

Проф. Н. Е. ЖУКОВСКИЙ.

ВИХРЕВАЯ ТЕОРИЯ

ГРЕБНОГО ВИНТА.

Статья третья.



МОСКВА.

Типо-литография Русского Товарищества печатного и издательского дѣла.

Чистые пруды, Мясницкой пер., с д. Телефонъ 18-35.

1914.



Вихревая теорія гребного винта.

Н. Е. Жуковского.



Фундаментальный

Статья третья.

§ 1. Мы рассматриваемъ здѣсь вліяніе на дѣйствіе винта числа его лопастей и ширины ихъ. Съ теоретической стороны этотъ вопросъ до сихъ поръ остается не разъясненнымъ. По теоріи Ранкина, Рато и Д. П. Рузскаго дѣйствіе винта зависитъ только отъ угловъ наклоненія переднихъ и заднихъ кромокъ винтовыхъ лопастей и не зависитъ отъ ихъ ширины и ихъ числа; по теоріи же С. К. Девецкаго, Тайлора и по нашей вихревой теоріи съ тою степенью приближенія, съ какою она изложена въ первой статьѣ, сила тяги винта пропорціональна числу лопастей и ширинѣ ихъ.

Благодаря разработкѣ вопроса о дѣйствіи рѣшетокъ на плоскопараллельный потокъ жидкости, которая сдѣлана въ недавно появившейся въ печати статьѣ профессора С. А. Чаплыгина ¹⁾, является возможнымъ дать рѣшеніе задачи о вліяніи числа и ширины лопастей на дѣйствіе винта, работающаго въ кольцевомъ пространствѣ, заключенномъ между двумя довольно близкими соосными цилиндрами. Мы изложимъ здѣсь это рѣшеніе, пользуясь тѣми данными, которые были приведены въ нашей второй статьѣ по вихревой теоріи гребного винта и приложимъ это рѣшеніе съ нѣкоторымъ приближеніемъ къ расчету вентилятора, работающаго въ цилиндрической трубѣ.

§ 2. На фиг. (1) повторенъ чертежъ (11) изъ этой статьи.

Раздѣляя кольцевой цилиндрической потокъ на одинаковыя полосы CC' , DD' , заключающія внутри себя одну лопасть, мы нашли, что циркуляція скорости J , взятая противъ стрѣлки часовъ по контуру этой лопасти или что все равно, по контуру $CDD'C'$, будетъ такая:

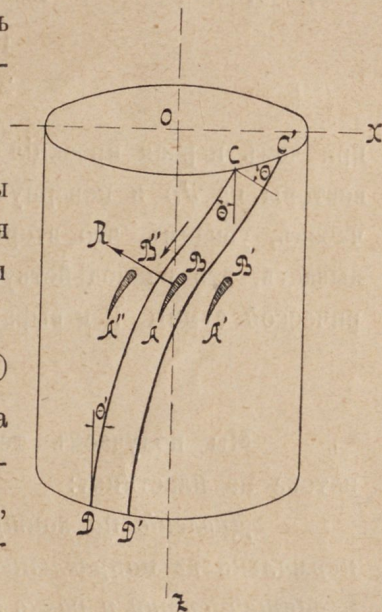
$$J = s(V \sin \Theta - V_1 \sin \Theta_1), \quad (1)$$

гдѣ $s = CC' = DD'$, V и V_1 суть скорости подходящей и уходящей жидкости, а Θ и Θ_1 — углы этихъ скоростей съ образующею. Такъ какъ количество жидкости, втекающей чрезъ контуръ CC' и вытекающей чрезъ контуръ DD' , одинаково и осевыя скорости ея одинаковы, то по теоремѣ Эйлера о количествѣ движенія

$$-P + p_1 s - ps = 0, \quad (2)$$

гдѣ P вертикальная составляющая давленія жидкости на лопасть, считаемая положительною вверхъ и отнесенная къ единицѣ толщины цилиндрическаго слоя, а p и p_1 гидродинамическія давленія въ далекихъ верхнихъ и нижнихъ частяхъ текущей жидкости. По теоремѣ Бернулли имѣемъ:

$$p_1 - p = \frac{\rho}{2}(V^2 - V_1^2) = \frac{\rho}{2}[V^2(\cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta) - V_1^2(\cos^2 \Theta_1 + \sin^2 \Theta_1)]$$



Фиг. 1.

¹⁾ „Теорія рѣшетчатого крыла“. Математическій сборникъ. Т. XXIX. 1914.

по условію несжимаемости находимъ, что

$$V \cos \Theta = V_1 \cos \Theta_1; \quad (3)$$

поэтому

$$\begin{aligned} P &= \frac{\rho}{2} s (V^2 \sin^2 \Theta - V_1^2 \sin^2 \Theta_1) = \\ &= \frac{\rho}{2} s (V \sin \Theta - V_1 \sin \Theta_1) (V \sin \Theta + V_1 \sin \Theta_1). \end{aligned}$$

Это выраженіе, на основаніи форм. (1), принимаетъ видъ:

$$P = \frac{\rho}{2} J (V \sin \Theta + V_1 \sin \Theta_1). \quad (4)$$

По теоремѣ площадей можно написать:

$$Qr - \rho s V \cos \Theta (V \sin \Theta - V_1 \sin \Theta_1) r = 0,$$

гдѣ Q горизонтальная составляющая давленія жидкости на рассматриваемую лопасть, считаемая положительной влѣво, а r радіусъ цилиндра. На основаніи форм. (1) и (3) написанное равенство даетъ:

$$Q = \frac{\rho}{2} J (V \cos \Theta + V_1 \cos \Theta_1). \quad (5)$$

Если развернемъ цилиндръ на плоскость и составимъ на этой плоскости среднюю геометрическую сумму $\bar{V}$ притекающей и утекающей жидкости, то увидимъ, что проекціи этой средней геометрической суммы на образующія и развернутую окружность будутъ:

$$\frac{1}{2} (V \cos \Theta + V_1 \cos \Theta_1), \quad \frac{1}{2} (V \sin \Theta + V_1 \sin \Theta_1),$$

при чемъ первая проекція будетъ направлена на фигурѣ (1) внизъ, а вторая налѣво. Умноживъ эти векторы на $J\rho$ и повернувъ ихъ на прямой уголъ въ сторону, обратную циркуляціи, т.-е. по стрѣлкѣ часовъ, увидимъ, что второй векторъ обратится въ силу P , а первый векторъ—въ силу Q . Это показываетъ, что равнодѣйствующая R силъ P и Q перпендикулярна къ направленію упомянутой геометрической суммы $\bar{V}$ и выражается формулою:

$$R = \rho J \bar{V}. \quad (6)$$

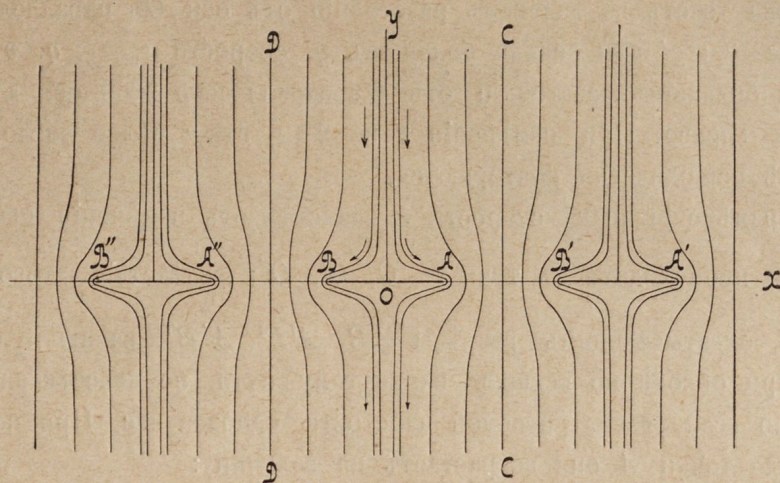
Мы получаемъ теорему, аналогичную теоремѣ о дѣйствіи безпредѣльнаго плоскопараллельнаго потока на пластинку:

Давленіе на контуръ лопасти отъ текущей весьма тонкимъ цилиндрическимъ слоемъ жидкости нормально къ направленію средней геометрической суммы, составленной изъ скоростей набегающей и уходящей струи и равно этой средней скорости, умноженной на плотность и на циркуляцію скорости, взятую по контуру лопасти; направленіе этой силы получается, повернувъ на прямой уголъ среднюю скорость въ сторону, обратную циркуляціи ¹⁾.

§ 3. Будемъ рассматривать тонкій кольцевой цилиндрическій потокъ жидкости развернутымъ въ плоскопараллельный потокъ, а контуры лопастей развернутыми въ бесконечную рѣшетку, помѣщенную въ этомъ потокѣ.

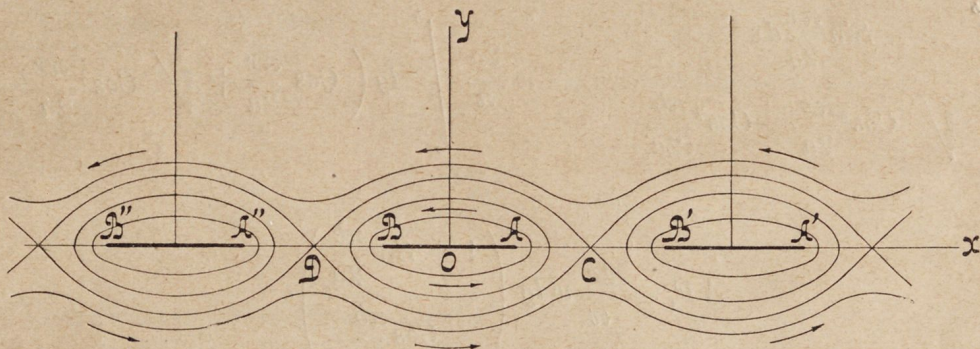
¹⁾ Эти теоремы приведены въ § 4 нашей второй статьи по теоріи гребного винта, напечатанной въ „Трудахъ отдѣленія физики О. Л. Е.“. Т. XVII, вып. 1. Къ сожалѣнію, въ формулировкѣ теоремы, вслѣдствіе опечатки, пропущено слово „обратную“.

