

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*



**Павлова Евгения Александровна**

**Анализ, синтез и математическое моделирование робастных  
систем управления положением, током и формой плазмы в  
токамаках**

1.3.2. Приборы и методы экспериментальной физики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

\

Москва – 2023

Диссертация подготовлена на кафедре физико-математических методов управления физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

**Научный руководитель** – *Митришкин Юрий Владимирович*  
*доктор технических наук, профессор*

**Официальные оппоненты** – *Пустовитов Владимир Дмитриевич*  
*доктор физико-математических наук,*  
*НИЦ «Курчатовский институт», отдел*  
*теории плазмы, главный научный*  
*сотрудник*

*Боголюбов Александр Николаевич*  
*доктор физико-математических наук,*  
*профессор, МГУ имени М.В. Ломоносова,*  
*физический факультет, кафедра*  
*математики, профессор*

*Голубев Алексей Евгеньевич*  
*кандидат физико-математических наук,*  
*доцент, Федеральное государственное*  
*бюджетное учреждение науки Институт*  
*проблем механики им. А.Ю. Ишлинского*  
*РАН, лаборатория механики систем,*  
*старший научный сотрудник*

Защита диссертации состоится «12» октября 2023 г. в 15-30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.7 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр.2, Физический факультет МГУ, ауд. \_\_\_\_.

E-mail: [igorkartashov@mail.ru](mailto:igorkartashov@mail.ru)

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/013.7/2578>

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.ф.-м.н.



И.Н. Карташов

## Общая характеристика работы

**Актуальность и степень научной разработанности темы исследования.** Наиболее перспективным направлением исследований и создания экспериментальных термоядерных установок на различных физических принципах для получения энергии от слияния ядер легких элементов в экономическом и технологическом отношении является развитие **токамаков – тороидальных камер с магнитными катушками**. Эти физические установки были изобретены в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова в СССР и распространились по всему миру: было построено более 200 токамаков, сейчас работает более 40 токамаков. В настоящее время ведутся работы по созданию международного экспериментального термоядерного реактора ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) в г. Кадараш (Франция) и проектируются термоядерные электростанции DEMO (DEMOstration Power Plant). В результате предполагается получать термоядерную энергию на основе синтеза изотопов водорода в течение 400 с в ITER и достигнуть непрерывной генерации термоядерной энергии в DEMO. Одной из приоритетных задач в современной проблеме управляемого термоядерного синтеза является удержание плазмы в магнитном поле токамаков посредством систем управления с обратной связью с высоким качеством (быстродействием и точностью) и достаточно большими робастными запасами устойчивости. В токамаках высокотемпературная плазма удерживается с помощью индуцируемых в обмотках, расположенных вокруг тороидальной вакуумной камеры, тороидального и полоидального магнитных полей. В плазме токамаков существует вероятность возникновения различных неустойчивостей, которые могут привести к срыву разряда. При этом может произойти механическое или тепловое повреждение конструкции токамака при больших срывах. При сооружении современных токамаков создают вытянутую по вертикали тороидальную конструкцию, как например, в действующих токамаках DIII-D, NSTX (США), JET, ST40 (Англия), JT-60U (Япония), ASDEX Upgrade (Германия), TCV (Швейцария), EAST (Китай), KSTAR (Южная Корея), Глобус-М2 (Россия), которая позволяет существенно повысить давление плазмы по сравнению с давлением плазмы в токамаках с круглым поперечным сечением при том же тороидальном магнитном поле. Однако, это приводит к возникновению вертикальной неустойчивости плазмы.

В Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе (г. Санкт-Петербург) имеется действующий сферический токамак Глобус-М, модернизированный до токамака Глобус-М2. В настоящее время проводятся работы по пуску токамака Т-15МД с вытянутым в вертикальном направлении поперечным сечением в НИЦ «Курчатовский институт» (г. Москва). На моделях плазмы в данных токамаках ведутся работы по разработке и апробации методов и систем магнитного управления положением, током и формой плазмы.

