

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

И.Н. Фетисов

## ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СТЕФАНА - БОЛЬЦМАНА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА

Методические указания к лабораторной работе К-11 по курсу общей физики

Под редакцией О.И. Иваненко

Москва, 1997

Рассмотрены законы теплового излучения, описана лабораторная установка, изложена методика изучения теплового излучения. Для студентов 2-го курса всех специальностей.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрены интегральные и спектральные энергетические характеристики оптического излучения, приведены основные законы теплового излучения (законы Кирхгофа, Стефана Больцмана, закон излучения Планка, закон смещения Вина). Дано описание методики изучения закона Стефана - Больцмана и метода определения постоянных Стефана - Больцмана и Планка.

Цель работы - изучение зависимости потока излучения тела (близкого к черному) от температуры в интервале от 300 до 900 К, определение значения постоянных Стефана - Больцмана и Планка.

### I. ЗАКОНЫ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Тепловое излучение представляет собой электромагнитное излучение (в частности, свет), испускаемое веществом при температуре  $T > 0$  К и возникающее за счет его внутренней (тепловой) энергии.

Тепловое излучение имеет сплошной спектр, положение максимума которого зависит от температуры. С повышением температуры общая энергия излучения резко возрастает, а максимум перемещается в область малых длин волн. При  $T > 10^3$  К наблюдается видимый свет.

Электромагнитное излучение характеризуют рядом энергетических величин, которые подразделяют на спектральные и интегральные; в последнем случае рассматривается полная энергия на всех длинах волн  $\lambda$ . Приведем некоторые из них. К интегральным характеристикам относятся: энергия излучения  $W$ , Дж, поток излучения  $\Phi = W/t$ , Вт; энергетическая светимость (излучательность), равная отношению потока излучения к площади поверхности источника излучения,  $\text{Вт}/\text{м}^2$  :

$$M = \Phi/S.$$

Важное значение имеют спектральные характеристики энергетических величин, т.е. плотности их распределения по длинам волн или частотам. Так, спектральная плотность энергетической светимости

$$M_\lambda = dM/d\lambda,$$

где  $dM$  - энергетическая светимость в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . Интегральная  $M$  и спектральная  $M_\lambda$  величины связаны соотношением

$$M = \int_0^{\infty} M_\lambda d\lambda.$$

Тепловое излучение тела зависит от его способности поглощать излучение. Пусть на тело падает поток монохроматического излучения  $\Phi$ , который делится на три части - поглощенную телом  $\Phi_{\text{ПОГЛ}}$ , отраженную и прошедшую сквозь тело. Спектральным коэффициентом по-

глощения (поглощательной способностью) называется отношение поглощенного потока излучения к падающему

$$\alpha_{\lambda} = \Phi_{\text{погл}}/\Phi.$$

Коэффициент поглощения - безразмерная величина, изменяющаяся от нуля до единицы и зависящая от длины волны, температуры, вещества и состояния поверхности тела.

В теории теплового излучения важную роль играет понятия абсолютно черного тела (АЧТ), для которого  $\alpha_{\lambda}=1$  для любых  $\lambda$ . На практике хорошей моделью АЧТ является малое отверстие в большой полости, стенки которой непрозрачны и равномерно нагреты. Близкий к единице коэффициент поглощения имеют сажа, платиновая чернь и другие вещества.

**Приведем основные законы теплового излучения.**

1. Закон Кирхгофа: для любого тела отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральному коэффициенту поглощения равно спектральной плотности энергетической светимости АЧТ при одинаковых  $\lambda$  и  $T$

$$M/\alpha_{\lambda} = M_{\lambda, \text{АЧТ}}.$$

Согласно закону Кирхгофа, чем тело темнее в отраженном свете, тем интенсивнее оно излучает (именно излучает, а не отражает постороннее излучение).

