СТУДЕНЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА. КНИГА № 1.

СБОРНИК ЗАДАЧ

ПО

ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

часть I-я

СТАТИКА

С ПРИЛОЖЕНИЕМ

формул и подробных решений задач.

Составлено из задач дававшихся на упражнениях в 1922—1923 году в Московском Высшем Техническом Училище, в Московском Институте Инженеров Путей Сообщений, в Механико-Электротехническом Институте им. Ломоносова, в Институте Народного Хозяйства им. К. Маркса, в I-м Московском Государственном Университете и других ВУЗ'ов г. Москвы.

Издание 2-е переработанное и дополненное

под редакцией И. Н. Веселовского

Преподавателя Московского Высшего Технического Училища.

Разрешено Государственным Ученым Советом за № 1566.

Московское Академическое Издательство („МАКИЗ").

Москва—1923 г.

Дроздов
Кузнецов

Московское Академическое Издательство („МАКИЗ“) обращается с просьбой к профессорам, преподавателям и студентам сообщать по адресу Правления Издательства: Москва, Тверская, д. 37, о всех замеченных недостатках в книгах нашего издания, а так же рекомендовать и присылать к изданию или переизданию все книги и ... вых ощущается недоста...

Условия авторског... рукописи от автора.

Книги издаются ти... от тиража книги.

СТУДЕНЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА. КНИГА № 1.

СБОРНИК ЗАДАЧ

по

ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

часть I-я

СТАТИКА

с приложением

формул и подробных решений задач.

Составлено из задач дававшихся на упражнениях в 1922—1923 году в Московском Высшем Техническом Училище, в Московском Институте Инженеров Путей Сообщений, в Механико-Электротехническом Институте им. Ломоносова, в Институте Народного Хозяйства им. К. Маркса, в I-м Московском Государственном Университете и других ВУЗ'ов г. Москвы.

Издание 2-е переработанное и дополненное

под редакцией И. Н. Веселовского

Преподавателя Московского Высшего Технического Училища.

Разрешено Государственным Ученым Советом за № 1566.

Московское Академическое Издательство („МАКИЗ“).

Москва—1923 г.

Типография
Первой Московской Трудовой Артели.
Покровка, Лялин пер, д. № 6.

Главлит 13123 Тир. 1000.

Литографировано
В Литографии Московскаго Межевого Института
Гороховский пер., д. 4.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Первое издание настоящего задачника было первоначально выпущено для нужд тех студентов, которые по тем или иным причинам не могли воспользоваться об'яснениями преподавателя во время практических занятий. Второе издание этого задачника имеет в виду еще более приблизиться к указанной цели путем помещения особых вводных статей перед каждым отделом, представляющим краткую сводку всех необходимых пояснений и добавлений к общераспространенному курсу моего учителя Н.Е.ЖУКОВСКОГО, которые приходилось давать во время практических занятий студентов. Каникулярное время не позволило мне, к сожалению, воспользоваться практикой моих товарищей по Техническому Училищу, так что вся методика решений дана применительно к тем приемам, которые выработались во время моей личной практики, как в Техническом Училище, так и в бывшем Институте Инженеров Красного Воздушного Флота имени Н.Е.ЖУКОВСКОГО.

В этом же направлении переработаны все данные в первом издании решения задач, а также коренным образом изменена самая их группировка. Общий подбор задач оставлен в общем тот же, что и в первом издании, исключены лишь некоторые малоинтересные задачи, зато несколько увеличены отделы задач на равновесие плоской системы и на графостатику. В отделе задач по графостатике мною широко использован небольшой задачник по графостатике, выпущенный группой моих учеников-студентов Института Воздушного Флота т.т.Ариссоне, Кузнецова и др., за что считаю долгом выразить им свою благодарность.

И.Веселовский.

28-го июля 1923 года.

I. СИЛЫ ПРИЛОЖЕННЫЕ К ТОЧКЕ.

Основными формулами для определения равнодействующей являются:

1^{o}. Даны две силы и угол /γ/ между ними

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\gamma$$

2^{o}. Даны сколько угодно сил

$$R^2 = (\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2 + (\Sigma Z)^2$$

$$R\cos\alpha = \Sigma X;\ R\cos\beta = \Sigma Y;\ R\cos\gamma = \Sigma Z;$$

где ΣX, ΣY, ΣZ обозначают соответственно суммы проекций всех сил на координатные оси, α, β, γ углы равнодействующей с осями.

№ 1. К точке приложены силы P и P' в одну сторону, Q и Q' в другую. Если в первом направлении прибавить силу X, а во втором nX, то равнодействующая будет равна нулю. Определить X.

№ 2. По сторонам $< BAC = 45^{o}$ действуют силы: $AB = 1$ кгр., и $AC = 2$ кгр. Определить равнодействующую.

№ 3. Две силы, каждая в 12 кгр. образуют между собой угол в 60^{o}. Определить равнодействующую этих сил.

№ 4. Равнодействующая двух сил равна 10 кгр. и направлена перпендикулярно одной из них, равной тоже 10 кгр. Определить вторую составляющую.

№ 5. Две силы постоянны по величине, но переменны по направлению: наибольшая их равнодействующая равна 140 кгр, наименьшая 12 кгр. Определить эти силы.

№ 6. Из двух сил одна втрое больше другой. Если не изменяя направления к меньшей силе прибавим 10 кгр, а большую удвоим, то направление равнодействующей не изменится. Найти эти силы.

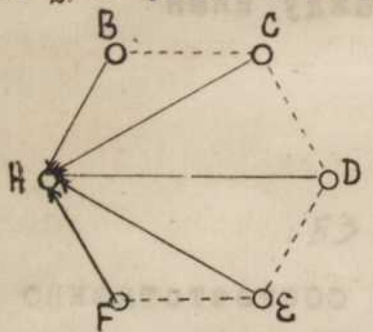
№ 7. Как относятся между собой две силы, если угол между ними равен 135^{o}, а равнодействующая равна меньшей силе.

№ 8. Равнодействующая двух сил P и Q равна их средней арифметической. Определить угол между этими силами.

№ 9. Две силы относятся как $2 : \sqrt{3}$. Равнодействующая их равна половине большей силы. Определить угол между этими силами.

№ 10. Сила P разложена на две составляющие P^1 и P^2 так, что разность $P_1 - P_2 = Q$ и угол между P и P_1 равен α. Найти P_1 и P_2 и угол α между ними.

№ 11.



К вершине правильного шестиугольника приложено пять сил равных соответственно AB, AC, AD, AE и AF. Найти их равнодействующую.

№ 12. На центр циферблата часов действуют 12 сил по направлению делений 1,2,3....12 по величине равное соответственно 1,2,3...12 кг. Найти их равнодействующую.

II. РАВНОВЕСИЕ ТОЧКИ.

Следует отмечать два типа задач на равновесие. В первом даются силы, действующие на точку и требуется определить то геометрическое положение равновесия, которое точка в конце концов займет под влиянием этих сил. Во втором равновесие уже имеется на лицо и требуется лишь определить реакцию связей. В связи с этим уравнения равновесия распадаются на две группы: 1° ур-ния не содержащие реакций связей дают условия, которым должны удовлетворят действующие силы для возможности равновесия и 2° ур-ния с реакциями связей, служащие для определения этих последних.

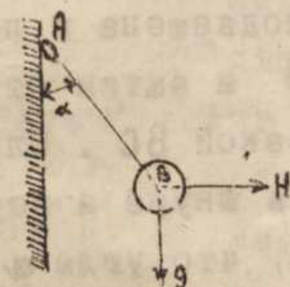
Для равновесия свободной точки необходимо, чтобы равнодействующая всех приложенных к ней сил равнялась бы нулю. Случай несвободной точки приводит к рассматриваемому, заменяя связь их реакциями. Поэтому общий метод решения задач на равновесие сводится к следующему: выбирают точку, равновесие которой хотят рассматривать, и отмечают внешние действующие на нее силы, затем данную точку освобождают, добавляя реакции связей /опять-таки действующие н а э т у т о ч к у, и ни в коем случае не от нее/ и пишут условия равенству нулю равнодействующей.

В простейших случаях можно пользоваться силовым треугольником, вообще же предпочтительно брать ур-ния проекций на координатные оси. Координатные оси надо выбирать таким образом, чтобы в каждое ур-ние входило бы минимальное число неизвестных сил /по возможности одна/; брать прямоугольные оси координат совершенно необязательно.

Направление реакции связей определяется из следующего принципа: рассматривают возможное перемещение точки, допускаемое данной связью - реакция связи должна быть перпендикулярна направлению полученного перемещения /при отсутствии трения/.

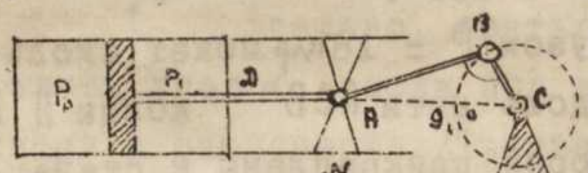
N 13. Две лошади, идущие по берегам канала тянут барку при помощи двух канатов. Силы натяжения канатов равны 5пуд. и 6 пудам; угол между ними 60°. Найти сопротивление воды P, испытываемое баркой при движении и углы α и β, которые должны составлять канаты с берегами канала, если барка движется параллельно берегам.

N 14.



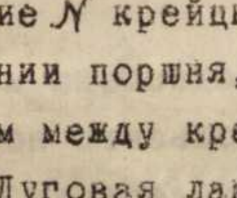
Тяжелый шарик B веса 9 висит на нити AB, укрепленной в точке A. Определить величину горизонтальной силы H, отклоняющей шарик от вертикали на угол α и натяжение S нити.

N 15.



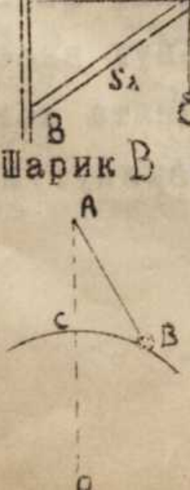
В паровой машине площадь поршня равна $0,1$ кв.метр.; длина шатуна AB 2 метр.; длина кривошипа $BC = 0,4$ метр.; давление пара в цилиндре за поршнем $P_0 = 6\,atm$; перед поршнем $P_1 = 1\,atm$. Найти силу P, вращающую кривошип и давление N крейцкопфа A на направляющие параллели при том положении поршня, когда угол $ABC = 90^{\circ}$. [$1\,atm = 1$ кгр на кв см. Трением между крейцкопфом и параллелями пренебрегаем.]

N 16. Дуговая лампа весом 30кгр подвешена к вертикальному



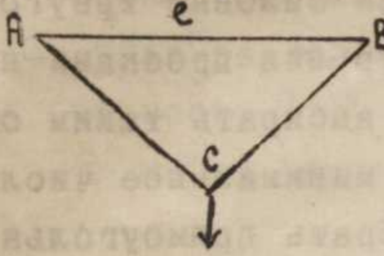
столбу помощью горизонтальной поперечины $AC = 80$см. и подкоса $BC = 100$см. Найти усилия S_1 и S_2 в брусках AC и BC.

N 17. Шарик B веса P подвешен к неподвижной точке A посредством нити AB и лежит на поверхности гладкой сферы радиуса R; расстояние $AC = d$ длина нити $AB = l$, прямая AO вертикаль-

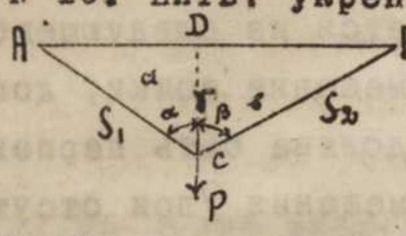


на. Определить натяжение T нити и реакцию Q сферы.

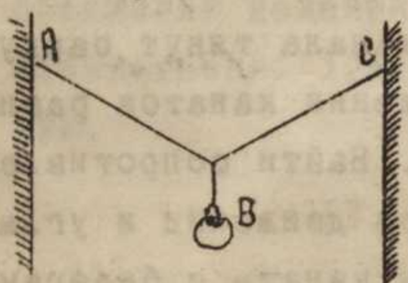
№ 18. Веревка длиной $2l$ закреплена в точках A и B, находящихся на одной горизонтальной прямой на расстоянии l. Вдоль веревки скользит кольцо P весом 4 кгр. Определить натяжение веревки при равновесии кольца.



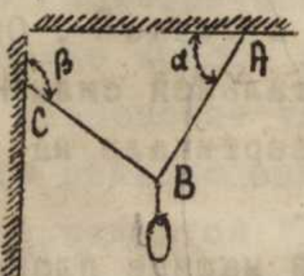
№ 19. Нить, укрепленная концами в A и B несет в C груз P. Определить натяжения S_1 и S_2 в частях нити, если $AC = a$, $BC = B$ и угол γ известен



№ 20. Дуговая лампа подвешена в точке B к середине троса ABC, прикрепленного концами к крюкам A и C, находящимися на одной горизонтали. Определить натяжение T_1 и T_2 в частях троса AB и BC, если вес лампы =15 кгр, а угол $ABC = 120^0$.

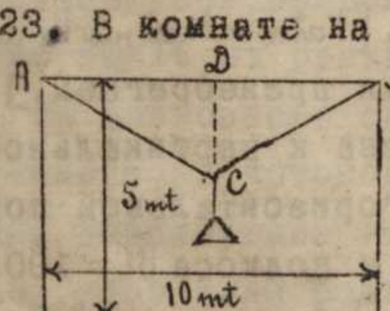


№ 21. Электрическая лампа весом 2 кгр подвешена к потолку на шнуре AB и затем оттянута к стене веревкой BC. Определить натяжение в шнуре и веревке, если известно, что углы $\alpha = 60^0$ и $\beta = 135^0$.

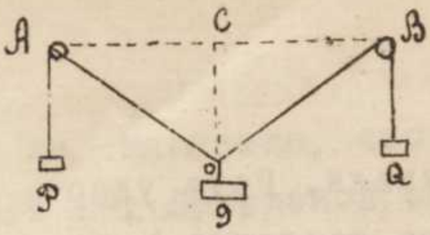


№ 22. Гладкое кольцо C с грузом $P = 18$ кгр может скользить вдоль нити ACB, концы A и B которой прикреплены к стенам. Расстояние между стенами $AD = 4$ mtr; длина нити $ACB = 5$ mtr. Определить натяжение нити.

№ 23. В комнате на высоте 5 mt от пола подвешена лампа могущая свободно скользить по шнуру AB. Шнур может выдержать натяжение равное 50 кгр, лампа весит 2 кгр. На какую предельную высоту от пола может быть поднята лампа?



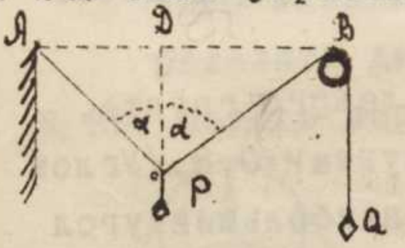
№ 24. Через два небольших гладких блока перекинут шнур,



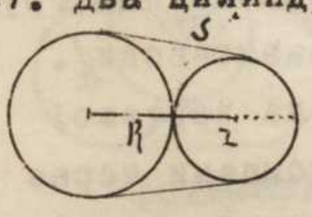
на который подвешены /неподвижно/ грузы P, Q и 9. Найти отношение $\frac{AC}{BC}$ при равновесии.

№ 25. При условиях предыдущей задачи найти отношение AO. к OB.

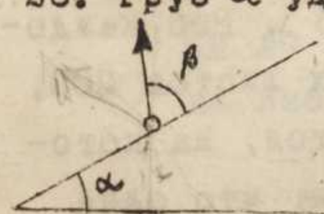
№ 26. Нить укреплена в точке A и перекинута через небольшой блок B. В каком отношении должны находиться P и Q, чтобы при равновесии вертикальное направление силы P делило бы AB пополам. [$AB=a$, $AC=CB=b$]



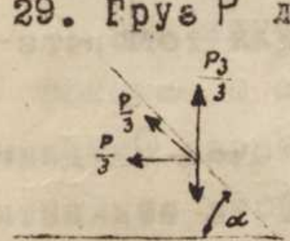
№ 27. Два цилиндра стянуты шнуром, натяжение которого постоянно по всей длине и имеет величину S. Найти давление цилиндров друг на друга.



№ 28. Груз Q удерживается на наклонной плоскости силою P образующей с плоскостью угол β. Наклон плоскости к горизонту равен α. Определить силу P при равновесии, а также реакцию N плоскости.

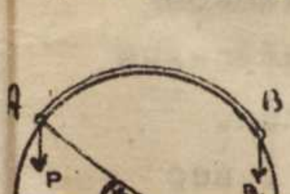


№ 29. Груз P лежит на наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол α. На него действуют три силы, равные каждая одной трети его веса, одна действует вертикально, другая горизонтально, третья параллельно плоскости. Определить угол α, если под действием этих сил груз находится в равновесии. /Трением пренебрегаем/.

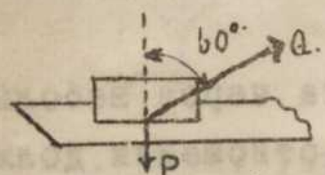


№ 30. На двух взаимно перпендикулярных наклонных плоскостях AB и BC лежит шар O весом 6кгр. Определить давление шара на каждую плоскость, зная, что плоскость BC составляет с горизонтом угол 60°.

№ 31. На вертикальном полукруге помещен невесомый шнур AB, длина которого равна $\frac{1}{4}$ всей окружности. На концах шнура помещены две весомые точки A и B, весящие соответственно P и Q гр. Определить угол α при равновесии.



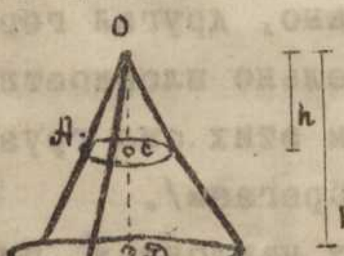
№ 32. На столе лежит груз 100 гр. На этот груз действует сила равная 50 гр. под углом 60° к вертикали. Груз удерживается трением. Определить нормальное давление N на стол, силу трения R и коэффициент трения K./ Сила трения равна нормальному давлению, помноженному на коэффициент трения/.



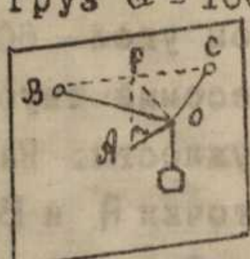
№ 33. Найти угол естественного откоса земленого грунта, если коэффициент трения для этого грунта $K=0,8$./Углом естественного откоса называется тот наибольший угол наклона откоса к горизонту, при котором частица грунта, находящаяся на откосе остается в равновесии/.

Мещ.-№34 № 34. Листы бумаги, сложенные как показано на чертеже, склеиваются свободными концами через один таким образом, что получаются две самостоятельных кипы A и B. Вес каждого листа 6 грм, число всех листов 200, коэффициент трения о бумагу а также о стол, на котором бумага лежит, равен 0,2. Предполагая, что одна из кип удерживается неподвижно, определить наименьшее горизонтальное усилие P необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.

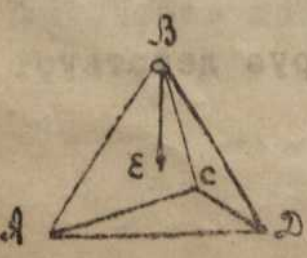
№ 35. Кольцо веса P подвешено тремя нитями к точке O. Длина нитей равна $2l$ каждая. на эти нити надето кольцо меньшего радиуса, но того же веса P так, что нити делятся пополам. Найти отношение высот $h:H$ в предположении, что веса колец равномерно распределяются между всеми тремя нитями.



№ 36. Груз $Q=100$ кгр поддерживается брусом OA наклоненным под углом 45° к горизонту и двумя горизонтальными цепями BO и CO одинаковой длины; $\angle OCB = \angle CBO = 45^\circ$. Найти усилие Q в брусе OA и натяжение T цепей.



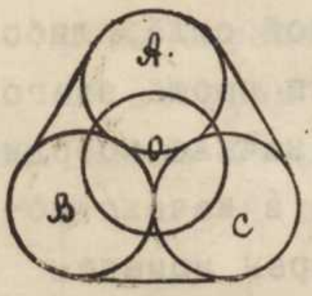
№ 37. К вершине B треножника $ABCD$ подвешен груз E, вес которого равен 10 кгр. Ножки имеют равную длину, стоят на горизонтальном и образуют между собой равные углы. Определить усилие в каждой из ножек, ес-



ли известно, что они образуют с веревкой углы в 30°.

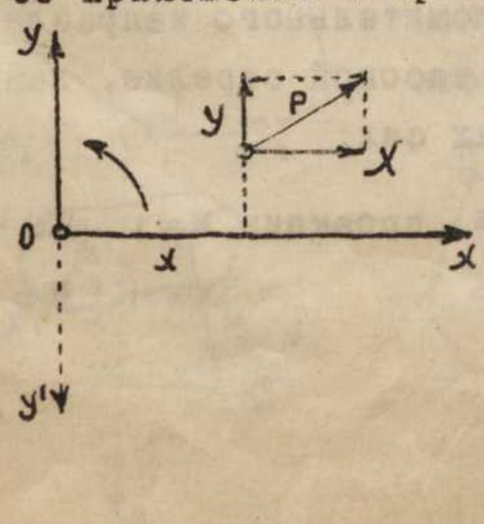
№ 38. Привязной аэростат, прикрепленный к земле двумя одинаковой длины канатами AB и AC порывом ветра отнесен в сторону так, что первоначальная высота поднятия уменьшилась вдвое. Зная, что натяжение каждого каната $F = 80$ клг и угол между ними $= 60^{\circ}$, определить давление ветра и под"емную силу шара.

№ 39. Четыре шара A, B, C и O одинакового веса 10 клг и радиуса образуют пирамиду: три шара A, B и C лежат на горизонтальной плоскости, взаимно прикасаются и обвязаны шнуром, огибающим их в экваториальной плоскости, а четвертый шар O лежит на трех нижних. Определить натяжение шнура T, вызываемое давлением верхнего шара. /Принимаем, что шнур начальной затяжки до того момента как верхний шат лег на нижние, не имел/.



III. СИЛЫ, РАСПОЛОЖЕННЫЕ КАК УГОДНО В ПЛОСКОСТИ.

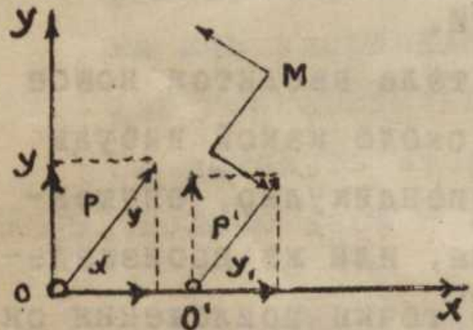
При изучении равновесия твердого тела вводится новое понятие о вращающем моменте. Момент около какой нибудь точки равен произведению силы на перпендикуляр, опущенный из этой точки на направление силы, или же произведению расстояния от центра моментов до точки приложения силы на величину проекции этой силы на направление, перпендикулярное упомянутому расстоянию. Для плоской системы сил момент относительно точки есть величина чисто алгебраическая /не векториальная/. Момент равнодействующей равен алгебраической сумме моментов составляющих. На основании этой теоремы могут быть получены известные аналитические формулы для момента силы по координатам точки ее приложения и проекций ее на координатные оси. При



указанном расположении координатных осей и при выборе положительного направления вращения против стрелки часов момент силы около точки будет: $M_p = Yx - Xy$

Если бы мы за положительное вращение приняли бы по стрелке часов, или же взяли расположение координатных осей $X Y'$, то эта формула, как нетрудно видеть, изменила бы свой знак. Следует поэтому твердо помнить, что вид формулы для момента зависит от выбора положительного направления вращения и расположения координатных осей; без указания этих двух данных формула для момента никакого смысла не имеет. /Частая ошибка студентов при ответах/.

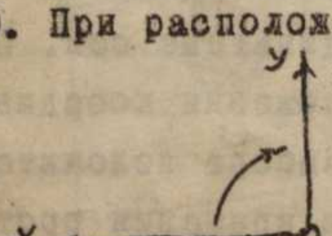
Если мы имеем какую угодно систему сил в плоскости, то она всегда может быть приведена либо к одной силе, либо к одной паре. Самое приведение аналитически проще всего делается так; выбираем подходящим образом начало координат и направления осей, переносим все силы в начало координат, добавляя соответствующие пары /берем моменты переносимых сил относительно начала/ и складываем отдельно силы и добавленные моменты. Если полученная равнодействующая равна нулю, то мы имеем пару, момент которой как раз равен полученной сумме моментов. Если равнодействующая не равна нулю, то, перенося соответствующим образом



точку ее приложения, всегда можно уничтожить имеющуюся пару. Например, пусть, перенося все силы в точку O и сложив, мы получили равнодействующую $/X, Y/$ и момент $\mathcal{M}$. Выбрав OO' так, чтобы $Y.\overline{OO'} = \mathcal{M}$ и отложив его в подходящую сторону /в данном случае вправо/, мы заменим силу Y и пару $\mathcal{M}$ одной силой $Y' = Y$ приложенной к точке O' ; перенося в эту точку силу X и сложив, получаем окончательно равнодействующую $P' = P$ и точку ее приложения O' .

Графически равнодействующая находится при помощи веревочного многоугольника.

№ 40. При расположении координатных осей указанном на черт.



и при выборе положительного направления вращения по часовой стрелке, найти момент следующих сил:

а/ Точка приложения: $x=-1,\ y=+2$ проекции $X=1$, $Y=-6$

в/ $x=0,\ y=-3$ $X=-1$, $Y=8$

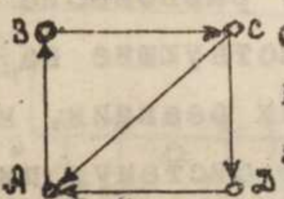
с/Точка приложения: $x=-2$, $y=+4$ проекции $x=0$, $y=-1$

д/ $x=-1$ $y=-6$ $x=1$ $y=0$

N 41. Три параллельные силы в 1, 4, 7 приложены к трем точкам A, B, C, лежащим на одной прямой; при этом дано $AB=BC=l$. Сила в 7 кгр направлена в сторону противоположную двум первым силам. Найти величину и точку приложения D равнодействующей.

N 42. На вершины треугольника ABC действуют параллельные силы, пропорциональные длинам противоположных сторон. Определить расстояние центра параллельных сил от стороны BC. Даны стороны a, b, c и углы A, B, C.

N 43. Вдоль сторон квадрата $ABCD$ и его диагонали AC действуют, как указано на чертеже, пять равных сил P. Найти их равнодействующую, зная, что сторона квадрата равна a.



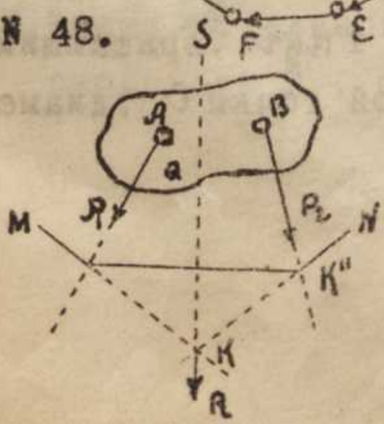
N 44. Найти равнодействующую R трех сил P, $2P$ и $3P$, приложенных к вершинам равностороннего треугольника перпендикулярно к его сторонам и действующих, как указано на чертеже / $AC=a$ /.

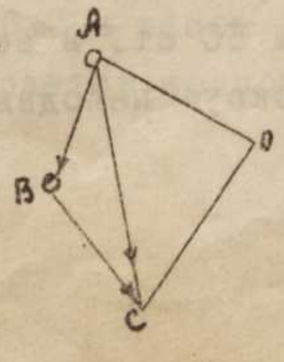
N 45. Вдоль сторон квадрата действуют по часовой стрелке четыре силы соответственно равные 2, 4, 6 и 8 кгр. Заменить их силой и парой, выбрав за точку приведения центр квадрата / $AB=a$ /.

N 46. Даны две пары / P, P' /, / Q, Q' /, силы которых направлены по сторонам параллелограма $ABCD$ и равны соответствующим сторонам его. Определить момент равнодействующей пары.

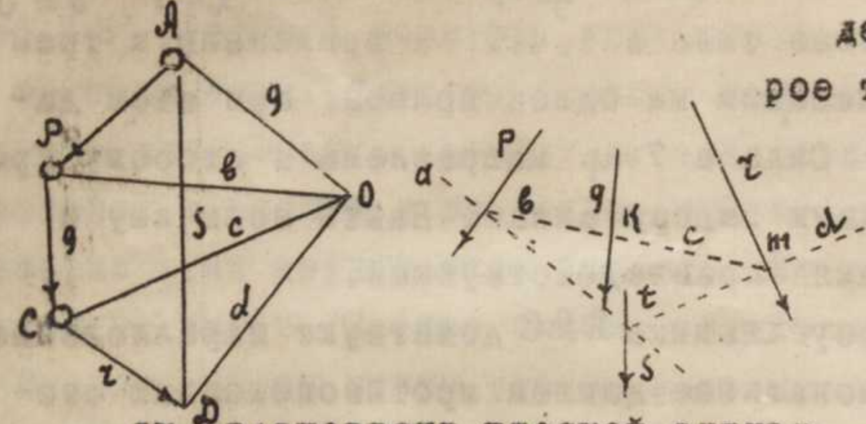
N 47. По сторонам произвольного многоугольника $ABCDEFG$ действуют, как указано на чертеже, силы пропорциональные соответствующим длинам сторон. Привести эту систему к простейшему виду.

