta^2}. \quad (13)$$

Из выражения (13), учитывая, что  $\mu = 4\pi n''/\lambda$ , имеем

$$\mu = \frac{4\pi Ne^2}{\epsilon_0 m \lambda} \cdot \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \beta^2}. \quad (14)$$

Из этой формулы следует, что коэффициент поглощения является функцией частоты, имеющей резкий максимум вблизи резонансной частоты  $\omega_0$ .

Поскольку по соотношению (10) величина  $n'$  играет роль обычного показателя преломления, в дальнейшем будем обозначать  $n' = n$ .

На рис. 3 графически изображена зависимость коэффициента поглощения  $\mu$  от частоты света. На том же рисунке приведен график зависимости  $n$  от  $\omega$ , построенный по формуле (12). Из этого рисунка видно, во-первых, что вблизи резонансной частоты имеет место сильное поглощение света (полоса поглощения) и, во-вторых, что аномальная дисперсия  $\frac{dn}{d\omega} < 0$  наблюдается в области полосы поглощения.

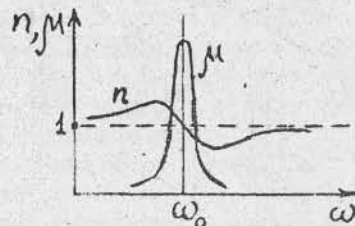


Рис. 3

Дисперсия света в таких прозрачных средах, как стекло или кварц, с помощью изготовленных из них призм используется в различных спектральных приборах в целях получения спектра длин волн  $\lambda$ , излучаемых исследуемым источником света. В связи с этим в спектроскопии принято характеризовать дисперсию света величиной  $\frac{dn}{d\lambda}$ . При нормальной дисперсии  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ , при аномальной  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ . Вещество призм обычно обладает нормальной дисперсией, и зависимость показателя преломления

$n = n(\lambda)$  для них такова, что значение дисперсии  $\left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$  воз-

растает с уменьшением длины волны проходящего через них света. Поэтому призмный спектр в отличие от спектра, получаемого с помощью дифракционной решетки, неравномерен, т.е. две красные линии призмного спектра расположены ближе друг к другу, чем две фиолетовые, имеющие ту же разность длин волн, что и две красные.

### Экспериментальная часть

Для проведения качественного анализа линейчатых спектров в данной работе используется монохроматор (призмный спектрометр УМ-2), оптическая схема которого представлена на рис. 4, а общий вид – на рис. 5.

Монохроматор служит для разложения света в спектр и для выделения узкого монохроматического пучка света. Он состоит из коллиматора 1, призмного устройства П с поворотным механизмом 8, отсчетного устройства 9 и зрительной трубы 13 (см. рис. 4 и 5).

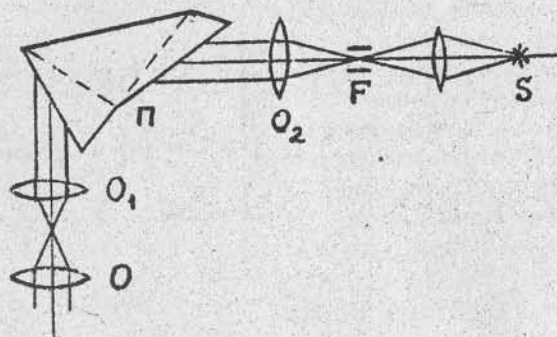


Рис. 4

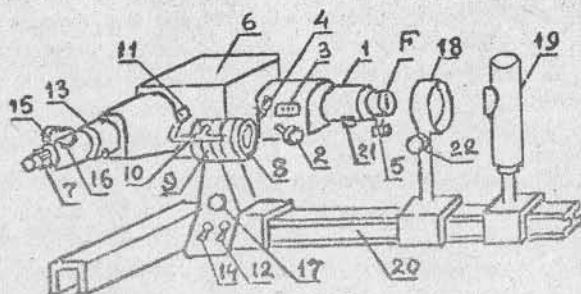


Рис. 5

Коллиматор имеет входную щель  $F$  и объектив  $O_2$ , находящийся внутри коллиматорной трубы. Положение объектива  $O_2$  может изменяться с помощью маховичка 2 и фиксируется по шкале 3, освещаемой лампочкой 4. Ширина щели  $F$  регулируется вращением микрометрического винта 5.

Призмное устройство П состоит из сложной призмы, закрытой кожухом 6 и установленной на столике, который приводится в движение с помощью поворотного механизма (барабана) 8.