Въ § 5 второй статьи „Вихревая теорія гребного винта“ разсмотрѣны два типа потоковъ, обтекающихъ рѣшетку, элементы которой длины $2b$ расположены по прямой линіи такъ, что разстоянія центровъ элементовъ равны $2a$, при чемъ $a > b$. Мы повторяемъ здѣсь на фигурахъ (2) и (3) изображенія линій токовъ



Фиг. 2.

этихъ потоковъ, которыя были даны въ вышеупомянутой статьѣ на фиг. (15) и фиг. (16), только направление струй фиг. (16) мы измѣняемъ въ прямо противоположное, т.-е. беремъ его противъ часовой стрѣлки.



Фиг. 3.

Эти потоки выражаются съ помощію функцій мнимаго переменнаго $F_1(z)$ и $F_2(z)$, данныхъ уравненіями:

$$\frac{dF_1}{dz} = u - vi = w \frac{\sin \frac{\pi z}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi z}{2a}}}, \quad (7)$$

$$\frac{dF_2}{dz} = u - vi = -q \frac{\cos \frac{\pi z}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi z}{2a}}}, \quad (8)$$

при чемъ плоскость xu разрѣзана по прямымъ контурамъ BA , $B'A'$, ... и точки A, B, A', B' надо обходить по бесконечно малымъ кружкамъ, полный обходъ по которымъ дастъ корню множитель — 1, а полуобходъ измѣняетъ величину корня на множитель i ; вслѣдствіе этого, принявъ на верхней части разрѣза AB знакъ корня $(+)$, мы будемъ имѣть на нижней его части знакъ $(-)$. Для разрѣза $B'A'$ будемъ,

наоборотъ, имѣть въ верхней части знакъ $(-)$, а въ нижней знакъ $(+)$, и т. д. Форм. (7) и (8) представляются, такимъ образомъ, во всѣхъ точкахъ плоскости съ указанными разрывами однозначными функциями отъ z . Форм. (7) даетъ для $z = \pm yi$, при весьма большомъ y , скорости $u = 0$, $v = -w$; т.-е., жидкость перваго потока течетъ на далекомъ разстояніи отъ оси Ox параллельно оси Oy сверху внизъ. Форм. (8) даетъ для $z = \pm yi$, при весьма большомъ y , скорости $u = \mp q$, $v = 0$; т.-е., жидкость второго потока течетъ на большомъ разстояніи отъ Ox параллельно этой оси для верхнихъ точекъ влѣво, а для нижнихъ точекъ вправо. При измѣненіи z на $2an$, гдѣ n цѣлое число, скорости всѣхъ точекъ въ томъ и другомъ потокѣ періодически повторяются.

Въ форм. (7) измѣненіе знака скорости u зависитъ отъ измѣненія знака корня и отъ измѣненія знака $\sin \frac{\pi z}{2a}$, которое происходитъ въ точкахъ O , O' , O'' ; вслѣдствіе этого циркуляція скорости по замкнутымъ контурамъ, охватывающимъ разрывы AB , $A'B'$, $A''B''$, равны нулю. Вслѣдствіе этого приращеніе функции F_1 при обходѣ по всякому замкнутому пути, не пересѣкающему разрывы, будетъ нулемъ, и эта функция во всей рассматриваемой плоскости однозначная. При переходѣ по верхнему краю разрыва отъ точки O до точки A она возрастаетъ на величину:

$$\Delta F_1 = w \int_0^b \frac{\sin \frac{\pi x}{2a} dx}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi x}{2a}}} =$$

$$= w \int_0^b \frac{\sin \frac{\pi x}{2a} dx}{\sqrt{\cos^2 \frac{\pi x}{2a} - \cos^2 \frac{\pi b}{2a}}} = -w \frac{2a}{\pi} \int_0^b \lg \left(\cos \frac{\pi x}{2a} + \sqrt{\cos^2 \frac{\pi x}{2a} - \cos^2 \frac{\pi b}{2a}} \right)$$

или

$$\Delta F_1 = \frac{2a}{\pi} w \lg \left(\frac{1 + \sin \frac{\pi b}{2a}}{\cos \frac{\pi b}{2a}} \right). \quad (9)$$

При переходѣ же отъ A до B' функция F_1 получаетъ мнимое приращеніе, половину котораго удобно опредѣлить, дѣлая переходъ между прямыми Oy и CC на далекомъ разстояніи отъ Ox . Это приращеніе будетъ

$$\Delta' F_1 = 2wa i. \quad (10)$$

Для второго потока жидкости циркуляція скорости около контура, охватывающаго разрывъ BA , взятая въ направленіи противъ стрѣлки часовъ, будетъ конечная величина:

$$J = 4q \int_0^b \frac{\cos \frac{\pi x}{2a} dx}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi x}{2a}}} = \frac{8qa}{\pi} \int_0^b \arcsin \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi x}{2a} \right)}{\sin \left(\frac{\pi b}{2a} \right)} \right)$$

или

$$J = 4aq. \quad (11)$$

Это показываетъ, что функция F_2 многозначна и при обходѣ кругомъ всякаго разрыва прирастаетъ на величину, данную форм. (11). Но мы можемъ считать функцию F_2 однозначною, если будемъ рассматривать ея измѣненія на контурѣ, могущемъ пересѣкать ось Ox только одинъ разъ.

Прибавимъ теперь къ первому течению жидкости равномерный потокъ, текущій по оси Ox справа налѣво со скоростью w_1 , а ко второму течению равномерный потокъ, текущій слѣва направо со скоростью q_1 , при чемъ предположимъ, что скорость q_1 болѣе наименьшей скорости на отрѣзкѣ AB на фиг. (3), т.-е.

$$q_1 > \frac{q}{\sin \frac{\pi b}{2a}}.$$

Подберемъ скорости w_1 и q_1 такъ, чтобы критическія точки нулевой скорости, получившіяся на отрѣзкѣ AB , для обоихъ теченій отстояли отъ O на одномъ и томъ же разстояніи ε , т.-е., чтобы удовлетворились уравненія:

$$\begin{aligned} w_1 &= w \frac{\sin \frac{\pi \varepsilon}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a}}}, \\ q_1 &= q \frac{\cos \frac{\pi \varepsilon}{2a}}{\sqrt{\cos^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a} - \cos^2 \frac{\pi b}{2a}}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Отсюда для опредѣленія ε получаемъ:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi \varepsilon}{2a} &= \sin \frac{\pi b}{2a} \frac{w_1}{\sqrt{w^2 + w_1^2}}, \\ \cos \frac{\pi \varepsilon}{2a} &= \cos \frac{\pi b}{2a} \frac{q_1}{\sqrt{q_1^2 - q^2}}. \end{aligned} \quad (12')$$

Формулы (12') даютъ намъ слѣдующую связь между $\frac{w_1}{w}$ и $\frac{q_1}{q}$:

$$\sin^2 \frac{\pi b}{2a} \frac{\left(\frac{w_1}{w}\right)^2}{1 + \left(\frac{w_1}{w}\right)^2} + \cos^2 \frac{\pi b}{2a} \frac{\left(\frac{q_1}{q}\right)^2}{\left(\frac{q_1}{q}\right)^2 - 1} = 1. \quad (13)$$

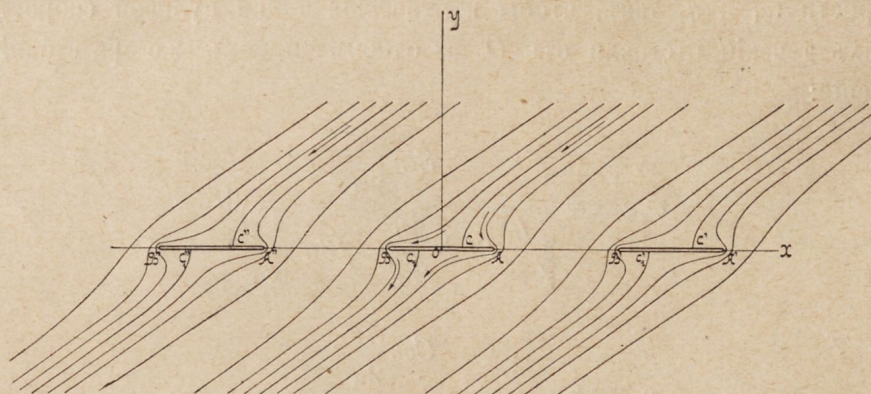
Функции мнимаго переменнаго $f_1(z)$ и $f_2(z)$, характеризующія полученные новые потоки жидкости, будутъ даны формулами:

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} = w \frac{\sin \frac{\pi z}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi z}{2a}}} - w_1, \quad (14)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial z} = -q \frac{\cos \frac{\pi z}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi z}{2a}}} + q_1. \quad (15)$$

Линіи токовъ, соотвѣтствующія этимъ функціямъ, представлены на фигурахъ (4) и (5).

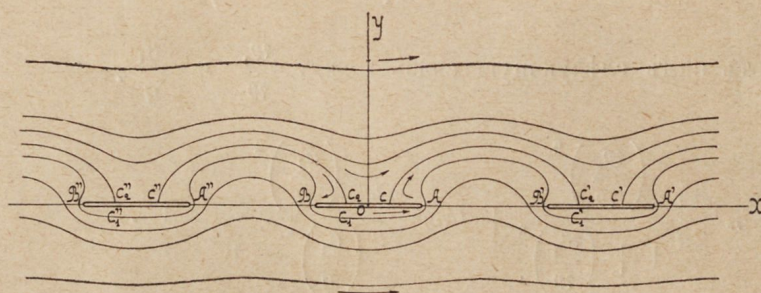
Критическія точки нулевой скорости будутъ на фиг. (4) расположены на разстояніи ε отъ середины разрѣза: точка C вправо и сверху, а точка C_1 слѣва и снизу; на фиг. же (5) обѣ критическія точки нулевой скорости, C и C_2 , расположены сверху, одна справа, а другая слѣва. Въ теченіи фиг. (5) скорость въ безконечномъ разстояніи отъ рѣшетки будетъ горизонтальна и будетъ для верхнихъ точекъ имѣть величину $q_1 - q$ съ направлениемъ вправо, а для нижнихъ точекъ эта скорость тоже направлена вправо и имѣетъ величину $q_1 + q$. Что касается до циркуляціи скорости, то она имѣетъ прежнюю ве-



Фиг. 4.