N 48. Найти графическим путем равнодействующую сил P_1 и P_2 приложенных к телу Q.





№ 49. Найти графическим путем равнодействующую сил $P\,q\,r$ и действующих на некоторое твердое тело.

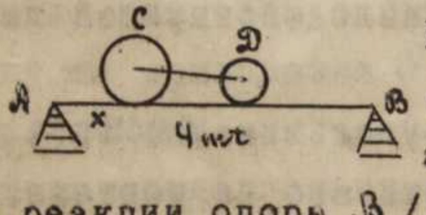


IV. РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ.

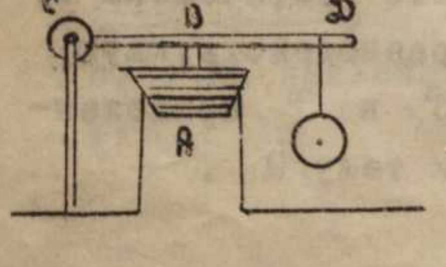
Задачи на равновесие плоской фигуры решаются аналогично задачам на равновесие точки: берем фигуру, равновесие которой желаем рассматривать, определяем действующие на нее силы, освобождаем ее от связей, добавляя их реакции, и, выбрав наиболее удобным образом координатную систему, пишем условия равновесия. Для свободной плоской фигуры будут три ур-ния равновесия: $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$ и $\Sigma M = 0$ /сумма моментов около произвольной точки/. В случае параллельных сил достаточно д в у х условий. Вместо написанных ур-ний можно так же брать условия равенства нулю моментов около двух произвольных точек /2 ур-ния и одно ур-ние проекций/ или даже трех /не лежащих на одной прямой/.

№ 50. Груз в 200 кгр подвешен на балке, концы которой подперты горизонтально. Вес балки равен 150 кгр. Точка C, в которой подвешен груз, находится на четверть длины всей балки, считая от A. Определить реакции опор.

№ 51. На горизонтальную балку, лежащую на двух опорах AB расстояние между которыми равно 4 мтр. Надо положить два груза, один C в 200 кгр, другой D в 100 кгр, так, чтобы реакция опоры A была бы в два раза больше реакции опоры B / если пренебречь весом балки/. Каково должно быть расстояние x груза C от опоры A ?



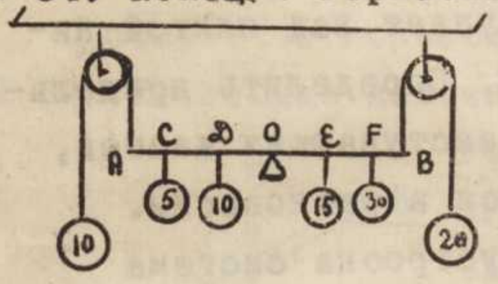
№ 52. Предохранительный клапан A парового котла соединен стержнем AB с однородным рычагом CD длины 50 ст. и веса 1 кгр, вращающимися вокруг неподвижной точки C ;диаметр



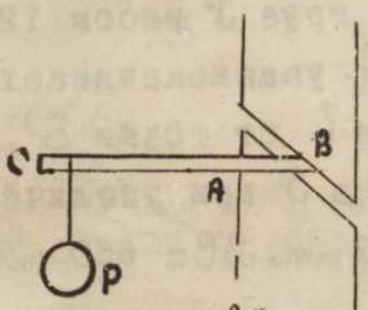
клапана A = 6 ст., BC=7 ст. Какой груз Q нужно подвесить к концу D рычага, чтобы клапан сам открывался при давлении в котле в 11 атмосфер, при чем следует считать 1 атм. = 1 kgr на кв. ст.

№ 53. К однородному стержню, длина которого 1,2 mtr, а вес 6 kgr подвешены четыре груза на равных расстояниях друг от друга, два крайние на концах. Первый груз слева весит 2 kgr, каждый последующий тяжелее предыдущего на 1 kgr. На каком расстоянии x от левого конца нужно подвесить стержень, чтобы он оставался горизонтальным?

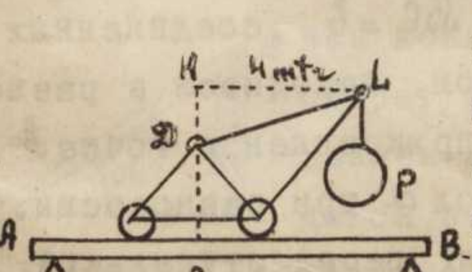
№ 54. Конец A горизонтального стержня AB весом 20 kgr и длиною 5 mtr оттягивается кверху силой 10 kgr при помощи груза и веревки, перекинутой через блок. Конец B таким же образом оттягивается силой в 20 kgr В точках C, D, F, отстоящих между собой и от точек A и B на 1 mtr подвешены грузы 5, 10, 15 и 20 kgr. В какой точке O надо подпереть стержень, чтобы он оставался в равновесии.



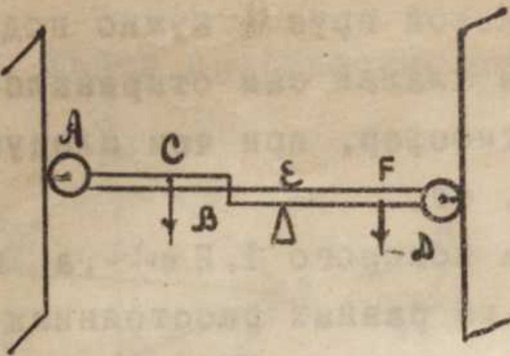
№ 55. Железная балка длиною в 4 mtr и весом 0,5 tn заложена в стену, толщина которой равна 0,5 mtr так, что опирается на нее в точках A и B. Определить реакции в этих точках, если к свободному концу балки подвешен груз P = 4 tn.



№ 56. На балке AB длиной 10 mtr уложен путь для под"емного крана. Вес крана равен 5 tn и центр тяжести его находится на оси CD; вес груза P, вес балки AB = 3 tn, вылет крана KL = 4 mtr. Найти опорные реакции в точках A и B при том положении крана, когда он находится в одной вертикальной плоскости с балкой AB и расстояние AC = 3 mtr.

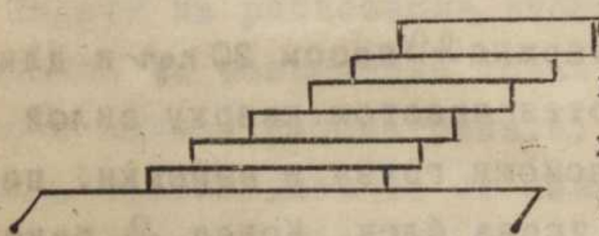


№ 57. Балка AB длиной 16 mtr и весом 1 tn, могущая вращаться около оси A, опирается концом B на другую балку BD



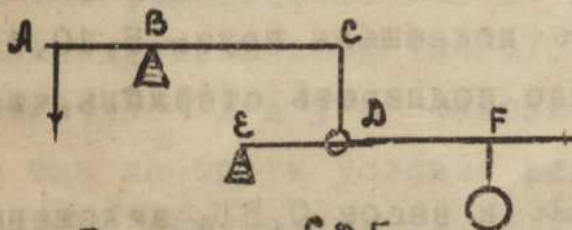
длиною в 12 mtr весом 0,8 tn, которая подперта в точке E и соединена со стеной шарниром D. В точках C и F помещены грузы по 0,4 tn каждый. Расстояния AC = 12 mtr., ED = 8 mtr, FD = 4 mtr. Определить опорные реакции.

N 58. Несколько однородных прямоугольных плит одинакового веса и одинаковой длины $2l$



сложены так, что часть каждой плиты выступает над плитой ниже лежащей. Определить предельные длины выступающих частей, при которых плиты будут находиться в равновесии.

N 59. Для измерения больших усилий Q устроена система

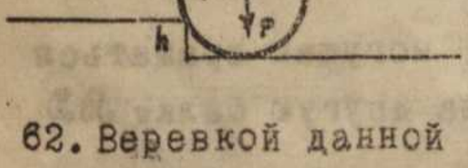


двух неравноплечных рычагов ABC и EDF, соединенных между собою тяжем CD. В точках B и E имеются неподвижные опоры. По рычагу EDF может передвигаться груз P весом 12,5 кгр. Сила Q, приложенная в точке A, уравновешивается грузом P, помещенным на расстоянии l от точки E. На какую длину α надо передвинуть груз P при увеличении силы Q на 1000 кгр. Размеры AB = 3,3 mm., BC = 660 mm, ED = 50 mm.

N 60. Угольник, состоящий из двух одинаковой толщины линеек $AB = a$ и $BC = b$, соединенных

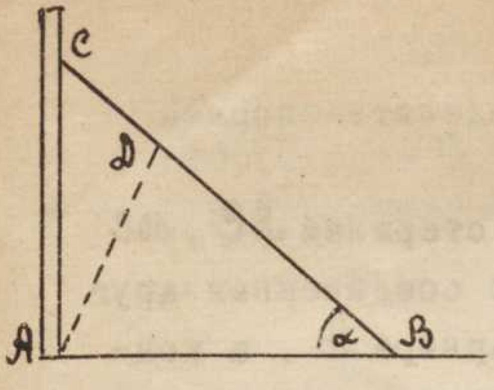
под прямым углом, находится в равновесии, будучи прикреплен в точке A. Определить угол α при равновесии.

N 61. Кольцо радиуса R и веса P стоит перед ступенькой



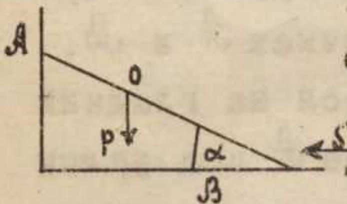
высотой h. Найти наименьшее горизонтальное усилие H, которое надо приложить к его оси для того, чтобы оно поднялось на ступеньку.

N 62. Веревкой данной длины l желают свалить телеграфный столб. В какой точке столба надо прикрепить веревку,

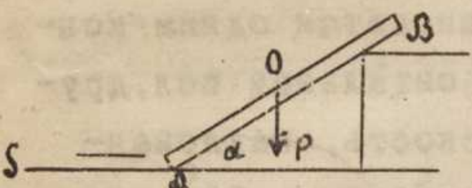


чтобы свалить его наименьшей силой.

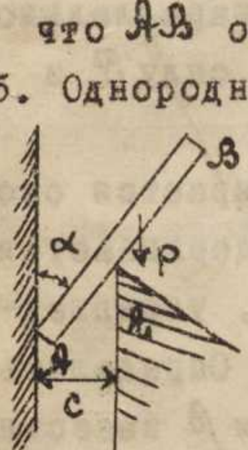
№ 63. Невесомая палочка AB длины l опирается своими концами на горизонтальную и вертикальную плоскости. В точке O /$OB = a$/ к ней прикреплен груз P, а в точке B действует горизонтальная сила S. Определить силу S и реакции в точках A и B при равновесии, зная, что AB образует с горизонтом угол α.



№ 64. Невесомая палочка длины l одним концом опирается на горизонтальную плоскость, а другим на угол B. На расстоянии $OA = a$ от конца палочки на нее действует груз P, а в точке A горизонтальная сила S. Определить силу S и давление в A и B при равновесии, зная, что AB образует с горизонтом угол α.

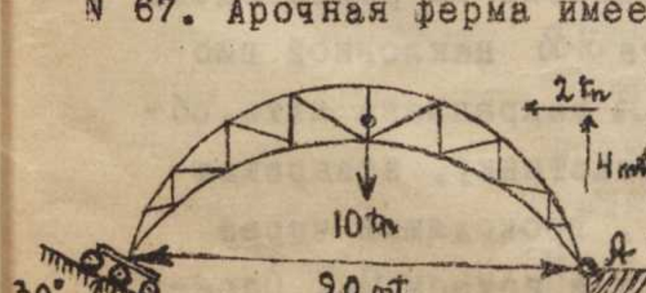


№ 65. Однородный стержень AB веса p опирается в точке A на вертикальную плоскость и в точке A_1 на неподвижную подпору. Определить угол α при равновесии и давлении в точках A и A', если известно, что $AB = 2r$ и расстояние точки A' от вертикальной плоскости $= c$.



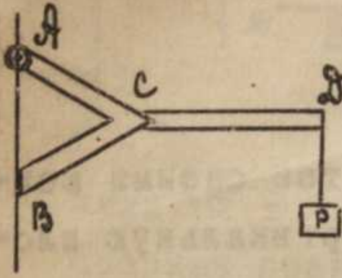
№ 66. Стропила односкатной крыши состоят из бруса AB, верхним концом B свободно лежащего на гладкой опоре, а нижним A упирающегося в стену. Наклон крыши $tg\,\alpha = 0{,}5$; на брус AB приходится вертикальная нагрузка 900 кгр, приложенная в середине бруса. Определить реакции опор в точках A и B.

№ 67. Арочная ферма имеет неподвижный опорный шарнир в точке A, а в точке B подвижную гладкую опору, плоскость которой составляет угол 30° с горизонтом. Пролет $AB = 20$ mtr. Собственный вес фермы 10 tn. Горизонтальное давление ветра 2 направлено параллельно AB и точка его при-

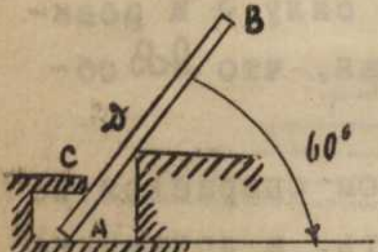


ложения отстоит от AB на 4 $м$. Определить опорные реакции.

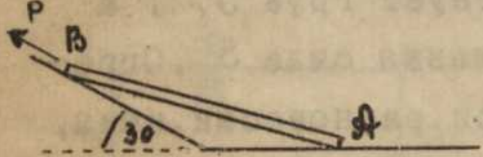
N 68. Вешалка, состоящая из трех равных стержней AC, BC и CD веса p неизменно соединенных друг с другом, висит на шарнире A, а концом B упирается в гладкую вертикальную стену. К концу D подвешен груз P. Определить реакции стены в точках A и B.



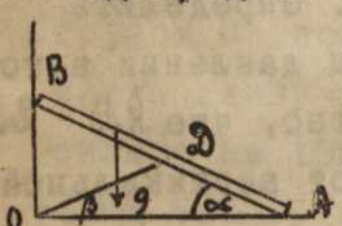
N 69. Однородная балка AB весом 20 кг опирается на гладкий горизонтальный пол в точке A под углом 60° и кроме того поддерживается двумя опорами C и D. Определить реакции опор в точках B, C и D, если $AB = 3$ мтр, $AC = 0{,}5$ мтр, $AD = 1$ м.



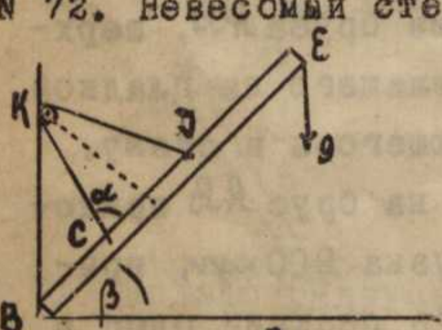
N 70. Однородный брус AB весом 100 кг опирается одним концом о гладкий горизонтальный пол, другим на гладкую плоскость, наклоненную к горизонту под углом в 30°. На конец B бруса действует параллельно наклонной плоскости сила P. Определить силу P и реакции в точках A и B при равновесии.



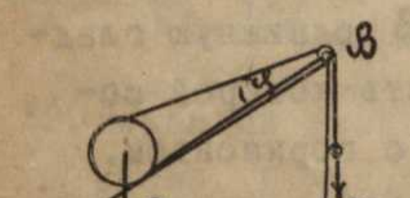
N 71. Однородный стержень длины l и веса q опирается своими концами о стену и пол и удерживается в равновесии натяжением нити, укрепленной одним концом в точке O. Определить натяжение нити, если углы α и β известны.



N 72. Невесомый стержень BE упирается концом B в угол между стеной и полом. На конце E находится груз q; в точках C и D стержень поддерживается нитью, проходящей через блок K, прикрепленный к стене. Найти натяжение S нити и реакцию в точке B, если даны углы α и β, $BC=DE$, $CA=AD$, $KD=KC$.

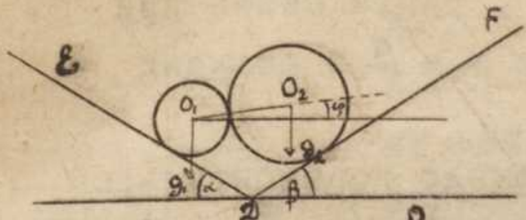


N 73. Круглая пластинка весом P поставлена на ребро вдоль наибольшего ската AB наклонной плоскости. В точке B закреплена нить, обходящая кругом пластинку, возвращающаяся в точку B, проходящая через блок и обремененная грузом Q. Опре-

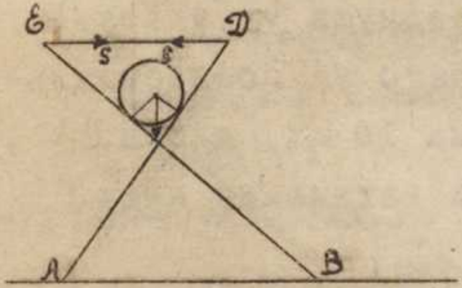


делить угол φ при равновесии.

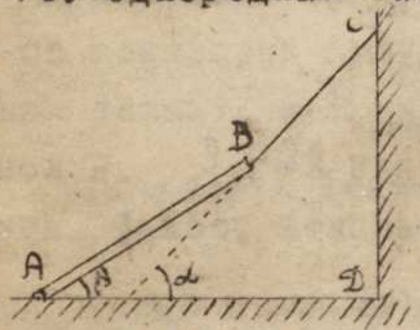
N 74. Две плоскости DE и DF наклонены к горизонту под углами α и β. Между ними помещаются шары O_1 и O_2 веса q_1 и q_2. Определить угол φ, составляемый линией центров этих шаров с горизонтом, при равновесии.



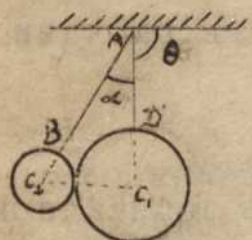
N 75. Шар радиуса R и веса $2Q$ установлен в отверстии, образованном двумя стержнями длины $2a$ и веса q, соединенными в их серединах и раздвинутыми под углом 2α. В точках ED стержни соединены нитью. Определить напряжение нити S при равновесии.



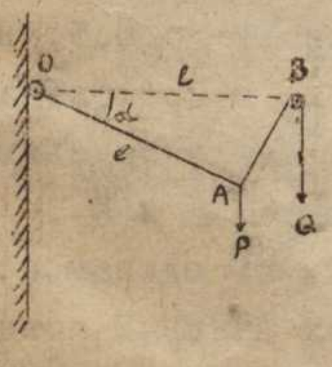
N 76. Однородная балка AB, длина которой $2l$, а вес P прикреплена к горизонтальному полу AD концом A при помощи шарнира; другой конец его B привязан к стене веревкой BC. Определить реакцию шарнира и натяжение веревки T, если даны углы α и β.



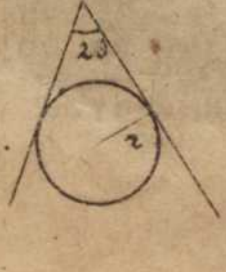
N 77. Два шара C_1 и C_2, радиусы которых R_1 и R_2, а веса P_1 и P_2, подвешены на веревках AB и AD; $AD=l_1$, $AB=l_2$; $l_1+R_1=l_2+R_2$. Определить угол θ, образуемый веревкой AB с горизонтом, натяжение веревок T_1 и T_2 и давления одного шара на другой.



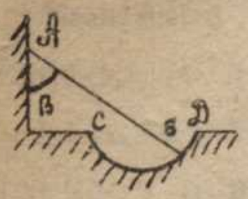
N 78. Невесомый брус AO длиной l прикреплен на шарнире к стене; к концу A подвешен груз P и прикреплена веревка, другим концом переброшенная через блок B и оттягиваемая грузом Q. Зная, что точки O и B находятся на одной вертикали и $OB = OA$, определить угол α при равновесии.



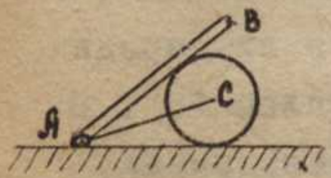
N 79. Два одинаковых бруса длины $2a$ соединены шарниром и помещены на поверхность цилиндра радиуса r. Найти угол между брусками 2θ в положении равновесия.



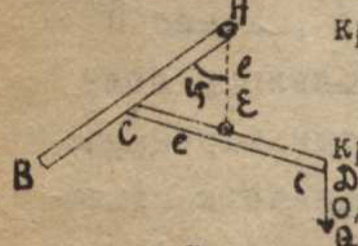
№ 80. Однородная палочка длины l опирается одним концом на вертикальную стену, а другим на внутреннюю поверхность полусферы радиуса r. Дуга BD охватывает угол α. Найти связь при равновесии между углами α и β и реакции в точках A и B.



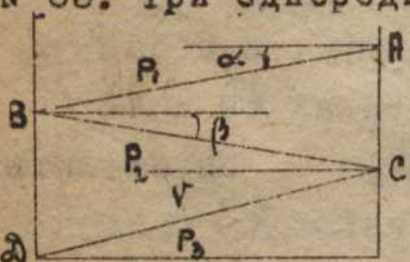
№ 81. Брусок AB, могущий вращаться около горизонтальной оси A, опирается на поверхность гладкого горизонтального цилиндра радиуса r, удерживаемого нитью AC и лежащего на горизонтальной плоскости. Вес бруска 16 кгр; длина AB $=3$, $AC=2r$. Определить натяжение нити T и давление бруска на шарнир.



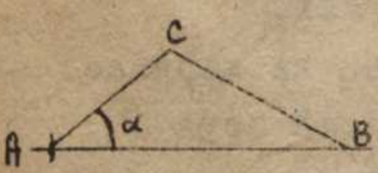
№ 82. Стержень AB длины $2l$ и веса P может вращаться вокруг конца A. Он опирается на стержень CD той же длины $2l$, могущий вращаться вокруг своей средины E. Точки A и E лежат на одной вертикали в расстоянии $AE=l$. К концу D подвешен груз $Q=2P$. Определить угол φ при равновесии.



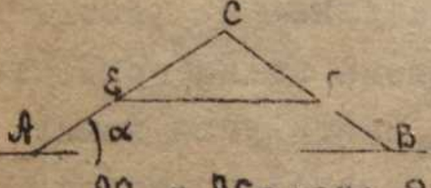
№ 83. Три однородных стержня расположены как указано на чертеже. Углы их с горизонтом α, β, γ и веса P_1, P_2, P_3 даны. Определить реакции в точках A, B, C и D.



№ 84. Стропила состоят из двух брусьев AC и BC одинаковой длины, скрепленных в точке C и врубленных нижними концами в горизонтальную затяжку AB. Наклон крыши $tg\alpha=0,5$; нагрузка на каждый из брусьев равна 900 кгр и приложена в середине бруса. Определить давление между брусьями в точке C и давление на затяжку в точках A и B.

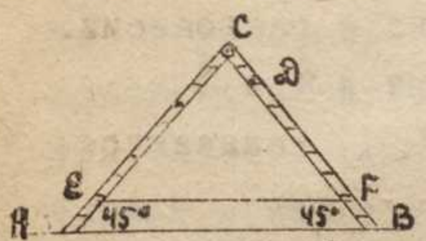


№ 85. Стропила состоят из двух брусьев AC и BC одинаковой длины, свободно лежащих нижними концами на стенах и связанных горизонтальной затяжкой EF. Наклон крыши $tg\alpha=0,5$; $AC=360$; нагрузка на каждый из брусьев AC и BC равна 800 кгр и приложена в середине бруса. Оп-



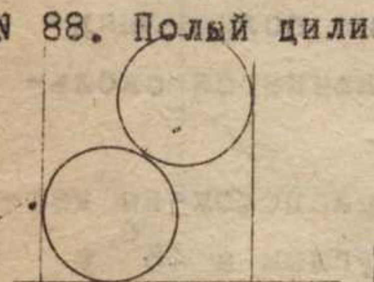
ределить давление на стену в точке A и распор S в затяжке EF .

N 86. На гладком горизонтальном полу стоит переносная лестница, состоящая из 2-х частей AC и BC, длиной по 12 арш., весом по 1 пуду каждая, соединенных шарниром C и веревкой EF ; расстояние $BF = AE = 1$ арш.; в точке D на расстоянии $CD = 1$ арш. стоит человек, весящий 4 пуда. Определить реакции пола и шарнира и натяжение T веревки EF , если углы в точках A и B равны 45^{0} .

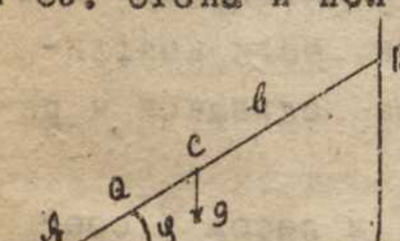


N 87. Мост состоит из двух частей, связанных между собой шарниром A и прикрепленных к береговым устьям шарнирами B и C . Вес каждой части моста 4 tn , их центры тяжести D и E . На мосту находится груз $P = 2$ tn ; размеры указаны на чертеже. Определить давление в шарнире A и реакции в точках B и C .

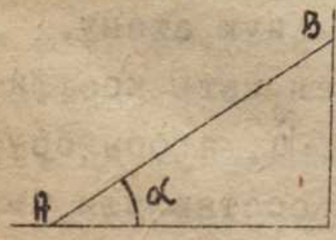
N 88. Полый цилиндр радиуса R с очень тонкими стенками, открытый с обоих концов, поставлен на горизонтальную плоскость. Внутрь его кладут два шара радиуса r и веса p $(r > \frac{R}{2})$. Каков должен быть наименьший вес цилиндра Q, чтобы он не упал.



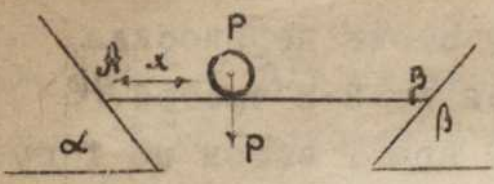
N 89. Стена и пол шероховаты. Стержень AB неоднороден, так что его центр тяжести находится в C , причем $AC = a$, $BC = b$. Найти положение равновесия, если коэффициент трения для пола K_1, а для стены K_2 .



N 90. Лестница AB упирается в гладкую стену и на негладкий пол с коэффициентом трения K . Под каким углом α надо поставить лестницу, чтобы по ней мог бы подняться до самого верха человек, вес которого равен весу лестницы.

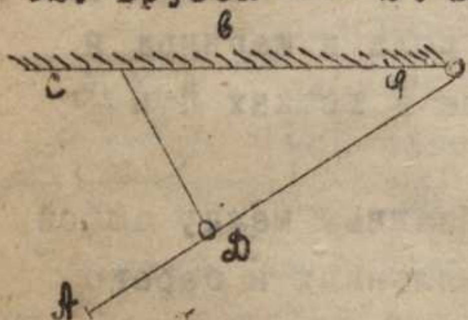


N 91. Невесомый стержень AB длины l опирается на две плоскости, занимая горизонтальное положение. По нему скользит шар веса P. Определить расстояния шара от



A в двух крайних положениях, при которых силы трения еще могут удерживать стержень в равновесии. Коэффициенты трения в A и B: $K_1 = tg\varphi_1$ и $K_2 = tg\varphi_2$ /φ_1 и φ_2 называются углами трения/.

N 92. Брусок AB $2l$ весом g, укреплен в B на шарнире и

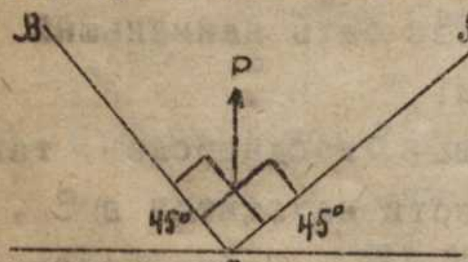


удерживается в равновесии нитью CD α, на которой имеется кольцо D, надетое на брусок. Коэффициент трения между кольцом и бруском $= tg\alpha$. $BC = b$. В каких пределах будут изменяться при равновесии угол φ, давление D и натяжение S нити.

