

На правах рукописи



**Пья Пьо Аунг**

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА  
ТОРСИОННЫХ ВОЛНОВОДОВ-КОНЦЕНТРАТОРОВ  
УЛЬТРАЗВУКОВЫХ МЕДИЦИНСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ**

Специальность: 1.1.7 – теоретическая механика и динамика машин

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (Национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

**Гуськов Александр Михайлович**

Официальные оппоненты:

**Яцун Сергей Федорович**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика, мехатроника и робототехника» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЮЗГУ»)

**Хазов Павел Алексеевич**

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория сооружений и техническая механика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» (ФГБОУ ВО «ННГАСУ»)

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита диссертации состоится «30» апреля 2025 г. В 14 час.30 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.331.12 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Ваш отзыв в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просьба направлять по указанному адресу.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана [www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru). Телефон для справок: +7(499)263-66-39

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2025 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.т.н, доцент



М.В. Мурашов

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

### **Актуальность темы диссертации.**

В настоящее время в области ультразвуковых медицинских технологий достигнуты значительные успехи. Использование ультразвукового медицинского инструмента (УЗМИ) позволяет снизить травматичность операций, уменьшить кровопотери, "сваривать" волокна различных фрагментов, "склеивать" сосуды, удалять тромбы, ускорять заживление тканей и др. В ряде случаев в качестве инструмента используются волноводы-концентраторы, рабочая оконечность которых совершает крутильные колебания (так называемые, торсионные волноводы). Однако, недостаточная эффективность использования подобных волноводов в определенной степени связана с погрешностями при проектировании, вызванными приближенными оценками их конструктивных параметров. Использование современных методов математического моделирования для анализа динамических свойств торсионных волноводов, в том числе, при взаимодействии с биологическими тканями, позволит получить уточнённые значения параметров волноводов и, тем самым, повысить их эксплуатационные характеристики.

Таким образом, создание адекватных математических моделей ультразвуковой медицинской аппаратуры с волноводами-концентраторами и исследование динамики подобных систем при взаимодействии с различного рода биологическими тканями является актуальной задачей.

### **Степень научной разработанности проблемы**

Существенный вклад в развитие ультразвуковых технологий в медицине внесла научная школа Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана. Под руководством академика Г.А. Николаева и профессора В.И. Лощилова были разработаны методы проектирования специализированного оборудования для ультразвукового воздействия на биологические ткани.

Расчетам и проектированию УЗМИ с волноводами-концентраторами посвящена обширная литература. Здесь необходимо выделить исследования С.Е. Квашнина, в которых основное внимание уделялось расчету продольных колебаний волноводов-концентраторов различной формы при их ультразвуковом возбуждении. Вопросам совместного возбуждения продольных и крутильных колебаний посвящены работы С.А. Воронова и А.М. Гуськова в приложении к режущему инструменту при обработке деталей сверлением. Вопросы проектирования ручного медицинского инструмента с тактильной обратной связью рассматривались в работах С.Ф. Яцуна. Взаимодействие хирургического ультразвукового инструмента с биологическими тканями рассматривалось в работах ряда российских и зарубежных авторов, таких как В.Б. Акопян, В.А. Дрейзин, О.С. Нарайкин, Г.А. Николаев, В.И. Лощилов, Г.А. Саврасов, С.И. Шукин, А. Макбит, А.С. Матисон и других.

Однако, в настоящее время недостаточно полно разработаны методики динамического анализа составных конструкций волноводов-концентраторов, особенно торсионных ультразвуковых медицинских инструментов (УЗМИ).

**Целью** диссертационной работы являются повышение эффективности использования торсионных УЗМИ за счет выбора их параметров и режимов вибрационного возбуждения.

**Для достижения указанной цели требуется решить следующие задачи:**

1. Расчет и проектирование продольно-крутильного преобразователя УЗМИ.
2. Определение упругой характеристики преобразователя УЗМИ.
3. Определение собственных частот и форм колебаний (модальный анализ) продольно-крутильного преобразователя УЗМИ.
4. Определение рациональных размеров составных торсионных волноводов УЗМИ.
5. Разработка методики численного анализа резонансных режимов работы составных торсионных волноводов-концентраторов УЗМИ с учетом нелинейного взаимодействия с биологической тканью.
6. Экспериментальное определение упругой характеристики продольно-крутильного преобразователя.

**Методы исследования.** В работе при моделировании и расчетах использованы классические методы механики деформируемых тел, теории колебаний и устойчивости механических систем, аналитические и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений. Экспериментальные исследования проводились методами экспериментальной механики с использованием современных аппаратных средств измерения, сбора и обработки информации.

**Достоверность полученных результатов исследования подтверждается:** применением классических подходов к исследованию динамики машин и надёжных методов численного решения уравнений модели; верификацией полученных результатов посредством экспериментальных исследований.

**Положения, выносимые на защиту:**

- Расчет механических характеристик продольно-крутильного преобразователя УЗМИ, включая его модальный анализ.
- Методика определения рациональных размеров составных волноводов торсионных УЗМИ.
- Расчетная модель и результаты численного анализа нелинейного взаимодействия ультразвукового торсионного волновода-концентратора УЗМИ с обрабатываемой биологической тканью.

**Научная новизна:**

- Разработана математическая модель для расчета нелинейной упругой характеристики продольно-крутильного преобразователя.
- Разработана методика расчета параметров составных торсионных волноводов-концентраторов, обеспечивающих требуемые режимы работы УЗМИ.

– Разработана модель взаимодействия УЗМИ с биологической тканью, используемая при расчете резонансных режимов колебаний составных торсионных волноводов УЗМИ.

**Практическая значимость** работы заключается в следующем: Полученные результаты позволяют на этапе проектирования определять рациональные размеры конструкции торсионных волноводов-концентраторов УЗМИ, обеспечивающие эффективную их работу в резонансном режиме.