личину, данную форм. (11) и отсчитываемую противъ часовой стрѣлки. На фиг. (4) въ безконечномъ разстояніи отъ рѣшетки потокъ течетъ сверху внизъ со скоростью $\sqrt{w^2 + w_1^2}$, образующею съ направлениемъ перпендикуляра къ рѣшеткѣ уголъ μ , тангенсъ котораго равенъ $\frac{w_1}{w}$.

Задача о рѣшеткахъ, элементы которыхъ образуютъ нѣкоторый уголъ съ осью рѣшетки, разрѣшается съ помощью функцій $f_1(z)$ и $f_2(z)$. Первая функція служитъ для установленія конформной



Фиг. 5.

зависимости между точками плоскости мнимаго переменнаго $z = x + yi$ и точками плоскости мнимаго переменнаго $\zeta = \xi + \eta i$, при чемъ

$$\zeta = \frac{1}{w} f_1(z). \quad (16)$$

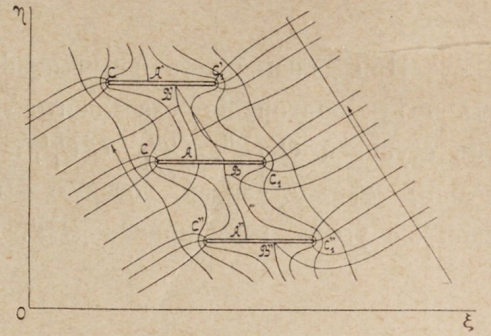
Вторая же даетъ намъ потокъ фиг. (5), который, будучи преобразованъ на плоскость мнимаго переменнаго ζ , разрѣшаетъ задачу о рѣшеткѣ произвольной формы.

Посмотримъ, въ какую изотермическую сѣть на плоскости мнимаго переменнаго ζ преобразуется прямолинейная сѣть плоскости переменнаго z , состоящая изъ прямыхъ, параллельныхъ осямъ Ox и Oy .

Будемъ передвигаться на фиг. (4) по оси Ox , обходя разрѣзъ BA по его верхнему и нижнему краю до точекъ C и C_1 . На томъ и другомъ пути мы будемъ получать дѣйствительныя приращенія ζ .

При этомъ, такъ какъ скорость на фиг. (4) на отръзкѣ BC отрицательна, а на отръзкѣ BC_1 положительна, то на первомъ пути будемъ получать отрицательное приращеніе ξ , а на второмъ положительное.

Мы найдемъ (фиг. 6) на плоскости $\xi\eta$ отръзки BC и BC_1 , расположенные въ порядкѣ CBC_1 . Этотъ отръзокъ слѣдуетъ расположить снизу разрыва CC_1 на плоскости $\xi\eta$, такъ какъ на фиг. (4) схождение съ BC (вверхъ) и съ BC_1 (внизъ) вызываютъ отрицательное приращеніе мнимой части функции f_1 . Последнее видно изъ того, что на фиг. (4) переходъ отъ одной линіи тока къ другой, расположенной влѣво, соответствуетъ убыванію мнимой части функции f_1 . Двигаясь далѣе на фиг. (4) по верхней части разрыва отъ C до A и по нижней части разрыва отъ C_1 до A , мы получимъ на фиг. (6) отръзки CA и C_1A , изъ которыхъ первый расположенъ вправо отъ C , а второй—влѣво отъ C_1 . Концы этихъ отръзковъ сходятся въ одной и той же точкѣ A , потому что циркуляція скорости вокругъ разрыва AB на фиг. (4) есть нуль. Найденные отръзки располагаются на фиг. (6) въ порядкѣ CAC_1 на верхней части разрыва CC_1 , потому что при схожденіи на фиг. (4) съ краевъ разрывовъ CA и C_1A мы имѣемъ положительное приращеніе мнимой части функции f_1 . Пользуясь форм. (16), (14) и (9), опредѣляемъ разстоянія:



Фиг. 6.

$$CB = C_1A = \frac{w_1}{w}(b + \varepsilon) + \frac{2a}{\pi} \lg \left(\frac{1 + \sin \frac{\pi b}{2a}}{\cos \frac{\pi b}{2a}} \right) - \frac{2a}{\pi} \lg \frac{1 + \sin \frac{\pi b}{2a}}{\cos \frac{\pi \varepsilon}{2a} + \sqrt{\cos^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a} - \cos^2 \frac{\pi b}{2a}}},$$

$$CA = C_1B = -\frac{w_1}{w}(b - \varepsilon) + \frac{2a}{\pi} \lg \left(\frac{1 + \sin \frac{\pi b}{2a}}{\cos \frac{\pi b}{2a}} \right) - \frac{2a}{\pi} \lg \frac{1 + \sin \frac{\pi b}{2a}}{\cos \frac{\pi \varepsilon}{2a} + \sqrt{\cos^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a} - \cos^2 \frac{\pi b}{2a}}}.$$

Эти формулы показываютъ, что на фиг. (6) точка A лежитъ ближе къ C , нежели точка B . Называя длину всего разрыва CC_1 чрезъ $2l$, а разстояніе AB —чрезъ $2g$, находимъ изъ написанныхъ формулъ, что

$$2g = 2 \frac{w_1}{w} b, \quad (17)$$

$$l = \frac{2a}{\pi} \lg \frac{\cos \frac{\pi \varepsilon}{2a} + \sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a}}}{\cos \frac{\pi b}{2a}} + \frac{w_1}{w} \varepsilon. \quad (18)$$

Продолжая передвигаться на фиг. (4) по оси Ox , мы переходимъ на отръзокъ AB' , при перемѣщеніи по которому ξ получаетъ мнимыя и дѣйствительныя приращенія. Этимъ приращеніямъ будутъ соответствовать нижеслѣдующія измѣненія координатъ (форм. 10):

$$\Delta \xi = -2(a - b) \frac{w_1}{w}, \quad (19)$$

$$\Delta \eta = 2a.$$

При этомъ прямолинейный путь AB' на фиг. (4) изобразится на фиг. (6) криволинейнымъ путемъ AB' . Проведя прямую BB' , усмотримъ, на основаніи форм. (17) и (19), что проекціи k и h этой прямой на оси $O\xi$ и $O\eta$ будутъ такіа:

$$\begin{aligned} k &= 2a \frac{w_1}{w}, \\ h &= 2a. \end{aligned} \quad (20)$$

При дальнѣйшемъ перемѣщеніи на фиг. (4) по верхнему и нижнему краю разрѣза $B'A'$ мы будемъ имѣть повтореніе сказаннаго. Вся ось Ox на фиг. (4) замѣнится на фиг. (6) безконечнымъ рядомъ ступеней $C''C_1''$, CC_1 , $C'C_1'$, ..., соединенныхъ кривыми $A''B$, AB' , ... Прямая, проходящая чрезъ середины всѣхъ ступеней, которую мы будемъ называть осью полученной рѣшетки, образуетъ съ осью $O\eta$ такой же уголъ, какъ прямая BB' . На основаніи форм. (20) тангенсъ этого угла будетъ

$$\frac{k}{h} = \frac{w_1}{w} = \operatorname{tg} \mu. \quad (21)$$

Это тотъ самый уголъ μ , который скорости потока, изображеннаго на фиг. (4), образуютъ съ осью Oy .

Посмотримъ теперь, во что обращаются прямая линіи фигуры (4), параллельныя Ox и отстоящія отъ нея на весьма большое разстояніе. При весьма большомъ значеніи y форм. (16) и (14) даютъ:

$$\begin{aligned} d\xi &= \left(i - \frac{w_1}{w} \right) dz, \\ dz &= - \frac{\left(i + \frac{w_1}{w} \right)}{1 + \left(\frac{w_1}{w} \right)^2} d\xi. \end{aligned} \quad (22)$$

Отсюда по сравненіи дѣйствительныхъ и мнимыхъ частей и по совершеніи интегрированія находимъ:

$$\begin{aligned} \left[1 + \left(\frac{w_1}{w} \right)^2 \right] x &= \operatorname{const} + \eta - \xi \frac{w_1}{w}, \\ \left[1 + \left(\frac{w_1}{w} \right)^2 \right] y &= \operatorname{const} - \xi - \eta \frac{w_1}{w}. \end{aligned} \quad (23)$$

Эти формулы показываютъ, что на далекомъ разстояніи отъ оси рѣшетки прямая линіи, параллельныя на фиг. (4) оси Ox , обращаются на фиг. (6) въ прямая линіи, параллельныя оси рѣшетки, а прямая линіи, параллельныя оси Oy , обращаются въ прямая, перпендикулярныя оси рѣшетки. При этомъ верхнимъ прямымъ на фиг. (4) соотвѣтствуютъ нижнія на фиг. (6) и наоборотъ, и при передвиженіи по линіямъ, параллельнымъ оси Ox , слѣва направо на фиг. (4), мы передвигаемся на фиг. (6) по линіямъ, параллельнымъ оси рѣшетки, справа налево. Все это видно на основаніи форм. (22) и (23).

Мы получили координатную сѣть, изображенную на фигурѣ (6). Она опирается на ступенчатую рѣшетку и переходитъ въ безконечномъ удаленіи отъ нея въ прямолинейную ортогональную сѣть. Если рѣшетка дана, то этимъ вполне опредѣляются введенныя нами вспомогательныя величины $2a$, $\frac{w_1}{w}$, ε и b .