N 93. Полуцилиндр радиуса r и веса g опирается на два других полуцилиндра того же веса и

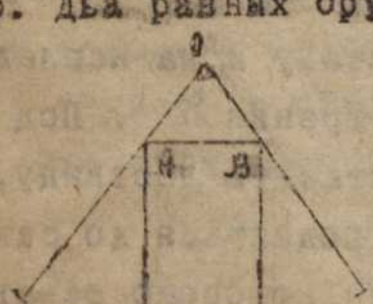
радиуса. Поверхности полуцилиндров гладкие, коэффициент трения между телом и нижним полуцилиндром равен K. При каком расстоянии x начнется скольжение нижних полуцилиндров.

N 94. Три одинаковых кубика веса g каждый расположены меж-



ду наклонными под углом в 45^o к горизонту плоскостями OB и OA. Определить силу, с какой надо подымать средний кубик, если коэффициент трения везде одинаков и равен $K = tg\varphi$

N 95. Два равных бруска каждый длиной $2l$ и весом P соединены в O шарниром и опираются

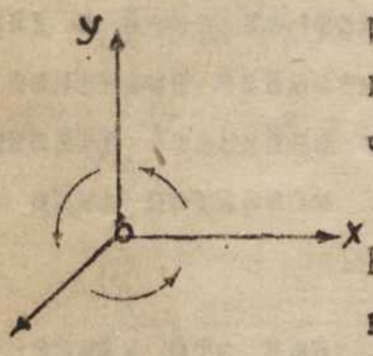


в A и B на вертикальную стену.

Как велик должен быть коэффициент трения в A и B, чтобы бруски при равновесии составляли бы между собой прямой угол. Каковы при этом реакции опор в точках A и B. Расстояние $AB = a$. /Сравнить с задачей 79/.

V. Система сил в пространстве.

Для сил в пространстве следует отличать момент около точки и момент около оси. Момент около точки есть вектор численно равный удвоенной площади треугольника, образованного центром моментов и силой, и действующий по прямой перпендикулярной этой плоскости, в ту сторону, откуда зрителю сила представляется вращающей в положительном направлении. Моментом около оси называется проекция на эту ось момента около какой-нибудь точки этой оси, определенного, как выше сказано. Величина этого момента не зависит от выбора точки, около которой момент берется; она равна проекции силы на плоскость перпендикулярную данной оси, помноженной на расстояние этой проекции до оси. Аналитически момент около точки всегда задается моментом около трех перпендикулярных осей, проходяших через эту точку: $M_0=\sqrt{(M_x)^2+(M_y)^2+(M_z)^2}$. Формулы дающие выражения моментов около осей по проекциям силы на эти оси и координатам точки приложения при указанном

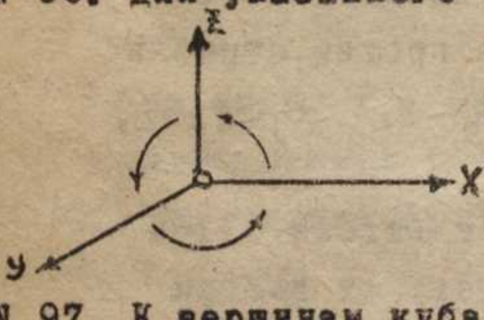


расположении осей и положительном направлении вращения против стрелки часов таковы: $M_x = Zy - Yz$, $M_y = Xz - Zy$, $M_z = Yx - Xy$

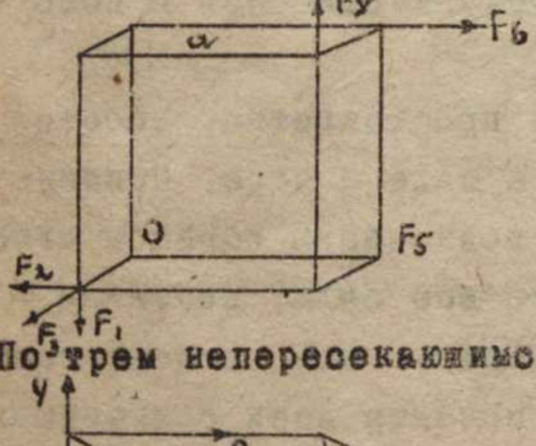
Как уже указывалось в отделе III-м вид этих формул зависит от выбора положительных направлений координатных осей и положительной стороны вращения.

Произвольная система сил в пространстве, вообще говоря, может быть приведена к силе и паре. Приведение производится так: выбрав подходяшим образом начало координат, переносим в него все силы, добавляя соответствуюшие пары, и складываем все приложенные к этой точке силы, а также и моменты всех получившихся пар. Таким образом мы будем иметь равнодействуюшую R /проекции на оси: X, Y, Z / и пару с главным /равнодействуюшим/ моментом T /проекции на оси L, M, N/. Не следует думать, что главный момент перпендикулярен равнодействуюшей /это справедливо лишь, когда система может быть приведена к одной силе/. Величина равнодействующей R не зависит от выбора той точки, в которую мы поместили начало координат; величина же главного момента с изменением этой точки, вообще, меняется, но проекция главного момента на направление равнодействующей постоянна и не зависит от выбора начала координат. Величина $R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$ и $RT\cos(R,T) = LX + MY + NZ$ являются таким образом инвариантами данной системы сил. Если $R^0 = 0$, то система приводится к паре с моментом (L, M, N); если $R = 0$, но $LX + MY + NZ = 0$, то система может быть приведена только к одной равнодействующей /см., как это мы делали для плоской системы/. В общем строе можно привести к силе и к паре, момент, который направлен по силе. Для этого разлагаем наш главный момент по направлению равнодействующей и перпендикулярному; последний момент всегда можем уничтожить, подходящим перенесением точки приложения равнодействующей. Геометрическое место точек, для которых главный момент направлен по равнодействующей есть прямая - так называемая центральная ось данной системы.

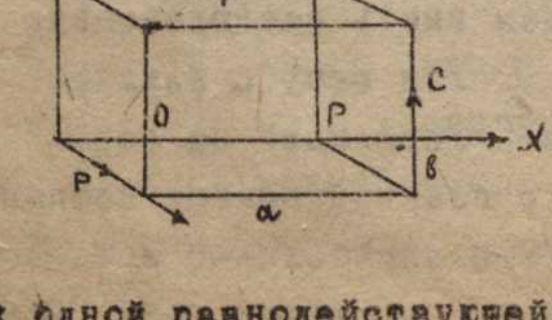
N 96. Для указанного расположения координатных осей и для положительного направления вращения против стрелки часов написать аналитические выражения для моментов силы около координатных осей.



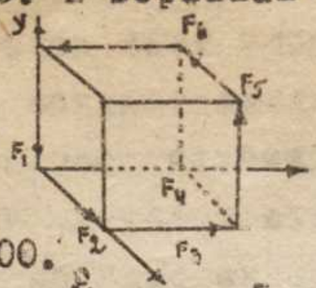
N 97. К вершинам куба приложены силы так, как это указано на чертеже. Найти, каким условиям должны удовлетворять силы $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ для того, чтобы они находились в равновесии.



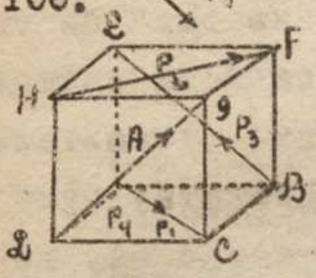
N 98. По трем непересекающимся и непараллельным ребрам прямого прямоугольного параллелепипеда действуют три равные силы P. Какое соотношение должно существовать между ребрами a, b и c, чтобы эта система приводилась к одной равнодействующей.



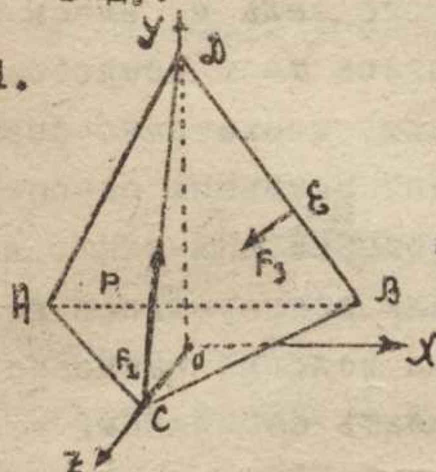
N 99. К вершинам куба, ребра которого имеют длину 5 см. приложены, как указано на чертеже, шесть равных сил по 2 кгр. каждая. Привести эту систему к простейшему виду.



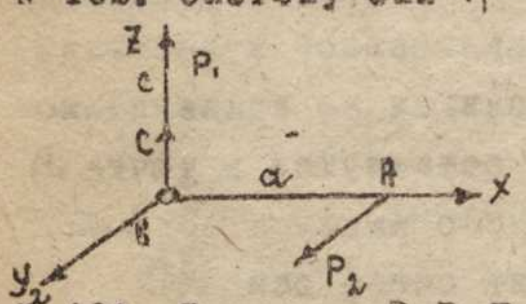
N 100. К четырем вершинам A, B, D и H куба приложены четыре равные силы P_1 P_2 P_3 P_4 P, причем сила P_1 направлена по AC, P_2 по HF, P_3 по BE и P_4 по $D9$. Привести эту систему к простейшему виду.



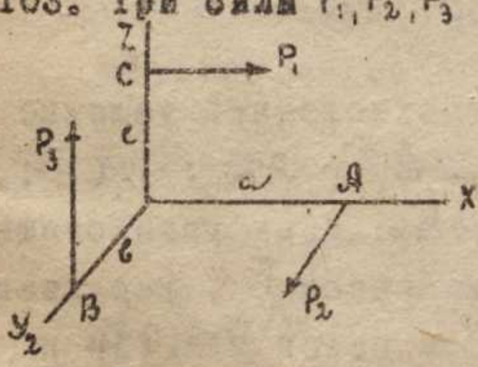
N 101. К правильному тетроэдру $ABCD$ ребра которого равны a, приложены силы: F по стороне AB, F_2 – по CD и F_3 в точке E стороны BD. Величины сил F_1 и F_2 какие угодно, а проекции силы F_3 на оси OX, OY и OZ суть: $X=\frac{F_2}{2}$, $Y=-F_2\sqrt{\frac{2}{3}}$, $Z=+F_2\frac{5\sqrt{3}}{6}$. Приводится ли эта система сил к одной равнодействующей и если приводится, то найти координаты Y и Z точки пересечения равнодействующей с плоскостью YOZ.



N 102. Систему сил $P_1=8$ кгр, направленную по OZ и $P_2=12$ кгр направленную параллельно OY, как указано на чертеже, где $OA=1.3$ mt привести к кононическому виду /сила и наименьшая пора/.



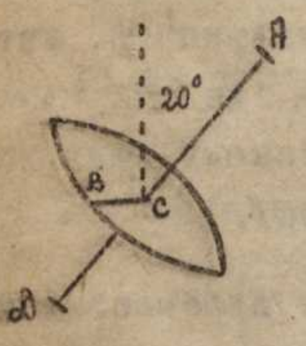
N 103. Три силы P_1, P_2, P_3 лежат в координатных плоскостях и параллельны осям координат. Какому условию должны удовлетворять величины этих сил, чтобы они приводились к одной равнодействующей? Какому условию должны удовлетворять величины этих сил, чтобы существовала центральная винтовая ось, проходящая чере6 начало координат.



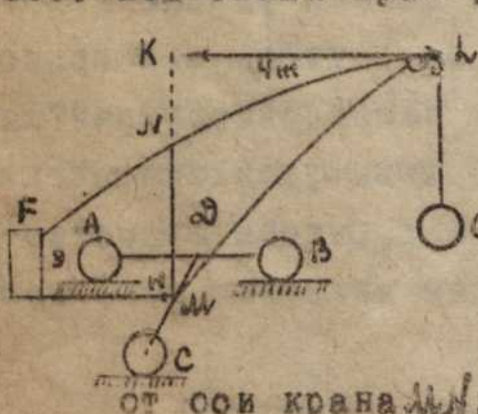
VI. Равновесие твердых тел в пространстве.

Для того, чтобы тело оставалось в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы не существовало никаких причин, которые стремились бы вывести его из этого положения. Всякое перемещение твердого тела может быть разложено на поступательное и вращательное около некоторой точки. Условие невозможности поступательного движения для свободного тела требует, чтобы проекции всех сил на три направления были бы равны нулю: $\Sigma X=\Sigma Y=\Sigma Z=0$; условие невозможности вращения требует равенства нулю момента всех сил относительно этой точки, что опять приводится к равенству нулю моментов около трех осей, проходящих через эту точку. Таким образом для свободного тела мы имеем всего шесть условий равновесия. В строе тела несвободного условий равновесия будет меньше: достаточно брать условия равенства нулю проекций моментов относительно лишь тех направлений, по которым или около которых возможны поступательное или вращательное движения. Таким образом мы получаем условия равновесия; так как всякое тело можно сделать свободным, добавив реакции связей, то остальные ур-ия, не хватающие до шести могут быть употреблены для нахождения реакций связей.

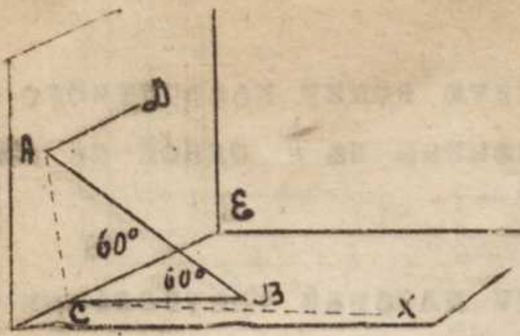
№ 104. Круглая наклонная площадка конного топчака вращающегося около оси AC, наклоненной к вертикали под углом α 20°, приводится во вращение лошадью веса 400 кгр., остающуюся в точке B на конце горизонтального радиуса BC 3 mt. Найти вращающий момент около оси AC ($\sin 20^\circ = 0.342$)



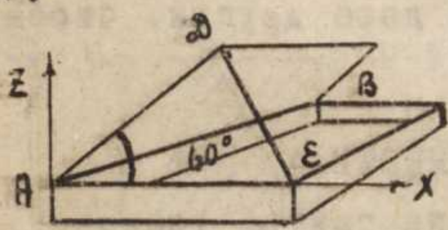
№ 105. Под'емный кран установлен на трехколесной тележке ABC. Размеры AD = BD 1 м.; CD = 1,5 м CM = 1 м, KL = 4 m. Кран уравновешивается противовесом F. Вес крана с противовесом равен P = 10 tn и приложен в точке 9, лежащей в плоскости LMNF на расстоянии H9 = 0,5 м от оси крана MN; поднимаемый груз Q весит 3 тонны. Найти давления колес на рельсы, когда плоскость LMN параллельна AB.



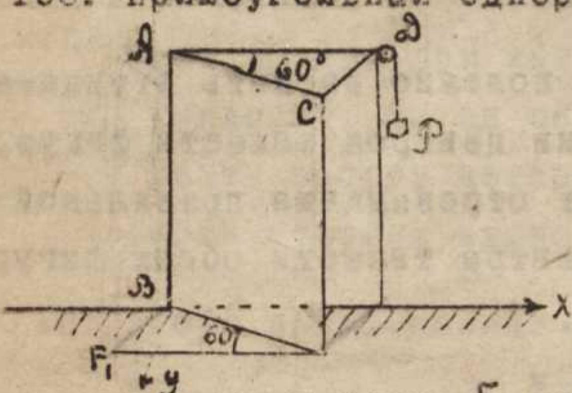
№ 106. Стержень AB удерживается в наклонном положении двумя горизонтальными веревками AD и BC. При этом в точке A стержень опирается о вертикальную стену, на которой находится и точка D, а в точке B на горизонтальный пол. Точки A и C лежат на одной вертикали. Вес стержня 8 кгр. Трением в точках A и B пренебрегаем. Определить натяжения T_a и T_b веревок и реакции опорных плоскостей, если угол ABC = BCE = 60°.



№ 107. Крышка ABCD ящика подперта с одной стороны палочкой DE. Вес крышки 12 кгр.; длина ее AB = 3 ф.; ширина AE = AD = 2 ф; угол DAE = 60°. Определить реакции шарниров A и B, а также усилие S в палочке, пренебрегая ее весом.



№ 108. Прямоугольная однородная дверь, вращающаяся около вертикальной оси AB, открыта на угол CAD = 60° и удерживается в этом положении двумя веревками, из которых одна CD перекинута через блок и натягивается грузом P = 2п, другая EF привязана к точке F пола. Вес двери 4 пуд., ее ширина AC = AE = 6 ф.; высота двери AB = 8 ф. Определить натяжение T веревки FE, а также реакции цилиндрического шарнира в точке A и подпятника в точке B.



№ 109. Однородная треугольная доска ABC веса P опирается своими концами на три плоскости координат и привязана за точку C к началу координат O помощью нити CO. Определить натяжение нити T и силы сопротивления в точках A, B и C, если данные координаты этих точек и угол COx = 45°

№ 110. На столе, вес которого P, положен груз Q в точке с координатами x и y. Стол стоит на трех ножках, образующих равносторонний тр-к со стороной .Определить реакции точек опоры./ Направление Ox проходит через ножку C /.

N 111. Определить давление на каждую ножку квадратного стола грузом в 80 кгр., положенным на $\frac{1}{4}$ одной из диагоналей.

N112. Четыре человека должны нести плоский треугольник однородный и одинаковый толщины. Двое из них берутся, каждый, за вершину. За что должны взяться двое других, чтобы сила тяжести распределилась поровну.

N 113. Три человека должны нести плоский, однородный и одинаковый толщины параллелограмм. Один взялся за вершину. За что должны взяться двое других, чтобы силы распределились поровну.

VII. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ.

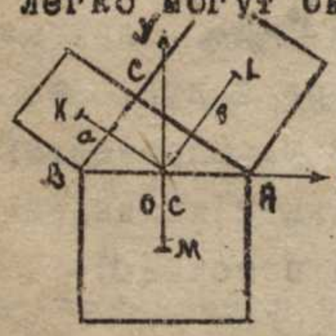
Общие формулы для определения центра тяжести:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m.x}{\Sigma m}, \quad \bar{y} = \frac{\Sigma m.y}{\Sigma m}, \quad \bar{z} = \frac{\Sigma m.z}{\Sigma m}$$

m -масса, x, y, z - координаты центра тяжести какой-нибудь части фигуры.

При вычислении этих сумм полезно вводить отрицательные массы, при определении центров тяжести фигур, представляющих остаток от отрезывания правильной фигуры от другой, если центры тяжести обоих фигур легко могут быть найдены.

N 114.



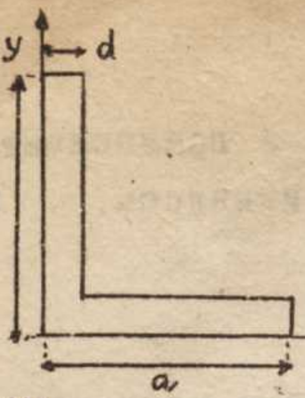
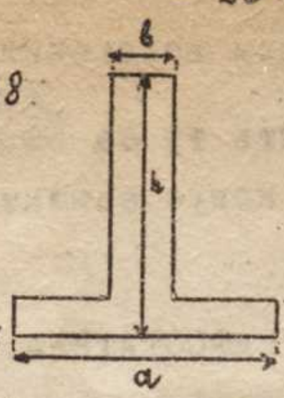
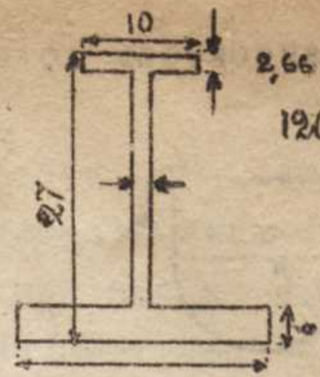
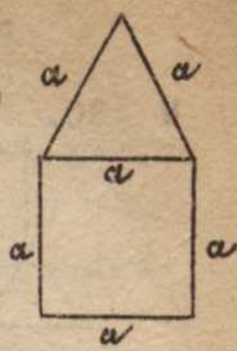
Найти центр тяжести периметра квадратов построенных на сторонах прямоугольного тр-ка / начало координат в середине гипотенузы/.

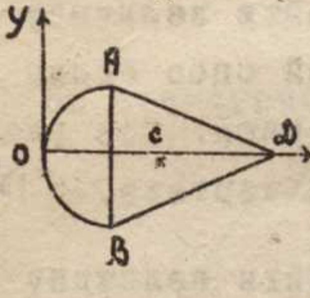
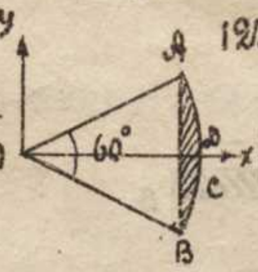
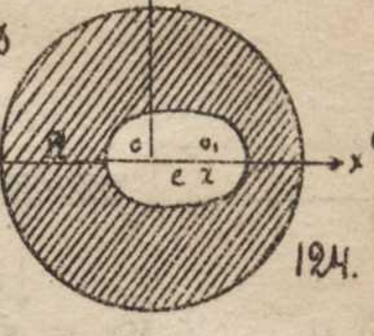
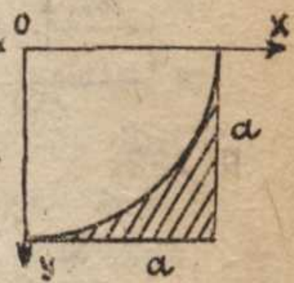
N 115.

Найти центр тяжести правильной фигуры, указанной на чертеже

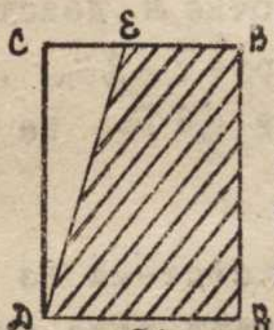
N 116. Найти центр тяжести периметров трех окружностей, касающихся друг друга извне.

Найти центры тяжести след. фигур / размеры на чертеже/:

117.  118.  119.  120 

121.  122.  123  124. 

AB = 2r, OD = 3r OA-30 дм.

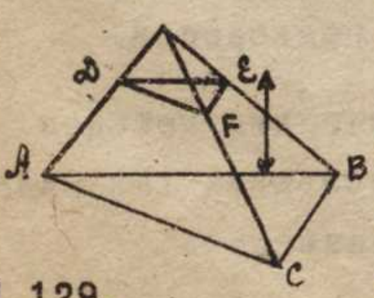
N 125. 

Провести через вершину D однородного прямоугольника ABCD прямую DE так, чтобы при подвешивании стрезанной по этой прямой трапеции ABED за вершину E, сторона AD a была горизонтальна.

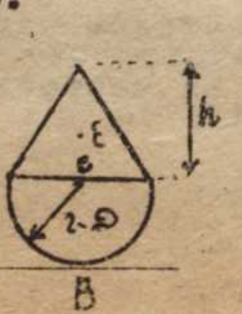
N 126. От квадратного листа картона, имеющего размеры сторон 60 см. при каждом угле отрезано по одинаковому квадрату. Из из оставшейся фигуры сделана коробка. Найти высоту центра тяжести этой коробки над дном, если сторона вырезанного квадрата равна 10 см.

N 127. Тело представляет квадратную коробку высота b $\left(b=\frac{a}{5}\right)$ и стоит на горизонтальной плоскости NN. В нем сделано отверстие, в центре квадрата, и прикрыто полусферической крышкой, сделанной из того же материала, как коробка. Определить наибольший радиус полусферы, чтобы коробка не упала.

N 128. Дан однородный тетраэдр, усеченный параллельно основанию; площадь ABC = a, площадь DEF = b, расстояние между ними h. Найти высоту центра тяжести Z над нижним основанием.

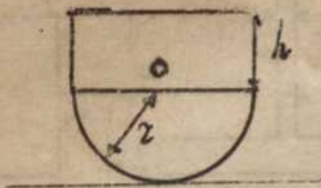


N 129. Однородное тело состоит из конуса и полушара радиуса r. Определить высоту конуса таким образом, чтобы тело оставалось в



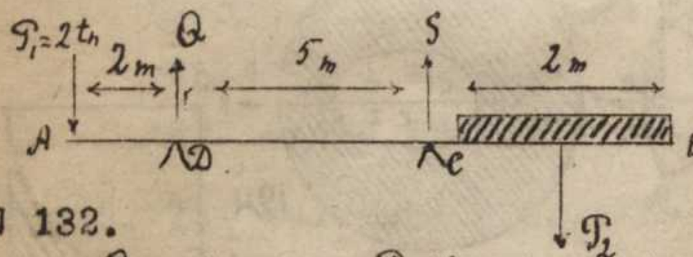
равновесии во всяком положении.

N 130. Решить ту же задачу в предположении, что конус заменен цилиндром.

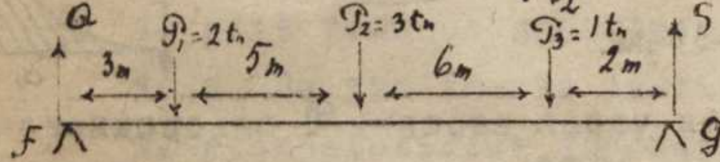


VIII. ГРАФОСТАТИКА.

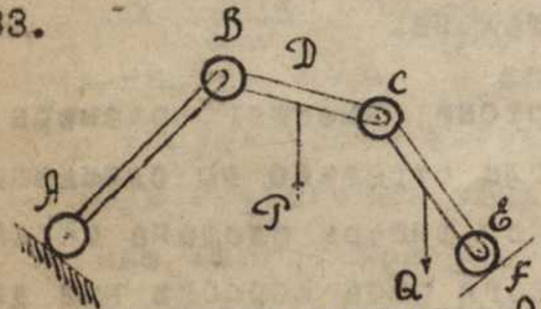
N 131. Найти величину реакций опор балки загруженной, как указано на чертеже. N 132



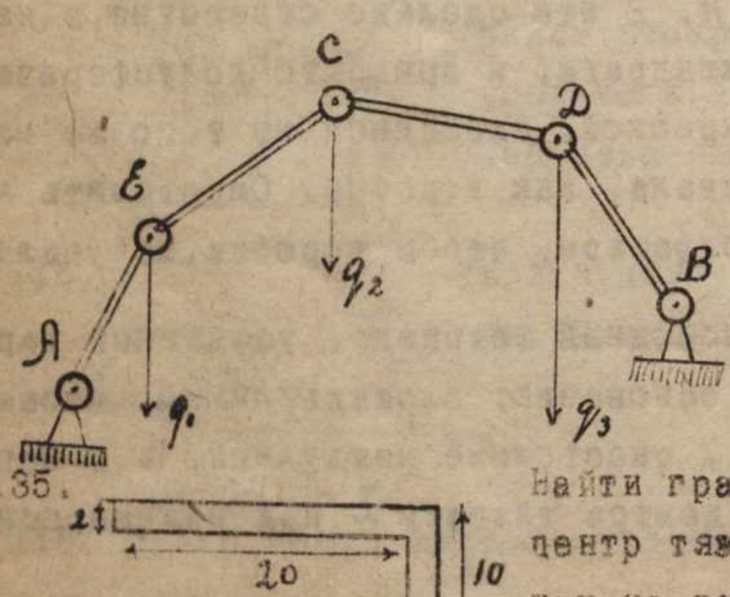
N 132. Найти величину реакций опор балки AB. В точке A действует груз $P_1 = 2t_n$, часть равномерно загружена нагрузкой 1,5 tn на погонный метр. См. чертеж N 131



N 133. Шарнирная система из трех стержней нагружена силами P и Q. Величина P дана, для Q известна лишь точка ее приложения S. Найти графически при каком значении Q система будет находиться в равновесии.



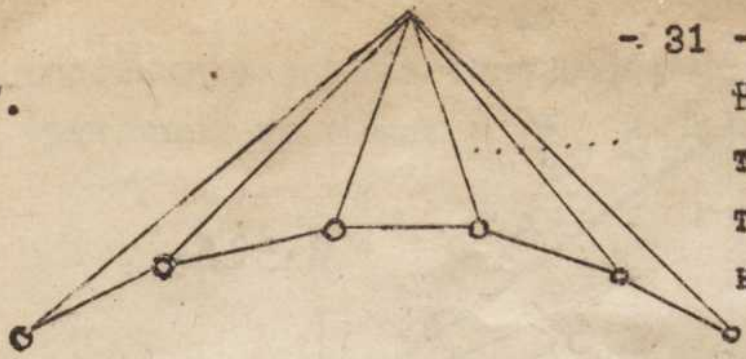
N 134. Каким образом нужно распределить груз Q на три шарнирные соединения C, D и E несимметричной шарнирной системы из четырех стержней, чтобы она находилась в равновесии.



N 135. Найти графостатическим методом центр тяжести угольника при заданных на чертеже размерах.