**Внедрение.** Разработанная методика расчета и пакет прикладных программ для исследования колебаний и моделирования торсионного волновода-концентратора ультразвуковых медицинских инструментов используется в ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», а также в учебном процессе кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Апробация.** По теме настоящего исследования сделаны доклады на следующих международных конференциях: XIV Международная научно-техническая конференция «Динамика технических систем», ДТС-2018 (Ростов на Дону, 2018 г.); Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа», УОМШ – 2019 (Уфа, 2019 г.); Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», АМСМ - 2019 (Воронеж, 2019 г.); Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», АМСМ - 2020 (Воронеж, 2020 г.), Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа», УОМШ – 2024 (Уфа, 2024 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, включая 2 статьи в журналах из перечня ВАК при Минобрнауки России, 3 статьи в журналах из перечня Scopus, 6 статей в сборнике трудов международных конференций и тезисов докладов. Общий объем публикаций составляет 1,691 п.л.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 6 глав, общих выводов, заключения и приложения. Изложена на 133 страницах машинописного текста, включая 52 иллюстрации, 5 таблиц и библиографический список, содержащий 161 наименование.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** представлена краткая характеристика работы, обоснована актуальность темы исследования и степень ее разработанности, сформулирована цель и задачи работы, определены объект и предмет исследования, обоснованы научная новизна и практическая значимость работы. Проводится обзор и анализ литературных источников, посвященных применению УЗМИ, математическим моделям УЗМИ, расчетам и экспериментальным исследованиям конструкции УЗМИ. Проведен анализ публикаций, посвященных особенностям построения ультразвуковой аппаратуры, и её взаимодействия с биообъектами.

**В первой главе** содержится анализ существующих методологических и теоретических основ проектирования ультразвуковых медицинских инструментов.

Обзор литературы показал, что в настоящее время недостаточная эффективность использования подобных волноводов в определенной степени связана с недостатками при проектировании, вызванными приближенными оценками их конструктивных параметров. Использование современных методов математического моделирования для анализа динамических свойств торсионных волноводов, в том числе, при взаимодействии с биологическими тканями, позволит получить уточнённые значения параметров волноводов и, тем самым, повысить их эксплуатационные характеристики.

**Во второй главе** приведены результаты исследования различными методами напряженно-деформированного состояния (НДС) продольно-крутильного преобразователя спирального типа. Получена зависимость углового перемещения выходной платформы преобразователя от осевого перемещения входной платформы.

Принцип работы торсионного УЗМИ во многом схож с принципом работы классического ультразвукового скальпеля за исключением того, что рабочий наконечник совершает крутильные колебания.

В электроакустическом преобразователе происходит преобразование электрических колебаний в механические продольные ультразвуковые колебания. Для того, чтобы получить крутильные колебания на выходе, необходимо использовать некое приспособление для преобразования продольных механических колебаний в крутильные, которые будут дальше передаваться через волновод на рабочий наконечник.

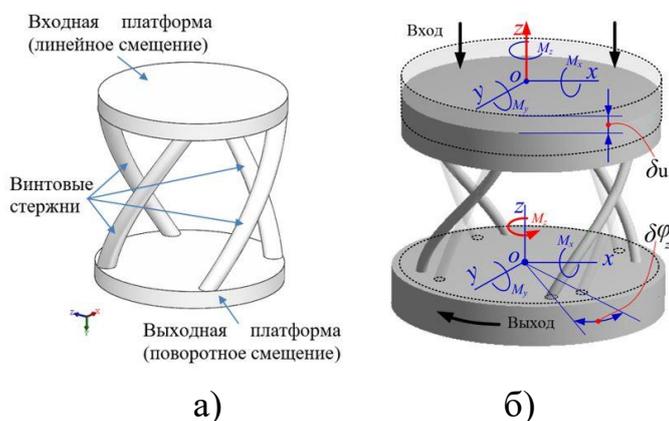


Рис. 1. а) Конструкция продольно-крутильного преобразователя,  
 б) Принцип действия продольно-крутильного преобразователя

В качестве такого преобразователя предлагается рассмотреть продольно-крутильный преобразователь (ПКП) спирального типа (рис.1.а). Если на входную платформу такого преобразователя подать продольное смещение  $\delta u$ , то выходная платформа, упираясь в жесткую поверхность, будет поворачиваться на некий угол  $\delta \varphi_z$  (рис.1.б).

Для расчета упругой характеристики ПКП при больших перемещениях воспользуемся методом последовательных нагружений. Для винтового стрежня,

исходной осевой линией которого является винтовая линия, изображенная на рис. 2, нужно определить напряженно-деформированное состояние стержня и определить зависимость поворота конца стержня 2 от заданного осевого перемещения конца стержня 1.

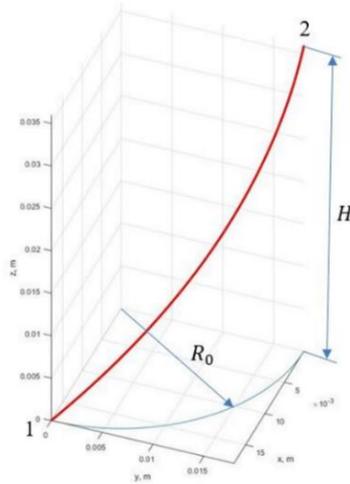


Рис. 2. Исходная геометрия винтовой линии

Расчет выполнен методом последовательных нагружений. Уравнения деформирования пространственного стержня в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\bar{Q}^{(1)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}\Delta\bar{Q}^{(1)} &= 0; \\ \frac{d\Delta\bar{M}^{(1)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}\Delta\bar{M}^{(1)} - A_1\Delta\bar{Q}^{(1)} &= 0; \\ \frac{d\Delta\bar{\vartheta}^{(1)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}\Delta\bar{\vartheta}^{(1)} - A^{-1}\Delta\bar{M}^{(1)} &= 0; \\ \frac{d\Delta\bar{u}^{(1)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}\Delta\bar{u}^{(1)} + A_1\Delta\bar{\vartheta}^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta\bar{Q}^{(1)}, \Delta\bar{M}^{(1)}, \Delta\bar{\vartheta}^{(1)}, \Delta\bar{u}^{(1)}$  – приращения векторов соответственно внутренней силы, внутреннего момента, угловых перемещений связанных осей и линейных перемещений точек осевой линии.

При приведении уравнения (1) к безразмерному виду, использовались следующие соотношения.

$$\varepsilon = \frac{s}{l}; \tilde{A}_{ii} = \frac{A_{ii}}{A_{33}}; \tilde{M} = \frac{\bar{M}l}{A_{33}}; \tilde{Q} = \frac{\bar{Q}l^2}{A_{33}}; \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A_{\kappa} = \begin{bmatrix} 0 & -\kappa_{30} & \kappa_{20} \\ \kappa_{30} & 0 & -\kappa_{10} \\ -\kappa_{20} & -\kappa & 0 \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

где  $s$  – криволинейная продольная координата сечения;  $A_{33} = EI_3$  – изгибная жесткость стержня,  $\bar{Q}, \bar{M}$  – векторы соответственно внутренней силы, внутреннего момента,  $l$  – длина винтовой линии,  $n_1 = \frac{GI_p}{A_{33}}$ .