2. Закон Стефана - Больцмана: энергетическая светимость АЧТ пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры тела

$$M_{\text{АЧТ}} = \sigma T^4. \tag{1}$$

Коэффициент пропорциональности  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  называют постоянной Стефана - Больцмана. С учетом (1) поток излучения с площади поверхности тела  $S$  равен

$$\Phi_{\text{АЧТ}} = S M_{\text{АЧТ}} = S \sigma T^4, \tag{2}$$

а энергия излучения за время  $t$  равна  $W = S \sigma T^4 t$ . Например, энергетическая светимость черного тела при комнатной температуре (295 К) равна 430 Вт/м<sup>2</sup>.

3. Закон излучения Планка (основной закон теплового излучения): спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела является следующей функцией длины волны и температуры:

$$M_{\lambda, \text{АЧТ}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \tag{3}$$

где  $h$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света,  $k$  - постоянная Больцмана. При постоянной температуре зависимость (3) описывает спектр теплового излучения АЧТ, примеры которого представлены на рис. 1 для двух температур.

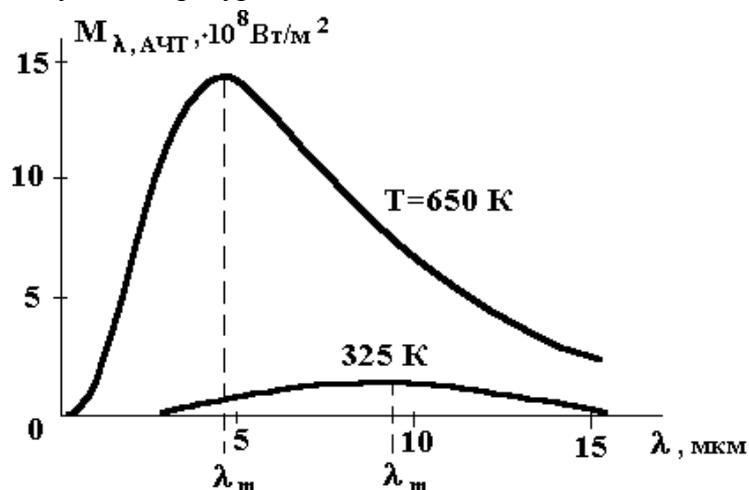


Рис. 1

Разрабатывая теорию теплового излучения, Планк выдвинул квантовую гипотезу, согласно которой атомные осцилляторы испускают электромагнитные волны не непрерывно, как следовало из теории Максвелла, а порциями, квантами, энергия которых пропорциональна частоте излучения:

$$E = h\nu.$$

4. Закон смещения Вина: как видно из рис. 1, спектральная плотность энергетической светимости максимальна на некоторой длине волны  $\lambda_m$ . Вин теоретически установил, что для АЧТ эта длина волны обратно пропорциональна температуре:  $\lambda_m = b/T$ , где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  К·м есть постоянная Вина. Например, для температуры 2900 К  $\lambda_m = 1$  мкм, а для 290 К -  $\lambda_m = 10$  мкм (обе длины волны находятся в инфракрасной области спектра).

Законы Вина и Стефана - Больцмана могут быть выведены из закона излучения Планка. Так, закон Стефана - Больцмана может быть получен интегрированием функции (3) по длине волны [1,2]:

$$M_{AЧТ} = \int_0^{\infty} M_{\lambda, AЧТ} d\lambda = \sigma T^4, \text{ где } \sigma = 2\pi^5 k^4 / (15c^2 h^3).$$

Отсюда следует формула для постоянной Планка:

$$h = \pi k \left( \frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma} \right)^{1/3}, \quad (4)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Численное значение  $h$  впервые получено Планкой по формуле (4). Поступим так же и мы, измерив в данной работе  $\sigma$  и используя известные значения других физических констант.