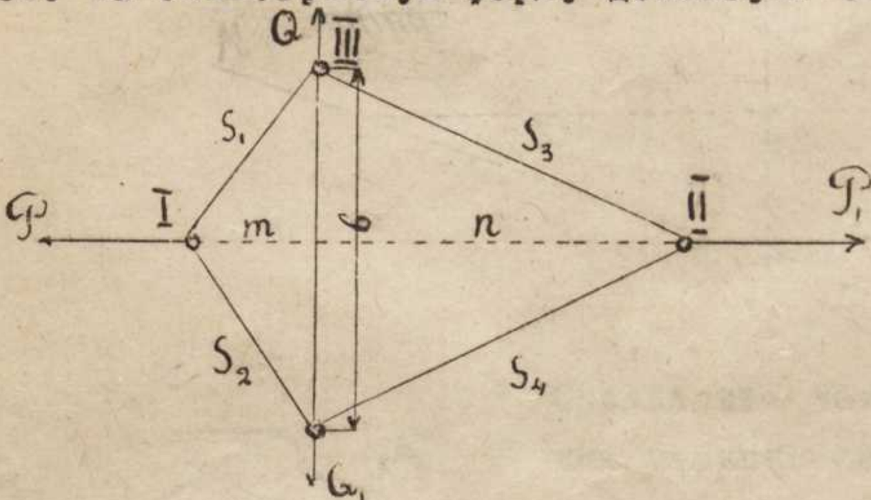
N 136. Определить графическим методом центр тяжести фигуры, указанной на чертеже $R = 4$ cm, $r = 2$ cm.

N 137.



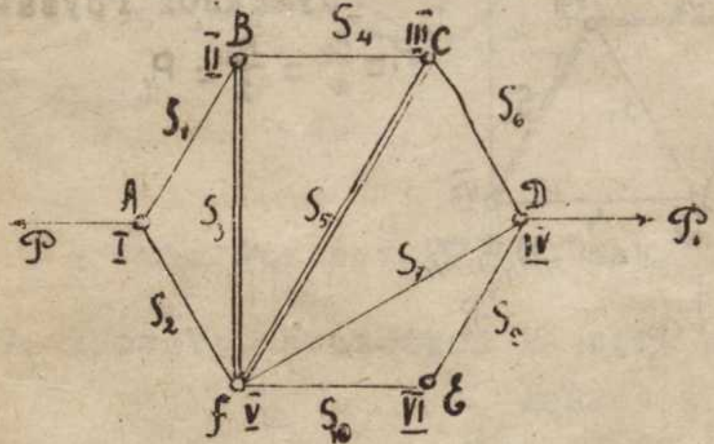
Найти графически центр тяжести линейного контура фермы, указанной на чертеже.

N 138. На симметричную ферму действуют силы $P = P_1$, $Q = Q_1$



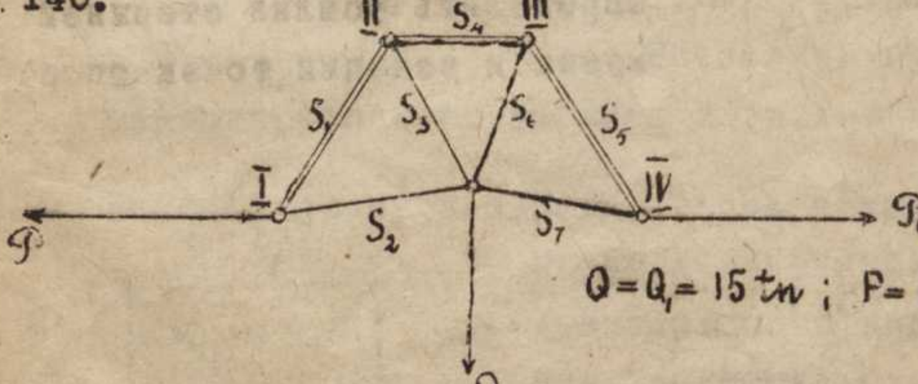
Определить силу натяжения в стержнях фермы.

N 139.



Найти напряжение стержней фермы без опор находящейся под действием сил $P = P_1$

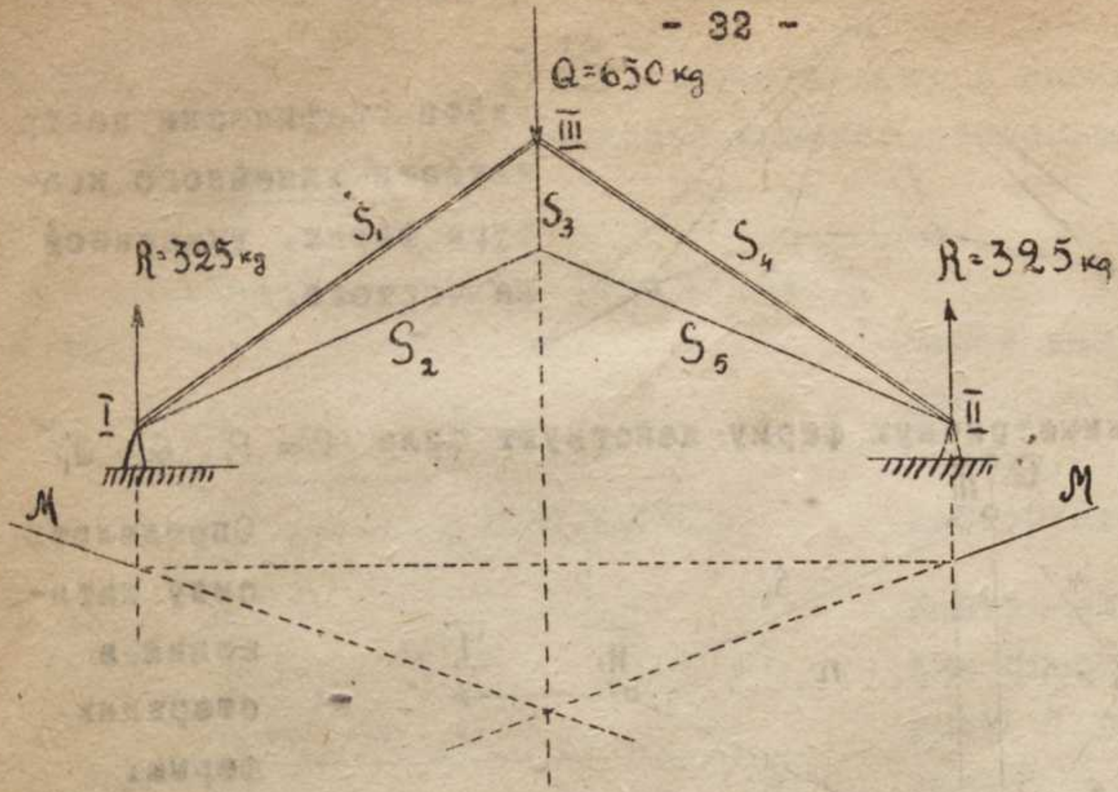
N. 140.



Определить усилия в стержнях фермы, не имеющей опор под действием сил

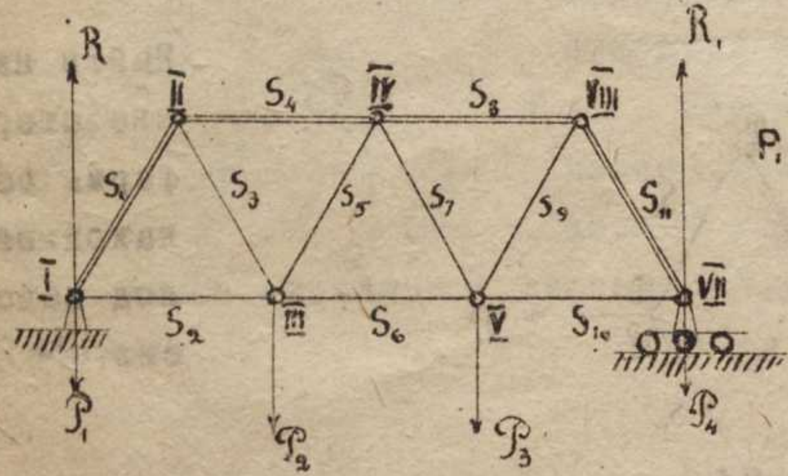
$Q = Q_1 = 15\,tn$; $P = P_1 = 20\,tn$ и $Q_2 = 30\,tn$

N 141. Определить опорные реакции и усилия в стержнях фермы, загруженной грузом $Q = 650$ кгр.



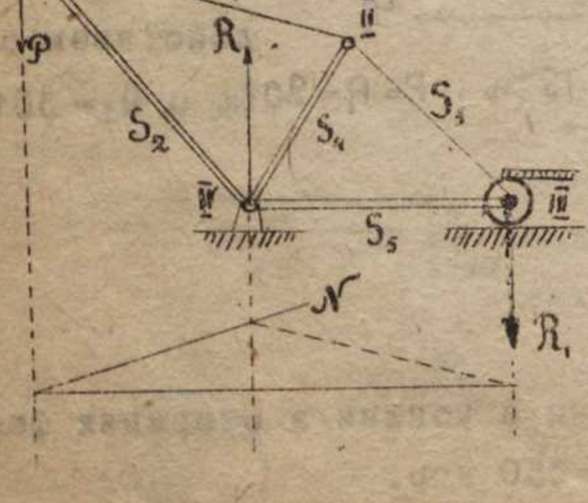
N 142.

Определить усилия стержней фермы, нагруженной грузами $P_1 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_3}{2} = P_4$

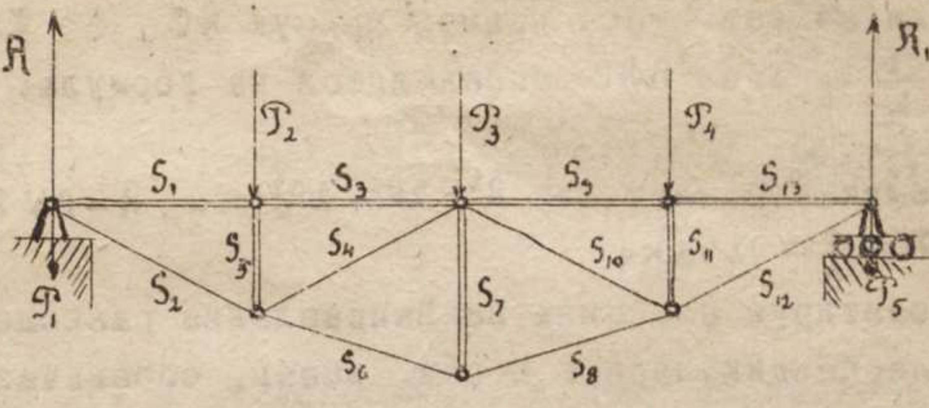


N 143.

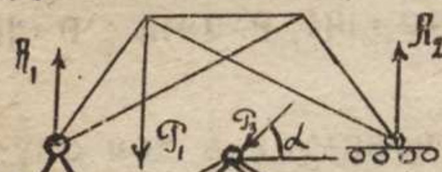
Определить усилия стержней крана и реакции точек опор.



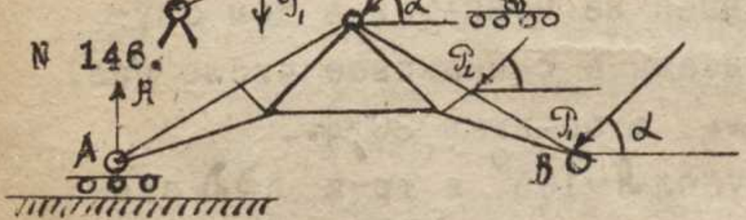
№ 144. Определить усилия стержней пораболической фермы, загруженной грузами: $P_1 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_3}{2} = \frac{P_4}{2} = P_5$



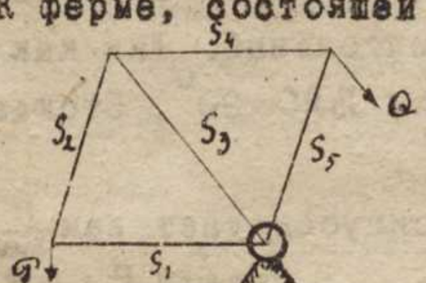
№ 145. Определить усилия стержней и опорные реакции фермы с односторонней нагрузкой.



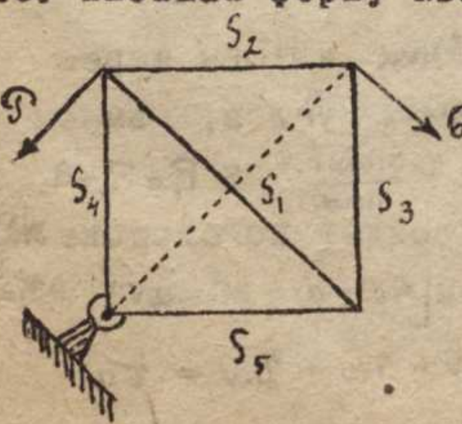
№ 146. Определить усилия стержней фермы Полонсо, находящейся под напором ветра, считая эту нагрузку, сосредоточэнной в трех боковых углах, как показано на чертеже.



№ 147. К ферме, состоящей из пяти равных стержней и прикрепленной в точке O шарниром, приложены две силы P и Q ; P перпендикуляр на S_1 , Q параллельна S_3 . Сила P дана; Вычислить при равновесии силу Q реакцию спорного шарнира и усилия в стержнях.



№ 148. Имеющая форму квадрата, ферма закреплена в точке O шарниром и нагружена двумя силами P и Q параллельно диагоналям квадрата. Зная величину Q , определить при равновесии силу P_1 , реакцию шарнира O и усилия в стержнях.



РЕШЕНИЯ.

N 1. По условию $(P+P')+x = (Q+Q')+nx$ отсюда $x = \frac{(P+P')-(Q+Q)}{}$

N 2. Равнодействующая $R^2 = (1)^2+(2)^2+2\cdot1\cdot2\cos 45° = 5+2\sqrt{2}$; если за ось x-сов примем прямую AC, то $\Sigma X = 2+1\cos 45° = 2-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Угол RAC определится из формулы: $\cos RAC = \frac{4+\sqrt{2}}{2\cdot\sqrt{5+2\sqrt{2}}}$

N 3. В случае равных сил $R^2 = 2P^2+2P^2\cos\alpha$; $R = P\sqrt{2+2\cos\alpha} = 2P\cos\frac{\alpha}{2} = 12\sqrt{3}$ кг

N 4. Проектируя все силы на направление равнодействующей и перпендикулярное к ней, имеем, обозначая неизвестную силу через x, и угол ее с равнодействующей через α : $x\cos\alpha+10\cos 90° = 10\ (1)$, $x\sin\alpha = 10$, отсюда $\operatorname{tg}\alpha = 1$, $\alpha = 45°$, $x = 10\sqrt{2}$

N 5. Наибольшая равнодействующая равна их сумме, наименьшая разности слагающих. Отсюда $P+Q = 140$, $P-Q = 12$; $P = 76$, $Q = 64$ кг

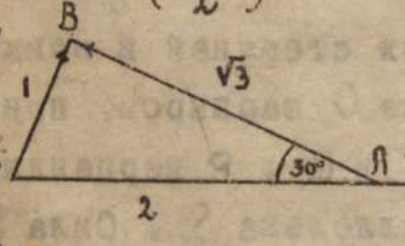
N 6. Направление равнодействующей не меняется в том случае, когда обе силы увеличены в одинаковое число раз. Отсюда меньшая равна 10 кг, а большая 30 кг.

N 7.

Так как угол $A = 135^0$ и тр-к ABD равнобедренный, то угол $ABD = 45^0$ и $BDA = 90^0$. Отсюда $Q = P\sqrt{2}$ /см. зад. 4/.

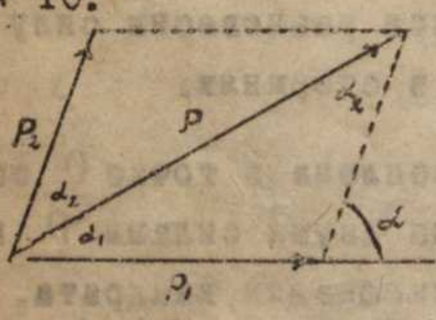
N 8. Имеем $\left(\frac{P+Q}{2}\right)^2 = P^2+Q^2+2PQ\cos\varphi$; $\cos\varphi = \frac{2PQ-3P^2-3Q^2}{8PQ}$

N 9.



Так как $2^2 = 1^2+(\sqrt{3})^2$, то силовой треугольник прямоугольный. Так как $BC = \frac{1}{2}AC$, то угол $BAC = 30^0$. Отсюда искомый угол $= 150^0$.

N 10.



Теорема синусов дает нам $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{P_2}{\sin\alpha_1} = \frac{P_1}{\sin(\alpha-\alpha_1)}$; отсюда $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{P_1-P_2}{\sin(\alpha-\alpha_1)-\sin\alpha_1}$; $P[\sin(\alpha-\alpha_1)-\sin\alpha_1] = Q\sin\alpha$; $(P\cos\alpha_1-Q)\sin\alpha = P\sin\alpha_1(1+\cos\alpha)$

откуда, заменяя $\sin\alpha$ и $1+\cos\alpha$ через функции половинных углов, имеем $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{P\sin\alpha_1}{P\cos\alpha_1-Q}$. Зная α, находим $P_2 = P\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha}$ и $P_1 = P_2+Q$

N 11. Очевидно, что равнодействующая пойдет по стороне AD. Проектируя все силы на AD, имеем $[AB = a,\ AC = a\sqrt{3},\ AD = 2a]$ $R = 2a\cos 60°+2a\sqrt{3}\cos 30°+2a = a+3a+2a = 6a$

N 12. Возьмем за оси координат соответственно направление: $X \ldots \overline{\underline{III}} - \overline{\underline{IX}}$, и $Y \ldots (\overline{\underline{VI}} - \overline{\underline{XII}})$. Проектируя все силы на оси, имеем: $\Sigma X = -1\cos 60 - 2\cos 30 - 3 - 4\cos 30 - 5\cos 60 + 7\cos 60^\circ + 8\cos 30^\circ + 9 + 10\cos 30^\circ + 11\cos 60 = 6 + 12\cos 30 + 12\cos 60 = 6(2+\sqrt{3})$

$\Sigma Y = 1\cos 30 - 2\cos 60 + 4\cos 60^\circ + 5\cos 30^\circ + 6 + 7\cos 30^\circ + 8\cos 60^\circ - 10\cos 60^\circ - 11\cos 30^\circ - 12 = -6$

$R = \sqrt{36 + 36(7+4\sqrt{3})} = 6\sqrt{8+4\sqrt{3}} = 12\sqrt{2+\sqrt{3}}$. $\operatorname{Cos}(R,X) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

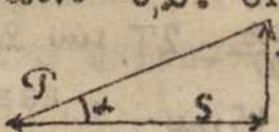
т.е. между III и IV делениями, т.к. ΣY отрицательна.

N 13. Сопротивление воды R уравновешивает натяжение обоих канатов. Сл. $R = \sqrt{25+36+60\cos 60^\circ} = \sqrt{21} = 9{,}54$ пуд.

Углы α и β находятся из уравнений: $\alpha + \beta = 60^\circ$; $P\sin\alpha = Q\sin\beta$ / проектируя на направление перпендикулярное течению/. α и β равны 33° и 27°.

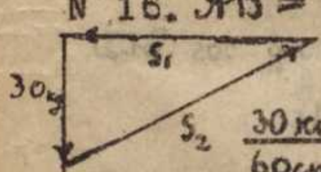
N 14. Проектируя на направление перпендикулярное AB имеем $H = 9\operatorname{tg}\alpha$; проектируя на вертикальное направление, имеем $S = \frac{P}{\cos\alpha}$

N 15. Давление S поршня равно $5\,atm \times 0{,}1$ кв.mtr $= 5000$ кgr. Рассматриваем равновесие точки A. На нее действуют силы: давление поршня от D к A, реакция параллелей от N к A и сопротивление кривошипа от BA /равно силе вращающей кривошип, но действует в противоположном направлении. Зная размеры $AB = 2$ mtr и $BC = 0{,}4$ mtr, находим $\operatorname{tg} BAC = 0{,}2$. Строя для точки A силовой треугольник



, находим $N = S\operatorname{tg}\alpha = 1$ tn, $P = 5{,}1$ tn

N 16. $AB = 60$ cm. Силовой треугольник для точки C подобен треугольнику ABC. Отсюда:



$\frac{30\text{ кg}}{60\text{ cm}} = \frac{S_1}{80\text{ cm}} = \frac{S_2}{100\text{ cm}}$. $S_1 = 40$ кgr $S_2 = 50$ кgr

N 17. Силовой треугольник подобен треугольнику AOB ; отсюда $\frac{P}{z+a} = \frac{T}{l} = \frac{Q}{z}$ $T = P\frac{l}{z+a}$ $Q = P\frac{z}{z+a}$

N 18. Равновесие будет при положении кольца посредине между точками A и B : треугольник ABC равносторонний.

Строя как угодно силовой треугольник, имеем $S=\frac{P}{2\cdot\cos 30^\circ}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$ kgr

N 19. Строим силовой треугольник. Отсюда $\frac{S_1}{\sin\beta}=\frac{S_2}{\sin\alpha}=\frac{P}{\sin\gamma}$
$\sin\alpha=\frac{AD}{a}$, $\sin\beta=\frac{BD}{b}$ $AD=\sqrt{a^2-CD^2}$, $BD=\sqrt{b^2-CD^2}$; $AB\cdot CD=$
$=ab\sin\gamma$ /формула удвоенной

площ. треугольника/; $AB=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$

Подставляя последовательно, получаем
$S_1=\frac{P(b-a\cos\gamma)}{\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}}$ $S_2=\frac{P(a-b\cos\gamma)}{\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}}$

/S_1 и S_2 величины существенно положительные, поэтому знак радикала в каждом строе берется одинаковым со знаком числителя/.

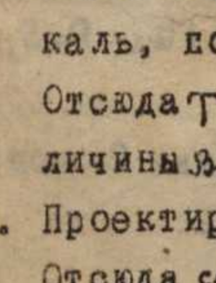
N 20. Беря проекцию на горизонтальное направление, убеждаемся, что натяжения в обоих частях тр-ка равны. Проектируя на вертикальное направление, находим $2T\cos 60^\circ=15$ kg, откуда $T=15$ krp

N 21. Беря проекцию на горизонтальное направление, имеем $T_{AB}\cos 30^\circ=T_{BC}\cos 45^\circ$ проекцию на вертикальное: $T_{AB}\sin 30^\circ+T_{BC}\sin 45^\circ=2$ kgr. Решая эти уравнения, имеем $T_{AB}=2(\sqrt{3}-1)$ krp, $T_{BC}=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$ krp.

N 22. Так как кольцо свободно скользит по нити, то равновесие возможно лишь в том случае, когда части AC и BC нити наклонены под одинаковым углом к горизонту. Этот угол BED определится поэтому из условия $\cos BED=\frac{4\,m}{5\,m}$. В таком строе, проектируя на вертикаль, получаем: $P=2T\cos\frac{ACB}{2}=2T\sin BED$
Отсюда $T=\frac{P}{2\sin BED}=\frac{18}{2\cdot\frac{3}{5}}=15$ krp., независимо от величины BD.

N 23. Проектируя на вертикаль, имеем: $2\,krp=2{,}50\,krp\cdot\cos BCD$
Отсюда $\cos BCD=\frac{1}{50}$ $tg\,BCD=50$ и $CD=0{,}1$ mtr.
Наибольшая высота равна $4{,}9$ mtr

N 24. Искомое отношение $\frac{AC}{BC}=\frac{tg\beta}{tg\alpha}$. Из силового тр-ка:



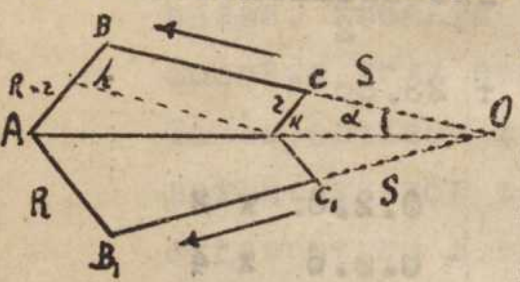
$\sin\alpha=\frac{P}{Q}\sin(\alpha+\beta)$, $\sin\beta=\frac{E}{Q}\sin(\alpha+\beta)$
Далее $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{Q^2-P^2\sin^2(\alpha+\beta)}$
В свою очередь $\sin(\alpha+\beta)$ определится через $\cos$ из формулы $P^2+Q^2+2PQ\cos(\alpha+\beta)=E^2$

Выполняя все преобразования, в конце концов получили $\frac{AC}{BC} = \frac{g^2+Q^2-P^2}{g^2+P^2-Q^2}$

N 25. Указанное отношение равно $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$. Так как $\frac{tg\beta}{tg\alpha} = \frac{g^2+Q^2-P^2}{g^2+P^2-Q^2}$ и $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{Q}{P}$, то $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{P}{Q}\,\frac{g^2-P^2-Q^2}{g^2-Q^2-P^2}$

N 26. Проекция на вертикаль дает нам $P = 2Q\cos\alpha$. Далее $\sin\alpha = \frac{a}{2l}$. После очевидных преобразований $\frac{P}{Q} = \sqrt{4-\frac{a^2}{l^2}}$

N 27. Разрежем шнурок по обоим сторонам и заменим его



действие двумя силами S, направленными как показано на чертеже. Обе эти силы могут быть заменены одной, проложенной в точке O, уравновешивающей давление большого шара на меньший. Отсюда $T = 2S\cos\alpha$, где α угол BOA. Проведя проекцию Kh, находим из $\triangle AKh$ $\sin\alpha = \frac{R-r}{R+r}$. Определим $\cos$, подставляя в нашу формулу и преобразовывая, находим $T = \frac{4\sqrt{Rr}}{R+r}\cdot S$.

N 28. Проектируя на наклонную плоскость и на направление ей перпендикулярное, находим $P\cos\beta = Q\sin\alpha$,
$N = Q\cos\alpha - P\sin\beta$

N 29. Проектируем на направление наклонной плоскости:
$\frac{P}{3}+\frac{P}{3}\cos\alpha+\frac{P}{3}\sin\alpha = P\sin\alpha$; откуда $2\sin\alpha - \cos\alpha = 1$
$2\sin\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}$ или $tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

N 30. Проектируя все силы сначала на AB, потом на BC. находим: $N_B = 3\sqrt{3}$ kgr, $N_A = 3$ kgr

N 31. На каждую точку действуют ~~си~~ силы: 1° вес ее, соответственно P и Q, 2° реакция круга N_A и N_B и 3° натяжение шнура. Составляя для каждой точки ур-ния проекций на радиус и на касательную и помня, что угол $AOB = 90^\circ$, получаем: для точки A: $S = P\cos\alpha$, $N_A = P\sin\alpha$ для точки B: $S = Q\cos\beta = Q\sin\alpha$, $N_B = Q\cos\alpha$
Отсюда $tg\alpha = \frac{P}{Q}$

N 32. Проектируя на вертикальное и горизонтальное направления, находим. $N = 100 - 50\cos 60^\circ = 75$ gr. $R = 50\cos 30^\circ = 25\sqrt{3}$, $K = \frac{R}{N} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

N 33. Сила трения уравновешивает составляющую веса частицы параллельно наклонной плоскости. Отсюда: если P вес частицы: $KP\cos\alpha = P\sin\alpha$; $tg\alpha = K$
В данном случае $\alpha = 38^\circ 40$.

N 34. При вытаскивании из A сила трения будет:

	Верхн. поверхность.	Нижняя поверхн.
Для 1-го листа	0,2. 6 x 0	0.2. 6 x 1.
Для 2-го "	0.2. 6 x 2	0.2 6 x 3
Для 3-го "	0.2 6 x 4	0.2 6 x 5
- - -	- - -	- - -
Для 100-го "	0.2 6 x 198	0.2. 6 x 199
	0.2.6.100/0+198 / 2	0.2.6.100/1+199 / 2

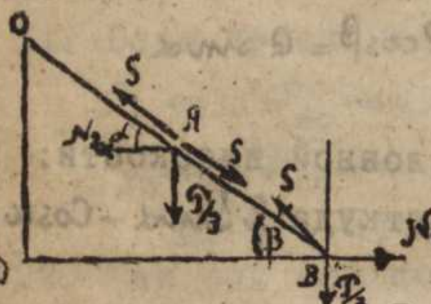
Общая 0.2.6.50/198-200/ = 23,88

При вытаскивании из .

Для 1-го листа	0.2. 6 x 1	0.2.6. x 2
Для 2-го "	0.2. 6 x 3	0.2.6 x 4
Для 100-го "	0.2. 6 x 199	0.2.6 x 200
	0.2.6.50.200	0.2.6.50.292

Общая 9.2.6.50.402 = 24,12 кгр.

N 35. Искомое отношение равно отношению $\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\sin\beta}$. На



точки A и B действуют 1° силы веса $\frac{P}{3}$ 2° Натяжение шнура S /на A вверх и вниз/, 3° реакции колец N_1 и N_2 /для B вправо, для A влево/. Составляем ур-ния проекций на вертикаль: для точки B: $\frac{P}{3} = S\sin\beta$ S ; для точки A: $\frac{P}{3}+S\sin\beta =$ $- S\sin\alpha$. Отсюда $\sin\beta = \frac{P}{3S}$, $\sin\alpha = \frac{2P}{3S}$

Искомое отношение равно $\frac{2}{3}$.