Отсчетное устройство представлено в виде спиральной шкалы 9, нанесенной на барабан 8. Шкала 9 имеет относительные деления – градусы. Отсчет делений шкалы барабана производится против риски указателя 10, скользящего по специальной канавке барабана. Деления барабана и указатель 10 освещаются лампочкой 11, зажигаемой с помощью тумблера 12.

Ось барабана червячной передачей связана с шестерней столика, на котором расположена призма.

В зрительной трубе 13 находятся объектив  $O_1$  и окуляр  $O$ . Последний может перемещаться вдоль оси зрительной трубы вращением винта 7. В поле зрения трубы 13 находится специальный визирный указатель в виде узкого треугольника с острой вершиной. Он подсвечивается лампочкой 15 с помощью тумблера 14; сила света этой лампочки устанавливается вращением регулятора 17. В системе освещения визирного указателя есть набор светофильтров, обеспечивающих ту или иную его окраску. Нужный светофильтр устанавливается поворотом диска 16.

Лучи света от источника  $S$  направляются на входную щель  $F$  монохроматора и превращаются объективом  $O_2$  в параллельный пучок, который падает на диспергирующую призму П. Призма разлагает свет в спектр и направляет лучи света через объектив  $O_1$  в окуляр  $O$ . Поворачивая призму с помощью барабана 8, можно рассматривать через окуляр зрительной трубы 13 различные участки спектра.

### Выполнение эксперимента

1. На рельс 20, параллельный коллиматору 1, против щели  $F$  устанавливают ртутно-кварцевую лампу ДРШ-250 (сверхвысокого давления, шаровую, 250 В) 19, защищенную кожухом, которая при возбуждении электрического разряда в ней дает свет с характерным линейчатым спектром ртути (см. рис. 4 и 5).

**ВНИМАНИЕ!** С ртутной лампой следует обращаться осторожно; давление в лампе 30 атм.

Таблица 1

| $i$ | Цвет линии | $\lambda_i$ - длина волны ( $\text{\AA}$ ) | $L_i$ - показания шкалы барабана |
|-----|------------|--------------------------------------------|----------------------------------|
| 1   |            |                                            |                                  |
| 2   |            |                                            |                                  |
| ... |            |                                            |                                  |

7. По данным табл. 1 на миллиметровой бумаге в большом масштабе с помощью лекал строят градуировочную кривую для данного монохроматора  $\lambda = f(L)$ . Вдоль оси абсцисс откладывают показания шкалы барабана  $L_i$ , а вдоль оси ординат - соответствующие им длины волн  $\lambda_i$ . При этом в начале системы координат по оси ординат удобно поставить 4000  $\text{\AA}$  (400 нм), а по оси абсцисс - число, несколько меньшее, чем наименьший отсчет  $L_i$  по шкале барабана при наблюдении спектра ртути.

8. Выключив ртутную лампу 19 и установив на рельсе 20 между конденсором 18 и лампой 19 неизвестный источник света, подключают последний к источнику питания (во многих случаях питание берется непосредственно от сети, в других случаях - см. указания на установке).

9. Так же как и в п. 6, для всех наблюдаемых спектральных линий неизвестного источника находят показания шкалы барабана  $L'_i$  и вносят их в табл. 2.

Таблица 2

| $i$ | Цвет линии | $L'_i$ - показания шкалы барабана | $\lambda'_i$ - длина волны ( $\text{\AA}$ ) |
|-----|------------|-----------------------------------|---------------------------------------------|
| 1   |            |                                   |                                             |
| 2   |            |                                   |                                             |
| ... |            |                                   |                                             |

10. С помощью градуировочной кривой (найденной в п. 7) по значениям  $L'_i$  находят значения соответствующих длин волн  $\lambda'_i$  неизвестного источника и также вносят их в табл. 2.

11. Сравнивая найденные длины волн  $\lambda'_i$  с длинами волн табл. 3, находят название химического элемента, излучающего свет в исследуемом источнике.

Примечание. Если длины волн спектральных линий  $\lambda'_i$  неизвестного источника не будут обнаружены в табл. 3, то необходимо воспользоваться более подробными таблицами спектральных линий (например [4]).

2. На тот же рельс между щелью F и источником света 19 устанавливают конденсорную линзу 18 и с помощью винта 22 добиваются, чтобы пучок света от источника падал на щель F.

3. Для зажигания лампы ДРШ-250 служат специальные выключатель и кнопка "пуск", которые расположены на передней панели преобразователя ЭПС-III. Зажигание осуществляют многократными, кратковременными (не более одной секунды) замыканиями кнопки "пуск".

