

Н. Е. Жуковский.

КЪ ВОПРОСУ

О ВЕЛИЧИНѢ ДИАМЕТРА

ВОДОНАПОРНОЙ КОЛОННЫ,

СОЕДИНЕННОЙ ДЛИННОЙ ТРУБОЙ

СЪ ОТКРЫТЫМЪ РЕЗЕРВУАРОМЪ.

(Изъ Бюллетеней Политехническаго Общества).

МОСКВА.

Типо-литографія „Русскаго Т-ва печатнаго и издательскаго дѣла“.

Чистые пруды, Мыльниково пер., собственный домъ.

1902.

Къ вопросу о величинѣ діаметра водонапорной колонны, соединенной длинной трубой съ открытымъ резервуаромъ.

Н. Е. Жуковскаго.

Если водонапорная колонна соединена трубою большой длины съ открытымъ резервуаромъ, то, при незначительности діаметра колонны, можетъ получиться колебательное движеніе воды съ весьма большою амплитудой, которое будетъ выплескивать жидкость изъ колонны. Въ виду этого является весьма важнымъ вопросъ объ опредѣленіи надлежащаго діаметра колонны по длинѣ водопроводной трубы, считая ее отъ колонны до открытаго резервуара, и по діаметру этой трубы. Пусть l —длина трубы C , σ —площадь ея сѣченія, h —высота воды въ колоннѣ надъ уровнемъ въ резервуарѣ B , необходимая для движенія воды по трубѣ съ желаемою скоростью v_0 , ω —площадь сѣченія колонны A , и x —высота переменнаго уровня колонны во время колебанія воды, отсчитываемая отъ уровня въ резервуарѣ.

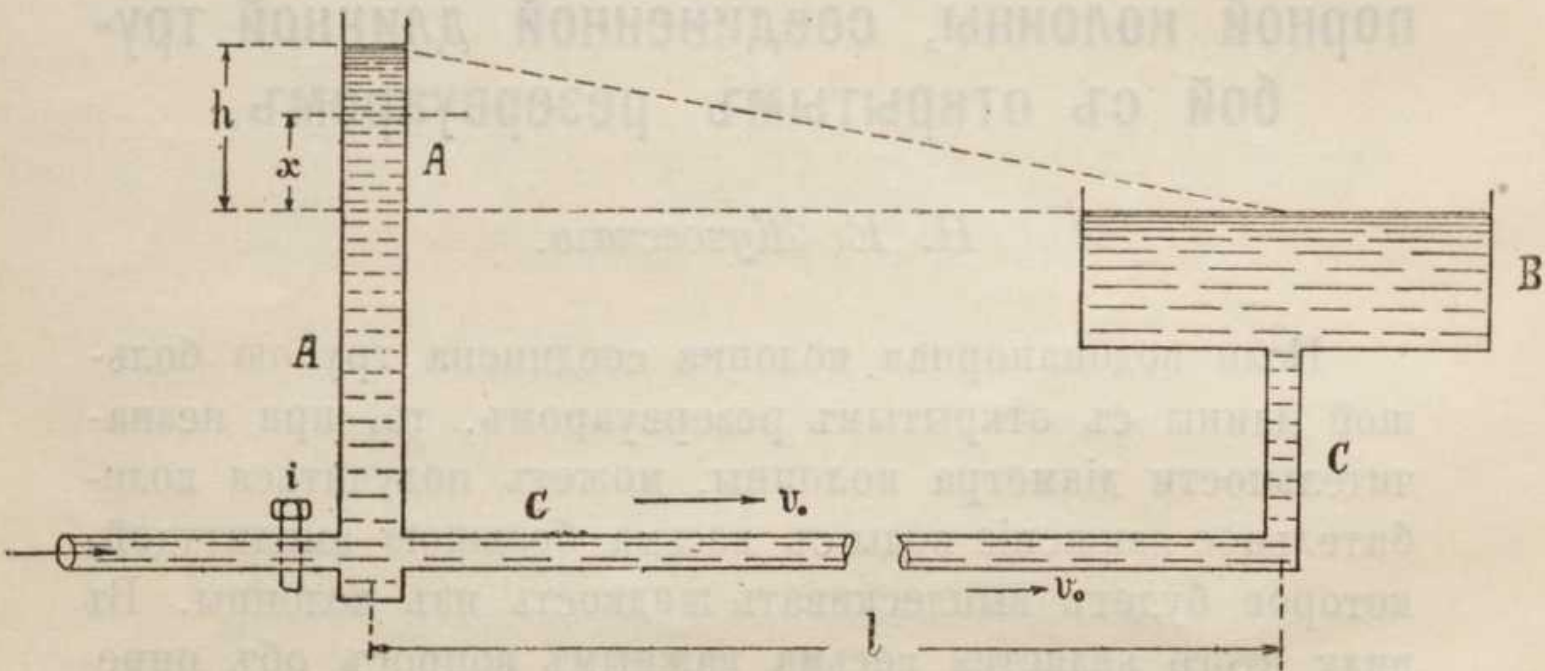
Пусть притокъ воды изъ машины прекращается (на нашемъ схематическомъ рисункѣ это соотвѣтствуетъ закрытію крана i), и вода, продолжая двигаться по трубѣ, захватываетъ за собою жидкость изъ колонны. Пи-