На основаніи форм. (20) величина $2a$ есть разстояніе между ступенями рѣшетки. $\frac{w_1}{w}$, на основаніи фор-

мулы (21), есть тангенсъ угла μ , образованнаго осью рѣшетки и перпендикуляромъ къ ея ступенямъ. Для опредѣленія b и ε пишемъ по форм. (12') и (18):

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi \varepsilon}{2a} &= \sin \frac{\pi b}{2a} \sin \mu, \\ \operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} &= \frac{\sin \frac{\pi \varepsilon}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \mu - \sin^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a}}}, \\ \frac{\pi}{2a} (l - \operatorname{tg} \mu \cdot \varepsilon) &= \operatorname{lg} \left(\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi b}{2a} \sin^2 \mu} + \sin \frac{\pi b}{2a} \cos \mu}{\cos \frac{\pi b}{2a}} \right), \\ \frac{\pi}{2a} (l - \operatorname{tg} \mu \cdot \varepsilon) &= k; \\ e^k &= \operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} \cos \mu + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi b}{2a} \cos^2 \mu}, \\ e^{-k} &= -\operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} \cos \mu + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi b}{2a} \cos^2 \mu}, \\ \operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} \cos \mu &= \sin h k = \sin h \left[(l - \varepsilon \operatorname{tg} \mu) \frac{\pi}{2a} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Отсюда получается уравненіе для опредѣленія ε :

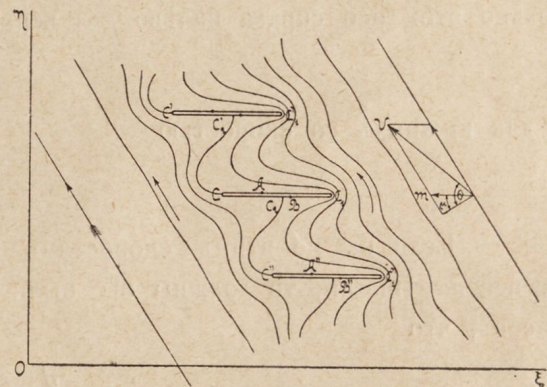
$$\frac{\sin \frac{\pi \varepsilon}{2a} \cos \mu}{\sqrt{\sin^2 \mu - \sin^2 \frac{\pi \varepsilon}{2a}}} = \sin h \left[(l - \varepsilon \operatorname{tg} \mu) \frac{\pi}{2a} \right]. \quad (25)$$

Рѣшивъ это трансцендентное уравненіе, находимъ величину ε ; зная же ε , опредѣляемъ b по форм. (24).

§ 4. Переходимъ теперь къ преобразованію съ помощью функціи преобразованія форм. (16) потока жидкости, изображеннаго на фиг. (5). Согласно сказанному выше точки A , B , C , C_2 , C_1 фигуры (5) займутъ на плоскости $\xi\eta$ (фиг. 7) мѣста, обозначенныя тѣми же буквами. При этомъ критическая точка нулевой скорости C ляжетъ на точку C , въ которой $\frac{d\xi}{dz} = 0$, такъ что въ этой точкѣ преобразованный потокъ, скорости котораго u' и v' находятся по формулѣ:

$$u' - v'i = \frac{\partial f_2}{\partial \xi} = \frac{\partial f_2}{\partial z} : \frac{d\xi}{dz}, \quad (26)$$

будетъ имѣть конечную скорость. Что же касается другой точки C_1 , въ которой $\frac{d\xi}{dz} = 0$, то въ эту точку



Фиг. 7.

не попадает критическая точка C_2 потока фигуры (5), такъ какъ, находясь сверху, она изобразится на фиг. (7) точкою C_2 снизу. Въ точкѣ C_1 въ преобразованномъ потокѣ мы будемъ имѣть бесконечно большую скорость, а въ точкѣ C_2 скорость, равную нулю. Конечная величина скорости въ точкѣ C найдется согласно форм. (26), какъ отношенія производныхъ по x числителя и знаменателя дроби:

$$u' = \frac{-q \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi x}{2a}}} + q_1}{\frac{\sin \frac{\pi x}{2a}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi b}{2a} - \sin^2 \frac{\pi x}{2a}}} - \frac{w_1}{w}}$$

при $x = \varepsilon$. Это отношеніе, принимая во вниманіе форм. (12), будетъ:

$$u' = -q \operatorname{tg} \frac{\pi \varepsilon}{2a} \operatorname{cotg}^2 \frac{\pi b}{2a}. \quad (27)$$

Точки A и B , въ которыхъ $\frac{df_2}{dz}$ и $\frac{d\xi}{dz}$ обращаются въ бесконечности одинаковаго порядка, тоже будутъ имѣть конечныя скорости.

Знакъ (—) въ форм. (27) показываетъ, что скорость u' на фиг. (7) направляется въ лѣвую сторону. Такъ какъ теченіе жидкости, данное на фиг. (5), въ большомъ разстояніи отъ оси Ox направляется параллельно этой оси вправо со скоростью $q_1 - q$ для верхнихъ точекъ и со скоростью $q_1 + q$ для нижнихъ точекъ, а модуль функціи $\frac{d\xi}{dz}$, на основаніи форм. (22), для этихъ точекъ есть

$$\operatorname{mod} \left(\frac{d\xi}{dz} \right) = \sqrt{1 + \left(\frac{w_1}{w} \right)^2} = \frac{1}{\cos \mu},$$

то въ преобразованномъ потокѣ на большомъ разстояніи отъ оси рѣшетки жидкость будетъ течь параллельно этой оси справа налѣво для верхнихъ частей со скоростью

$$(q_1 + q) \cos \mu,$$

а для нижнихъ со скоростью

$$(q_1 - q) \cos \mu.$$

Если бы по этимъ скоростямъ мы стали опредѣлять циркуляцію скорости около каждой изъ ступеней рѣшетки, то должны бы были написать, считая циркуляцію положительной противъ стрѣлки часовъ, что

$$J = (q_1 + q - (q_1 - q)) s \cos \mu,$$

гдѣ s отрѣзокъ по направленію оси рѣшетки, приходящійся на одну лопасть. Такъ какъ

$$s = \sqrt{h^2 + k^2} = 2a \sqrt{1 + \frac{w_1^2}{w^2}} = \frac{2a}{\cos \mu},$$

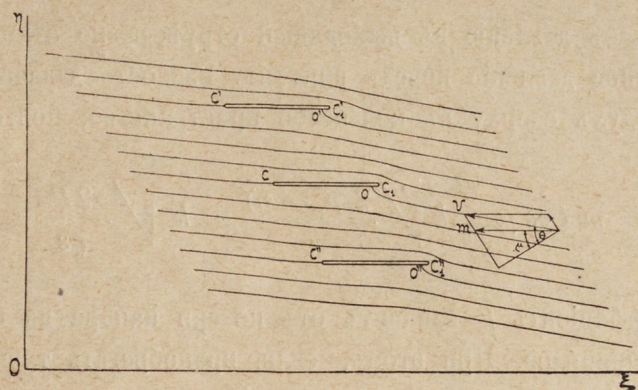
то

$$J = 4aq. \quad (11)$$

Это есть та же самая величина, которая была дана выше под тѣмъ же номеромъ для потока фиг. (3). Что и слѣдовало ожидать, такъ какъ отъ конформнаго преобразованія циркуляціи скорости не измѣняется.

Линіи токовъ полученнаго теченія жидкости представлены на фиг. (7). Мы видимъ, что онѣ располагаются такъ, что жидкость съ одной стороны рѣшетки на другую не перетекаетъ, а постепенно переходитъ въ два потока, идущіе параллельно оси рѣшетки.

§ 5. Для примѣненія найденнаго теченія жидкости къ случаю дѣйствія винта при различныхъ углахъ атаки, надо прибавить къ этому теченію еще теченіе, совершающееся параллельно оси $O\xi$ справа налѣво съ постоянною скоростью m . Отъ этого прибавленія критическая точка изъ C_2 подвинется въ точку o , лежащую ближе къ C_1 . Линіи токовъ получаютъ видъ, представленный на фиг. (8). Слагая скорость $(q+q_1) \cos \mu$



Фиг. 8.

со скоростью m , получимъ скорость V подходящей струи, которая образуетъ съ перпендикуляромъ, опущеннымъ на ось рѣшетки, уголъ Θ , такъ что уголъ атаки будетъ $\Theta - \mu$, а скорость по направленію перпендикуляра къ оси рѣшетки будетъ $m \cos \mu$. Опредѣлимъ силу тяги P , приходящуюся на одну лопасть, и составляющую Q силы давленія на лопасть по направленію оси рѣшетки. Согласно § 2 для знанія этихъ силъ слѣдуетъ опредѣлить циркуляцію скорости и среднюю геометрическую скорость отъ скоростей подходящей и отходящей струи.

Зная $(q_1 + q) \cos \mu$, легко опредѣлить порознь q_1 и q , воспользовавшись форм. (13). Эта формула даетъ намъ:

$$\left(\frac{q}{q_1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{tg^2 \frac{\pi b}{2a} \cos^2 \mu} = \lambda^2. \quad (28)$$

Сюда надо подставить значеніе $tg^2 \frac{\pi b}{2a}$, опредѣленное съ помощію уравненій (25) и (24).