N 36. Проектируя на вертикальное направление, имеем: $Q\cos 45^0 = 100$ /стержень сжат /. Проектируя на OF $2T\cos 45^\circ = Q\cos 45^\circ$. $Q = 100\sqrt{2}$, $T = 50\sqrt{2}$.

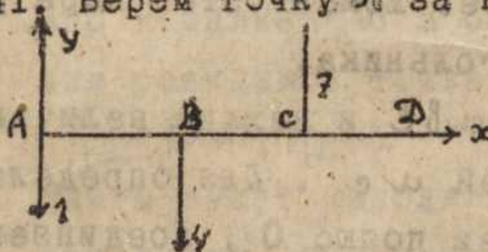
N 37. Проектируя все силы на вертикаль, находим $3T\cos 30^\circ = 10$ Отсюда $T = \frac{20}{3\sqrt{3}}$

N 38. Если высота поднятия уменьшилась вдвое, то двугранный угол между плоскостью канатов и горизонтом равен 30^0. Общая тяга канатов равна $2.F\cos 30^\circ = 80\sqrt{3}$ кгр и образует с горизонтом тот же угол в 30^0. Отсюда под"емная сила равна $P = 80\sqrt{3}.\cos 60^\circ = 40\sqrt{3}$ кгр. , а сопротивление шара $Q = 80\sqrt{3}\cos 30^\circ = 120$ кгр.

N 39. При отсутствии начальной затяжки шара A, B и C друг на друга никакого давления не оказывают. Когда мы кладем верхний шар, то единственное его действие на нижние заключается в том, что он раздвигает их в стороны, т.е. усиливает натяжение шнура. Центры всех шаров образуют правильный тетраэдр; в последнем все стороны равны $R\sqrt{3}$, если R радиус круга описанного около основания. Косинус угла ребра с высотой равен поэтому $\frac{1}{\sqrt{3}}$; косинус угла ребра с основанием равен $\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$. Таким образом давление P верхнего шара на один из нижних получится из ур-ния $3P\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=10$ кгр, т.е. $P=\frac{10}{\sqrt{3}}$. Проекция этого давления на основание равна $P\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{10\sqrt{2}}{3}$. Натяжение шнуров получится из ур-ния $2S\cdot\cos 30^\circ=\frac{10\sqrt{2}}{3}$ или $S=10\frac{\sqrt{6}}{3}$ кгр.

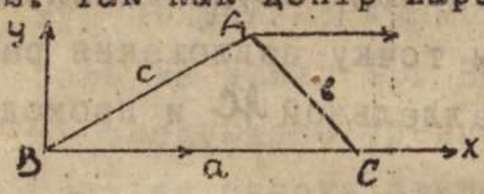
N 40. Формула для моментов $yx-xy$; а/ − 14, в/ +3, с/ +2, д/ +6.

N 41. Берем точку A за начало координат; положительное направление вращения по стрелке часов. Перенося все силы в A; находим равнодействующую + 2 кгр вверх и момент пары $M=4\cdot l-7\cdot 2l=-10l$



Искомая равнодействующая приложена в точке D, на расстоянии $AD=5l$

N 42. Так как центр параллельных сил не зависит от направления их, то примем, что силы направлены параллельно стороне BC. Выбрав координатные оси, как указано и перенося все силы в точку A

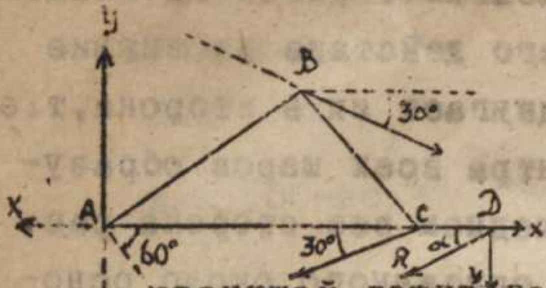


найдем равнодействующую $P=a+b+c$ и пару $M=a\,c\sin B$ /по стрелке часов/. Искомая точка D лежит над осью X-сов на расстоянии $\frac{a\,c\sin B}{a+b+c}$

N 43. Выбрав оси, как указано на чертеже, и перенеся все силы в точку A, найдем силу P и момент $M=2Pa$ /по стрелке часов/. Искомая равнодействующая лежит на прямой MN отстоящей от начала координат на 2 а.

N 44. Выбрав оси, как указано, и проектируя все силы, получаем: $X = 2P\cos 30° - 3P\cos 30° = -\frac{P\sqrt{3}}{2}$

$Y = +P - 2P\cos 60° - 3P\cos 60° = +P - \frac{5}{2}P = -\frac{3P}{2}$



Вращающий момент /по стрелке часов/ $M = 2aP + 3P\cdot a\cos 60° = \frac{7aP}{2}$.

Искомая точка приложения равнодействующей лежит на оси X-сов на расстоянии AD /вправо/ $= \frac{7}{3}a \cdot \left(= \frac{M}{Y}\right)$. Величина $R = P\sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = P\sqrt{3}$ угол $\alpha = 60°$

N 45. Проекции равнодействующей: $X = -4$ кгр $Y = -4$ кгр. момент пары $M = \frac{a}{2}\cdot 2 + \frac{a}{2}\cdot 4 + \frac{a}{2}\cdot 6 + \frac{a}{2}\cdot 8 = 10a$ /по стрелке часов/.

N 46. Беря моменты веса сил относительно точки A, имеем $M = b\cdot a\sin\alpha + a\cdot b\sin\alpha = 2ab\sin\alpha$

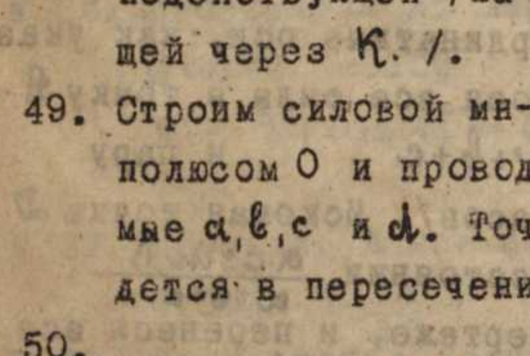
/удвоенной площади параллелограмма/.

N 47. Так как силовой многоугольник замкнутый, то система приводится только к одной паре. Момент этой пары равен удвоенной площади многоугольника.

N 48. Строим силовой многоугольник abc и нахдим величину и направление равнодействующей ac. Для определения точки приложения ее, берем полюс 0, соединяем его с вершинами силового многоугольника. Проводя затем через произвольно взятую точку M прямые $MK' \parallel 0a$, $K'K'' \parallel 0b$, $K''N \parallel 0c$ и продолжая MK' и NK'' до их пересечения в точке K, находим точку приложения равнодействующей /на прямой параллельной AC и проходящей через K. /.

N 49. Строим силовой мн-ик $ABCD$, соединяем его вершины с полюсом 0 и проводим соответственно параллельные прямые a, b, c и d. Точка приложения равнодействующей найдется в пересечении прямых a и d.

N 50.



Проектируя на вертикаль и беря момент относительно A, имеем $N_A + N_B = 350$; $N_B\cdot AB = 150\,\frac{AB}{2} + 200\cdot\frac{AB}{4}$

откуда $N_B = 125$ кгр, $N_A = 225$ кгр.

N 51. Берем момент около точки A $4N_B = 200\cdot x + 100(x+1)$;
берем момент около точки : B: $4\cdot 2N_B = 200(4-x) + 100(3-x)$

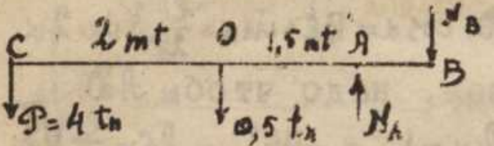
. Исключая N_B имеем:
$600x + 200 = 1100 - 300x$; $x = 1$ mtr

N 52. Берем момент около точки C ; $Q = 43$ kgr. Вычислив реакцию подвеса / = сумме всех весов/.

N 53. Берем момент около одного из концов $x = 0,7$ mtr

N 54. Находим уравновешивающую всех сил ; она должна пройти через точку O . Беря моменты около одного из концов, находим $OA = 2,5$ mtr

N 55. Действующие силы/см.чертеж/. Беря моменты около то-



чек A и B, находим: $N_A = 34$ tn
$N_B = 29,5$ tn

N 56. Берем поочередно моменты относительно точек A и B, находим $R_A = 5,3$ tn и $R_B = 3,7$ tn

N 57. Сначала рассматриваем равновесие балки AB . Беря моменты около B и A , находим реакцию в A и давление нижней балки на верхнюю. Давление балки AB на BD будет противоположно этому последнему. Прикладывая его к балке BD и беря моменты около D и E , находим реакцию в точках D и E . Отв.: $R_A = 0,6$ tn., $R_B = 0,8$ tn $R_E = 2$ tn , $R_D = 0$.

N 58. Плиты будут находиться в равновесии тогда, когда вертикаль, проходящая из центра тяжести всей группы вышележащих плит, не будет правее конца верхней подпирающей рассматриваемую группу плиты. Начиная сверху, получаем: верхняя плита может, очевидно, выступать на длину ℓ . Выступ x следующий определяется из следующего ур-ния /моменты около правого конца третьей сверху плиты/: $P.x = P(\ell - x)$ отсюда: $x = \frac{\ell}{2}$ Выступ x_1 , третьей плиты определяется из ур-ния: $2P.x_1 = P.(\ell - x_1)$; $x_1 = \frac{\ell}{3}$
Выступ четвертой будет: $3P.x_2 = P(\ell - x_2)$; $x_2 = \frac{\ell}{4}$ и т.д.

N 59. Получающийся добавочный момент должен уравновеситься лишним напряжением T тягла CD , действующим на стержень EF вверх. Это напряжение вычисляется по формуле 1000 kgr $\times \overline{AB} = T \times \overline{BC}$. Она дает на стержне EF добавочный момент против стрелки часов $T.\overline{ED}$. , который и должен покрыться увеличением момента груза P, равным как раз $P.x$. Отв. $x = 2$ cm

N 60. Веса обоих половин считаем равными длинам. Берем моменты центров тяжести обоих половин угольника около точки : A: $a\cdot\frac{a}{2}\cos\alpha = b\cdot\left(\frac{b}{2} - a\,\mathrm{tg}\,\alpha\right)\cdot\sin\alpha$ ($BE = a\,\mathrm{tg}\,\alpha$)

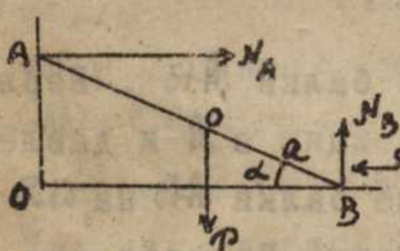
Отсюда $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a^2+2ab}{b^2}$

N 61. Берем момент около конца ступеньки: $H(R-h) = P\sqrt{R^2-(R-h)^2}$. $H = P\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$

N 62. Для того, чтобы свалить столб, мы должны уничтожить силы сопротивления, действующие на нижнюю часть столба, зарытую в земле. Если M - есть момент этих сил относительно точки A и F - сила тяги веревки, то мы должны иметь $F\cdot AD = M$. $AD = AC\cdot\cos\alpha = BC\sin\alpha = \frac{l}{2}\sin 2\alpha$

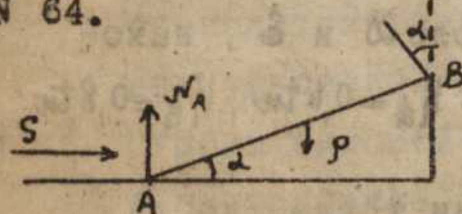
Чтобы F было бы максимальным, надо чтобы AD было бы максимальным, т.е. $\sin 2\alpha = 1$. $\alpha = 45^\circ$ и $AC = \frac{l}{2}\sqrt{2}$

N 63.



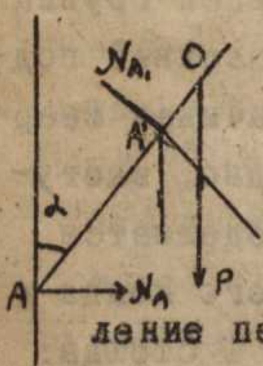
Проектируя на вертикальное и горизонтальное направление, имеем: $N_A = S$, $N_B = P$. Беря моменты около точки B, находим: $P\cdot a\cos\alpha = N_A\, l\sin\alpha$ Отв. $S = P\frac{a}{l}\,\mathrm{ctg}\,\alpha$

N 64.



Берем моменты около точки A и проекции на вертикаль и горизонталь. Отв.: $N_B = \frac{P a\cos\alpha}{l}$; $N_A = P\left(1-\frac{a}{l}\cos^2\alpha\right)$; $S = P\frac{a}{2l}\sin 2\alpha$

N 65.



Берем момент около точки A': $AO = a$, $AA' = \frac{c}{\sin\alpha}$; $P\sin\alpha\left(a - \frac{c}{\sin\alpha}\right) = N_A\cdot c\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha$. (1)

Берем проекцию на прямую AO: $N_A\sin\alpha = P\cos\alpha$ /

Подставляя N_A в /1/ находим: $\sin\alpha = \sqrt[3]{\frac{c}{a}}$

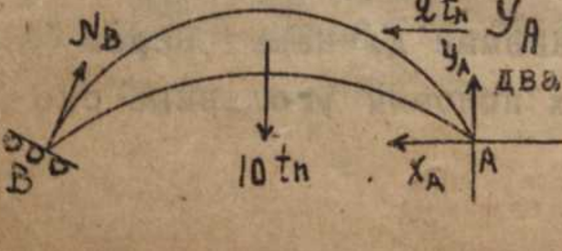
$N_A = P\,\mathrm{ctg}\,\alpha$. Проектируя на направление перпендикулярное бруску, находим: $N_{A'} = N_A\cos\alpha + P\sin\alpha = \frac{P}{\sin\alpha}$

N 66.

Направление реакций показано на чертеже /в A разлагаем по вертикали и горизонтали, в B реакция направлена перпендикулярно AB /. Сначала берем момент около A, получаем N_B. Проектируя на оси X и Y последовательно находим X_A и Y_A. Отв.: X_A = 180 кгр, Y_A = ~~150~~ 540

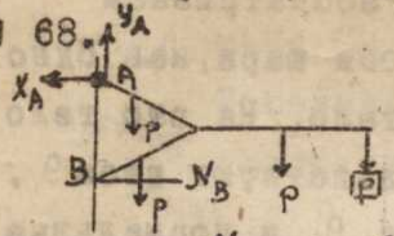
$N_B = \frac{300}{\sqrt{5}}$ кг

N 67. Реакция N_B перпендикулярна опоре /ферма на катках/; реакцию шарнира разлагаем на X_A и Y_A. Берем моменты около точки A и два ур-ния проекций на вертикальное



и горизонтальное направления. Отв.: $X_A = 1{,}8\sqrt{3} - 2\,\text{тн}$, $Y_A = 4{,}6\,\text{тн}$, $N_B = 3{,}6\sqrt{3}\,\text{тн}$

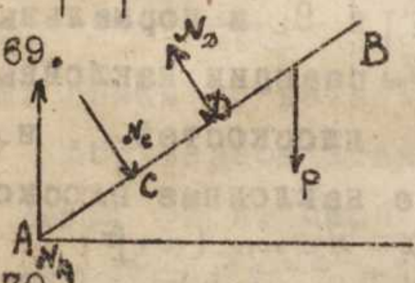
N 68.



Действующие силы расположены как указано $Y_A = P + 3p$; $X_A = N_B$. Берем момент около точки A

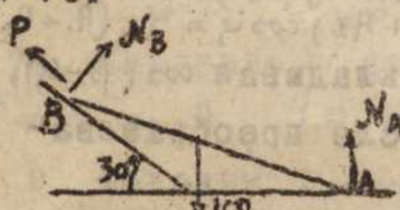
$$N_B = \frac{2(P+2p)\cdot\sin\alpha + p + 2P}{4\cos\alpha}$$

N 69.



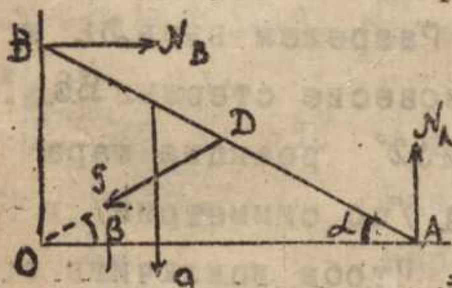
Действующие на палочку силы расположены как показано на рисунке. $N_A = P$, $N_C = N_D$. Мы имеем две пары. Сравнивая их моменты, находим: $N_C = 30\,\text{кгр}$.

N 70.

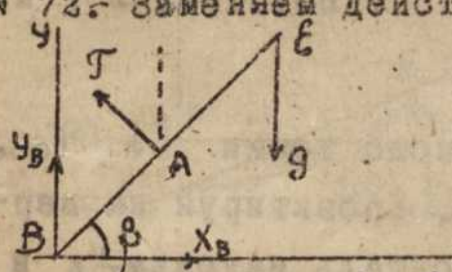


N_A и N_B нормальны плоскостям. Беря момент около B, находим $N_A = 50\,\text{кг}$ /половине веса балки/. Проектируя на наклонную плоскость и на направление ей перпендикулярное, находим P и N_B. Отв. $P = 25\,\text{кгр}$. $N_B = 25\sqrt{3}\,\text{кгр}$.

N 71. За ось X-ов принимаем OA, за ось Y-ков OB. Проектируя на оси координат силы и беря моменты относительно точки O, находим: $1^\circ\ \Sigma X = 0:\ N_B = S\cos\beta$. $2^\circ\ \Sigma Y = 0$. $N_A = q + S\sin\beta$ $3^\circ\ \Sigma M = 0:\ N_A \cdot l\cos\alpha = N_B \cdot l\sin\alpha + q\cdot\frac{l}{2}\sin\alpha$. Подставляя в это ур-ние N_A и N_B, находим: $S = q\,\frac{\cos\alpha}{2\sin(\alpha-\beta)}$

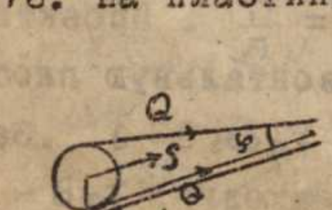


N 72. Заменяем действие обоих частей нити KC и KB одной силой $T = 2S\sin\alpha$ и приложенной в A. Обозначив длину $BE = l$, имеем $BA = \frac{l}{2}$. Беря моменты около точки B находим: $ql\cos\beta = T\,\frac{l}{2}$ Отсюда определяем натяжение S. $S = q\,\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}$. Проектируя на оси X и Y определяем X_B, Y_B, а затем и реакцию в точке B. Имеем: $\Sigma X = 0:\ X_B = T\sin\beta = 2S\sin\alpha\cdot\sin\beta = q\sin 2\beta$; $\Sigma Y = 0:\ Y_B = q - T\cos\beta = q - 2q\cos^2\beta = -q\cos 2\beta$.



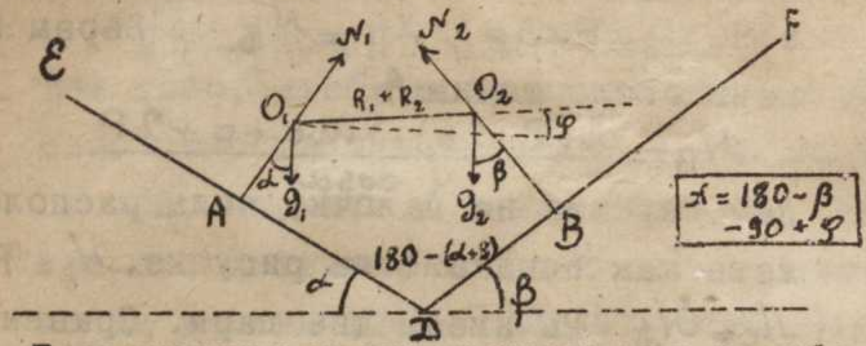
Реакция в B будет равна q.

N 73. На пластинку действуют две силы Q под углом φ и вес P. Складывая обе силы Q, получаем одну силу $S = 2Q\cos\frac{\varphi}{2}$, приложенную в центре пластинки и образующую с наклонной плоскостью угол $\frac{\varphi}{2}$. Проектируя все силы на



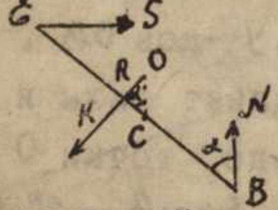
направление наклонной плоскости, получаем: $2Q\cos^2\frac{\varphi}{2}$. Вычитая из обеих частей по Q и преобразовывая получаем окончательно: $\cos\varphi = \frac{P\sin\alpha - Q}{Q}$

N 74.



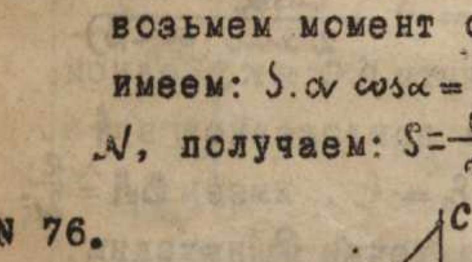
Рассматриваем оба шара, как одно тело. На это тело действуют веса g_1, и g_2 и нормальные реакции наклонных плоскостей N_1, и N_2. Проектируем нашу систему сил на обе наклонные плоскости. На плоскость $DE: (g_1+g_2)\sin\alpha = N_2\sin(\alpha+\beta)$. На плоскость $DF: (g_1+g_2)\sin\beta = N_1\sin(\alpha+\beta)$. Берем момент около точки O_1 : $g_2(R_1+R_2)\cos\varphi = N_2(R_1+R_2)\sin x = N_2\cos(\beta-\varphi)$. Подставляя N_2, раскладывая $\cos(\beta-\varphi)$, $\sin(\alpha+\beta)$ и деля на $\cos\varphi$, получаем после преобразований: $\operatorname{tg}\varphi = \frac{g_2\operatorname{ctg}\alpha - g_1\operatorname{ctg}\beta}{g_1+g_2}$.

N 75.



Вычислим действие шара на каждый стержень. Мы имеем $2K\sin\alpha = 2Q$; откуда $K=\frac{Q}{\sin\alpha}$. Разрежем нить DE и рассмотрим равновесие стержня BE . На него действуют: 1° натяжение нити S, 2° реакция шара K 3° нормальное давление тела $N=g+Q$ /по симметрии/ и 4° неизвестная нам реакция шарнира C . Чтобы исключить ее возьмем момент около точки C . Помня, что $EC=a$ и $OK=R$ имеем: $S.a\cos\alpha = K.R\operatorname{ctg}\alpha - N.a\sin\alpha$. Подставляя K и N, получаем: $S=\frac{QR}{a\sin^2\alpha} + (g-Q)\operatorname{tg}\alpha$

N 76.



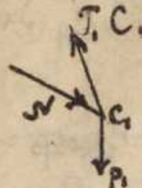
Берем момент около точки A: $Pl\cos\alpha = S\,2l\sin(\beta-\alpha)$. Проектируя на вертикаль и горизонталь находим Y_A и X_A. Отв. $S = P\frac{\cos\alpha}{2\sin(\beta-\alpha)}$;

$X_A = P\frac{\cos\alpha\cdot\cos\beta}{2\sin(\beta-\alpha)}$. $Y_A = P\left[1-\frac{\sin\beta\cdot\cos\alpha}{2\sin(\beta-\alpha)}\right]$

N 77. Рассматриваем сначала оба шара, как одно тело. Т.к.

тр-к AC_1C_2 равнобедренный, то беря моменты всех сил последовательно около точек C_1 и C_2, убеждаемся, что $\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2}$. Проектируя теперь все силы на горизонтальную плоскость, имеем: $T_1\cos(\theta-\alpha) + T_2\cos\theta = 0$. Заменяя T_1 и T_2 через P_1 и P_2 находим: $\operatorname{tg}\theta = -\frac{P_1\cos\alpha + P_2}{P_1\sin\alpha}$

. Ур-ия моментов около C_1 и C_2 дают: $T_1 = P_1 \cdot \frac{\sin\theta - \frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$, $T_2 = P_2 \frac{\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})}{\cos\frac{\alpha}{2}}$. Чтобы найти давление N одного шара на другой рассмотрим равновесие одного шара C_1, добавив к нему давление второго шара.

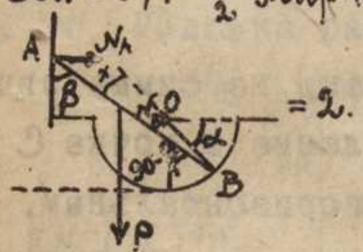


Проекция на горизонтальное направление дает нам: после замены T его значением $N = \frac{P_1 \cos(\theta - \alpha)}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{P_2 \cos\theta}{\cos\frac{\alpha}{2}}$ /для шара C_2/.

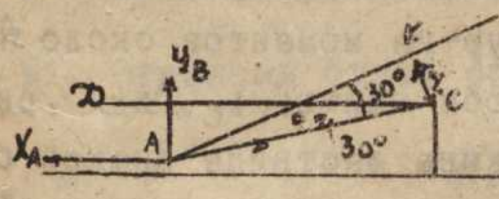
№ 78. Пишем ур-ие моментов около : О: $Pl\cos\alpha = Ql\cos\frac{\alpha}{2}$. Решая полученное квадратное ур-ие /после замены $\cos\alpha$ через $\cos\frac{\alpha}{2}$ / и, беря положительный его корень, находим: $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$.

№ 79. Давление N цилиндра на брус определится из равенства $P = N\sin\theta$ /Р - вес бруска/. Беря моменты около точки О находим: $a\sin^2\theta = r\,\mathrm{ctg}\,\theta$

№ 80. Проектируем на вертикаль и берем моменты около A.
Угол $x = \alpha + \beta - 90^\circ$. $\Sigma Y = 0$; $P = N_B \sin\alpha$;
$\Sigma M = 0$; $P\frac{a}{2}\sin\beta + N_B a\cos(\alpha + \beta) = 0$. Из последнего ур-ия, заменяя N_B, получаем: $\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta = 2$ / выразив $\cos(\alpha + \beta)$ через $\cos\alpha$ и $\cos\beta$ /. Реакции опор будут: $N_B = \frac{P}{\sin\alpha}$; $N_A = \frac{P}{\mathrm{tg}\,\alpha}$ /проектируем на горизонталь/.



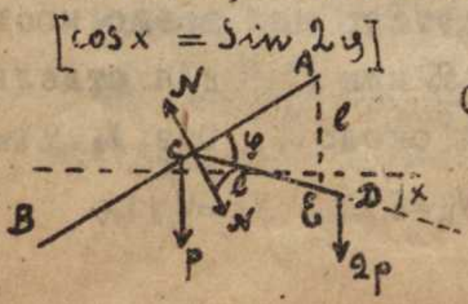
№ 81. Находим сначала давление T цилиндра на брусок AB . Рассматриваем равновесие одного лишь $\angle ACK = 60^\circ$, $\angle ACA = \angle KAC = 30^\circ$ бруска. Берем момент около A: $T\,2r\cos 30^\circ = P\frac{3}{2}r\cos 60^\circ$, откуда $T = \frac{3}{4}P\frac{1}{\sqrt{3}}$ кгр. $= 4\sqrt{3}$



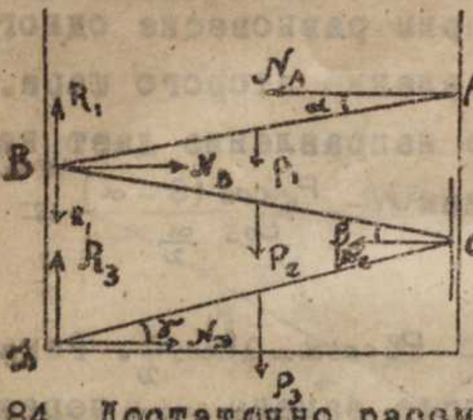
Рассматриваем равновесие одного лишь цилиндра. Берем проекции на горизонталь - находим: S T /горизонталь составляет одинаковые углы по 30° с радиусом и нитью/. Переходя к бруску AB и, взявши ур-ия проекций на вертикаль и горизонталь, получаем: $X_A = 6$ кгр, $Y_A = 16 - 2\sqrt{3}$ кгр.

№ 82. Берем ур-ия моментов относительно точек A и E: для брусков AB и CD отдельно M_A: $P \cdot l\sin\varphi = N \cdot 2l\cos x$. M_E: $2P \cdot l\cos x = N \cdot l\cos\varphi$
$[\cos x = \sin 2\varphi]$

Отсюда: $\cos\varphi = \frac{1}{8}$



№ 83. Пишем последовательно ур-ия равновесия, начиная сверху.

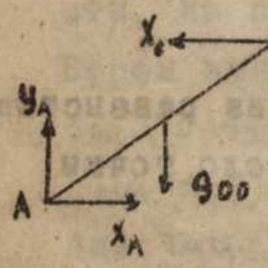


Для AB: $R = P_1,\ N_A = N_B,\ P_1\cos\alpha = 2N_A\sin\alpha$ /момент двух пар/.