Для следующего шага нагружения ( $m=2,3,4\dots$ ) уравнения (1) преобразуются к следующему виду

$$\begin{aligned}
& \frac{d\Delta\bar{Q}^{(m)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}^{(m-1)}\Delta\bar{Q}^{(m)} + A_Q^{(m-1)}\Delta\bar{\kappa}^{(m)} = 0; \\
& \frac{d\Delta\bar{M}^{(m)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}^{(m-1)}\Delta\bar{M}^{(m)} + A_M^{(m-1)}\Delta\bar{\kappa}^{(m)} + A_1\Delta\bar{Q}^{(m)} = 0; \\
& \frac{d\Delta\bar{\vartheta}^{(m)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}^{(m-1)}\Delta\bar{\vartheta}^{(m)} - A^{-1}\Delta\bar{M}^{(m)} = 0; \\
& \frac{d\Delta\bar{u}^{(m)}}{d\varepsilon} + A_{\kappa}^{(m-1)}\Delta\bar{u}^{(m)} + A_1\Delta\bar{\vartheta}^{(m)} = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

где  $\Delta\bar{Q}^{(m)}, \Delta\bar{M}^{(m)}, \Delta\bar{\vartheta}^{(m)}, \Delta\bar{u}^{(m)}, \Delta\bar{\kappa}^{(m)}$  – приращения векторов внутренних сил, внутренних моментов, угловых перемещений связанных осей, линейных смещений точек осевой линии и кривизн, соответствующие  $m$ -му шагу нагружения,

В системе уравнений (4) матрицы  $A_{\kappa}^{(m-1)}, A_Q^{(m-1)}, A_M^{(m-1)}$  имеют вид

$$\begin{aligned}
A_{\kappa}^{(m-1)} &= \begin{bmatrix} 0 & -\kappa_3^{(m-1)} & \kappa_2^{(m-1)} \\ \kappa_3^{(m-1)} & 0 & -\kappa_1^{(m-1)} \\ -\kappa_2^{(m-1)} & \kappa_1^{(m-1)} & 0 \end{bmatrix}; \\
A_Q^{(m-1)} &= \begin{bmatrix} 0 & Q_3^{(m-1)} & -Q_2^{(m-1)} \\ -Q_3^{(m-1)} & 0 & Q_1^{(m-1)} \\ Q_2^{(m-1)} & -Q_1^{(m-1)} & 0 \end{bmatrix}; \\
A_M^{(m-1)} &= \begin{bmatrix} 0 & M_3^{(m-1)} & -M_2^{(m-1)} \\ -M_3^{(m-1)} & 0 & M_1^{(m-1)} \\ M_2^{(m-1)} & -M_1^{(m-1)} & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

где

$$\kappa_j^{(m-1)} = \kappa_{j0} + \sum_{i=1}^{m-1} \Delta\kappa_j^{(i)}; Q_j^{(m-1)} = Q_{j0} + \sum_{i=1}^{m-1} \Delta Q_j^{(i)}; M_j^{(m-1)} = M_{j0} + \sum_{i=1}^{m-1} \Delta M_j^{(i)}.$$

где  $\Delta u_0$  – приращение осевого перемещения на каждом шаге нагружения. Матрица перехода  $L$ , связывающая глобальные оси со связанными осями.

$$L = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_2 \times \cos\vartheta_3 & 0 & -\sin\vartheta_2 \\ -\sin\vartheta_3 & 1 & 0 \\ \sin\vartheta_2 \times \sin\vartheta_3 & 0 & \cos\vartheta_2 \end{bmatrix}; \tag{5}$$

Граничные условия имеют вид:

При  $\varepsilon = 0$

$$\begin{aligned}
\vartheta_1 &= 0; \\
\vartheta_2 &= 0; \\
\vartheta_3 &= 0; \\
u_1 &= \Delta u_0 L(1,3); \\
u_2 &= \Delta u_0 L(2,3); \\
u_3 &= \Delta u_0 L(3,3).
\end{aligned} \tag{6}$$

При  $\varepsilon = 1$

$$\begin{aligned}
\vartheta_1 &= 0; \\
\vartheta_2 &= 0; \\
\vartheta_3 &= 0; \\
u_z &= u_1 L'(3,1) + u_2 L'(3,2) + u_3 L'(3,3) = 0; \\
u_y &= u_1 L'(2,1) + u_2 L'(2,2) + u_3 L'(2,3) = 0; \\
M_z &= M_1 L'(1,1) + M_2 L'(1,2) + M_3 L'(1,3) = 0.
\end{aligned}
\tag{7}$$

где  $L' = L^{-1}$  – обратная матрица перехода.

В результате решения задачи были получены графики деформированного состояния оси нагружаемого стержня на каждом шаге нагружения (рис. 3).

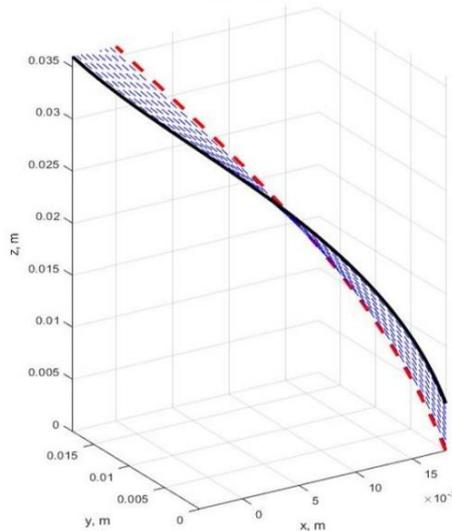


Рис.3. Пошаговое деформированное состояние оси стержня

Получена зависимость углового перемещения,  $\varphi_z$ , выходной платформы от вертикального перемещения входной платформы  $U_0$  (рис. 4).

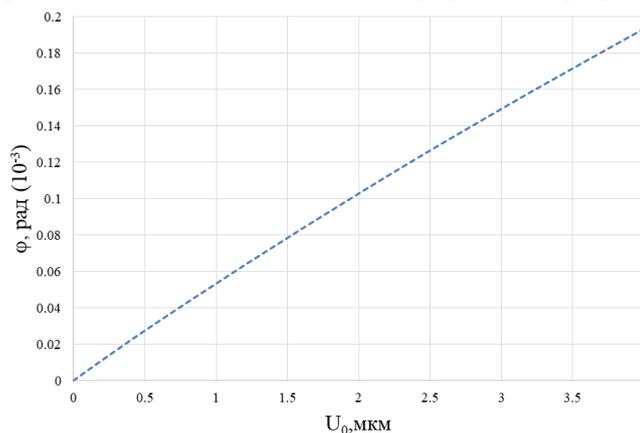


Рис. 4. Упругая характеристика продольно-крутильного преобразователя в диапазоне рабочих режимов инструмента

Произведено также конечно-элементное моделирование продольно-крутильного преобразователя, изображенного на рис. 1, двумя способами с использованием балочных (BEAM189) и объемных (SOLID187) элементов.