Согласно закону Кирхгофа, обычные тела, для которых  $\alpha_\lambda < 1$ , излучают меньше, чем АЧТ при той же температуре. Если  $\alpha_\lambda$  существенно зависит от  $\lambda$ , то распределение энергии излучения по спектру отличается от планковского (3), а полный поток излучения растет при нагревании по закону, отличному от  $T^4$ . Существуют тела, называемые серыми, для которых коэффициент поглощения  $\alpha_\lambda$  меньше единицы, но примерно постоянен в существенной области изменения  $\lambda$  и  $T$ . Для них приближенно выполняется закон Стефана - Больцмана с поправкой на меньшую мощность излучения

$$M_{СЕР} = \epsilon \sigma T^4.$$

Безразмерный множитель  $\epsilon < 1$ , называемый коэффициентом излучения (коэффициентом черноты), зависит от материала и состояния поверхности [3]; он равен, например, 0,04... 0,06 для полированного алюминия, 0,25 - для сильно окисленного алюминия и 0,6... 0,9 - для кирпича.

## 2. Лабораторная установка и методика опыта

В установке (рис. 2) используется специальная вакуумная лампа 1, называемая терморезистором прямого подогрева. В лампе имеется маленький (диаметром 0,2 мм и длиной 4 мм) стержень 2, изготовленный из окислов металлов, который обладает свойствами полупроводника и используется нами в качестве теплового излучателя. С помощью двух длинных тонких проводочек 3 из вольфрама стержень присоединен к проводникам 4. Пропуская электрический ток от источника напряжения (ИН) через лампу, излучатель можно нагревать до максимальной температуры  $\sim 900$  К.

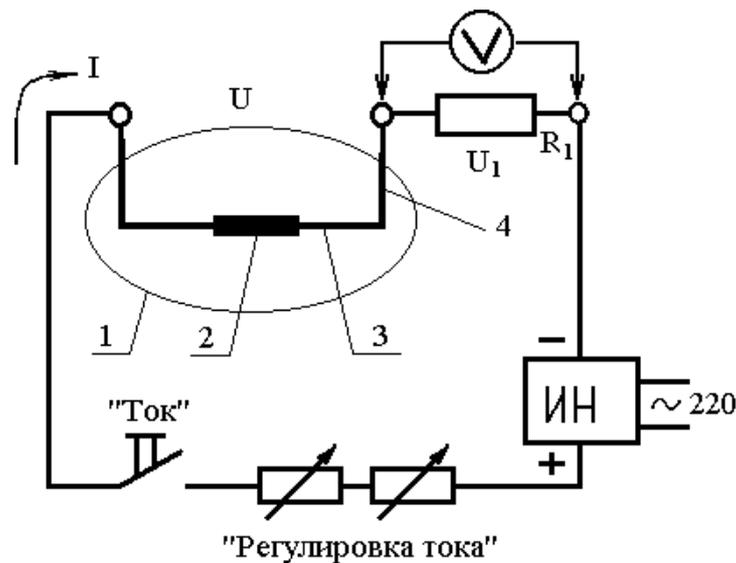


Рис. 2

Подводимая к лампе электрическая энергия превращается в теплоту практически полностью в самом стержне, так как его сопротивление велико по сравнению с сопротивлением проволочек. В стационарном режиме, когда температура постоянна, почти вся подводимая энергия уходит на излучение, так как теплопроводность проволочек и разреженного воздуха мала. Следовательно, поток излучения можно найти косвенно, приравняв его в первом приближении электрической мощности лампы  $\Phi = IU$ , где  $I$  и  $U$  - сила тока и напряжение на лампе.

Излучатель является серым телом с большим коэффициентом черноты, который приближенно будем считать равным единице, т.е. применим к излучателю закон (2). Черное тело с площадью поверхности  $S$  испускает поток излучения  $\Phi = S\sigma T^4$ , который в стационарном режиме приравняем электрической мощности

$$IU = S\sigma T^4.$$

Эта формула, в которой пренебрегают теплопроводностью нитей, выполняется тем лучше, чем выше температура, так как с ростом температуры излучение растет быстрее, чем теплопроводность. Формулу (5) можно использовать для проверки на опыте закона Стефана – Больцмана и определения соответствующей постоянной,