Считая q и q_1 найденными и выразивъ циркуляцію по форм. (11), мы найдемъ искомые силы P и Q согласно теоремы § 2 по формуламъ:

$$\begin{aligned} P &= 4aqQ(q_1 \cos \mu + m \sin \mu), \\ Q &= 4aqQm \cos \mu. \end{aligned} \quad (29)$$

Если назовемъ, какъ въ § 2, чрезъ s разстояніе между серединами лопастей, то можемъ положить:

$$2a = s \cos \mu. \quad (30)$$

Кромѣ того, называя чрезъ Ω угловую скорость винта и чрезъ r средний радіусъ разсматриваемаго кольцевого пространства, имѣемъ:

$$\Omega r = (q + q_1) \cos \mu + m \sin \mu. \quad (31)$$

Однимъ недостающимъ даннымъ для винта, работающаго въ кольцевомъ пространствѣ (фиг. 9) съ открытыми въ атмосферу концами, является еще скорость $m \cos \mu$ притекающаго воздуха. Эта скорость опредѣляется съ помощію форм. (2), изъ которой имѣемъ:

$$p_1 - p = \frac{P}{s},$$

гдѣ p_1 , какъ давленіе въ выходящей струѣ, равно атмосферному давленію, а p есть пониженное давленіе передъ винтомъ. Разность давленія $p_1 - p$ заставляеть втекать воздухъ сверху въ кольцевое пространство, поэтому

$$m \cos \mu = k \sqrt{\frac{2(p_1 - p)}{\rho}} = k \sqrt{\frac{2P}{\rho s}}, \quad (32)$$

гдѣ коэффициентъ k зависитъ отъ потери напора на сжатіе струи и отъ тренія о стѣнки цилиндра. При этомъ, если пренебрегать треніемъ, то можно, прилагая разсужденія, аналогичныя тѣмъ, какія прилагаются для доказательства того, что при посадкѣ Борда сжатіе струи равно $\frac{1}{2}$, доказать, что въ случаѣ, когда жидкость

заполняетъ цилиндрическій насадокъ, $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Фиг. 9.

Опредѣляемъ изъ (31) величину q , обращая вниманіе на ур. (28):

$$q = \frac{\Omega r - m \sin \mu}{(1 + \lambda) \cos \mu} \quad (33)$$

и найденную величину подставляемъ въ ур. (29), а потомъ найденное значеніе P въ ур. (32). Получаемъ, обращая вниманіе на ур. (30):

$$\begin{aligned} \frac{m^2}{4k^2} \cos^2 \mu &= \cos \mu (q \lambda \cos \mu + m \sin \mu) q \\ &= \frac{(\Omega r \lambda + m \sin \mu)(\Omega r - m \sin \mu)}{(1 + \lambda)^2}. \end{aligned}$$

Положимъ здѣсь

$$\frac{m \cos \mu}{\Omega} = M \quad (34)$$

и будемъ называть M модулемъ кольцевой трубы съ разсматриваемымъ винтомъ. Написанное выше уравненіе по раздѣленіи на Ω^2 даетъ для опредѣленія модуля:

$$\frac{M^2}{4k^2} = \frac{(\lambda r + M \tan \mu)(r - M \tan \mu)}{(1 + \lambda)^2}. \quad (35)$$

Уравненіе (35) показываетъ, что при данныхъ r и k модуль M вполне опредѣляется по μ и λ . Всѣ наши вспомогательныя величины m , q , q_1 опредѣляются по модулю M :

$$\begin{aligned} m &= \frac{M\Omega}{\cos \mu}, \\ q &= \frac{r - M \operatorname{tg} \mu}{(1 + \lambda) \cos \mu} \Omega, \\ q_1 &= \frac{r - M \operatorname{tg} \mu}{(1 + \lambda) \cos \mu} \lambda \Omega. \end{aligned} \quad (36)$$

Внося эти значенія въ форм. (29) и обративъ вниманіе на форм. (30), найдемъ для P и Q слѣдующія окончательныя формулы:

$$\begin{aligned} P &= 2 s \Omega^2 \frac{(\lambda r + M \operatorname{tg} \mu) (r - M \operatorname{tg} \mu)}{(1 + \lambda)^2} = \frac{s \Omega^2}{2k^2} M^2, \\ Q &= 2 s \Omega^2 \frac{r - M \operatorname{tg} \mu}{1 + \lambda} M. \end{aligned} \quad (37)$$

Если въ этихъ формулахъ считать за s всю кольцевую площадь, ометаемую винтомъ, то P и Q представляютъ силы дѣйствія жидкости на весь винтъ.

Опредѣленіе λ удобно производить графически нижеслѣдующимъ способомъ. Полагаемъ въ формулахъ (24) и (25)

$$\frac{\pi x}{2a} = x.$$

Вычерчиваемъ двѣ кривыя:

$$\begin{aligned} y &= \cos \mu \operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} = \cos \mu \operatorname{tg} \left[\operatorname{arc} \sin \left(\frac{\sin x}{\sin \mu} \right) \right], \\ y &= \sin h \left(\frac{\pi l}{2a} - x \operatorname{tg} \mu \right) = \sinh \left(\frac{\pi}{\sin 2\mu} \frac{2l \sin \mu}{s} - x \operatorname{tg} \mu \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Опредѣляемъ ординату y , соответствующую точкѣ ихъ пересѣченія, и по этой ординатѣ находимъ λ , согласно форм. (28) въ видѣ:

$$\lambda = 1 + \frac{1}{y^2}. \quad (39)$$

Согласно форм. (38) величина λ зависитъ только отъ μ и отъ $\frac{2l \sin \mu}{s}$. Последняя дробь представляетъ отношеніе проекціи площади винта на плоскость, перпендикулярную его оси, къ площади, ометаемой винтомъ. Такъ какъ въ коэффициенты ур. (35), служащаго для опредѣленія M , входятъ только λ , μ , r и k , то можно выставить на видъ слѣдующую теорему: *дѣйствіе винта въ данномъ кольцевомъ пространствѣ зависитъ только отъ угла наклоненія лопастей къ его оси и отъ отношенія площади прикрытой лопастями ко всей площади, ометаемой винтомъ.*

§ 6. Остановимся на предположеніи, что уголъ μ близокъ къ 90° , т.-е. уголъ наклоненія лопастей къ плоскости, перпендикулярной оси винта, очень малъ. Вслѣдствіе этого на основаніи форм. (30) величина a будетъ порядка малости $\cos \mu$ и въ форм. (25) членъ лѣвой части близокъ къ нулю. Это даетъ

$$\varepsilon = \frac{l \cos \mu}{\sin \mu}.$$

Внося это значеніе въ форм. (24) и принимая приближенно $\sin \mu = 1$ при замѣнѣ a его значеніемъ изъ форм. (30), найдемъ:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi b}{2a} = \operatorname{tg} \frac{\pi l}{s}$$

или

$$\frac{\pi b}{2a} = \frac{\pi l}{s}.$$

Подставляя эту величину въ форм. (28), найдемъ съ приближеніемъ

$$\lambda = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\pi l}{s} \cos \mu}. \quad (40)$$

Допуская, какъ это окажется послѣ, что M есть величина порядка $\cos \mu$, можемъ въ ур. (35) отбросить $M \operatorname{tg} \mu$ передъ λr и единицу передъ λ^2 . Это приведетъ насъ къ квадратному уравненію

$$M^2 = 4k^2 \left(\frac{r^2}{\lambda} - \frac{Mr \operatorname{tg} \mu}{\lambda} \right),$$

въ которомъ можно отбросить M^2 и получить:

$$M = r \cos \mu.$$

Силы P и Q получаютъ при этомъ приближенныя величины:

$$\begin{aligned} P &= \frac{s \rho \Omega^2 r^2}{2k^2} \cos^2 \mu, \\ Q &= 4 s \rho \Omega^2 r^2 \cos^2 \mu \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\mu}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\pi l}{s}, \end{aligned} \quad (41)$$

такъ что отношеніе

$$\frac{Q}{P} = 8k^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\mu}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\pi l}{s}$$

очень мало.

§ 7. Переходимъ теперь къ расчету крыльчатого вентилятора, работающаго въ цилиндрической трубѣ. Этотъ расчетъ можетъ быть сначала сдѣланъ съ помощью пользованія отвлеченными величинами и инвариантомъ B , подобно тому, какъ это дѣлаетъ В. П. Ветчинкинъ ¹⁾ для гребного винта, работающаго въ открытомъ пространствѣ; потомъ при опредѣленіи ширины лопастей слѣдуетъ прибѣгнуть къ вышеизложенному анализу о дѣйствіи элементарнаго винта въ кольцевомъ цилиндрѣ. Раздѣлимъ мысленно объемъ трубы на кольцевые цилиндры и преобразуемъ форм. (29), отнесенныя къ этимъ цилиндрамъ, съ помощію подстановки:

$$\begin{aligned} q &= \frac{J}{2s \cos \mu} = \frac{Jn}{4\pi r \cos \mu}, \\ q_1 \cos \mu &= \Omega r - q \cos \mu - m \sin \mu, \\ m \cos \mu &= W, \end{aligned}$$

гдѣ n число лопастей винта.

¹⁾ „Расчетъ гребного винта“. Бюллетени Политехническаго Общества, 1913 г. № 5.

Получимъ выраженія для силъ, дѣйствующихъ на одну лопасть:

$$\frac{1}{n} dP = J_Q \left(\Omega r - \frac{Jn}{4\pi r} \right) dr,$$

$$\frac{1}{n} dQ = J_Q m \cos \mu dr = J_Q W dr,$$

которыя могли бы быть написаны прямо по теоремѣ § 2. При отсутствіи тренія сила, дѣйствующая на элементъ лопасти, нормальна къ средней скорости подходящей и убѣгающей струи.

Чтобы принять во вниманіе треніе, надо еще прибавить силу, направленную по этой средней скорости, которая равняется упомянутой нормальной силѣ, умноженной на коэффициентъ ν ¹⁾ $= \frac{K_x}{K_y}$, опредѣляемый изъ опыта. Приблизительно можно K_x и K_y опредѣлять изъ наблюдений надъ силою сопротивленія дужекъ въ плоской аэродинамической трубѣ. Присоединяя эту силу, получаемъ:

$$\frac{1}{n} dP = \left[J \left(\Omega r - \frac{Jn}{4\pi r} \right) - \nu J W \right] Q dr,$$

$$\frac{1}{n} dT = \left[J W + \nu J \left(\Omega r - \frac{Jn}{4\pi r} \right) \right] \Omega Q r dr,$$

гдѣ dT работа на элементъ винта.