Для BC: $R_2 = P_1+P_2,\ N_B = N_C\ \ (P_1+P_2)\cos\beta = 2N_B\sin\beta$

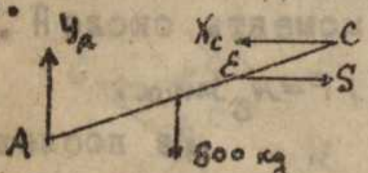
Для CD: $R_3 = P_1+P_2+P_3,\ N_C = N_D;\ (P_1+P_2+P_3)\cos\gamma = 2N_C\sin\gamma$

№ 84. Достаточно рассмотреть равновесие лишь одного из брусьев. Давление в точке C вследствие симметрии может быть только горизонтальным /закон равенства действия и противодействия/. Применяя к брусу AC три условия равновесия, получаем:



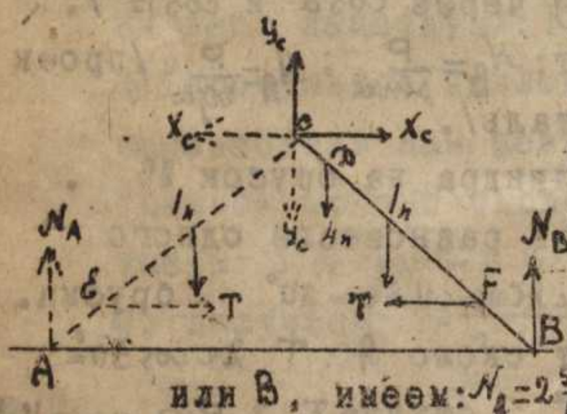
$X_A = Y_A = X_C = 900$ кгр.

№ 85. Решение аналогично предыдущей задаче:

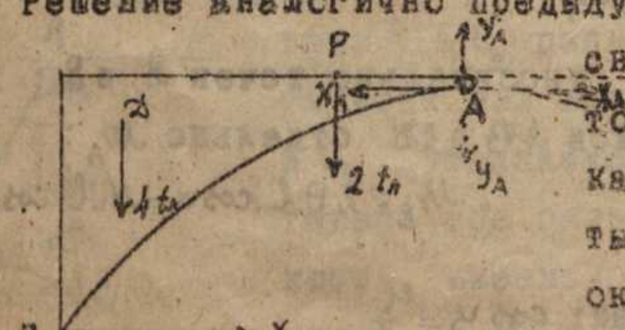


$Y_A = 800$, $S = X_C = 2400$

№ 86. Так как обе половины лестницы загружены не симметрично, то взаимное давление в точке C уже нельзя считать горизонтальным. Рассматривая равновесие всей лестницы, мы видим, что неизвестные T, X_c, Y_c уничтожаются. Беря проекции на вертикаль и ур-ие моментов около A или B, имеем: $N_A = 2\frac{5}{6}$, $N_B = 3\frac{1}{6}$. Чтобы найти T, X_c и Y_c, рассмотрим равновесие одной половины лестницы /какой безразлично/. На чертеже отмечены сплошными линиями силы, действующие на правую половину лестницы. Написав для нее все три условия равновесия, найдем: $T = X_c = 2\frac{4}{5}$ пуда. $Y_c = 1\frac{5}{6}$ пуда.

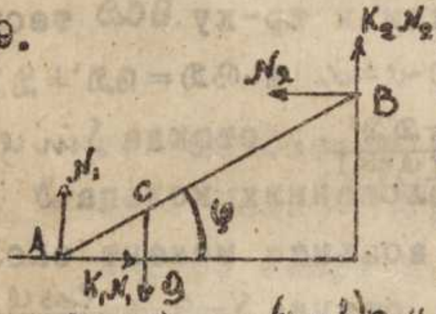


№ 87. Решение аналогично предыдущей задаче. Пишем ур-ия сначала для всего моста, потом для одной части или для каждой части отдельно. Моменты берутся: для всего моста около B или C; для отдельных частей около A. Отв. $X_A = 2$ tn, $X_B = X_C = 2$ tn; $Y_A = 0{,}8$ tn, $Y_B = 5{,}2$ tn, $Y_C = 4{,}8$ tn



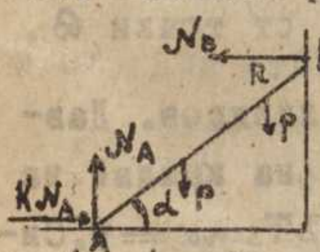
№ 88. Необходимо, чтобы опрокидывающая пара NN была бы не больше восстанавливающего момента $Q.R$. Чтобы вычислить опрокидывающую пару, рассмотрим равновесие только двух шаров без цилиндра. На них действуют: 1° цилиндр /пара NN/ 2° пол/сила $2p$ вверх/ и 3° веса их p и p. Пара NN уравновешивается парой pp сил, приложенных к центрам шаров /после сложения веса нижнего шара p и давления тела $2p$/. Момент этой последней равен $2p(R-r)$. Таким образом $Q \geq 2p\left(1-\frac{r}{R}\right)$

№ 89. Берем проекции на вертикаль и горизонталь и моменты около точки A или B. Т.к. брус стремится соскользнуть влево, то силы трения k_1N_1 и k_2N_2 должны противостоять этому движению.



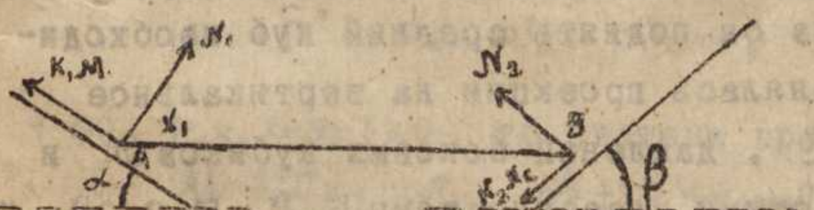
Отв. $tg\varphi \leq \frac{(a-b)k_1k_2}{k_1(a+b)}$ $N_1 = \frac{Q}{1+k_1k_2}$ $N_2 = \frac{k_1Q}{1+k_1k_2}$

№ 90. Условия равновесия дают нам: $N_A = 2P$ /при всяком положении человека/, $N_B \leq k2P$. Наибольшее значение N_B получает, когда человек находится на самом верху, что не трудно видеть из ур-ия моментов около A /$AB = a$/.



$N_B a \sin\alpha = \frac{P}{2} a\cos\alpha + Pa\cos\alpha$. Определяя N_B и вставляя в наше неравенство, находим: $tg\alpha \geq \frac{3}{4k}$.

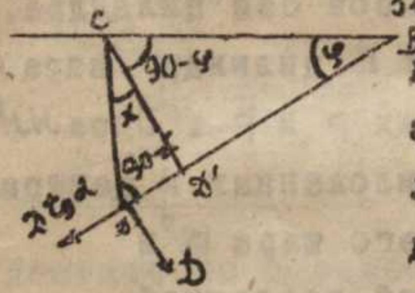
№ 91. Стержень будет стремиться соскальзывать вниз по мере приближения груза P к тому или другому концу. Если мы возьмем крайнее



левое положение P на расстоянии x_1, то силы трения будут расположены, как указано на рисунке. Для крайнего правого положения x_2 направление сил будет обратное. Для решения возьмем моменты около точек A и B /верхний знак соответствует x_1/. Момент около A:
$Px = N_2 l\cos\beta \mp N_2 tg\varphi_2 \cdot l\sin\beta$, откуда $N_2 = \frac{Px}{l} \cdot \frac{\cos\varphi_2}{\cos(\beta\pm\varphi_2)}$.
Момент около B: $P(l-x) = N_1 l\cos\alpha \pm N_1 tg\varphi_1 \cdot l\sin\alpha$, откуда $N_1 = \frac{P(l-x)}{l} \cdot \frac{\cos\varphi_1}{\cos(\alpha\mp\varphi_1)}$. Берем проекции на AB: $N_1\sin\alpha \mp$
$\mp N_1 tg\varphi_1 \cos\alpha = N_2\sin\beta \pm N_2 tg\varphi_2 \cos\beta$, или $N_1\frac{\sin(\alpha\mp\varphi_1)}{\cos\varphi_1}$ -

$= N_2 \dfrac{\sin(\beta \mp \varphi_2)}{\cos\varphi_2}$. Подставляя N_1 и N_2 имеем: $(l - x)\cdot tg(\alpha \mp \varphi_1) = x \cdot tg(\beta \pm \varphi_2)$. Отсюда определяем x : $x_{1,2} = l \dfrac{tg(\alpha \pm \varphi_1)}{tg(\alpha \mp \varphi_1) + tg(\beta \pm \varphi_2)}$

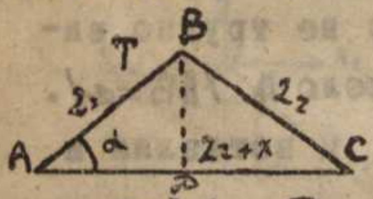
N 92. В случае отсутствия трения при равновесии нить CD перпендикулярна AB, давление D равно натяжению и $\sin\varphi = \frac{a}{b}$. Веря момент около B, находим $S = Q\frac{l}{b}$. Наличие силы трения позволит отклонить CD от перпендикуляра на некоторый угол x в ту и другую сторону. Составляя ур-ия проекций на горизонталь и вертикаль



имеем: $S\sin x = D\cdot tg\alpha$, и $D = S\cos x$ откуда $x = \alpha$. Чтобы вычислить изменение угла φ приложим к тр-ку BCD теорему синусов, помня, что угол $C = 90 - \varphi \pm \alpha$ и $BD = BD' \pm DD' = a\,ctg\varphi \pm a\,tg\alpha$. Имеем: $\frac{a}{\sin\varphi'} = \frac{BD' \pm DD'}{\cos(\varphi \mp \alpha)}$; отсюда $\sin\varphi' = \sin\varphi\cdot\cos\alpha$ /при обоих крайних положениях кольца D /. Для определения натяжения нити возьмем момент около B: $S\cdot\cos\alpha\cdot a(ctg\varphi \pm tg\alpha) = Q\cdot l\cdot\cos\varphi$, откуда $S = Q\frac{l}{b}\frac{\cos\varphi}{\cos(\varphi \pm \alpha)}$

$D = S\cdot\cos\alpha = Q\frac{l}{b}\cdot\frac{\cos\varphi\cdot\cos\alpha}{\cos(\varphi \pm \alpha)}$, где знак + соответствует меньшему, знак - большему растоянию кольца от точки B..

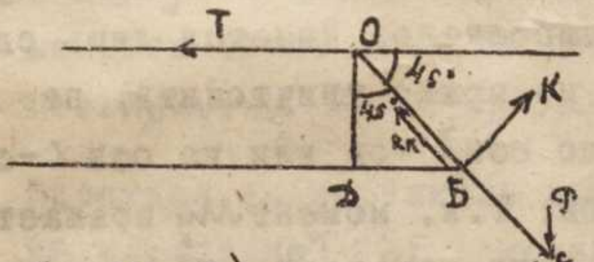
N 93. Пусть A, B, C центры всех трех полуцилиндров. Давление T верхнего цилиндра на каждый из них получится по формуле: $2T\sin\alpha = Q$. Сила трения для каждого полуцилиндра равна $\frac{3}{2}Q\cdot k = T\cos\alpha$. Отсюда $ctg\alpha = 3k$ Из тр-ка ABD: $\cos\alpha = \dfrac{r + \frac{x}{2}}{2r} = \dfrac{2r + x}{4r}$; откуда $x = 2r(2\cos - 1) = 2r\left[\frac{6k}{\sqrt{1 - 9k^2}} - 1\right]$



N 94. Чтобы сила P могла бы поднять средний куб необходимо, чтобы она равнялась проекции на вертикальное направление веса Q , давлений боковых кубиков D и сил трения между этими поверхностями $K\cdot D$. $P = Q + 2D\cos 45^\circ + 2KD\cdot\cos 45^\circ = Q + D\sqrt{2}(1 + K)$. Для определения D рассмотрим равновесие одного из боковых кубиков На него действует при поднятии среднего кубика: вес P, давление D среднего кубика, давление D' плоскости/оба вверх под углом 45° в разные стороны/, трение о наклонную плоскость KD' /вниз/ и трение о средний кубик KD /вверх/. Берем ур-ия проекций на наклонную плоскость и на направление ей перпендикулярное: 1/ $D = \frac{Q}{\sqrt{2}} + D'\cdot K$; 2/ $D' = \frac{Q}{\sqrt{2}} - D\cdot K$. Отсю-

да $D=\frac{g}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1+K}{1+K^2}$. Подставляя D находим: $P=g\,\frac{2+2k+2k^2}{1-k^2}=$
$=g\,(2+\sin 2\varphi)$.

N 95. Рассмотрим равновесие правого стержня. На него действуют: 1-е реакция шарнира О горизонтально /по симметрии/, 2-е вес P, 3-е нормальная реакция R и 4-е сила трения KR. Беря момент около точки О и проектируя на вертикаль, находим: $(BD=$



$=\frac{a}{2},\ OC=l):\ R\cdot a=P\cdot l,\quad (1+K)\,R\cdot\cos 45^\circ=P$, . Отсюда $K=\frac{a\sqrt{2}-l}{l}$. Если $a\sqrt{2}=l$ то равновесие возможно и без участия трения/ср.зад. 74/. Если $a\sqrt{2}<l$, то палочки будут стремиться подняться вверх и сила трения меняет свое положение на обратное.

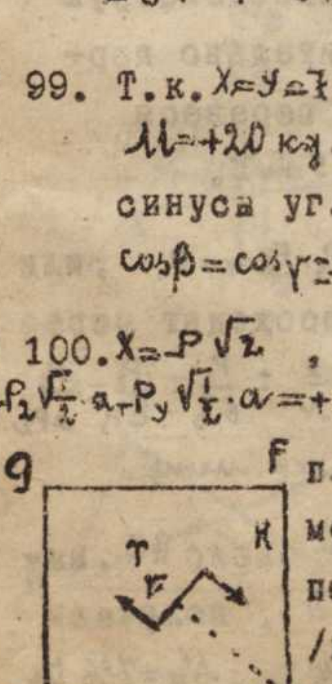
N 96. $M_x=yZ-zY$; $M_y=zX-xZ$; $M_z=xY-yX$

N 97. Для этого необходимо, чтобы $X=Y=Z=L=M=N=0$. Беря начало координат в точке О, имеем: $X=0:\ F_2=F_5$; $Y=0:\ F_1=F_4$; $Z=0:\ F_3=F_5$ $L=0\ \ F_1a=F_3\cdot a$, $M=0:\ F_5a=F_2\cdot a$; $N=0:\ F_4 a=F_6\cdot a$
Отв. $F_1=F_2=F_3=F_4=F_5=F_6$

N 98. Составляем равнодействующую силу и пару около точки О: $X=P$, $Y=P$, $Z=P$; $L=-Pb$, $M=0$, $N=Pa-Pc$. Условия возможности приведения к равнодействующей: $LX+MY+NZ=0:\ -P^2b+P\cdot 0+P^2a-P^2c=0$. Отв. $a=b+c$

N 99. Т.к. $X=Y=Z=0$, то система приводится к паре $L=20$ kg·mt; $M=+20$ kg·mt, $N=+20$ kg·mt. Отв. $T=20\sqrt{3}$ кгр. Косинусы углов с координатными осями: $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\cos\beta=\cos\gamma=\frac{\sqrt{3}}{3}$. Начало координат в A.

N 100. $X=P\sqrt{2}$, $Y=+P\cdot\sqrt{2}$, $Z=0$; $L=-\left(P_2a\sqrt{\tfrac{1}{2}}-P_4a\sqrt{\tfrac{1}{2}}-P\sqrt{2}\cdot a\right)$, $M=+P_2\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,a+P_4\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cdot a=+aP\sqrt{2}$) $N=+P_3a\sqrt{\tfrac{1}{2}}-P_1a\sqrt{\tfrac{1}{2}}=0$ Проведем



плоскость $DgAF$. Если смотреть на нее с прямой BC, то сила R пойдет от A к F, пара T перпендикулярно плоскости чертежа за ней /направление вращения на плоскости указано стрелками/. $R=2P$, $T=-2aP$. Складывая R и T получаем одну равнодействующую по $D9$.

N 101. Найдем равнодействующую и пару около точки 0 /положит. напр. вращения против часовой стрелки/. Проекции главного сектора и главного момента равны: $X=F_1-0{,}5F_2$; $Y=0$; $Z=F_2\frac{\sqrt{3}}{2}$; $L=0$, $M=-a\frac{\sqrt{3}}{6}(F_1+F_2)$ $N=0$ Условие $LX+MY+NZ=0$ выполнено. Имеется лишь один момент около оси Y; но можно уничтожить, перенеся главный сектор или по оси Z-ов или по оси X-сов. Перенесем по оси Z-ов. Т.к. момент M_y вращает по часовой стрелке, то надо перенести за плоскость чертежа на расстояние $d=\frac{M}{X}=-\frac{a\sqrt{3}(F_1+F_2)}{6F_1-3F_2}$. Координата очевидно будет равна нулю. Таким образом найдена одна точка центральной оси. Другая найдется, если мы отыщем пересечение с осью X-сов, для чего надо уничтожить момент M при помощи силы Z. Т.к. Z положительна и M вращает по часовой стрелке, то искомая точка найдется вправо от начала координат на расстоянии равным абсолютной величине выражения $\frac{M}{Z}$.

N 102. Перенеся силу P_2 в точку 0, получаем равнодействующую $\sqrt{8^2+12^2}=14{,}42$ кгр., образующую с координатными осями углы: с $X=90^\circ$, с $Y=\operatorname{arctg}\frac{2}{3}$, с $Z=\operatorname{arctg}\frac{3}{2}$. Это очевидно и будут направляющие косинуса центральной оси. От перенесения силы у нас получился добавочный момент около $Z=12.1{,}3$ кг. $=15{,}6$ кгр.mt /по часовой стрелке/. Проекция его на равнодействующую равна 8,65 кгр mt. Момент относительно перпендикулярного направления погасим, перенеся вправо по оси X-сов на расстояние 0,9 mt.

N 103. Условие $LX+MY+NZ=0$ дает $P_1 \cdot P_3 b+P_2 \cdot P_1 c+P_3 \cdot P_2 a=0$, или $\frac{a}{P_1}+\frac{b}{P_2}+\frac{c}{P_3}=0$. - Если центральная ось проходит через начало координат, то должно бы $\frac{X}{L}=\frac{Y}{M}=\frac{Z}{N}$: $\frac{P_1}{bP_3}=\frac{P_2}{cP_1}=\frac{P_3}{aP_2}$

N 104. Момент равен $b \cdot \lambda \cdot 400$ кгр. $\sin 90^\circ = 4{,}0$ кгр метр.

N 105. Имеем $N_A+N_B+N_C=13$ tn. Берем момент около AB, находим $N_C=4\frac{4}{3}$ tn; взяв момент около CD, получаем ур-ие связывающее N_A и N_B. Отв. $N_A=5\frac{5}{6}$ tn; $N_B=2\frac{5}{6}$ tn

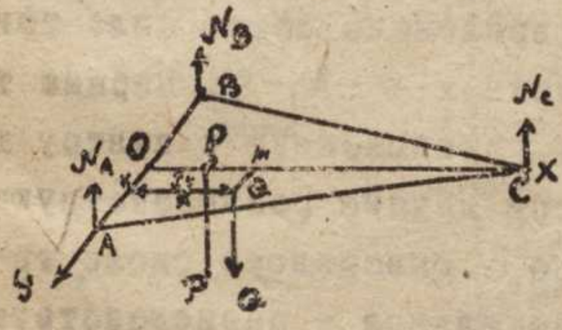
№ 106. Проекция на вертикаль дает нам N_B, момент около CE - N_A, проекция на CX натяжение нити BC и проекция на CE натяжение AB. Отв. $T_A=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ кгр; $T_B=\frac{4}{3}\sqrt{3}$, $N_A=2$ кгр, $N_B=8$ кгр.

№ 107. Момент около AB дает нам S; проекции на оси X и Z дают нам последовательно суммы X_A+X_B и Z_A+Z_B; моменты около этих же осей дают X_B и Z_B.
Отв. $X_A=\sqrt{3}$ кгр, $X_B=0$, $Z_A=3$ кгр, $Z_B=6$ кгр. $S=2\sqrt{3}$ кгр.

№ 108. Проекция на вертикаль дает нам Z_B; момент около AB натяжение T в EF; момент около XB реакцию Y_A, момент около YB реакцию X_A, реакции X_B и Y_B получим из проекций на XB и YB. Отв. $T=2$ пуд. $X_A=1\frac{3}{4}$ п /влево/, $Y_A=\frac{1}{4}\sqrt{3}$ пуд., $X_B=2.75$ пуд., $Y_B=\frac{3}{4}\sqrt{3}$ пуд., $Z_B=4$ пуд.

№ 109. Проекция на вертикаль дает на $N_C=P$. Чтобы найти N_A и N_B определяем координаты центра тяжести тр-ка: $x=\frac{b+c}{3}$, $y=\frac{a+c}{3}$, $z=\frac{a_1+b_1}{3}$. Берем моменты около OX и OY, находим N_A и N_B. Т.к. угол $COY=45°$, то очевидно $N_A=N_B$, с другой стороны ур-ие моментов около OZ дает $N_A\cdot a=N_B\cdot b$, откуда $a=b$; точно такие из выражений для N_A и N_B, имеем $a_1=b_1$. Для возможности равновесия при угле $COX=45°$ тр-к ABC должен быть равнобедренным и AB - горизонтальной: $N_A=N_B=P\frac{a+c}{3b}$ $P\frac{b+c}{3a_1}$; $S=N_A\sqrt{2}$.

№ 110. Возьмем оси координат, как указано на рисунке;

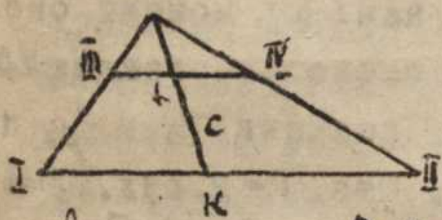


координаты центра тяжести $OP=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Ур-ия равновесия будут $N_A+N_B+N_C=P+Q$; $N_C\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=P\cdot\frac{a\sqrt{3}}{6}+Qx$; $N_A\cdot\frac{a}{2}=N_B\cdot\frac{a}{2}+Q\cdot y$. /момент около AB/ - /момент около OC/.

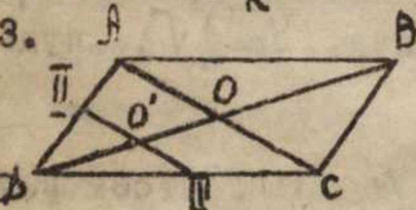
№ 111.

Имеем $N_A=N_C$; $2N_A+N_B+N_D=80$; $N_D=3N_B$; $N_B+N_A=\frac{1}{4}\cdot 80$ /момент около CD/. Отсюда $N_A=N_C=0$, $N_B=20$; $N_D=60$

ПРИМЕЧАНИЕ: Дано одно из возможных решений, но нетрудно видеть, что существуют и другие; напр. вполне удовлетворяет всем условиям задачи также решение: $A=0$, $B=C=2c$, $D=A0$ и др. Неопределенность задачи нетрудно обнаружить, если мы вспомним, что у нас имеются четыре неизвестные реакции, а ур-ий для их определения всего: проекции на вертикальную ось и два ур-ия моментов около двух горизонтальных осей. Полную определенность в решение задачи можно внести лишь изучая деформации пола, на котором покоятся ножки стола.

N 112. 

C - центр тяжести; $CK=KL$. В точках K и L сосредоточены по половине веса тр-ка. Искомые места 1, II, III, IV.

N 113. 

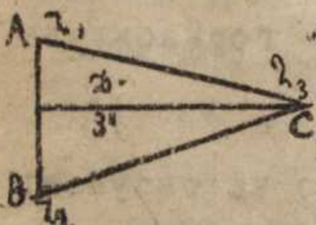
Необходимо, чтобы в O' $(DO=2O'O)$ сосредоточилось $\frac{2}{3}$ груза, в B - $\frac{1}{3}$ прочего. Места носильщиков указаны I, II, III.

N 114. Координаты K: $x=\frac{a+b}{2}\sin B$, $y=\frac{a+b}{2}\cos B$; координаты L: $x=\frac{a+b}{2}\sin C$, $y=\frac{a+b}{2}\cos C$; координаты M: $x=\frac{c}{2}$, $y=0$

Отв. $\bar{x}=0$, $\bar{y}=\frac{a(p-a)}{2p}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$

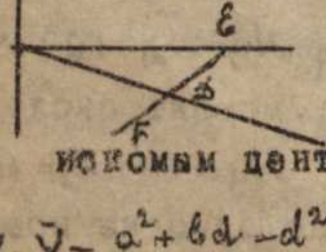
N 115. $\bar{x}=0$, $\bar{y}=\frac{2r}{\pi}$

N 116. Пусть A, B, C и r_1, r_2, r_3 будут соответственно центра и радиусы трех окружностей. Можно считать, что нужно



найти центр трех параллельных сил равных r_1, r_2, r_3 приложенных в вершинах тр-ка ABC, где $AB=r_1+r_2=c$ $AC=r_1+r_3=b$ $BC=r_2+r_3=a$. Если $2p=a+b+c$, то $r_1=p-a$, $r_2=p-b$, $r_3=p-c$

К вершинам нашего тр-ка приложены шесть сил: три силы p и три им противоположных $-a, -b, -c$. Первые три дают равнодействующую $3p$, приложенную к центру тяжести $\triangle ABC$ /точка D /, а три другие равнодействующую $-2p$, приложенную в центре E описанного около тр-ка



круга. Окончательное - равнодействующая равна p и приложена на продолжении ED в точке F, где $EF=3DE$. Точка F и будет искомым центром тяжести.

N 117. $\bar{x}=\frac{a^2+bd-d^2}{2(a+b-d)}$ $\quad y=\frac{b^2+ad-d^2}{2(b+a-d)}$

N 118. $\bar{y}=\frac{ad^2+bh^2-bd^2}{2(ad+bh-bd)}$

N 119. $\bar{y} = 8,89$.

N 120. $\bar{y} = \frac{a}{2b}\left(14+3\sqrt{3}\right)$

N 121. $\bar{x} = \frac{3\pi+16}{3\pi+12}\cdot R$

N 122. $\bar{x} = \frac{30}{2\pi-3\sqrt{3}}$ дм.

N 123. $\bar{x} = -\frac{er^2}{R^2-r^2}$

N 124. $\bar{x} = \bar{y} = a\cdot\frac{10-3\pi}{12-3\pi}$

N 125. Центр тяжести должен лежать под точкой E; $CE = \frac{a}{2}\left(3-\sqrt{3}\right)$

N 126. $h=2,5$ см.