4. Включив тумблер 14 и подобрав с помощью диска 16 нужный светофильтр, вращением окулярного винта 7 добиваются резкого изображения визирного указателя. Цвет светофильтра подбирают так, чтобы цвет визирного указателя не совпадал с цветом спектральных линий вблизи него.

5. Поставив затвор 21 щели F в положение "откр", открывают с помощью микрометрического винта 5 щель F так, чтобы спектральные линии были достаточно узкими. С помощью винта 2 добиваются отчетливой видимости линий.

Примечание. По ходу эксперимента для каждого участка спектра его фокусировку осуществляют только винтом 2, не меняя найденного в п. 4 положения винта 7, обеспечивающего фокусировку визирного указателя.

6. Вращая барабан 8 совмещают с визирным указателем зрительной трубы те линии спектра ртути ( $Hg$ ), длины волн которых указаны на рис. 6.

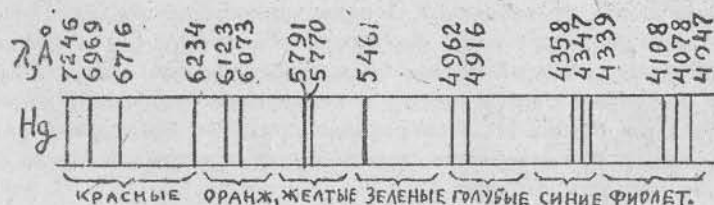


Рис. 6

Для каждой из этих линий с помощью указателя 10, расположенного у барабана 8, фиксируют соответствующие показания  $L_i$  шкалы 9. Результаты отсчетов вносят в табл. 1.

Примечание. Чтобы избежать влияния параллакса, прежде чем вращать барабан для совмещения очередной линии спектра с кончиком визирного указателя, надо поставить глаз перед окуляром в такое положение, чтобы была совмещенная с визирным указателем предыдущая линия, и затем, во время поворота барабана, положение глаза не менять.

Таблица 3

| Длины волн в ангстремах (Å) |                 |              |               |                |                |
|-----------------------------|-----------------|--------------|---------------|----------------|----------------|
| Ar<br>(аргон)               | Kr<br>(криптон) | Ne<br>(неон) | He<br>(гелий) | H<br>(водород) | Na<br>(натрий) |
| 5851                        | 7602            | 7245         | 7281          | 6563           | 5896           |
| 5496                        | 7587            | 7174         | 7065          | 4861           | 5890           |
| 4702                        | 5871            | 7032         | 6678          | 4340           |                |
| 4300                        | 5570            | 6929         | 6560          | 4102           |                |
| 4272                        | 4766            | 6678         | 5876          | 3970           |                |
| 4266                        | 4739            | 6599         | 5016          | 3889           |                |
| 4259                        | 4659            | 6506         | 4922          |                |                |
| 4200                        | 4619            | 6402         | 4471          |                |                |
| 4198                        | 4355            | 6383         | 4121          |                |                |
| 4191                        | 4319            | 6334         | 3888          |                |                |
| 4158                        | 4274            | 6266         |               |                |                |
| 4044                        |                 | 6217         |               |                |                |
| 3949                        |                 | 6164         |               |                |                |
|                             |                 | 6143         |               |                |                |
|                             |                 | 6074         |               |                |                |
|                             |                 | 6030         |               |                |                |
|                             |                 | 5975         |               |                |                |
|                             |                 | 5945         |               |                |                |
|                             |                 | 5882         |               |                |                |
|                             |                 | 5852         |               |                |                |
|                             |                 | 5401         |               |                |                |
|                             |                 | 5003         |               |                |                |

Контрольные вопросы

1. Что называется нормальной и аномальной дисперсией?
2. Какая формула выражает закон поглощения света в веществе?
3. Какие лучи видимого спектра (красные или фиолетовые) имеют большую скорость в стекле?
4. Изменится ли градуировочная кривая, найденная в п. 7 по спектру ртути, если она будет построена по спектру другого источника?
5. В чем принципиальное различие призмного и дифракционного спектров?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 2. - М.: Наука, 1978.
2. Ерквич С.П., Арзамасова А.И. Методические указания по изучению раздела "Волновая оптика" в курсе общей физики. - М.: изд. МВТУ, 1979.
3. Горячева К.Г. Изучение спектра атома водорода и определения постоянной Ридберга. - М.: изд. МВТУ, 1977.
4. Зайдель А.Н., Прокофьев В.К. и др. Таблицы спектральных линий. - М.: Наука, 1977.