На установке Глобус-М имеется система обратной связи по горизонтальному и вертикальному положению плазмы, разработанная и

внедренная к.т.н. Е.А. Кузнецовым (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) с использованием тиристорных инверторов тока, работающих в автоколебательном режиме, в качестве исполнительных устройств. Управление током и формой плазмы осуществляется путем задания программных токов в катушках полоидального поля с помощью каскадов обратной связи по токам в этих катушках и исполнительных устройств на основе управляемых многофазных тиристорных выпрямителей. При этом обратная связь по току и форме плазмы на установке отсутствует. Система магнитного управления плазмой в токамаке Т-15МД находится на этапе разработки.

**Цель работы** состоит в анализе, синтезе и математическом моделировании многосвязных и многоконтурных робастных систем управления положением, током и формой плазмы с обратной связью на квазистационарной фазе плазменного разряда токамаков, оценке робастных свойств синтезированных систем управления, исследовании поведения замкнутых систем при воздействии неконтролируемых возмущений и при наличии неопределенностей в параметрах моделей рассматриваемых объектов управления.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Осуществить анализ, синтез и математическое моделирование систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в прототипе токамака Т-15МД для двух типов исполнительных устройств: многофазного тиристорного выпрямителя и транзисторного инвертора напряжения.

2. Провести идентификацию, анализ, синтез методом  $H_\infty$ -оптимизации и математическое моделирование многосвязной и многоконтурной системы управления положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

3. Реализовать на нелинейном плазмифическом коде DINA математическое моделирование системы магнитного управления положением плазмы на квазистационарной стадии разряда токамака Глобус-М/М2.

4. Выполнить структурный анализ, синтез и математическое моделирование системы магнитного управления плазмой в токамаке Глобус-М/М2 с двойной развязкой каналов управления.

**Объектом** исследования является плазма в токамаке. **Предметом** исследования являются замкнутые системы управления положением, током и формой плазмы в токамаках на квазистационарной фазе плазменного разряда.

**Методы исследования.** При исследовании общей структуры систем управления использовался математический аппарат:  $\mu$ -анализа, Relative Gain Array (RGA), Singular Value Decomposition (SVD) частотного анализа (Doyle J.C., Stein G., Safonov M.G., Young P.M., Newlin M.P., Zhou K., Bristol E.H., Skogestad S., Postlethwaite I., и др.).

При синтезе робастных регуляторов для подавления неустойчивостей в соответствующих контурах управления применялся метод  $H_\infty$  теории оптимизации, основанный на взаимно простой факторизации передаточной функции модели объекта (McFalanе D. и Glover K.).

Автоматическая настройка ПИД (Пропорционально-Интегрально-Дифференцирующих)-регуляторов в контурах управления положением плазмы, а также для выбранной структуры управления током и формой плазмы с развязкой каналов управления посредством RGA (Gahinet P. и Arkarian P.) проводилась с помощью методов настройки линейных систем управления в частотной области по критерию  $H_\infty$ -нормы передаточной функции замкнутой системы от внешних возмущений до измеряемых сигналов.

Для стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД применялся метод линейных матричных неравенств (Linear Matrix Inequalities – LMI) (Boyd S., Duan G.-R., Yu H.-H., Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков С.П., Баландин Д.В., Коган М.М. и др.), метод синтеза регулятора по состоянию с желаемым расположением полюсов замкнутой системы (модальное управление) (Rosenbrock H.H., Simon J.D., Mitter S.K. и др.), метод синтеза нелинейной системы управления в скользящем режиме (Уткин В.И., Позняк А.С., Орлов Ю. В. и др.).

**Научная новизна работы.** Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы, полученной ранее посредством идентификации плазмо-физического кода DINA (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) для токамака Т-15МД, и исполнительного устройства в виде тиристорного многофазного выпрямителя разработан *новый* модальный регулятор по состоянию с совмещением полюсов замкнутой системы для стабилизации вертикального положения плазмы с достаточно большими запасами устойчивости по амплитуде и по фазе трех контуров управления.

Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы токамака Т-15МД синтезирована и исследована *новая* робастная система управления с использованием LMI-метода с размещением полюсов системы в D-области, позволяющая подавлять возмущения типа «малый срыв» на квазистационарной фазе разряда при разбросе параметров модели плазмы.