N 127. Берем момент около O коробки без крышки и полушария:

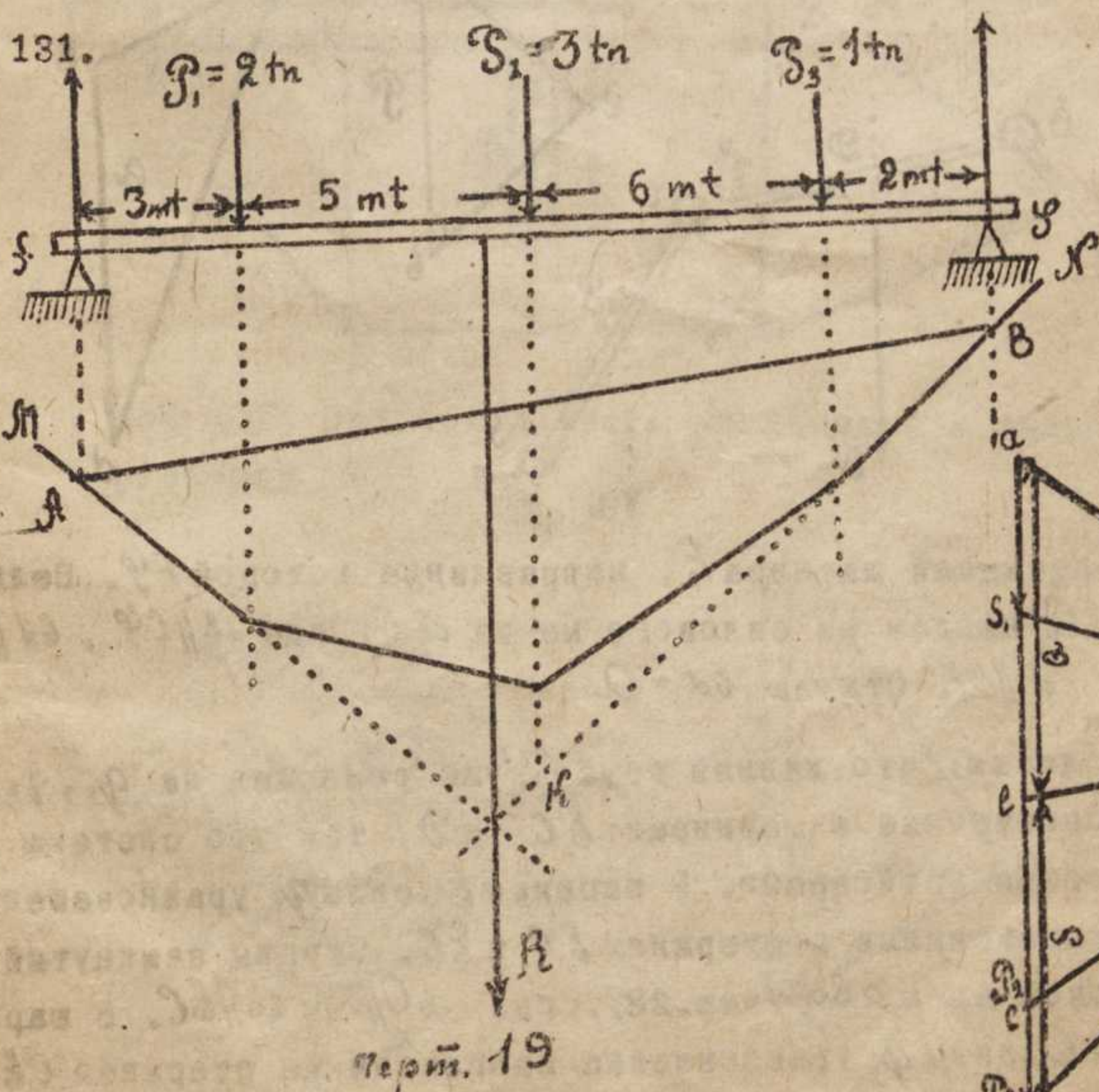
$$x = a\sqrt[3]{\frac{7}{25\pi}}$$

N 128. $z=\frac{h}{4}\cdot\frac{a+2\sqrt{ab}+3b}{a+\sqrt{ab}+b}$

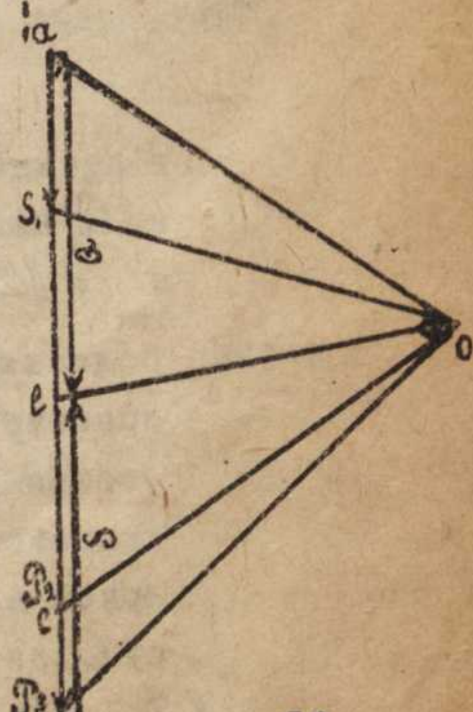
N 129. Необходимо, чтобы центр тяжести всего тела совпадал бы с центром полушара. Отв. $h = r\sqrt{3}$

N 130. $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$.

N 131.

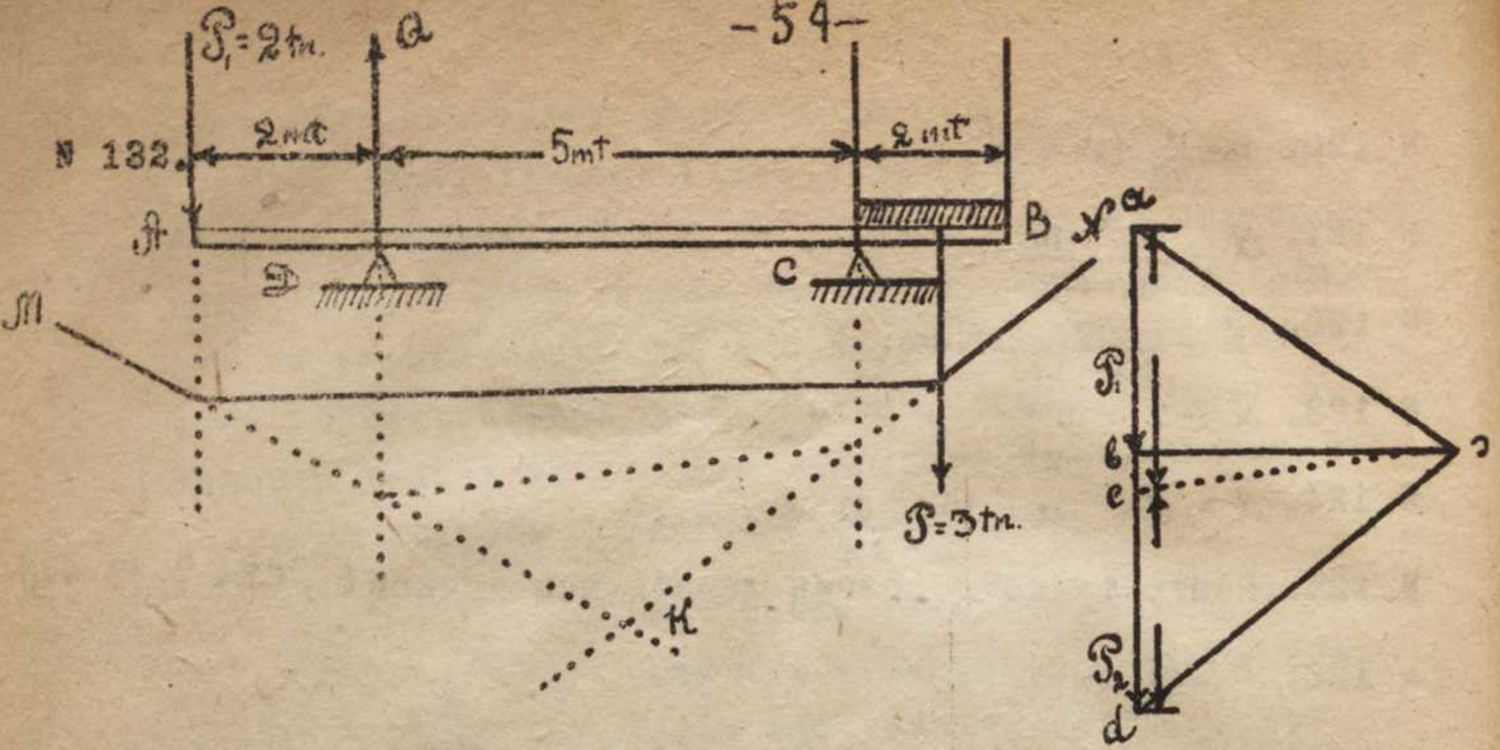


Черт. 19

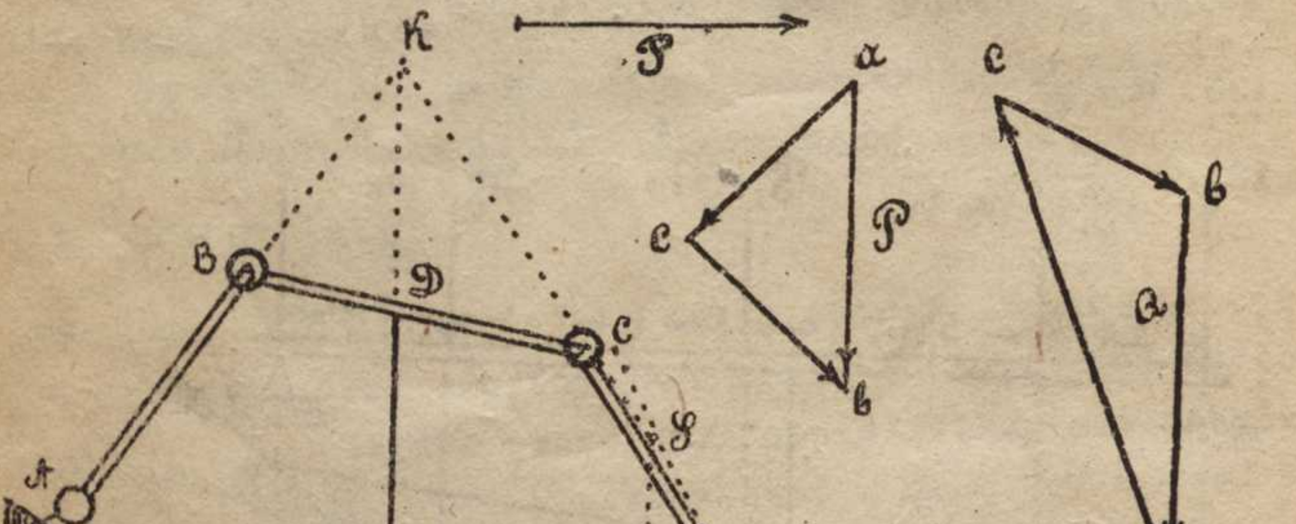


Черт. 20

№ 132.

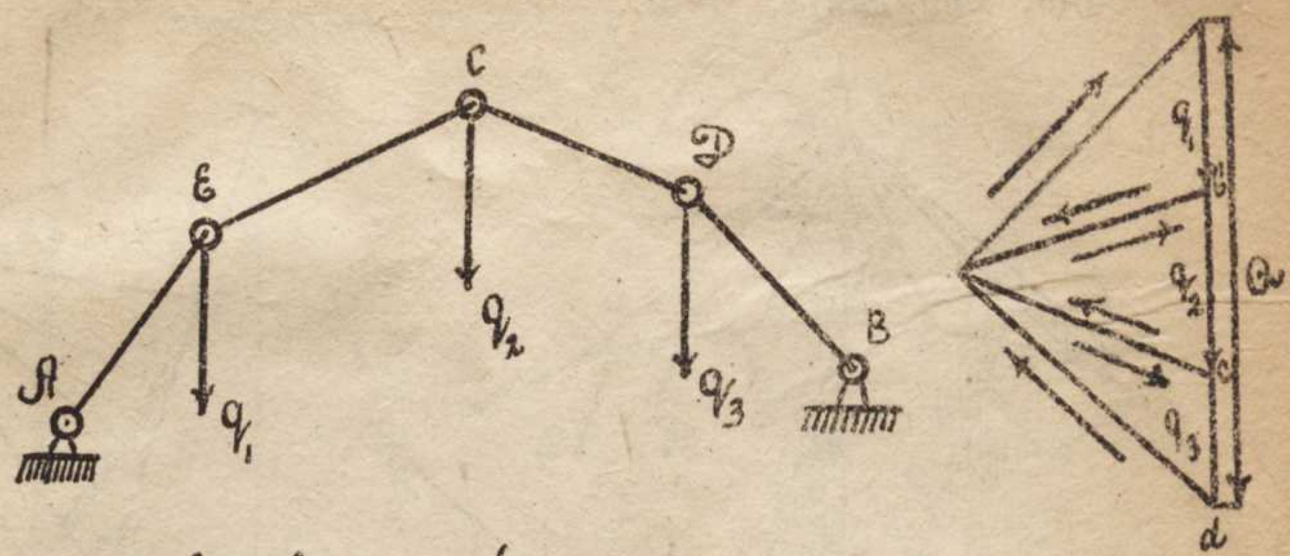


№ 133. Разложим P на две силы, проходящие через шарниры B и C, из коих одна имеет направление BA. Строим силовой мн-к /черт.24/: $ac \parallel HA$ и $cb \parallel HC$. При условии равновесия: ac и cb уравновешиваются реакциями шарниров B и C. Реакция шарнира C должна быть уравновешена силой Q



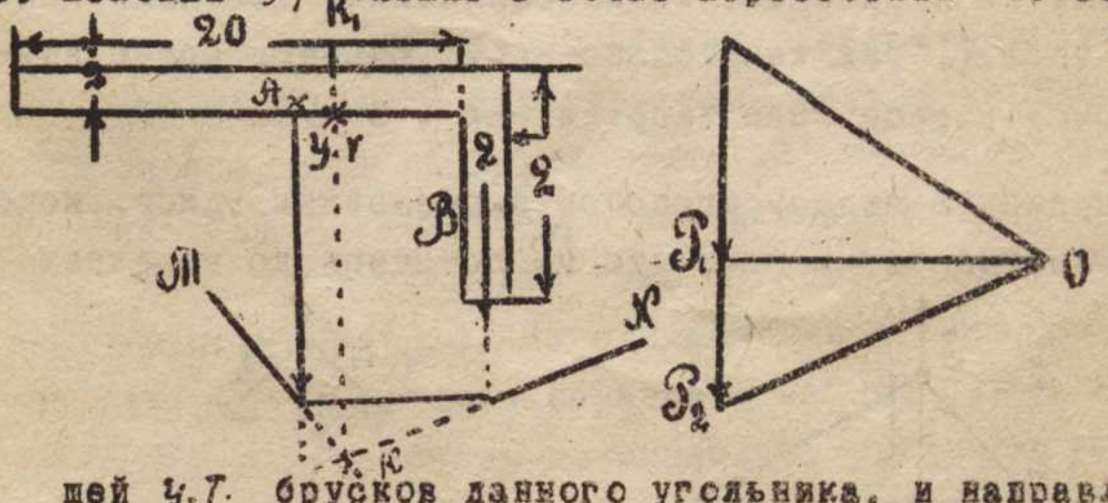
и реакцией шарнира F_1, направление которой FS. Величину Q найдем из силового мн-ка cbd, где $cb \parallel CS$, $bd \parallel SB$ и $cd \parallel SF$. Откуда $bd = Q$.

№ 134. Положим, что данный груз Q уже разложен на q_1, q_2, q_3, приложенные в шарнирах: E, C, и D, так что система остается в равновесии. В шарнире E сила q_1 уравновешена напряжениями в стержнях EA и EC. Строим замкнутый силовой мн-к abo /чер.28/, где $aO \parallel EA$ и $bo \parallel EC$. В шарнире C сила q_2 уравновешена напряжениями стержней CE и CD. Строим замкнутый силовой мн-к bcO, где $oc \parallel DC$. Заметим, что напряжение в стержне $CE = Ob = -bo$. Повторим то же рассуждение для шарнира D. Получим три силовых

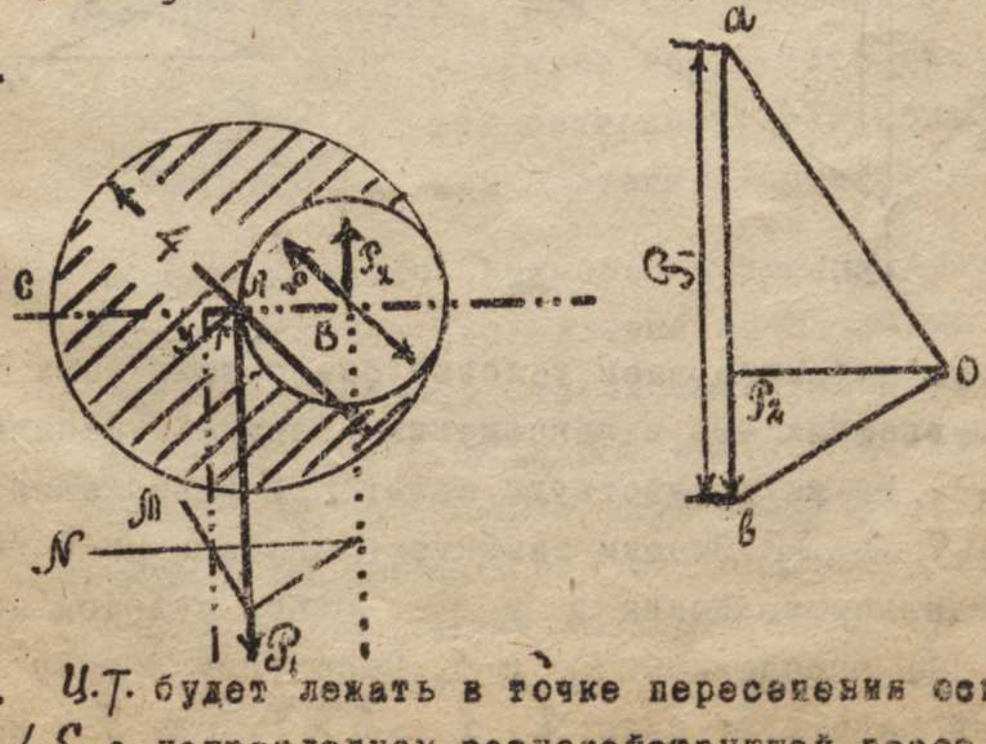


мн-ка: abo, boc и cod. Таким образом для решения нашей задачи из концов данной силы a и d проводим $ao \parallel EA$ и $do \parallel DB$. Получим полюс O, из которого проводим $ob \parallel EC$ и $oc \parallel CD$. Находим искомые силы: $ab = q_1$; $bc = q_2$ и $cd = q_3$

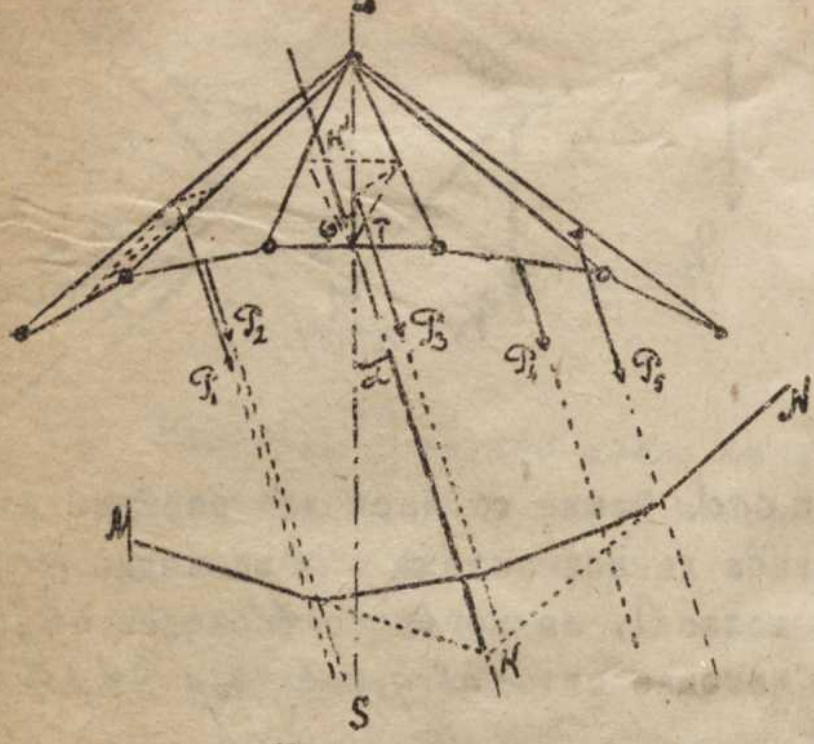
N 135. Искомый ц.т. лежит в точке пересечения AB, соединяющей ц.т. брусков данного угольника, и направления равн-щей KK'

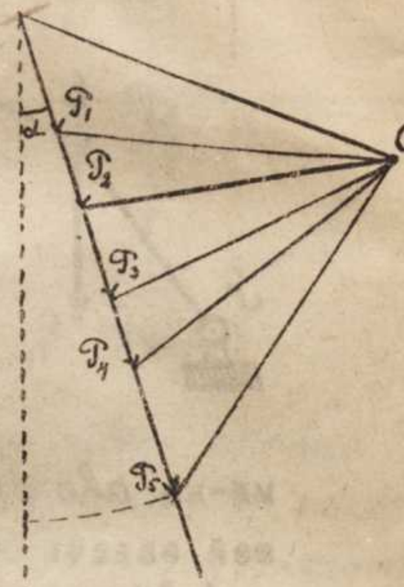


N 136.



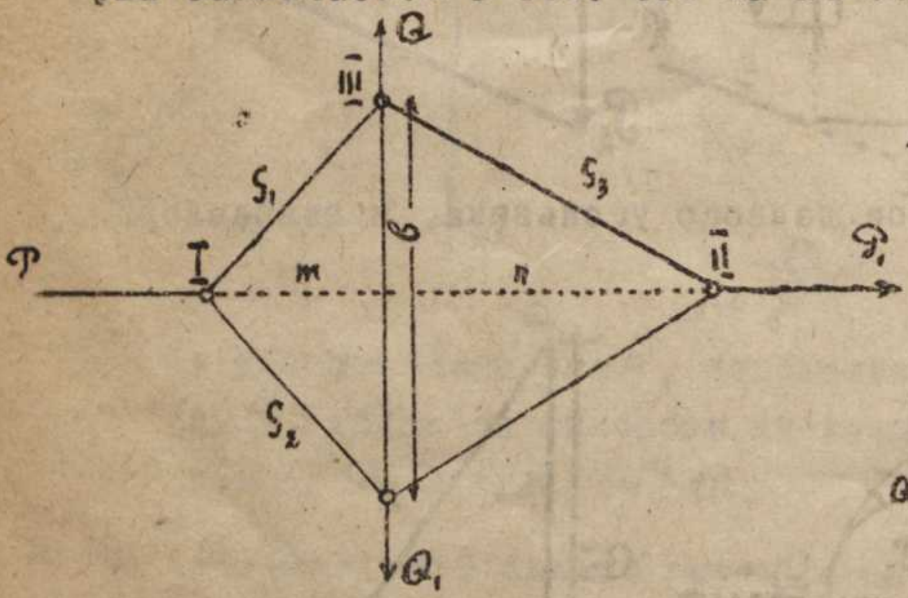
N 137. Ц.Т. будет лежать в точке пересечения оси симметрии LS с направлением равнодействующей весов всех составных частей контура. Разбиваем данный контур на части, ч.т. которых легко определяются: тр-ки и прямые отрезки. Определяем веся составных частей: P_1, P_2, P_3, P_4, P_5.

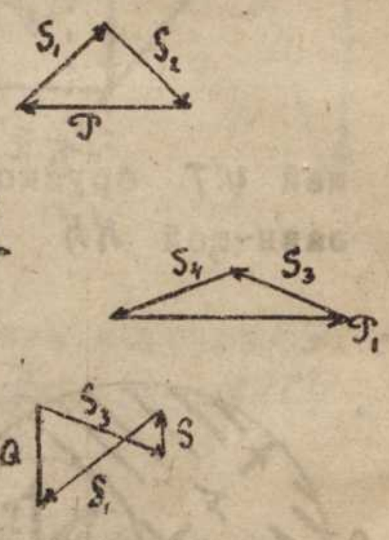




Отложим их в масштабе по направлениям, составляющим с LS угол α, так как только таким образом можно найти точку пересечения направления R с LS.

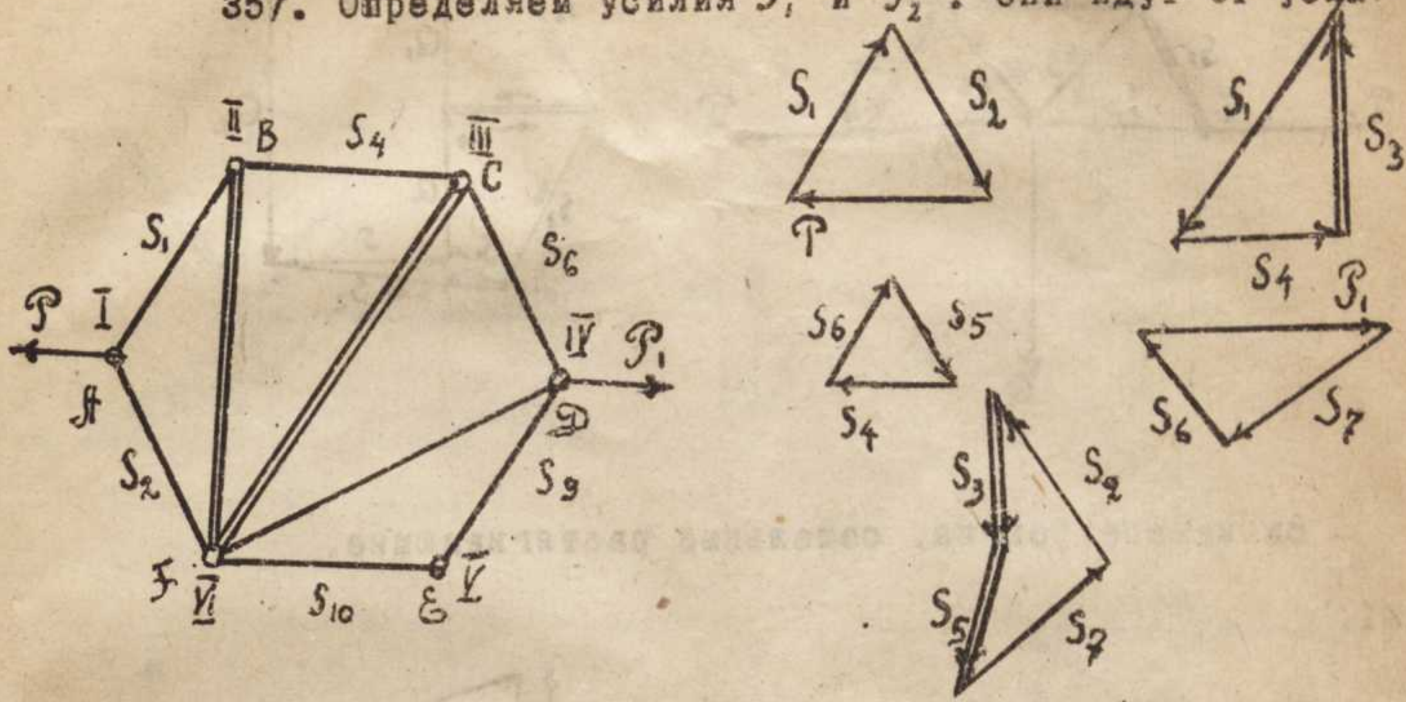
№ 138. Решим данную задачу способом вырезывания узлов, который заключается в том, что мы по-очередно выделяем



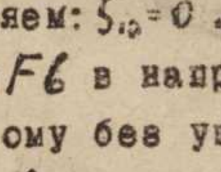


узлы фермы, рассматриваем условия равновесия узла под действием внешних сил и напряжений стержней. Рассмотрим узел I. На него действуют силы: P и напряжения стержней: S_1 и S_2. Строим замкнутый силовой мн-к /чер. 31/. Определяем величины S_1 и S_2. Строя силовой мн-к для узла II, определяем: S_3 и S_4. Переходим к узлу III, на который действуют силы: Q, S_1, S_3 и S, где S - напряжение стержня b. Строим силовой мн-к /черт.33/Определяем: S - искомое сопротивление стержня.

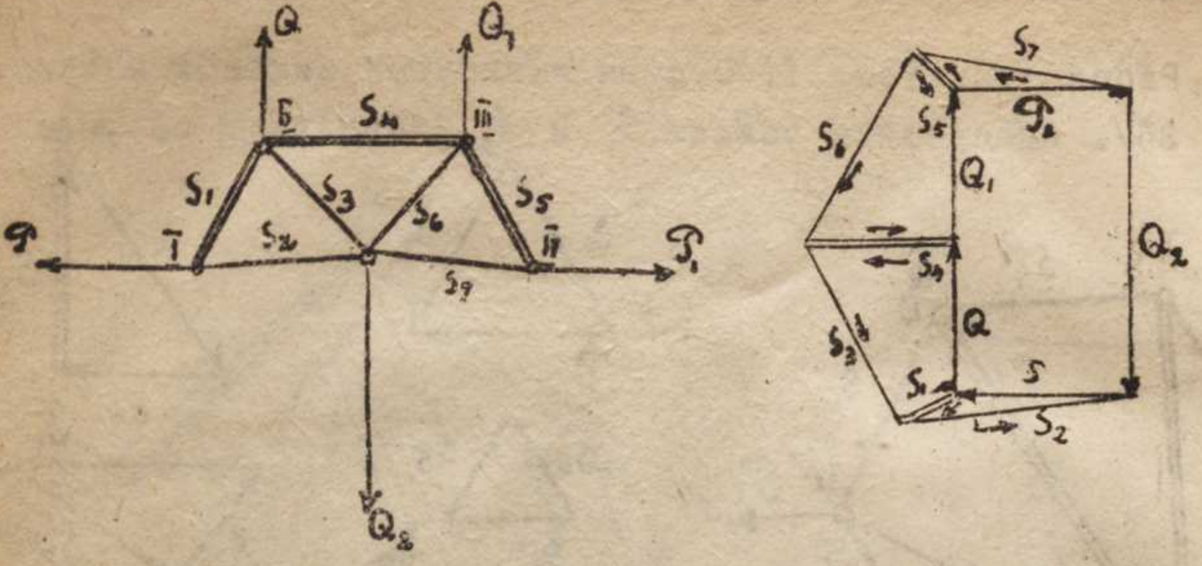
N 139. Рассмотрим узел I. Строим замкнутый силовой мн-к/ч. 35/. Определяем усилия S_1 и S_2. Они идут от узла:



S_1 и S_2 - растягивающие усилия. Строим силовой мн-к для узла II-го. Определяем: S_4 - растягивающее усилие; S_3 - направлено к узлу - сжимающее усилие. Будем обозначать все сжимающие усилия двойной чертой. Из силового мн-ка для узла III-го определяем: S_5 - сжимающая сила и S_6 - растягивающая/черт.37/.Построив силовой мн-к для узла IV, определяем: S_7 - растягивающая и $S_9=0$. Из силового мн-ка /черт.39/ определяем: $S_{10}=0$. Таким образом в данной ферме стержни DE и FE в напряжении не принимают никакого участия, а потому без ущерба устойчивости они могут быть совсем из'яты из фермы. „Все наши маленькие силовые многоугольники могут быть сведены в одну общую диаграмму, как показано на прилагаемом чертеже. / Диаграмма Кремоны/".