Точность опыта повысится, если введем в (5) две поправки: в левую часть добавим излучение окружающих тел  $P_1$ , в правую теплопроводность проволочек  $P$ :

$$IU + P_1 = S\sigma T^4 + P. \quad (6)$$

Согласно уравнению теплопроводности, количество тепла, проходящего по проволочкам в единицу времени, пропорционально разности температур на их концах  $P = \beta(T - T_0)$ , где  $T_0$  - температура холодного конца, равная комнатной температуре (в работе принимаем  $T_0 = 295$  К). Коэффициент пропорциональности  $\beta$ , зависящий от материала и размеров проволочек, найден из уравнения теплопроводности и приведен в паспорте установки. Запишем (6) с учетом выражения для  $P$ :

$$IU + P_1 = S\sigma T^4 + \beta(T - T_0). \quad (7)$$

Стерженек не только излучает, но также поглощает излучение окружающих тел - баллона лампы и корпуса прибора, температура которых всегда близка  $T_0$ . Следующее рассуждение позволяет получить выражение для  $P_1$ . Предположим, что ток выключен, тогда температура излучателя опускается до комнатной  $T = T_0$ , при этом формула (7) дает  $P = S\sigma T_0^4$ . Подставив поправку  $P_1$  в (7), получим более точное уравнение теплового баланса излучателя

$$IU + S\sigma T_0^4 = S\sigma T^4 + \beta(T - T_0). \quad (8)$$

Рассмотрим измерение температуры излучателя. Температуру стерженька можно найти, измерив его электрическое сопротивление  $R$ , связанное с  $T$  характерной для полупроводников зависимостью

$$R = A \exp(B/T),$$

где  $A$ , Ом, и  $B$ , К (Кельвин) - постоянные для данного терморезистора коэффициенты. Логарифмируя это выражение, получим формулу для определения температуры в Кельвинах

$$T = B / \ln(R/A). \quad (9)$$

Для определения коэффициентов  $A$  и  $B$  выполнялся специальный опыт, в котором лампа помещалась в термостат, нагревалась до температуры термостата и измерялось ее сопротивление при различной температуре. В данной работе этот опыт студенты не выполняют. Значения коэффициентов приведены на установке.

Итак, подчеркнем, что в данной установке полупроводниковый стерженек одновременно является и излучателем, и нагревателем, и электрическим термометром.

Вернемся к рис. 2. Лампа нагревается от источника постоянного напряжения ИН в несколько десятков вольт, включаемого в сеть переменного тока. Последовательно с лампой включены два переменных резистора для регулировки тока и постоянный резистор  $R_1$ . Измеряя напряжение  $U_1$  на нем, находим силу тока в цепи  $I = U_1/R_1$ . Цифровой вольтметр  $V$  служит для измерения напряжений  $U$  и  $U_1$  на лампе и на резисторе. Для этого вольтметр подключают тумблером к соответствующему участку цепи. Кнопка "Ток", при нажатии замыкающая цепь, предназначена для того, чтобы лампа не была включена слишком долго без надобности.

Непосредственные измерения состоят в нахождении вольтамперной характеристики лампы, т. е. зависимости напряжения на лампе от силы тока (как будет видно из опыта, эта зависимость слабая; подумайте, в чем состоит причина). Для этого при различном сопротивлении переменных резисторов измеряется пара напряжений  $U$  и  $U_1$ . Из них получают все необходимые данные: силу тока  $I$ , электрическую мощность лампы  $IU = U \cdot U_1/R_1$ , ее сопротивление  $R = R_1 U/U_1$  изменяющееся с нагревом, и температуру излучателя по формуле (9) или по графику, приложенному к установке.

Дальнейшая обработка и анализ результатов проводятся по одному из трех вариантов. В каждом из них необходимо изучить зависимость потока излучения от температуры, определить постоянную  $\sigma$ , а также постоянную Планка по формуле (4), используя полученное значение  $\sigma$ . Студент выполняет вариант в соответствии с указанием в графике лабораторных работ.

Параметры установки, которые студент сам не измеряет, приведены в паспорте установки.