Совершаемъ интегрированіе въ предѣлахъ R_0 и R , предполагая, что вслѣдствіе постоянства угла атаки величина ν постоянна. Получаемъ силу тяги и секундную работу мотора для всего винта:

$$P = Qn J \left[\left(\Omega \frac{R^2 - R_0^2}{2} - \frac{Jn}{4\pi} \lg \frac{R}{R_0} \right) - \nu W (R - R_0) \right],$$

$$T = Qn J \Omega \left[W \left(\frac{R^2 - R_0^2}{2} \right) + \nu \Omega \frac{R^3 - R_0^3}{3} - \nu \frac{Jn}{4\pi} (R - R_0) \right]. \quad (42)$$

Раздѣляемъ первое уравненіе на $2\pi Q R^4 \Omega^2$, второе на $2\pi Q R^5 \Omega^3$ и обозначаемъ получаемыя при этомъ отвѣченные числа нижеслѣдующимъ образомъ:

$$\frac{P}{2\pi Q R^4 \Omega^2} = \bar{P}, \quad \frac{T}{2\pi Q R^5 \Omega^3} = \bar{T}, \quad \frac{Jn}{4\pi R^2 \Omega} = \bar{J}, \quad \frac{r}{R} = \bar{r}, \quad \frac{R_0}{R} = \xi, \quad \frac{W}{\Omega R} = \frac{1}{Z}. \quad (43)$$

Уравненія принимаютъ слѣдующій упрощенный видъ:

$$\bar{P} = \bar{J} \left[(1 - \xi^2 + 2\bar{J} \lg \xi) - 2\frac{\nu}{Z} (1 - \xi) \right],$$

$$\bar{T} = \bar{J} \left[\frac{1}{Z} (1 - \xi^2) + \nu \cdot \frac{2}{3} (1 - \xi^3) - \nu \cdot 2\bar{J} (1 - \xi) \right]. \quad (44)$$

Величина ξ представляетъ отношеніе радіуса втулки къ радіусу винта. Чтобы на крайнемъ элементѣ лопасти dP былъ положителенъ, необходимо, чтобы

$$\Omega R_0 - \frac{Jn}{4\pi R_0} > 0.$$

¹⁾ Въ сочиненіяхъ С. К. Дзевецкаго, отчетахъ лабораторіи Эйфеля и въ таблицахъ В. П. Ветчинкина отношеніе $\frac{K_x}{K_y}$ обозначается буквою μ .

Мы удовлетворяем этому неравенству положеніемъ

$$\Omega R_0 = \frac{Jn}{2\pi R_0},$$

которое въ отвлеченныхъ единицахъ выражается такъ:

$$\xi^2 = 2\bar{J}. \quad (45)$$

Что касается до величины Z , то она, какъ видно изъ обозначеній (43), выражаетъ число модулей въ радіусѣ R .

Формулы (44) можно представить еще въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{J}(1 - \xi^2 + 2\bar{J}lq\xi) \left(1 - \nu \frac{\gamma}{Z}\right), \\ \bar{T} &= \bar{J} \frac{1 - \xi^2}{Z} (1 + \nu\delta Z), \end{aligned} \quad (46)$$

гдѣ

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2(1 - \xi)}{1 - \xi^2 + 2\bar{J}lq\xi}, \\ \delta &= \frac{\frac{2}{3}(1 - \xi^3) - 2\bar{J}(1 - \xi)}{1 - \xi^2}. \end{aligned} \quad (47)$$

Составимъ съ помощію формулъ (43) отношеніе $\bar{P} : \bar{T}$:

$$\frac{\bar{P}}{\bar{T}} = \frac{PR\Omega}{T} = \frac{PW}{T} Z,$$

изъ разсмотрѣнія котораго слѣдуетъ, что коэффициентъ полезнаго дѣйствія η ¹⁾ есть

$$\eta = \frac{\bar{P}}{\bar{T}Z}. \quad (48)$$

Согласно формулѣ (46) этотъ коэффициентъ представляется въ видѣ двухъ множителей:

$$\eta = \frac{1 - \xi^2 + 2\bar{J}lq\xi}{1 - \xi^2} \cdot \frac{1 - \nu \frac{\gamma}{Z}}{1 + \nu\delta Z} = \eta_{ер.} \eta_{тр.}, \quad (49)$$

гдѣ $\eta_{ер.}$ есть факторъ коэффициента полезнаго дѣйствія, зависящій отъ вращенія струй за винтомъ, а $\eta_{тр.}$ есть факторъ, зависящій отъ тренія воздуха о лопасти винта.

На фиг. (10) приведены для различныхъ значеній $2\bar{J}$ величины:

$$1 - \xi^2 + 2\bar{J}lq\xi; \quad \frac{1 - \xi^2 + 2\bar{J}lq\xi}{1 - \xi^2} = \eta_{ер.}; \quad \gamma - 1; \quad \delta.$$

Для уменьшенія размѣровъ чертежа величины $2\bar{J}$ отложены на оси абсциссъ дважды: отъ 0,0 до 0,1 и отъ 0,1 до 0,2.

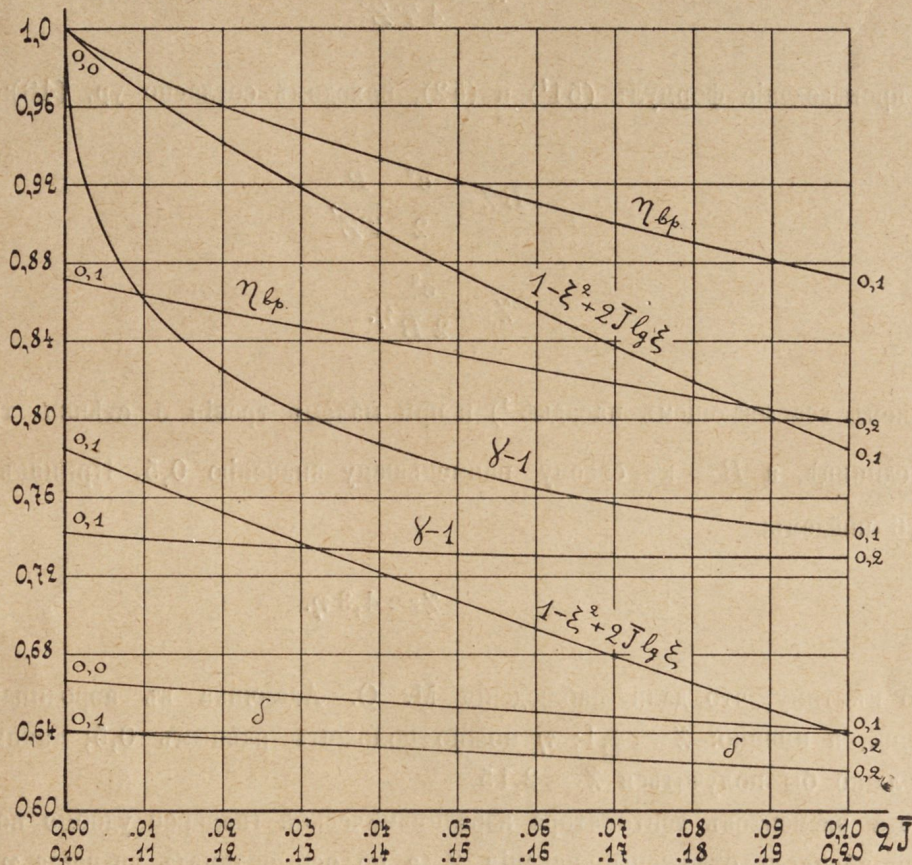
¹⁾ Коэффициентомъ полезнаго дѣйствія вентилятора слѣдуетъ называть работу, потребную для перемѣщенія воздуха отъ давленія p подъ давленіе p_1 , раздѣленную на работу T .

Написанныя формулы суть тѣ же самыя, которыя были даны В. П. Ветчинкинымъ для расчета гребного винта, только въ формулахъ В. П. Ветчинкина примѣнительно къ случаю вентилятора надо положить $\overline{W} + \overline{w} = \frac{1}{Z}$.

Принимая во вниманіе всѣ гидродинамическія потери въ трубѣ вентилятора, мы всегда можемъ аналогично форм. (32) написать:

$$\frac{P}{m^2 \cos^2 \mu} = \frac{P}{W^2} = \text{Const}, \quad (50)$$

гдѣ *Const.* можетъ быть опредѣленъ при какомъ-нибудь пробномъ вентиляторѣ (до расчета надлежащаго крыльчатого вентилятора), составляя съ помощію микроманометра средня давленія p и p_1 передъ вентиляторомъ и за нимъ.



Фиг. 10.

Знаніе этого постояннаго позволяетъ при извѣстномъ радіусѣ найти для данной установки

$$\frac{P}{\pi \rho R^2 W^2} = \frac{1}{2 k^2} = B. \quad (51)$$

Отвлеченное число B , которое въ задачѣ о вентиляторахъ и о гребныхъ винтахъ даннаго радіуса является постоянной величиною, В. П. Ветчинкинъ называетъ инвариантомъ ¹⁾. Это число выражается весьма просто съ помощію $\overline{P}$ и числа модулей Z :

$$B = \frac{P}{2 \pi \rho R^4 \Omega^2} \frac{2 R^2 \Omega^2}{W^2} = 2 \overline{P} Z^2. \quad (51')$$

¹⁾ Число это всецѣло опредѣляется тѣмъ аппаратомъ, который съ помощію винта приводится въ дѣйствіе: вентиляторъ, корабль, аэропланъ. Оно остается постояннымъ для всѣхъ винтовъ одинаковаго радіуса на одномъ и томъ же аппаратѣ.