В результате проведения моделирования продольно-крутильного преобразователя двумя способами (с применением балочных элементов и с применением объемных элементов) были получены суммарные поля

перемещений (рис. 3) и зависимости значений угла поворота выходной платформы от осевого перемещения входной платформы.

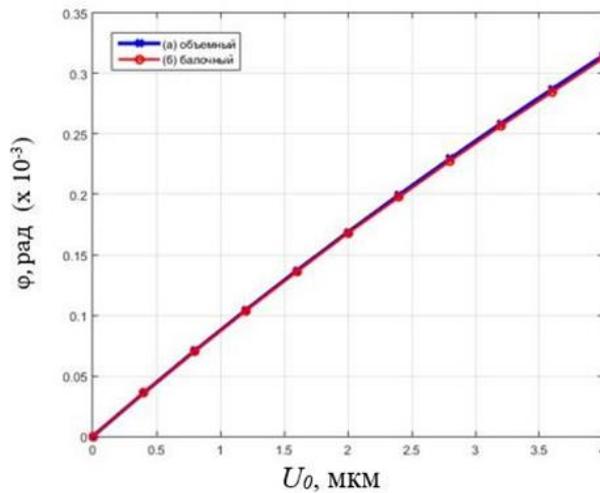


Рис. 5. Графики зависимости углового перемещения выходной платформы  $\varphi$  от осевого перемещения входной платформы  $U_0$

Из рис. 5 становится очевидно, что при малых значениях продольного перемещения входной платформы значения углового перемещения выходной платформы для обеих моделей практически совпадают. При использовании линейного элемента BEAM189 при проектировании продольно-крутильного преобразователя получено существенное сокращение времени.

Во второй главе решена задача определения НДС пространственного криволинейного стержня. Методом последовательных нагружений получена упругая характеристика продольно-крутильного преобразователя. В результате проведения конечно-элементного моделирования в программном комплексе ANSYS конструкции продольно-крутильного преобразователя было выполнено сравнение упругих характеристик продольно-крутильного преобразователя, полученных различными способами.

**В третьей главе** выполнен динамический анализ продольно-крутильного преобразователя. Для проведения модального анализа винтового стержня воспользуемся дифференциальными уравнениями малых колебаний пространственного криволинейного стержня в связанных осях, полученными профессором В.А. Светлицким. Уравнения малых свободных колебаний пространственного стержня в безразмерной форме имеют вид

$$\begin{aligned}
 m_1(\varepsilon) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial \Delta \bar{Q}}{\partial \varepsilon} - A_Q \Delta \bar{\kappa} - A_K \Delta \bar{Q} &= \Delta \bar{P}; \\
 J \frac{\partial^2 \bar{\vartheta}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial \Delta \bar{M}}{\partial \varepsilon} - A_M \Delta \bar{\kappa} - A_K \Delta \bar{M} - A_1 \Delta \bar{Q} &= \Delta \bar{T}; \\
 \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \varepsilon} - A_K \bar{\vartheta} - \Delta \bar{\kappa} &= 0; \\
 \frac{\partial \bar{u}}{\partial \varepsilon} + A_K \bar{u} + A_1 \bar{\vartheta} &= 0; \\
 \Delta \bar{M} &= A \Delta \bar{\kappa},
 \end{aligned} \tag{8}$$

где  $m_1$  – безразмерная масса единицы длины стержня,

$\Delta\bar{\kappa}$  – малое приращение вектора кривизн.

Для определения собственных частот и форм колебаний следует воспользоваться уравнениями малых свободных колебаний, положив  $\Delta\bar{P} = \Delta\bar{T} = 0$ . Исключим из всех уравнений  $\Delta\bar{\kappa}$ , используя последнее соотношение системы уравнений (8). Если связанные оси являются главными осями сечения стержня, то центробежные моменты  $J_{23}$  и  $J_{32}$  будут равны нулю. И тогда матрица  $J$  примет диагональный вид.

При приведении уравнения (8) к безразмерному виду, дополнительно к (2) использовались следующие соотношения:

$$\tau = p_0 t; p_0 = \sqrt{\frac{A_{33}}{m_0 l^4}}; \tilde{J}_{ij} = \frac{\bar{J}_{ij}}{A_0 l^2}; \quad (9)$$

где  $m_0$  – масса единицы длины стержня;  $A_0$  – площадь поперечного сечения.

Решение системы (8) представим в виде

$$\begin{aligned} \Delta\bar{Q} &= \Delta\bar{Q}_0(\varepsilon)e^{i\lambda\tau}; \Delta\bar{M} = \Delta\bar{M}_0(\varepsilon)e^{i\lambda\tau}; \\ \bar{\vartheta} &= \bar{\vartheta}_0(\varepsilon)e^{i\lambda\tau}; \bar{u} = \bar{u}_0(\varepsilon)e^{i\lambda\tau}; \end{aligned} \quad (10)$$

В результате получена система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\bar{Z}_0}{d\varepsilon} + B(\varepsilon, \lambda)\bar{Z}_0 = 0; \quad (11)$$

где

$$\bar{Z}_0 = \begin{Bmatrix} \Delta\bar{Q}_0 \\ \Delta\bar{M}_0 \\ \bar{\vartheta}_0 \\ \bar{u}_0 \end{Bmatrix}; B(\varepsilon, \lambda) = \begin{bmatrix} A_k & A_Q A^{-1} & 0 & \lambda^2 m_1 E_3 \\ A_1 & A_M A^{-1} + A_k & J\lambda^2 & 0 \\ 0 & -A^{-1} & A_k & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & A_k \end{bmatrix}$$

$E_3$  – единичная матрица 3-го порядка.