На линейных моделях плазмы для токамака Глобус-М/М2 методами  $H_\infty$ -оптимизации синтезирована робастная система управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы, предназначенная для работы со структурной неопределенностью моделей объекта. Численное моделирование данной системы с требуемым качеством управления без дополнительной настройки *впервые* проведено на нелинейном плазмо-физическом коде DINA, настроенным на физический эксперимент в токамаке Глобус-М/М2.

Использование  $\mu$ - и SVD-анализа линейных многомерных моделей плазмы обеспечило обоснованный выбор нужных зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой для создания «квадратного» объекта, имеющего равное количество входов и выходов. Применением RGA-анализа к «квадратной» структуре модели формы плазмы токамака Глобус-М/М2 установлено наилучшее соответствие между входами и выходами объекта управления, позволившее существенно уменьшить связи между каналами. В обратную связь были введены ПИ-регуляторы и дополнительная матрица развязки каналов, что дало возможность методом минимизации  $H_\infty$  нормы передаточной функции от входов по возмущению к измеряемым выходам

минимизировать связь между каналами управления, получить приемлемые качество и робастный запас устойчивости замкнутой системы. *Новизна* данного результата состоит в двойной развязке каналов управления формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

**Научная и практическая значимость.** Результаты анализа и синтеза систем управления плазмой имеют научную и практическую ценность, так как позволяют синтезировать робастные системы управления плазмой и в численном эксперименте оценить качество (быстродействие и точность) и робастные свойства разработанных систем. При этом данные результаты дают возможность выбрать наиболее эффективные системы управления, применение которых в реальном физическом эксперименте позволит подавить возмущение плазменного разряда типа малый срыв и избежать повреждения дорогостоящего оборудования в случае больших установок. Также подобные исследования позволяют еще на этапе конструирования токамаков проектировать системы управления с учетом конструктивных особенностей токамаков, проводить расчеты требуемой мощности управления, исследовать различные виды исполнительных устройств и т.д. Это дает возможность делать обоснованный выбор источников питания в качестве исполнительных устройств, алгоритмов управления и т.д., что должно обеспечить надежную эксплуатации физических установок типа токамак и позволяет сократить будущие расходы. Результаты по применению структурного анализа и синтеза обеспечивают возможность на основе линейной модели объекта управления обоснованно выбрать структуру системы управления плазмой, дающую возможность гарантировать запас робастной устойчивости при развязке каналов и синтезе системы управления в этих условиях.

**Достоверность и обоснованность результатов.** Достоверность результатов обеспечивается за счет применения при анализе и синтезе систем управления плазмой в токамаках строгого математического аппарата теоретических методов автоматического управления. Достоверность результатов данного исследования подтверждается результатами математического моделирования синтезированных систем управления на линейных моделях плазмы с помощью пакета прикладных программ MATLAB и графической среды имитационного моделирования Simulink, а также результатами численного моделирования на нелинейном плазмо-физическом коде DINA и цифровом стенде реального времени Speedgoat Performance. Обоснованность результатов определяется актуальными постановками задач на основе знания методов и систем магнитного управления плазмой в токамаках, а также адекватным выбором, разработкой и применением эффективных методов, подходов и алгоритмов теории управления.

**Научные положения, выносимые на защиту:**

1. Робастный метод управления по состоянию с желаемым размещением полюсов замкнутой системы позволяет настраивать только один параметр для неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД для многофазного тиристорного выпрямителя в качестве

исполнительного устройства.

2. Робастный регулятор, синтезированный методом линейных матричных неравенств на модели вертикального движения плазмы в токамаке T-15МД и промоделированный на цифровом стенде реального времени SPEEDGOAT, обеспечивает стабилизацию положения при 20 % разбросе параметров модели плазмы, при действии аддитивного возмущения 1,5 кА типа «малый срыв».

3. Двухконтурная робастная система управления, промоделированная в дискретном времени на плазмозфизическом коде DINA (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк), реализует одновременную стабилизацию вертикального и горизонтального положения плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

4. Многосвязная робастная каскадная система, синтезированная методом взаимно-простой факторизации и  $H_\infty$  частотного формирования контура на идентифицированной модели низкого порядка и примененная на исходной модели полного порядка в численных экспериментах MATLAB/Simulink, позволяет управлять положением, током и формой плазмы для токамака Глобус-М/М2.