шемъ ур-іе живыхъ силъ въ дифференціальной формѣ, считая dx отрицательнымъ (пониженіе):

$$d\left(\frac{\sigma l \gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2}\right) = -\frac{v^2}{v_0^2} h \sigma \gamma \left(-\frac{\omega}{\sigma} dx\right) - x \omega \gamma dx + \frac{v^2}{2g} \omega \gamma dx,$$

это даетъ намъ:

$$d\left(\frac{v^2}{v_0^2}\right) = \frac{dx}{h} \left[\frac{v^2}{v_0^2} \left(1 + \frac{v_0^2}{2hg}\right) - \frac{x}{h} \right] \frac{2hg}{v_0^2} \frac{h}{l} \frac{\omega}{\sigma}. \quad (1).$$



Фиг. 1.

Если для сокращенія письма введемъ положенія:

$$\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \zeta, \quad \frac{x}{h} = \xi, \quad \frac{2 \cdot h \cdot g}{v_0^2} \cdot \frac{h}{l} \frac{\omega}{\sigma} = k \quad (2)$$

и замѣтимъ, что при большой длинѣ трубы h выходитъ велико, а дробь $\frac{v_0^2}{2gh}$ мала, то ур-іе (1) напишется въ

такой окончательной формѣ:

$$\frac{d\zeta}{d\xi} - k\zeta + k\xi = 0. \quad (3)$$

Чтобы интегрировать это ур-ие, умножаемъ его на $e^{-k\xi}$ и представляемъ его въ видѣ:

$$\frac{d}{d\xi} (\zeta e^{-k\xi}) = -k\xi e^{-k\xi}.$$

Получаемъ:

$$\zeta e^{-k\xi} = \xi e^{-k\xi} + \frac{e^{-k\xi}}{k} + C. \quad (4)$$

Такъ какъ въ начальный моментъ мы имѣли:

$$\zeta = 1 \quad (v = v_0), \quad \xi = 1 \quad (x = h),$$

то для постояннаго C находимъ величину:

$$C = - \frac{e^{-k\xi}}{k}. \quad (5)$$

Подставляемъ ее и умножаемъ уравненіе (4) на $e^{+k\xi}$; находимъ:

$$\zeta = \xi + \frac{1}{k} \left[1 - e^{-k(1-\xi)} \right]. \quad (6)$$

Формула (6) показываетъ, что при $\xi = 0$ величина ζ еще остается положительной. Послѣ этого момента величина ξ дѣлается отрицательной (уровень воды въ колоннѣ становится ниже уровня въ резервуарѣ). Называя черезъ $h' = \xi' h$ абсолютную величину наибольшаго пониженія уровня воды въ колоннѣ сравнительно съ уровнемъ резервуара, найдемъ для опредѣленія ξ' ур-іе:

$$-\xi' + \frac{1}{k} \left[1 - \frac{1}{e^{k(1+\xi')}} \right] = 0. \quad (7)$$

Такъ какъ лѣвая часть этого ур-ія при $\xi' = 0$ положительна, а при

$$\xi' = \frac{1}{k} \cdot (8)$$

отрицательная, то, очевидно, искомый корень менѣе $\frac{1}{k}$. При k большемъ единицы, ур-іе (8) будетъ давать довольно близкую величину искомага корня.

Числовой примѣръ.

(Диаметръ колонны $D=1$ саж.).

Случай I-й.—Вода идетъ по 3-мъ водоводамъ.