Приведенная методика модального анализа винтового стержня протестирована со следующими исходными данными:  $H = 36$  мм;  $R_0 = 18$  мм;  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ;  $d = 4$  мм;  $E = 2 * 10^5$  МПа;  $\mu = 0,3$ ;  $\rho = 7850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ . В ходе решения задачи в математическом пакете MATLAB получены следующие собственные частоты преобразователя  $\lambda_i$ .  $\lambda_1 = 8,2$  кГц,  $\lambda_2 = 22,1$  кГц,  $\lambda_3 = 36,3$  кГц.

Для большинства ультразвуковых инструментов рабочая частота колебаний находится в диапазоне от 30 до 50 кГц. Полученные собственные частоты колебаний, находятся в рабочем диапазоне частот инструмента. Путем изменения геометрических характеристик винтового стержня, а также механических свойств материала можно рассчитать резонансный режим колебаний УЗМИ.

**В четвертой главе** разработаны методы динамического анализа составных торсионных волноводов УЗМИ. Принцип работы торсионного ультразвукового скальпеля во многом схож с принципом работы классического

ультразвукового скальпеля за исключением того, что рабочий наконечник совершает крутильные колебания.

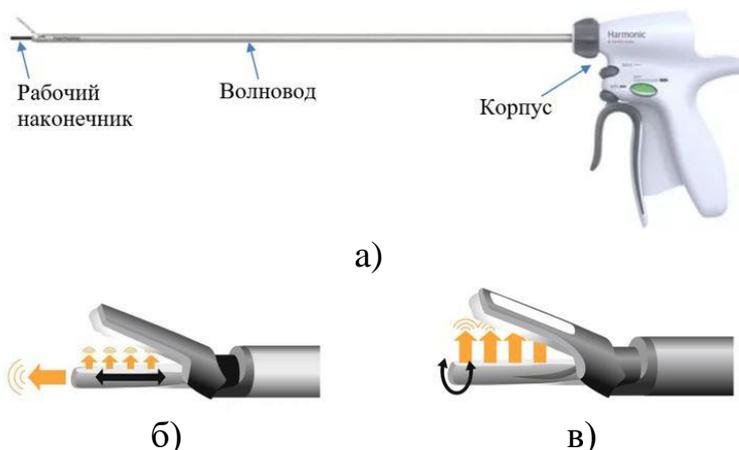


Рис. 6. а) Принцип действия классического и торсионного УЗМИ, б) классический ультразвуковой скальпель, в) торсионный ультразвуковой скальпель

Расчет собственных частот и форм колебаний волновода торсионного ультразвукового скальпеля основан на уравнении крутильных колебаний стержня переменного сечения.

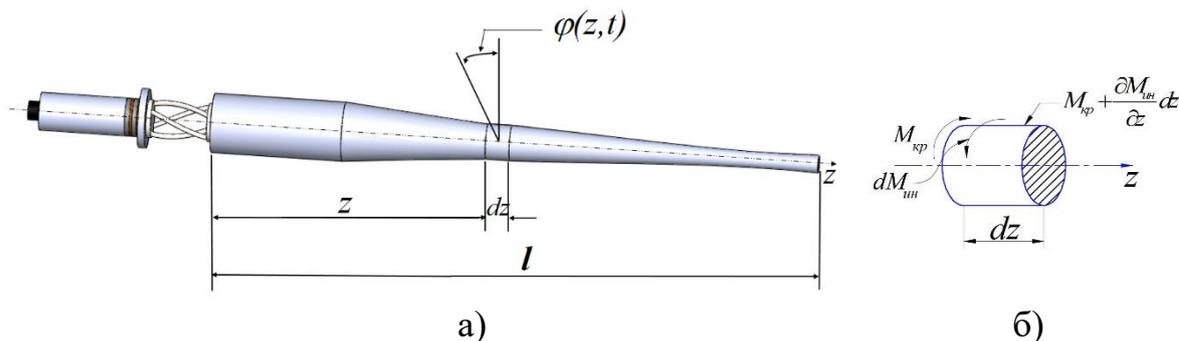


Рис.7. Крутильные колебания волновода: а) стержень с произвольным поперечным сечением, б) элемент стержня

Для описания свободных крутильных колебаний представим решение в виде

$$\varphi(z, t) = \varphi_0 \cos(pt), \quad (12)$$

где  $\varphi(z, t)$  – угол закручивания поперечного сечения с координатой  $z$  в момент времени  $t$ ,  $p$  - собственная частота колебаний.

В результате получим дифференциальное уравнение крутильных колебаний

$$\frac{d^2 \varphi_0}{dz^2} + h(z) \frac{d\varphi_0}{dz} + \alpha^2(z) \varphi_0 = 0; \quad (13)$$

где

$$h(z) = \frac{d}{dz} \frac{I_{кр}(z)}{I_{кр}(z)}; \quad \alpha^2(z) = \rho \frac{I_p(z)p^2}{GI_{кр}(z)};$$

$G$  – модуль сдвига материала волновода;

$\rho$  – плотность материала (титановый сплав ВТ5);

$I_p(z)$  – полярный момент инерции поперечного сечения;

$I_{кр}(z)$  – геометрический фактор жесткости поперечного сечения при кручении

Для круглого поперечного сечения,  $I_{кр} = I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ , поэтому  $\alpha^2 = \frac{p^2}{c^2}$ ;

где  $c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  – скорость распространения волны сдвига.

Уравнение (13) позволяет получить аналитические решения для цилиндрического, конического, экспоненциального и ряда других волноводов.

В качестве составного торсионного волновода-концентратора рассмотрен волновод, состоящий из цилиндрического, конического и экспоненциального участков, имеющих следующие размеры:

$$D_{cyl} = 0,02 \text{ м}, D_{con} = 0,01 \text{ м}, D_{exp} = 0,004 \text{ м},$$

$$L_{cyl} = 0,05 \text{ м}, L_{con} = 0,1 \text{ м}, L_{exp} = var$$

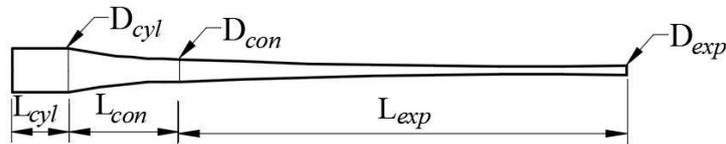


Рис. 8. Волновод, состоящий из цилиндрического, конического и экспоненциального участков

Запишем матрицы перехода для всех участков.

$$A_{tr} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{C_{tr}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \text{матрица перехода для продольно-крутильного преобразователя;}$$