Если цилиндрическая труба, въ которой поставленъ вентиляторъ, смыкается съ галлереею, суженная часть которой является рабочимъ сѣченіемъ для производства аэродинамическихъ наблюдений, то мѣрою качества установки является отношеніе секундной живой силы воздуха въ рабочемъ сѣченіи къ секундной работѣ вентилятора T . Принимая, что площадь рабочаго сѣченія въ s разъ меньше площади цилиндра вентилятора, будемъ имѣть для коэффициента качества выраженіе:

$$\chi = \frac{c^2 \frac{\rho}{2} \pi R^2 W^3}{T} = \frac{c^2}{4} \frac{2 \pi \rho R^3 \Omega^3}{T} \frac{W^3}{R^3 \Omega^3},$$

откуда слѣдуетъ, что

$$\chi = \frac{c^2}{4 T Z^3}. \quad (52)$$

Составляя произведеніе формулъ (51') и (52), находимъ согласно ур. (48):

$$B Z = \frac{c^2}{2} \frac{\bar{P}}{TZ},$$

$$Z = \frac{c^2}{2 B} \eta. \quad (53)$$

При хорошемъ всасывающемъ насадкѣ ¹⁾ и при маломъ треніи о стѣнки трубы коэффициентъ k приближается къ единицѣ, а B — къ своему наименьшему значенію 0,5. Принявъ при треніи $B = \frac{3}{2}$, для случая $c = 3,6$ найдемъ:

$$\chi = 4,3 \eta.$$

Это близко къ тому, что дали наблюденія М. О. Адамчика въ аэродинамической лабораторіи Имп. Техн. Училища, а именно: $\chi = 2,1$; η можно положить равнымъ 0,5; такимъ образомъ, у него приблизительно должно бы получиться $\chi = 2,15$.

Для подсчета элементовъ вентилятора аэродинамической галлерей удобно пользоваться фиг. (11), на которой по оси абсциссъ отложены значенія Z , а по оси ординатъ значенія η и вычерчены различныя кривыя $B = \text{Const.}$ при среднемъ коэффициентѣ дужекъ $\nu = 0,06$.

Можно также пользоваться таблицю 1, въ которой для различныхъ значеній B и Z приведены значенія $2\bar{P}$, $2\bar{J}$, $\eta_{тр.}$, $\eta_{ср.}$ и η .

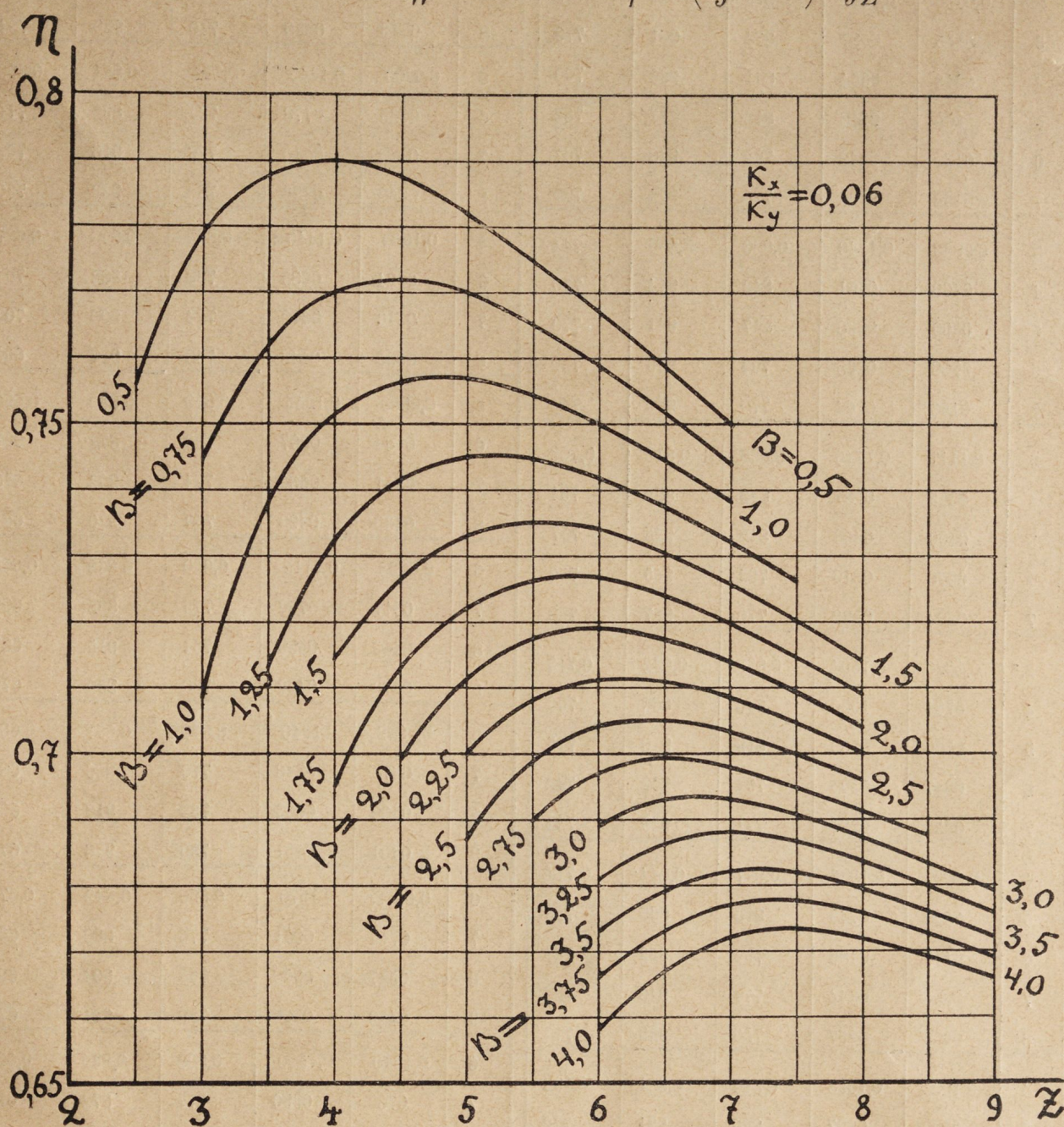
Выбравъ въ клѣткѣ съ заданнымъ B строку, гдѣ η , а слѣдовательно и χ , имѣютъ наибольшее значеніе, смотримъ соотвѣтственныя величины Z и $2\bar{J}$. Величина Z опредѣляетъ модуль $M = \frac{R}{Z}$ для наивыгоднѣйшаго вентилятора. Зная модуль, будемъ знать число оборотовъ для заданной скорости W , а по η найдемъ мощность мотора по формулѣ:

$$T = \frac{\pi \rho R^2 W^3 B}{\eta}. \quad (54)$$

¹⁾ См. мою статью „Насадки и диффузоры аэродинамическихъ трубъ“.

§ 8. Остается определить форму лопастей вентилятора. Задавшись углом атаки β , который средняя скорость образует с хордой дужки сечения лопасти, мы определяем угол μ , образуемый этою хордою с осью вентилятора, по формулѣ:

$$\operatorname{tg} (\mu + \beta) = \frac{\Omega r - \frac{Jn}{4\pi r}}{W} = (\bar{r}^2 - \bar{J}) \frac{Z}{\bar{r}} = \left(\frac{\bar{r}^2}{\bar{J}} - 1 \right) : \frac{\bar{r}}{\bar{J}Z}. \quad (55)$$



Фиг. 11.

Здѣсь удобно сдѣлать построение угловъ $\mu + \beta$ графически съ помощію фиг. (12).

Откладываемъ $OA = \bar{J}$; возставляемъ перпендикуляръ OB и откладываемъ $OB = \bar{r}$; возставляемъ въ точкѣ B перпендикуляръ BC къ прямой AB ; откладываемъ $OD = 1$; получаемъ:

$$CD = \frac{\bar{r}^2}{\bar{J}} - 1.$$

Т а б л и ц а 1.

	Z	2 P	2 J	η тр.	η вр.	η		Z	2 P	2 J	η тр.	η вр.	η	
B = 0,50	2,5	0,0800	0,1082	0,875	0,864	0,756		7	0408	0472	772	924	714	B = 2,00
	3	0555	0687	864	901	779		8	0313	0350	750	939	704	
	4	0313	0354	841	939	790		5	0,0900	0,1245	0,822	0,851	0,700	B = 2,25
	5	0200	0218	818	957	782		6	0625	0778	797	892	711	
	6	0139	0149	792	968	767		7	0460	0540	773	916	708	B = 2,50
	7	0102	0108	770	975	750		8	0352	0399	750	933	700	
B = 0,75	3	0,0833	0,1148	0,866	0,859	0,744		5	0,1000	0,1440	0,822	0,836	0,687	B = 2,75
	4	0469	0561	842	914	770		6	0694	0885	798	882	704	
	5	0300	0338	817	941	770		7	0510	0610	774	909	703	
	6	0208	0228	794	956	759		8	0390	0446	750	927	696	
	7	0153	0164	770	966	744		5,5	0,0909	0,1255	0,810	0,850	0,690	B = 3,00
B = 1,00	3	0,1111	0,1740	0,868	0,816	0,708		6	0764	0997	799	872	697	
	4	0625	0787	843	892	751		7	0561	0680	774	902	698	
	5	0400	0463	819	925	757		8	0430	0499	750	920	691	B = 3,25
	6	0278	0310	795	945	750		6	0,0833	0,1115	0,800	0,862	0,689	
	7	0204	0222	770	957	738		7	0611	0752	775	895	693	
B = 1,25	3,5	0,1020	0,1504	0,859	0,832	0,713		8	0469	0550	751	915	687	B = 3,50
	4	0781	1036	846	869	733		9	0370	0422	730	930	679	
	5	0500	0600	819	910	745		6	0,0902	0,1240	0,800	0,851	0,681	B = 3,75
	6	0347	0395	794	934	742		7	0673	0848	776	886	687	
	7	0255	0281	771	949	732		8	0509	0603	752	910	684	
B = 1,50	4	0,0938	0,1326	0,847	0,844	0,714		9	0401	0461	730	926	676	B = 4,00
	5	0600	0743	820	895	733		6	0,0972	0,1370	0,800	0,842	0,673	
	6	0417	0486	795	922	734		7	0714	0901	776	880	682	
	7	0306	0344	772	940	726		8	0547	0658	753	904	680	B = 4,25
	8	0235	0257	750	952	714		9	0433	0500	730	921	672	
B = 1,75	4	0,1093	0,1658	0,846	0,821	0,696		6	0,1040	0,1500	0,800	0,832	0,666	
	5	0700	0897	820	881	722		7	0765	0990	777	872	677	B = 4,50
	6	0486	0578	796	912	727		8	0587	0714	753	898	676	
	7	0357	0407	772	932	720		9	0464	0542	730	916	669	
	8	0274	0303	750	946	709		6	0,1111	0,1669	0,801	0,820	0,658	B = 5,00
B = 2,00	4,5	0,0988	0,1420	0,834	0,838	0,699		6,5	0,0947	0,1320	0,790	0,845	0,667	
	5	0800	1060	821	867	711		7	0817	1080	777	865	672	
	6	0555	0673	796	902	719		8	0625	0771	754	892	672	
								9	0495	0584	730	912	666	