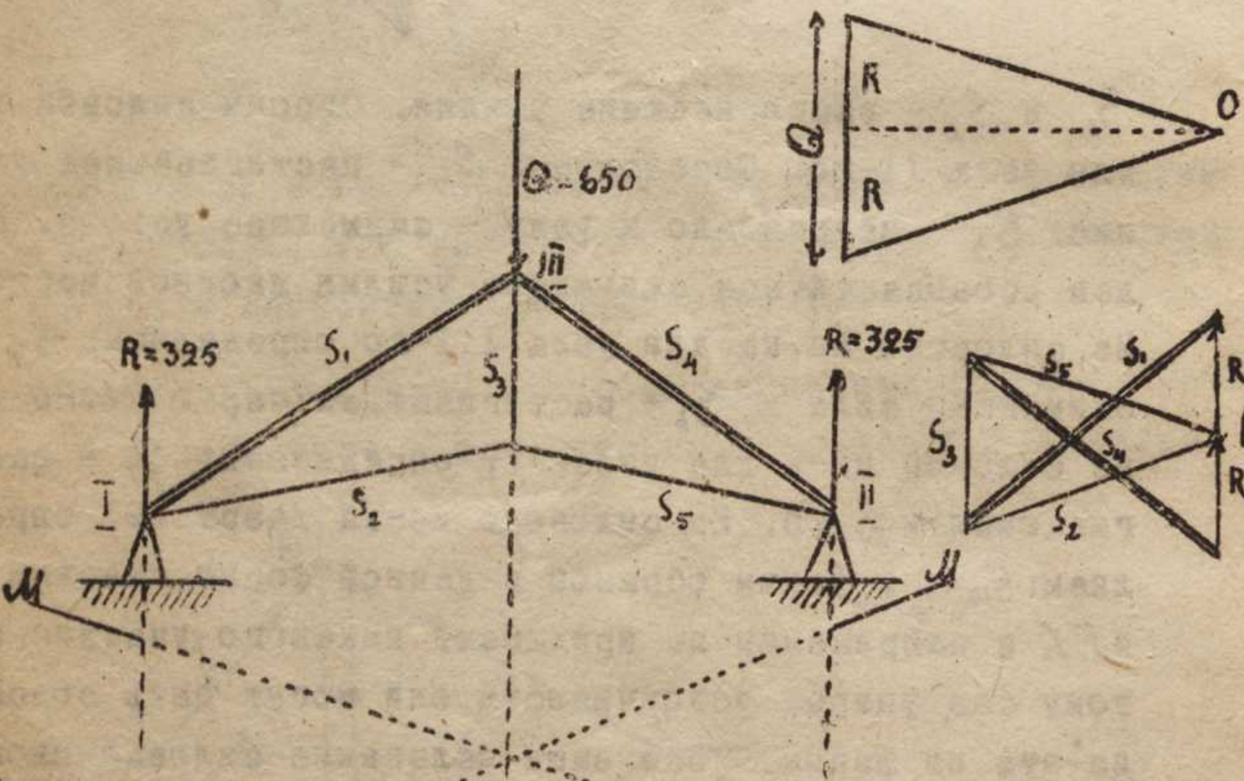


N 140. Применим способ Кремоны, который украшает решение тем, что соединяет все силовые мн-ки узлов фермы в одну общую диаграмму. Строим замкнутый силовой мн-к из внешних сил: P, Q, Q_1, P_1 и Q_2, так как в уравновешенной ферме они должны быть взаимно уравновешены. На каждой из внешних сил строим замкнутые силовые мн-ки, куда входят усилия всех стержней. Построение начнем с P, переходим к Q и т.д... Рассматривая силовые мн-ки, определяем: S_1, S_2, S_3 и т.д., из которых: S_1, S_4 и S_5 -

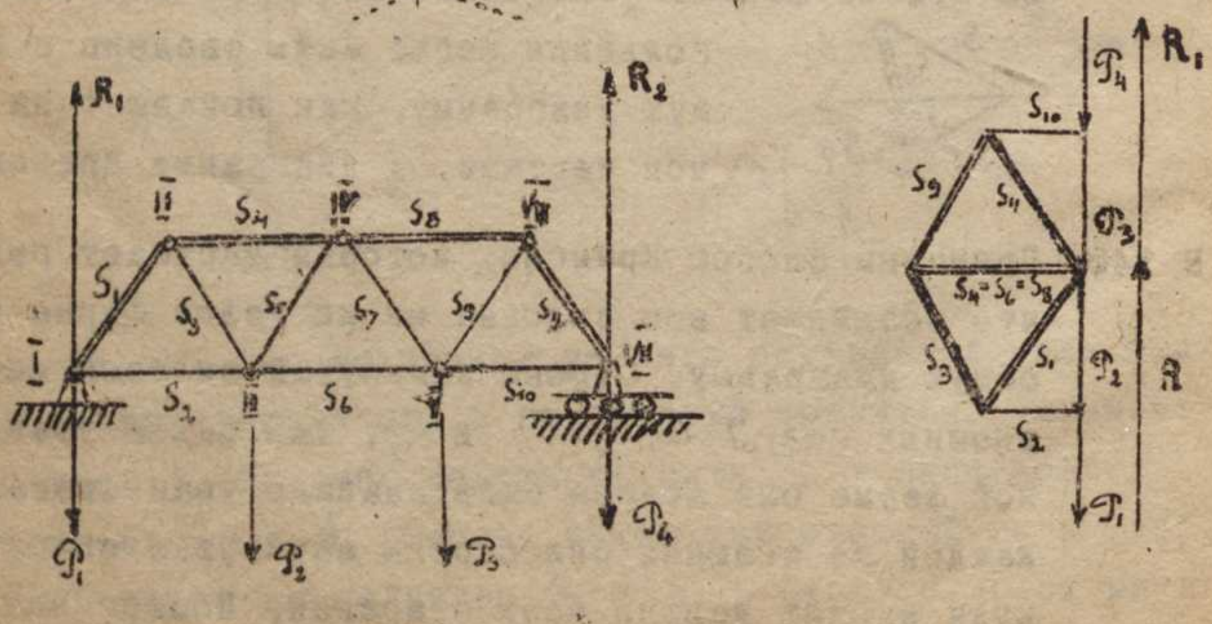


— сжимающие усилия, остальные растягивающие.

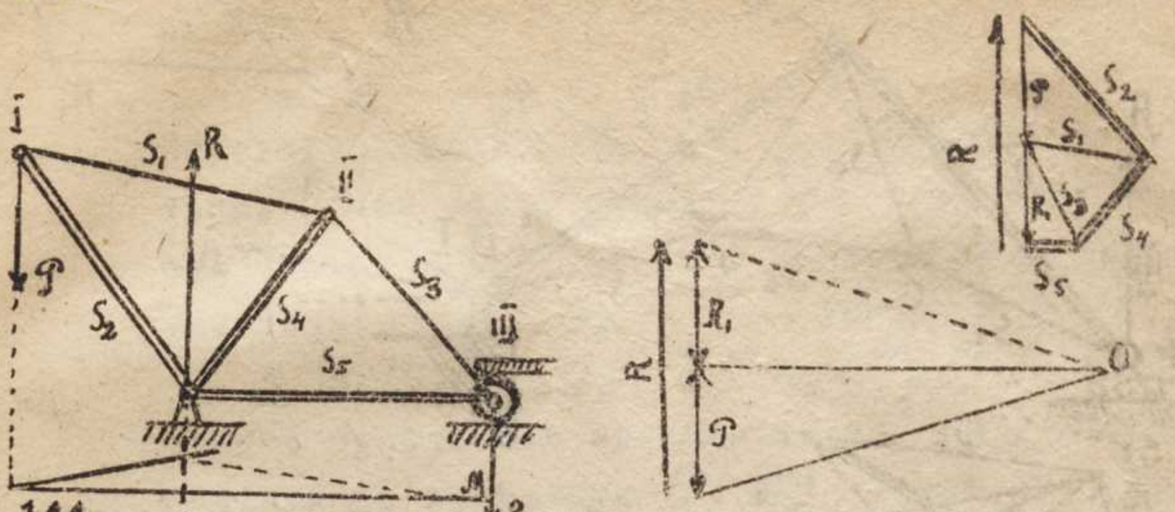
N 141.



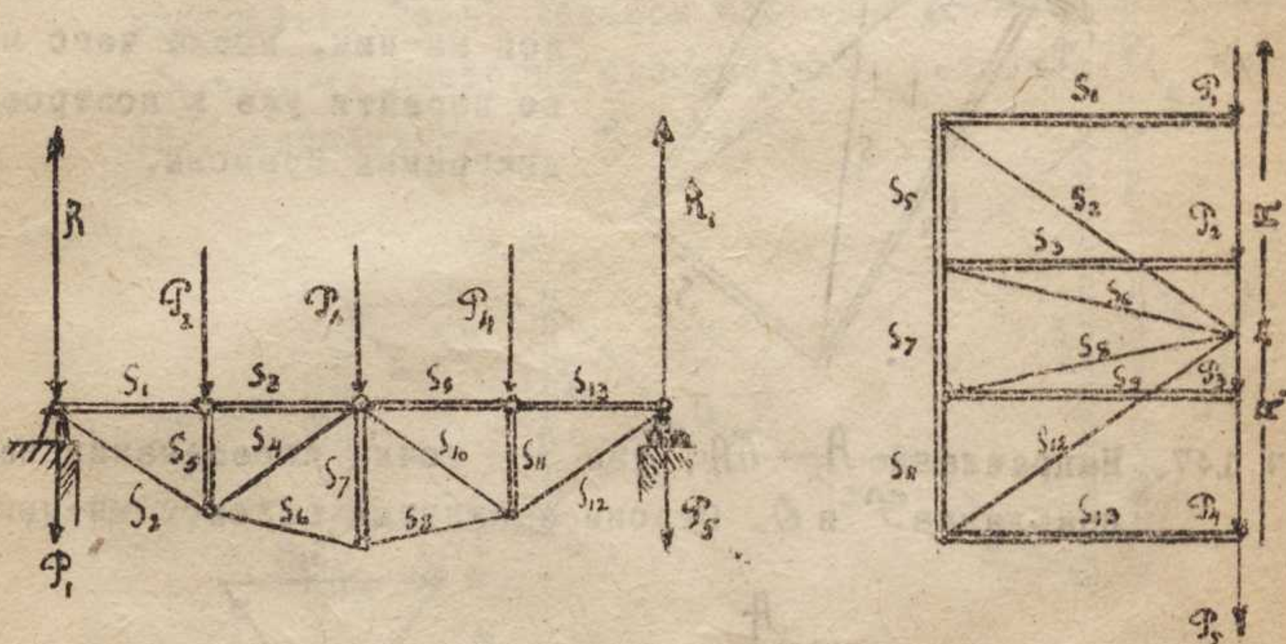
N 142.



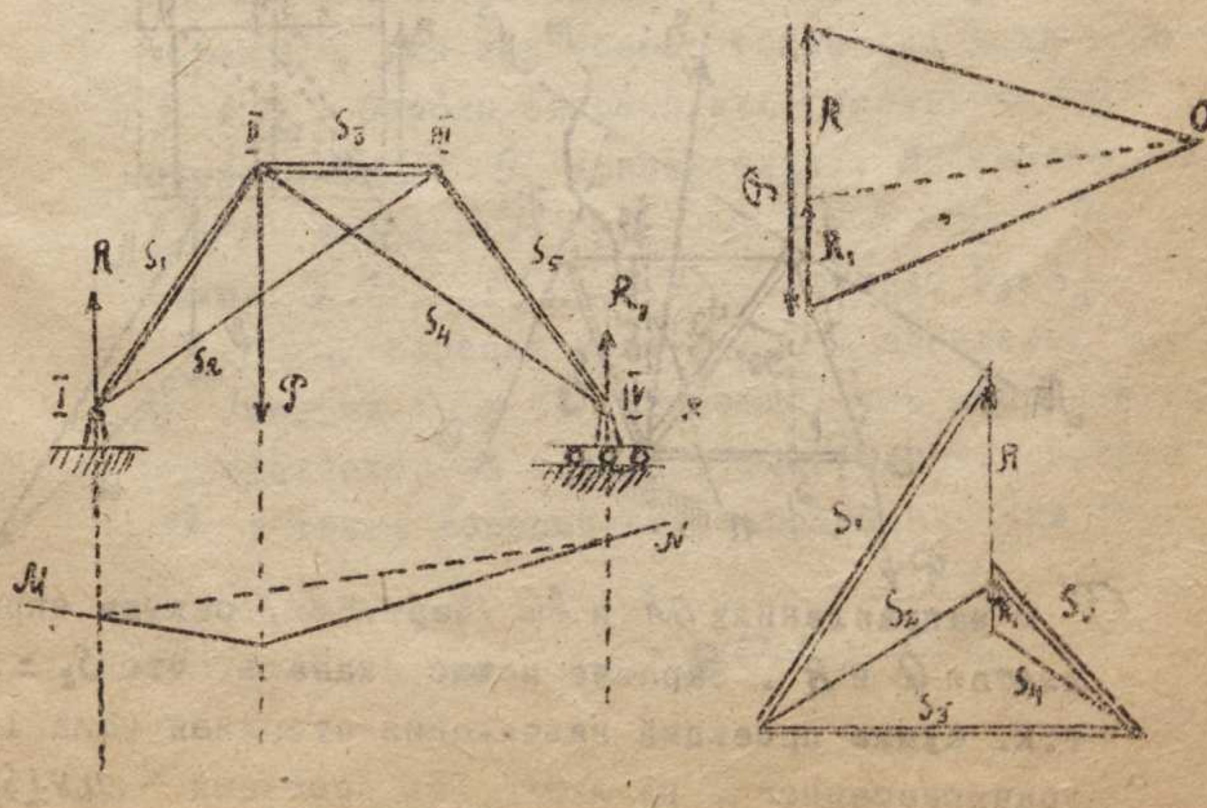
N 143.



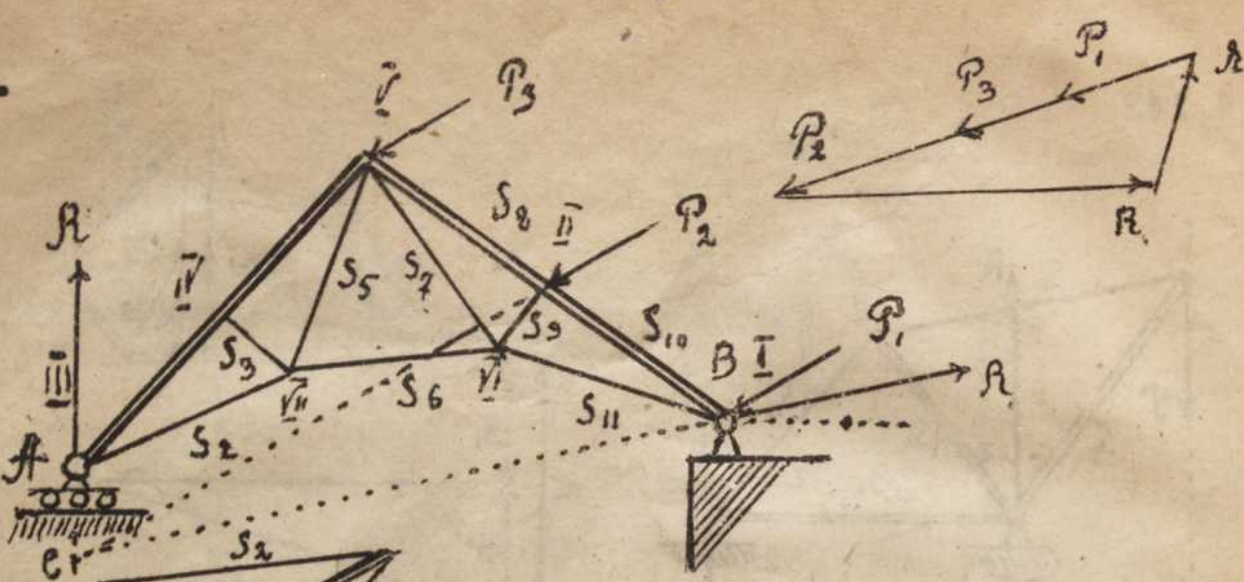
N 144.

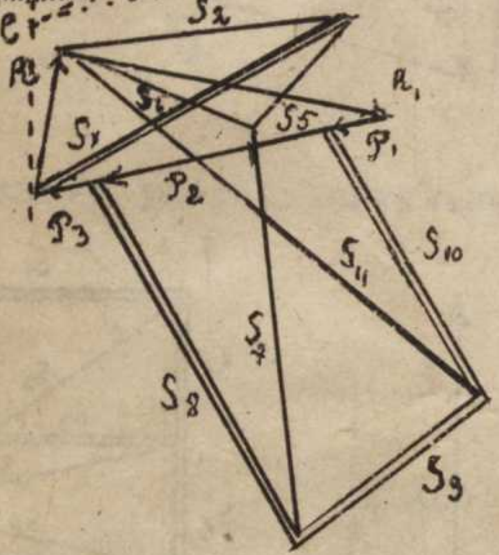


N 145.



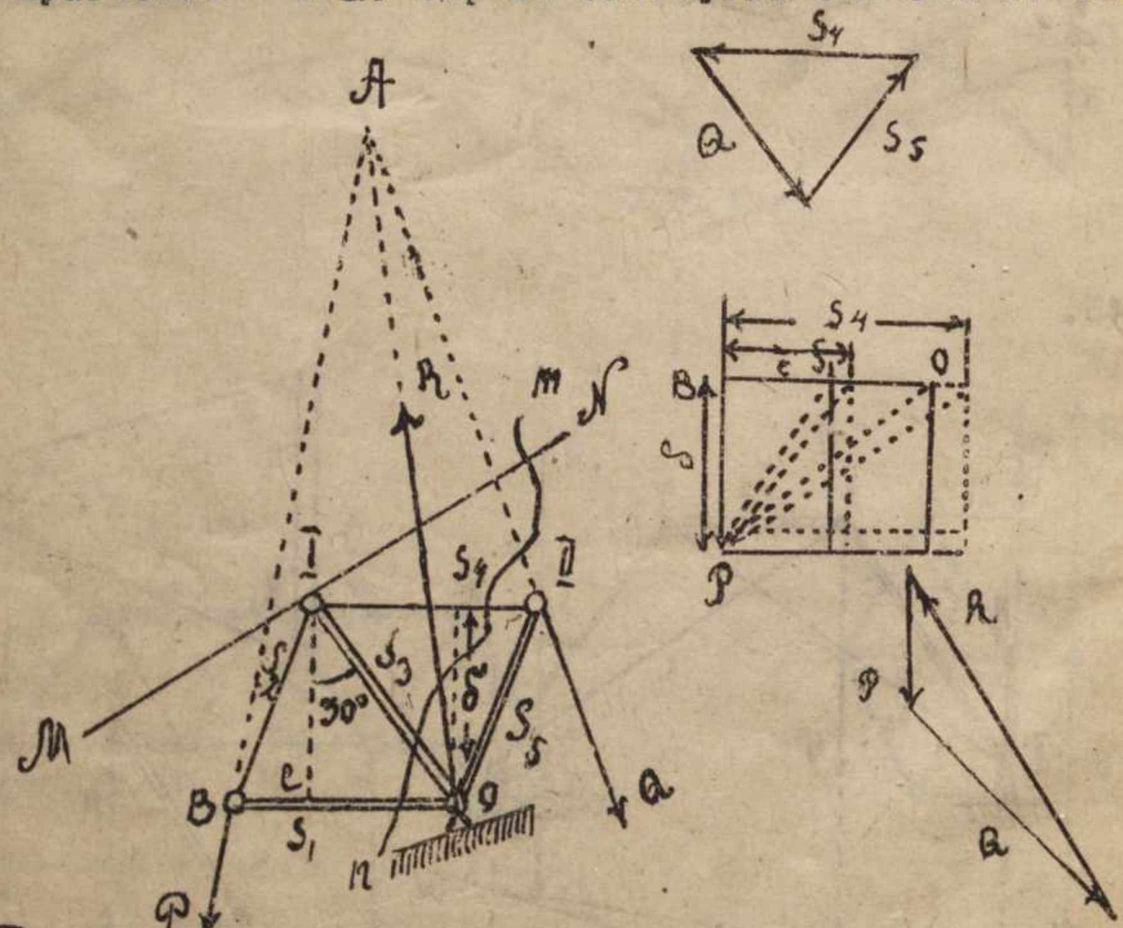
N 146.





Для определения реакций опор строим сначала силовой мн-ник, после чего можно перейти уже к построению диаграммы Кремоны.

N 147. Направление R - OA, где A - точка пересечения направления P и Q. Строим замкнутый силовой мн-ник на

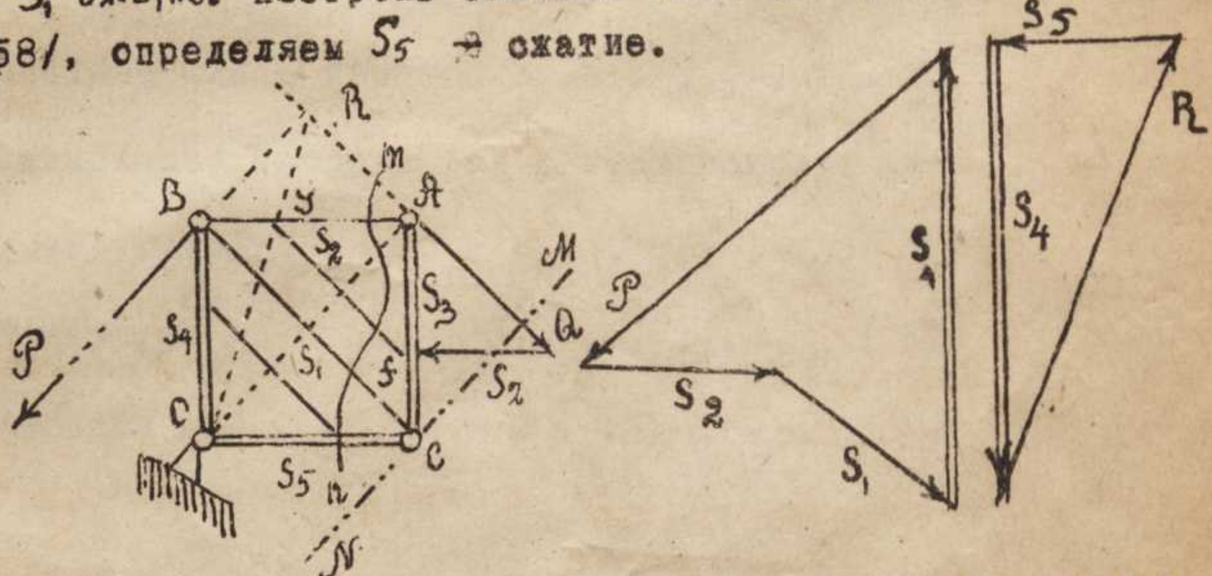


P и направлениях OA и AQ /черт.56/, откуда определяются Q и R . Заранее можно сказать, что $S_2 = S_4$, т.к. сумма проекций напряжения стержней узла I, как уравновешенного, на любую ось проекций - $MN \perp S_3$ равна кулю: $пр._{мн} S_2 + пр._{мн} S_3 + пр._{мн} S_4 = 0 \rightarrow$

$пр._{мн} S_2 = пр._{мн} S_4 \rightarrow S_2 = S_4.$

Определим усилия: S_1, S_3, S_4 помощью сечения Риттера. Сечем ферму сечением mn и рассматриваем левую часть. В ней действие внешних сил уравн-вается усилиями: S_1, S_3, S_4 Тогда: $\sum M_0 (P \text{ и } S) = 0;$ $\sum M_I (P \text{ и } S) = 0;$ $\sum пр._{хв} (P \text{ и } S) = 0;$ 1) $S_4 = \frac{P \cdot OB}{\delta} = -\frac{P \cdot OB}{2\delta}$; 2) $S_1 = -\frac{P \cdot BC}{\delta} = -\frac{P}{\delta} =$; 3) $S_3 = -\frac{P}{\cos OIC} = -$
Строим графически произведение $P \cdot OB$. Это прямоугольник со сторонами P, OB /черт.57/. Строим равновеликий ему пр-к $S_4 \delta$, откуда определяем S_4 – растяжение. Таким образом строим $P \cdot BC$ и $S_1 \cdot \delta$ откуда S_1-сжатие. Построив силовой мн-к для узла II /черт. 58/, определяем S_5 – сжатие.

N 148.



Воспользуемся способом Кульмана. Сечем ферму сечением mn /черт.59/ и рассматриваем правую часть. Здесь внешняя сила Q уравновешивается усилиями S_1, S_2 и S_5. Равнодействующая сил Q и S_2 должна пройти через C, так как только тогда она уравновесится S_1 и S_5. Строим силовой многоугольник AQF, откуда определяем $QF = S_2$ /растяжение/. Из силового мн-ка $Q\varphi F$ находим: $F\varphi = S_1 = -Q$; $\varphi A = S_5 = -S_2$

Затем: $\sum пр._{мн} (S_{1,2,5}) = 0$, откуда $S_3 = S_5$ так как $S_1 \perp MN$. Вырезав узлы B и O, определим S_4, P и R /чер-жи 60 и 61/. Заметим, что направление R определяется из черт.59, где R должно пройти через O и точку пересечения направлений сил Q и P.

О Г Л А В Л Е Н И Е.

И З Д А Н И Я

МОСКОВСКОГО АКАДЕМИЧЕСКОГО ИЗДАТЕЛЬСТВА („МАКИЗ").

ВЫШЛИ ИЗ ПЕЧАТИ:

Проф. А.И.СИДОРОВ. Описательный курс машин.

Проф. А.П.ПОЛЯКОВ. Лекции по Высшей Математике. Анализ II-й. 2-ое издание.

Проф. С.П.ФИНИКОВ и проф. А.П.ПОЛЯКОВ. Сборник задач по Математическому Анализу 1-му.

Проф. С.П.ФИНИКОВ и проф. А.П.ПОЛЯКОВ. Сборник задач по Математическому Анализу II-му.

Инж.-мех. М.В.НОСОВ. Сборник задач по Термодинамике. С предисловием *проф. Б.М.Ошуркова*.

В.Л.АЛЕКСАНДРОВ. Аэродинамический расчет аэропланов. С предисловием *проф. Б.Н.Юрьева*.

А.С.НЕКРАСОВ и А.А.ШУБИН. Сбор. задач по Аналитической Геометрии в пространстве. С решениями. Под редакцией *Б.М.Эйгес*.

В.Д.ЕРМАКОВ и Ф.Я.ЗОТОВ. Руководство к работам в электро-измерительной лаборатории.

А.Г.БАУЭР. Конспект дифференциального и интегрального исчислений.

„МАКИЗ". Сборник задач по Статике. С решениями.

„МАКИЗ". Сборник задач по Аналитической Механике. С решениями.

„МАКИЗ". Сборник задач по Аналитической Геометрии на плоскости. С решениями.

Инж.-мех. Е.И.ИВАНОВ. Сборник задач по Сопротивлению материалов. С решениями.

Под редакцией И.Н.ВЕСЕЛОВСКОГО. Сборник задач по Статике. С решениями

ПЕЧАТАЮТСЯ:

Проф. А. А. НАДЕЖИН. Тепловой расчет котельной установки.

Проф. Б. М. ОШУРКОВ. Лекции по курсу „Детали машин".

Проф. Б. А. ИВАНОВ. Аналитическая Геометрия.

Проф. ВЕНЬЯМИНОВ и проф. ПРИВАЛОВ. Анализ бесконечно малых.

Сборник задач по Теоретической Механике, ч. II. Кинематика.

Сборник задач по Теоретической Механике, ч. III. Динамика.

Сборник задач по Аналитической Геометрии на плоскости. Второе исправленное и дополненное издание.

Свод формул по дифференциальному и интегральному исчислению И-ва „Омега".

ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ:

Проф. А. А. НАДЕЖИН. Топливо.

Инж.-мех. Б. С. СТЕЧКИН. Авиационные двигатели.

Сборник задач по Деталям машин. С решениями.

С К Л А Д И З Д А Н И Й

Москва, Тверская, д. 37.

КНИЖНЫЙ МАГАЗИН „МОСКОВСКОЕ АКАДЕМИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО"

(„МАКИЗ").