где  $C_{tr}$  – жесткость преобразователя

$$A_{cyl} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha l) & \frac{\sin(\alpha l)}{GI_p \alpha} \\ -GI_p \alpha \sin(\alpha l) & \cos(\alpha l) \end{bmatrix} - \text{матрица перехода для цилиндрического участка;}$$

$$A_{con} = \begin{bmatrix} \frac{2}{l-a} \left( \frac{GI_0}{2\alpha} \sin(\alpha l) + \frac{a}{2} \cos(\alpha l) \right) & \frac{a \sin(\alpha l)}{a-l GI_0 \alpha} \\ GI_k \frac{2}{l-a} \left[ \left( \frac{a}{2(l-a)} + \frac{GI_0}{2} \right) \cos(\alpha l) + \left( \frac{a\alpha}{2} - \frac{GI_0}{2\alpha(l-a)} \right) \sin(\alpha l) \right] & GI_k \frac{2}{l-a} \left( \frac{a \sin(\alpha l)}{2(l-a)GI_0 \alpha} - \frac{a \cos(\alpha l)}{2GI_0} \right) \end{bmatrix} -$$

матрица перехода для конического участка;

$$A_{exp} = \begin{bmatrix} e^{\beta l} \left( \cos(\alpha_1 l) - \frac{\beta}{\alpha_1} \sin(\alpha_1 l) \right) & e^{\beta l} \frac{\sin(\alpha_1 l)}{GI_0 \alpha_1} \\ GI_k e^{\beta l} \left( -\alpha_1 - \frac{\beta^2}{\alpha_1} \right) \sin(\alpha_1 l) & \frac{I_k e^{\beta l}}{I_0 \alpha_1} (\beta \sin(\alpha_1 l) + \alpha_1 \cos(\alpha_1 l)) \end{bmatrix} - \text{матрица}$$

перехода для экспоненциального участка (пологий рупор ( $\alpha > \beta$ ));

$$A_{exp} = \begin{bmatrix} e^{\beta l} \left( ch(\alpha_1 l) - \frac{\beta}{\alpha_1} sh(\alpha_1 l) \right) & e^{\beta l} \frac{sh(\alpha_1 l)}{GI_0 \alpha_1} \\ GI_k e^{\beta l} \left( -\alpha_1 - \frac{\beta^2}{\alpha_1} \right) sh(\alpha_1 l) & \frac{I_k e^{\beta l}}{I_0 \alpha_1} (\beta sh(\alpha_1 l) + \alpha_1 ch(\alpha_1 l)) \end{bmatrix} - \text{ матрица}$$

перехода для экспоненциального участка (крутой рупор ( $\beta > \alpha$ )).

После перемножения матриц перехода с учетом выполнения граничных условий можем записать:

$$\begin{Bmatrix} \varphi_0(l) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(l) & A_{12}(l) \\ A_{21}(l) & A_{22}(l) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \varphi'_0(0) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Методом начальных параметров в матричной форме получены собственные частоты и формы колебаний УЗМИ, которые позволяют определить рациональные размеры составного волновода УЗМИ.

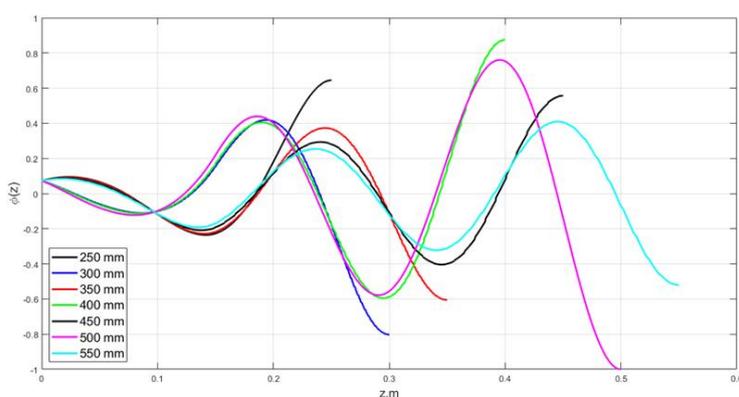


Рис. 9. Формы колебания торсионного УЗМИ для различной длины экспоненциального участка, масштабированные относительно максимального угла поворота рабочего наконечника

Используемый численный метод позволяет решить аналогичную краевую задачу крутильных колебаний торсионного инструмента УЗМИ с произвольной геометрией профиля волновода(рис. 8).

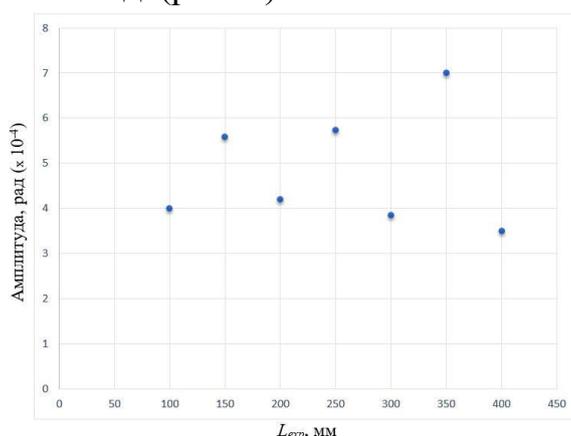


Рис. 10. Зависимость максимальной амплитуды колебаний наконечника от длины, используемая для определения рациональных размеров составного волновода

**В пятой главе** рассмотрены особенности взаимодействия ультразвуковых медицинских инструментов с биологической тканью и численный метод расчёта

амплитудно-частотной характеристики торсионного волновода-концентратора с учетом нелинейного момента взаимодействия с обрабатываемой поверхностью (рис.11).

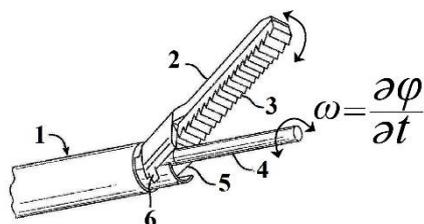


Рис. 11. Схема рабочего наконечника: 1) внешний корпус 2) зажим рабочего наконечника 3) насечка зажима 4) зубчатый подвижный рабочий наконечник торсиона 5- 6) ось поворота зажима 2

Для определения момента взаимодействия рабочего наконечника с биологической средой, моделируемой как жидкость, рассмотрено ее движение в зазоре между вращающимся рабочим наконечником и неподвижным зажимом (рис. 12).