- 1) Средняя скорость $v_0=3,35$ фт. въ 1 сек.
- 2) Разность уровней колонны и резервуара $h=9,31$ саж.

$$h=48,31 - 39,00 = 9,31 \times 7 = 65,17 \text{ фт.}$$

- 3) Ускореніе силы тяжести $g=32$ фт. 1 сек.
- 4) Длина трубы до колонны $l=5019$ саж.
- 5) Отношеніе высоты къ длинѣ $\frac{h}{l} = 0,0018$.

1-й вариантъ.—Колонна на одну 36" трубу.

Отношеніе площадей колонны и трубы

$$\frac{\omega}{\sigma} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9} \quad (36'' = 3 \text{ фт.})$$

Вычисляемъ величину члена $\left(\frac{2hg}{v_0^2}\right)$ и его обратную величину:

$$\frac{2hg}{v_0^2} = \frac{2 \times 65,17 \times 32}{(3,35)^2} = \frac{4170,88}{11,32} = 368,45.$$

$$\frac{v_0^2}{2hg} = \frac{1}{368,45} = 0,0027.$$

Находимъ значеніе постояннаго количества k :

$$k = \frac{2hg}{v_0^2} \frac{h\omega}{l\sigma} = \frac{368,45 \times 0,0018 \times 49}{9} = 3,61081.$$

Для амплитуды колебанія получаемъ:

$$\xi' = \frac{1}{k} = \frac{1}{3,61081} = 0,2769 \approx 0,28.$$

Слѣдовательно полное пониженіе уровня воды въ колоннѣ

$$h' = \xi' \times h = 9,31 \times 0,28 = 2,61 \text{ саж.}$$

2-й вариантъ.— Колонна для двухъ 36" трубъ.
Отношеніе площадей колонны и трубы

$$\frac{\omega}{\sigma} = \frac{7^2}{2 \cdot 3^2} = \frac{49}{18}.$$

Произведя тѣ же самыя вычисленія, что выше, будемъ имѣть:

$$\frac{2hg}{v_0^2} = 368,45; \quad k = \frac{368,45 \times 0,0018 \times 49}{18} = 1,8054;$$

$$\xi' = \frac{1}{k} = \frac{1}{1,8054} = 0,5538 \approx 0,56;$$

$$h' = \xi' \times h = 9,31 \times 0,56 = 5,22.$$

Случай II-й.— Вода идетъ по 4-мъ водоводамъ:

- 1) Средняя скорость $v_0 = 2,5$ фт. въ 1 сек.
- 2) Разность уровней колонны и резервуара $h = 5,44$ с.

$$h = 44,44 - 39,00 = 5,44 \times 7 = 38,08 \text{ фт.}$$

- 3) Отношеніе высоты къ длинѣ $\frac{h}{l} = \frac{5,44}{5019} = 0,00108.$

Остальные данные остаются безъ измененія.
1-й вариантъ.— Колонна на одну 36" трубу.

Отношеніе площадей $\frac{\omega}{\sigma} = \frac{49}{9}$.

Вычисляя, находимъ:

$$\frac{2h \cdot g}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 38,08 \times 32}{(2,5)^2} = \frac{2437,12}{6,25} = 389,93$$

$$\frac{v_0^2}{2hg} = \frac{1}{389,93} = 0,0026$$

$$k = \frac{2hg}{v_0^2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{\omega}{\sigma} = \frac{389,93 \times 0,00108 \times 49}{9} = 2,29278$$

$$\xi' = \frac{1}{k} = \frac{1}{2,29278} = 0,4361 \approx 0,44$$

$$h\xi' = \xi' \times h = 0,44 \times 5,44 = 2,39 \text{ саж.}$$

2-й вариантъ.— Колонна для двухъ 36" трубъ.

Отношеніе площадей $\frac{\omega}{\sigma} = \frac{49}{18}$

$$\frac{2hg}{v_0^2} = 389,93; k = \frac{2hg}{v_0^2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{\omega}{\sigma} = \frac{389,93 \times 0,00108 \times 49}{18} = 1,14639$$

$$\xi' = \frac{1}{k} = \frac{1}{1,14639} = 0,8722 \approx 0,88.$$

$$h' = \xi' \times h = 5,44 \times 0,88 = 4,78 \text{ саж.}$$

Собирая въ таблицу найденныя выше данныя, имѣемъ:

При 3-хъ водоводахъ . . .	{	На 1 трубу	$h' = 2,61$
		На 2 трубы	$h' = 5,22$
При 4-хъ водоводахъ . . .	{	На 1 трубу	$h' = 2,39$
		На 2 трубы	$h' = 4,78$