Откладываемъ далѣе $OE = \frac{1}{Z}$ и проводимъ $EF \parallel AB$; получаемъ:

$$OF = \frac{\bar{r}}{\bar{J} Z}.$$

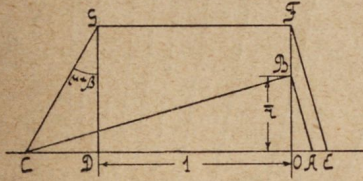
Наконецъ, откладываемъ на перпендикулярѣ къ DG отрезокъ $DG = OF$ и соединяемъ C и G ; получаемъ:

$$\angle CGD = \mu + \beta.$$

Изъ форм. (55) видно, что съ уменьшеніемъ $\bar{r}$ уголъ μ уменьшается.

До сихъ поръ мы еще ничемъ не воспользовались изъ анализа дѣйствія винта въ кольцевомъ пространствѣ. То, что даетъ этотъ анализъ, относится къ подбору ширины дужекъ подъ условіемъ постоянства циркуляціи при всякомъ значеніи r .

Формула (36) даетъ намъ:



Фиг. 12.

$$\frac{J}{2 \Omega s \cos \mu} = \frac{r - M \operatorname{tg} \mu}{(1 + \lambda) \cos \mu},$$

$$\bar{J} = \frac{\bar{r} \left(\bar{r} - \frac{\operatorname{tg} \mu}{Z} \right)}{1 + \lambda},$$

$$\lambda = \frac{1}{\bar{J}} \bar{r} \left(\bar{r} - \frac{\operatorname{tg} \mu}{Z} \right) - 1,$$

откуда по форм. (39) находимъ, что

$$y = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\bar{J}} \bar{r} \left(\bar{r} - \frac{\operatorname{tg} \mu}{Z} \right) - 2}}. \quad (56)$$

Чтобы y имѣлъ дѣйствительныя значенія, необходимо выполнить неравенство:

$$\frac{1}{\bar{J}} \bar{r} \left(\bar{r} - \frac{\operatorname{tg} \mu}{Z} \right) \geq 2,$$

откуда находимъ для $\operatorname{tg} \mu$:

$$\operatorname{tg} \mu \leq \left(\bar{r} - \frac{2\bar{J}}{\bar{r}} \right) Z.$$

Это опредѣляетъ наименьшій возможный уголъ атаки $\beta_{\min}$, который получается малымъ на концѣ винта и большимъ около втулки.

Величина y вполне опредѣляется для всякаго r по найденнымъ Z и $\bar{J}$. Въ соединеніи съ форм. (38) она позволяет отыскать отношеніе

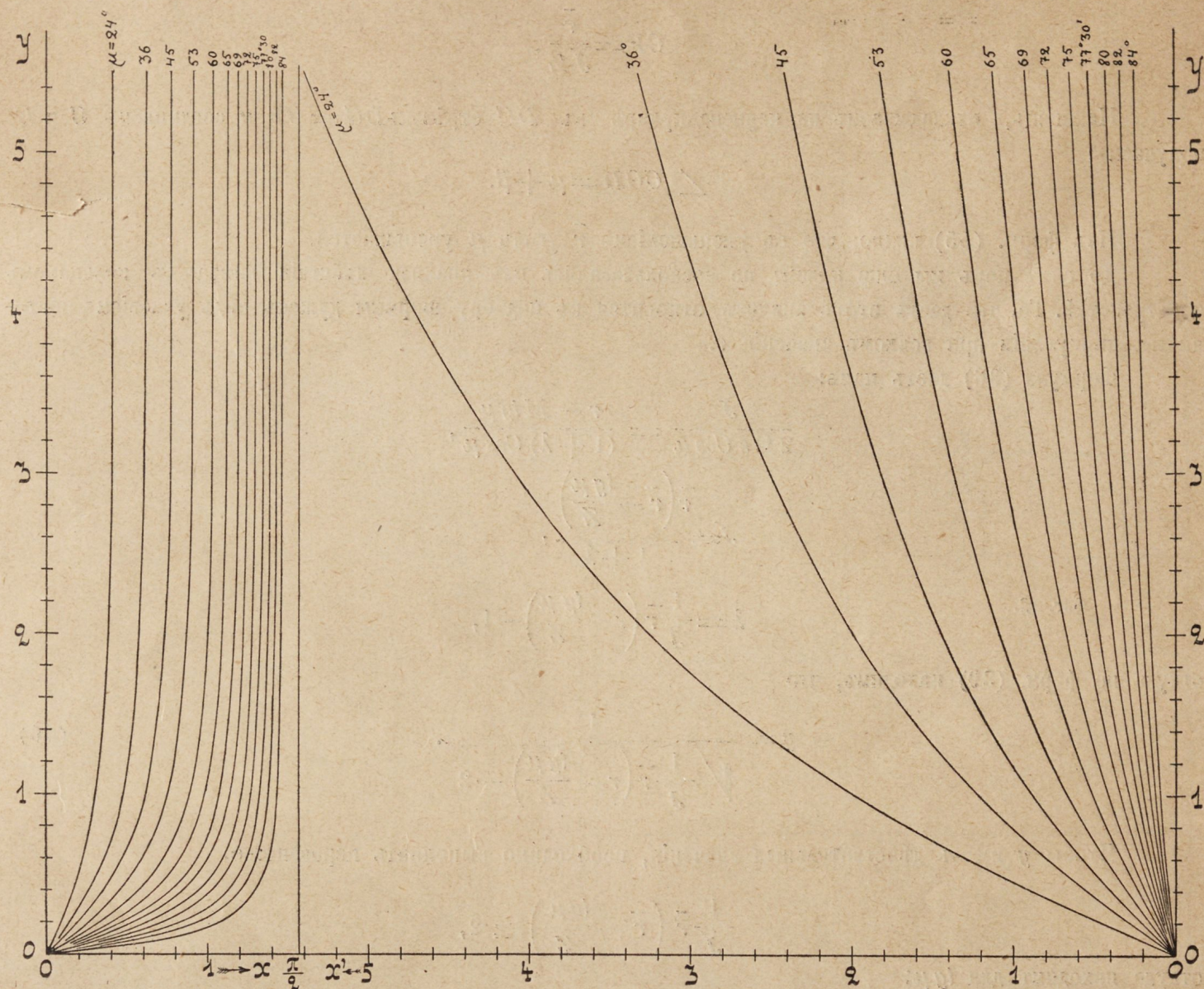
$$\sigma = \frac{2 l \sin \mu}{s}. \quad (57)$$

Представляемъ второе ур. (38) въ видѣ:

$$y = \sin h \left[\operatorname{tg} \mu \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sin^2 \mu} - x \right) \right] = \sin h (\operatorname{tg} \mu \cdot x'), \quad (58)$$

$$x' = \frac{\pi \sigma}{2 \sin^2 \mu} - x \quad (59)$$

и строимъ семейство линий, выраженныхъ ур. (58) для различныхъ параметровъ μ , направляя ось Ox' влѣво (фиг. 13, правая часть).



Фиг. 13.

Для расчета данного винта на каждой линіи семейства строимъ точку A , ордината которой определяется по формулѣ (56). Потомъ воображаемъ подвижныя оси координатъ yOx съ осью Ox , направленною вправо. На этихъ осяхъ строимъ семейство линій, данныхъ первымъ уравненіемъ (38):

$$y = \cos \mu \operatorname{tg} \left[\arcsin \left(\frac{\sin x}{\sin \mu} \right) \right]. \quad (60)$$

Семейство этихъ линій начерчено въ лѣвой части фиг. (13.) Каждая изъ нихъ имѣетъ параллельную оси Oy асимптоту на разстояніи отъ этой оси, равномъ μ . Строя кривыя по ур. (60), можно замѣтить, что при $y > 2$ разность $\mu - x < 0,04$; поэтому при значеніяхъ $y > 2$ можно полагать для сокращенія вычисленій $x = \mu$. Продвигаемъ подвижныя оси координатъ такъ, чтобы кривая (60) съ параметромъ μ прошла черезъ соответствующую этому параметру точку A , отмѣченную на неподвижной системѣ линій, тогда, согласно ур. (59), будемъ имѣть:

$$x + x' = OO = \frac{\pi \sigma}{2 \sin^2 \mu} = \frac{2 \ln}{4r \sin \mu}. \quad (61)$$

Изъ этого уравненія σ опредѣляется для каждаго μ . Мы будемъ вслѣдствіе этого имѣть σ во всякомъ мѣстѣ лопасти вентилятора.

Что касается до числа n лопастей, то при указанной конструкціи вентилятора, дающаго равномерный потокъ, можно, смотря по требованію, задаться этимъ числомъ и подобрать ширины лопастей $2l$ во всякомъ мѣстѣ по отношенію σ . Неточность анализа заключается въ томъ, что вблизи вентилятора соосные цилиндры немного отступаютъ отъ поверхностей тока.