Согласно формуле Н.П. Петрова касательное напряжение на поверхности вращающегося рабочего наконечника составляет

$$\tau = \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{d}{2h(\zeta)} = \frac{\mu d}{2h(\zeta)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (15)$$

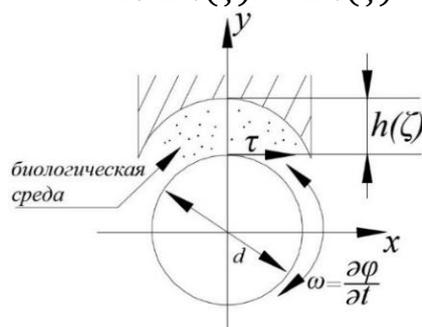


Рис. 12. Схема взаимодействия рабочего наконечника с биологической средой  
Погонная сила трения на рабочем наконечнике равна

$$T = \tau dA = \frac{\mu S d}{2h(\zeta)} \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad (16)$$

и создает погонный момент трения

$$m_{\text{тр}} = T \frac{d}{2} = \frac{\mu d^2 S}{4h(\zeta)} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (17)$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость биологической ткани ;  $A$  – площадь области прилегания ;  $h(\zeta)$  – толщина слоя биологической ткани;  $S = \frac{\pi d}{4}$  – длина дуги прилегания;  $\zeta = z - l_{\text{тр}}$ .

Рассмотрен волновод, совершающий крутильные колебания, под действием заданного закона изменения угла поворота на левом конце  $\varphi_0 \cos(\omega t)$  (рис. 13).

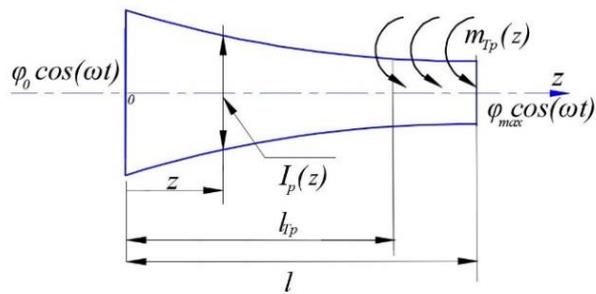


Рис.13. Кинематическое возбуждение волновода

Распределенный момент сопротивления действующий на ультразвуковые медицинские инструменты при контакте с биологической тканью  $m_{тр}$  (рис. 13) с учетом качества обработки поверхности волновода и движения жидкой фазы в зазоре между вращающимся рабочим наконечником и зажимом описываются нелинейной зависимостью.

$$m_{тр} = \rho \frac{\lambda \pi d^4}{16} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \text{sign} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + b(z) \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad (18)$$

где  $b$  – коэффициент вязкого сопротивления,  $\lambda$  – коэффициент демпфирования.

Уравнение крутильных колебаний с учетом полученного распределенного момента трения и внешнего распределенного момента  $m_0(z) \cos(\omega t)$  имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ G I_{кр}(z) \frac{\partial \varphi^*}{\partial z} \right] + \rho I_p(z) \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial t^2} + \left[ b(z) \frac{\partial \varphi^*}{\partial t} + \frac{\pi \rho \lambda d^4}{16} \left( \frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right)^2 \text{sign} \left( \frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right) \right] H(z - l_{тр}) = m_0(z) \cos(\omega t), \quad (19)$$

где  $H(z - l_{тр})$  – функция Хевисайда,  $\varphi^*$  – добавочные углы поворота сечений, связанные с инерцией поворота элементов волновода.

Работа торсионного УЗМИ всегда настроена на режим резонансных колебаний волновода. Известно, что форма колебаний системы при гармоническом возбуждении на резонансной частоте  $\omega = p_n$  близка к соответствующей собственной форме колебаний  $\Psi_n(z)$ . Поэтому в качестве функции формы удобно использовать собственные формы колебаний системы.

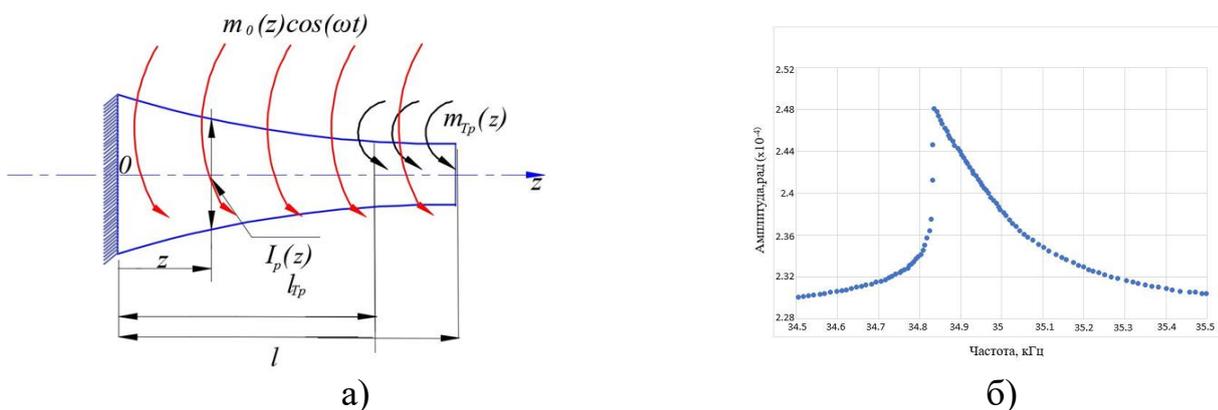


Рис.14 а) Схема взаимодействия рабочего наконечника торсионного волновода-концентратора с биологической тканью, б) АЧХ рабочего наконечника волновода в окрестности резонансной частоты

Определяя таким образом амплитуды для ряда последовательных частот  $\omega$  в диапазоне от 34.5 до 35.5 кГц, получим амплитудно-частотную характеристику

рабочего наконечника торсионного УЗМИ (рис. 14. б). Полученный резонансный режим согласуется с резонансом продольно-крутильного преобразователя, что обеспечивает единые требования функционирования УЗМИ на максимальных амплитудах рабочего наконечника.

Выполненный анализ нелинейного взаимодействия ультразвуковых медицинских инструментов с биологической тканью позволил вывести нелинейное уравнение вынужденных колебаний рабочего наконечника торсионного УЗМИ. Численным интегрированием получена амплитудно-частотная характеристика рабочего наконечника составного торсионного волновода, состоящего из цилиндрического, конического и экспоненциального участков. Результаты вычисления использованы для расчета параметров УЗМИ удовлетворяющих заданным требованиям.