Вариант 1. Анализ результатов основан на приближенном уравнении теплового баланса (5). По результатам измерений двух напряжений  $U$  и  $U_1$  необходимо вычислить все остальные величины, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

$U_1, \text{В}$	$U, \text{В}$	$R = R_1 U/U_1, \text{Ом}$	$T, \text{К}$	$T^4, \text{К}$	$IU = U \cdot U_1/R_1, \text{Вт}$

Построить графическую зависимость  $IU$  от  $T^4$ . Через точки на графике провести наилучшую "на глаз" прямую, проходящую также через начало координат. Сделать вывод о согласии опыта с (5). По формуле (5) вычислить  $\sigma$ , взяв отношение  $IU/T^4$  для какой-либо точки, лежащей на проведенной прямой.

Вариант 2. В отличие от предыдущего варианта, здесь используется более точное уравнение теплового баланса (8), которое запишем в виде:

$$IU - \beta(T - T_0) = S\sigma(T^4 - T_0^4). \quad (10)$$

По результатам измерений  $U_1$  и  $U$  вычислить величины, приведенные в табл. 2. Построить графическую зависимость  $IU - \beta(T - T_0)$  от  $T^4 - T_0^4$ . Через точки на графике провести наилучшую



### 3. Порядок выполнения эксперимента

1. Записать паспортные данные установки, приведенные на лабораторном макете.
  2. Цифровой вольтметр установить в режим измерения постоянного напряжения до 20 В с тремя значащими цифрами (например, 5,76 В).
  3. Включить тумблеры "Сеть" установки и вольтметра.
  4. Рассмотреть устройство лампы через лупу, встроенную в корпус установки.
  5. При максимальном токе можно заметить слабое красное свечение излучателя. Для этого нужно нажать кнопку "Ток", повернуть оба регулятора по часовой стрелке до конца, приблизить глаз вплотную к лупе и, защитив его от постороннего света, подождать, пока он привыкнет к темноте.
  6. При выполнении измерений кнопку "Ток" можно на время отпустить. После нажатия кнопки или изменения тока необходимо подождать примерно 20 с, чтобы установилось тепловое равновесие; тогда напряжение на лампе  $U$  перестанет изменяться.
  7. Выполнить основной опыт - снять зависимость напряжения на лампе  $U$  от силы тока, т.е. от  $I_1$ . Для этого нажать кнопку "Ток", установить переключатель в положение " $U_1$ " и, пользуясь ручками "Регулировка тока" (грубо и точно), установить по вольтметру необходимое значение  $U_1$  и записать результат измерения в таблицу. Затем, не меняя регулировку тока, установить "Переключатель вольтметра" в положение " $U$ " и результат измерения  $U$  записать в таблицу. Провести описанные измерения, изменяя  $U_1$  в пределах и с шагом, указанным в паспорте установки.
  8. По окончании измерений выключить кнопки "Сеть" установки и вольтметра.
  9. Обработать полученные данные, как было рекомендовано выше.
  10. Проанализировать погрешности измерений. Поскольку излучатель не является абсолютно черным телом, результат измерения  $\sigma$  может быть занижен примерно на 15% (систематическая погрешность). Большой вклад в случайную погрешность дает погрешность  $\Delta S$  измерения площади излучателя. Пренебрегая другими погрешностями измерений, получим формулы для вычисления погрешностей постоянных Стефана - Больцмана и Планка
$$\sigma = \sigma \Delta S / S, \quad \Delta h / h = \Delta \sigma / (3\sigma).$$
- Вычислить по данным формулам погрешности (значение  $\Delta S$  дано в паспорте установки). Результаты измерений представить в виде  $\sigma \pm \Delta \sigma$  и  $h \pm \Delta h$  с указанием единиц измерения.
11. Полученные значения сравнить с табличными:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-4</sup>;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Сделать вывод о том, согласуются ли результаты опыта с учетом погрешностей с табличными значениями.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое тепловое излучение и каким законам оно подчиняется?
2. В чем состоит методика изучения закона Стефана - Больцмана в данной работе?
3. Какой физический смысл имеет уравнение (8)?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. В 3-х т. М. : Высшая школа, 1979. Т.3.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. М. : Наука, 1979. Т.3.
3. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. М.: Сов. радио, 1978.