**В шестой главе** приведено экспериментальное определение упругой характеристики продольно-крутильного преобразователя (ПКП) при больших перемещениях. Входная платформа продольно-крутильного преобразователя совершает вертикальное перемещение. Выходная платформа имеет возможность только поворачиваться относительно вертикальной оси. Для измерения углового перемещения выходной платформы создаем связанную точку и связываем ее с элементами, расположенными на внешнем контуре выходной платформы (рис. 15).



Рис. 15. Экспериментальная установка на базе испытательной машины GALDABINI QUASAR 50

Полученная экспериментальная характеристика, а также теоретические характеристики продольно-крутильного преобразователя представлены на рис 16. Результаты исследования подтверждают слабый нелинейный характер упругой характеристики ПКП в заданном диапазоне осевых перемещений.

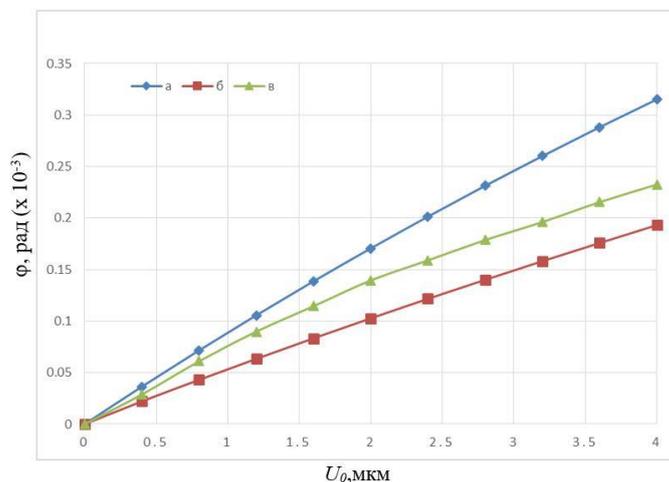


Рис. 16. Упругая характеристика ПКП: а) метод конечных элементов, б) экспериментальная характеристика, в) метод последовательных нагружений

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В целом, диссертационная работа содержит комплексный анализ динамики волноводов-концентраторов торсионных УЗМИ.

Основные выводы диссертационной работы состоят в следующем:

1. Разработана методика расчета и проектирования продольно-крутильного преобразователя ультразвукового медицинского инструмента, включающая определение его упругой характеристики и проведение модального анализа.
2. Проведено конечно-элементное моделирование конструкции продольно-крутильного преобразователя в программном комплексе ANSYS. Определено напряженно-деформированное состояние преобразователя, подтверждающее допустимый уровень напряжений в упругих элементах ПКП.
3. Численно методом начальных параметров определены собственные частоты и формы колебаний пространственного криволинейного стержня в составе продольно-крутильного преобразователя.
4. Методом начальных параметров в матричной форме решена задача по подбору резонансных режимов совместной работы составного торсионного волновода-концентратора с продольно-крутильным преобразователем.
5. Выполнен анализ нелинейного взаимодействия ультразвуковых медицинских инструментов с биологической тканью. Методом установления получена амплитудно-частотная характеристика составного торсионного волновода, состоящего из цилиндрического, конического и экспоненциального участков.
6. Проведено экспериментальное исследование по определению упругой характеристики продольно-крутильного преобразователя. Измеренные значения качественно и количественно подтверждают результаты численного расчета.

В результате выполненных исследований разработана комплексная методика расчета параметров УЗМИ, удовлетворяющих заданным требованиям.

### Основные публикации по теме диссертации:

1. Григорьев Ю.В., Пья П.А., Расчет и проектирование ультразвуковых медицинских инструментов (УЗМИ) // *Фундаментальные основы механики:*

- Материалы международной научно-практической конференции. – Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. -№ 2. С 141-142. (0,125 п.л./0.063 п.л.)
2. Григорьев Ю.В., Пья П.А. Модальный анализ волновода ультразвукового медицинского инструмента // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. сборник трудов Международной научной конференции (AMCSM – 2019): Сборник трудов конференции - Воронеж: 2020. С 1345-1351. (0,436 п.л./0,22 п.л.)
  3. Гуськов А.М., Григорьев Ю.В., Пья П.А. Моделирование торсионного волновода ультразвукового медицинского инструмента // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. сборник трудов Международной научной конференции (AMCSM – 2020): Сборник трудов конференции. - Воронеж: 2021. С 1277-1283. (0,44 п.л./0,15 п.л.)
  4. Пья П.А., Григорьев Ю.В. Расчет упругой характеристики продольно-крутильного преобразователя при больших перемещениях // Уфимская осенняя математическая школа (УОМШ – 2019): Сборник тезисов международной научной конференции. - Уфа: 2019. С 193-194. (0,44 п.л./0,15 п.л.)
  5. Пья П.А., Григорьев Ю.В. Нелинейное взаимодействие ультразвуковых медицинских инструментов с биологической тканью // Уфимская осенняя математическая школа (УОМШ – 2024): Сборник тезисов международной научной конференции. – Уфа: 2024. Том 2. С 298-299. (0,125 п.л./0.063 п.л.)
  6. Пья П.А., Григорьев Ю.В., Проектирование волновода ультразвуковых медицинских инструментов // Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна», посвященная 165-летию со дня рождения В.Г. Шухова: сборник тезисов докладов. – Москва: 2018. С 223–224. (0,125 п.л./0.063 п.л.)
  7. Пья П.А., Григорьев Ю.В. Численный метод расчета нелинейной упругой характеристики продольно-поперечного преобразователя // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. –М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. № 9. С. 3-8. (0,38 п.л./0,19 п.л.)
  8. Пья П.А., Григорьев Ю.В. Моделирование продольно-крутильного преобразователя ультразвукового медицинского инструмента // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. –М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. № 5. С. 3-8. (0,38 п.л./0,19 п.л.)
  9. Grigoryev Y. V., Pyae Phyoo Aung. Waveguide analysis for ultrasonic medical instruments (comparison of different methods) // MATEC Web of Conferences, vol. 226, 2018, pp 1-8. (0,5 п.л./0,25 п.л.)
  10. Gouskov A. M., Grigoryev Y. V. and Pyae Phyoo Aung, Torsional waveguide modeling of an ultrasonic medical instrument // IOP Conferences Series: Journal of Physics, vol. 1902, 2021, pp 1-10. (0,63 п.л./0,32 п.л.)
  11. Pyae Phyoo Aung, Grigoryev Y. V. Waveguide modal analysis of the ultrasonic medical instrument // IOP Conferences Series: Journal of Physics, vol. 1479, 2020, pp 1-10. (0,63 п.л./0,32 п.л.)