5. Многосвязная робастная каскадная система с двойной развязкой каналов (RGA-анализ +  $H_\infty$ -оптимизация) и  $H_\infty$ -регулятором, синтезированная на основе структурного анализа объекта управления и исследования входо-выходной управляемости моделей плазмы токамака Глобус-М/М2, позволяет управлять формой плазмы.

**Личный вклад автора.** Автор синтезировала системы магнитного управления положением, формой и током плазмы в токамаках T-15МД и Глобус-М/М2 и провела численное моделирование синтезированных систем. Представленные в диссертации результаты численного моделирования получены автором лично или при её участии. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с научным руководителем и соавторами.

**Апробация результатов работы.** Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих национальных и международных конференциях:

- Научная конференция «Ломоносовские чтения. Секция Физика», г. Москва, 2023.
- XIV, XV Международный симпозиум «Интеллектуальные системы» (INTELS'20, INTELS'22), Москва, 2020; 2022;
- The 11<sup>th</sup> IEEE International conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT), Moscow, 2017;
- XIII международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), г. Москва, 2016;
- 7-ая Всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД), г. Москва, 2015;
- XII и XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ), г. Москва, 2014; 2019;

- 11-ая и 16-ая Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» (УБС), г. Арзамас, 2014; г. Тамбов, 2019;
- Международный научный форум «Ломоносов», г. Москва, 2013.

**Список публикаций.** Результаты диссертации опубликованы в 15 печатных работах, список которых приведен в конце автореферата, из них 5 статей в международных журналах: «Fusion Engineering and Design» (издательство Elsevier, Q1), Mathematics (издательство MDPI, Q1) и «Physics of Atomic Nuclei» (Q3) регистрируемых в библиографической базе данных Web of Science (WoS), а также «Advances in Systems Science and Applications» (Q2) регистрируемом в библиографической базе данных Scopus, остальные в трудах международных и российских конференций.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объем – 146 страниц, работа содержит 5 таблиц, 70 рисунков, список литературы из 134 наименований и приложение.

### **Содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы и решаемые задачи, научная новизна и практическая ценность. Представлены положения, выносимые на защиту. Кратко изложено содержание диссертации по главам. Приведено понятие робастной системы управления, в соответствии с которым робастная система управления обеспечивает требуемые запасы устойчивости и качество управления для любого представителя из семейства объектов, т.е. система способна работать в условиях неопределенности.

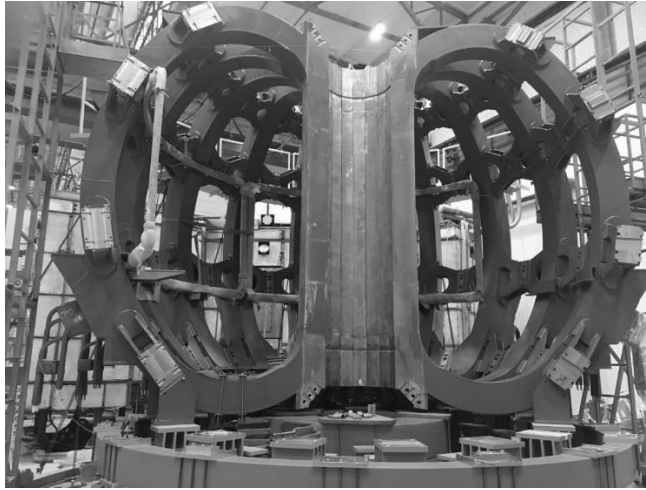
**В первой главе [3]** приведен обзор систем магнитного управления положением, формой и током плазмы на современных вытянутых по вертикали токамаках, включая сферические токамаки, показано, что задача разработки эффективной и надежной структуры системы магнитного управления плазмой не решена окончательно. В мировой практике существуют конкурирующие подходы к стабилизации плазмы по вертикали и различные подходы к управлению формой и током плазмы, имеющие свои достоинства и недостатки, обуславливающие их применение на конкретных установках, имеющих различные комбинации обмоток тороидального и полоидального магнитного поля.

**Вторая глава [1, 5]** посвящена разработке и моделированию систем управления вертикальным положением плазмы в прототипе токамаке Т-15МД (Рис. 1, а).

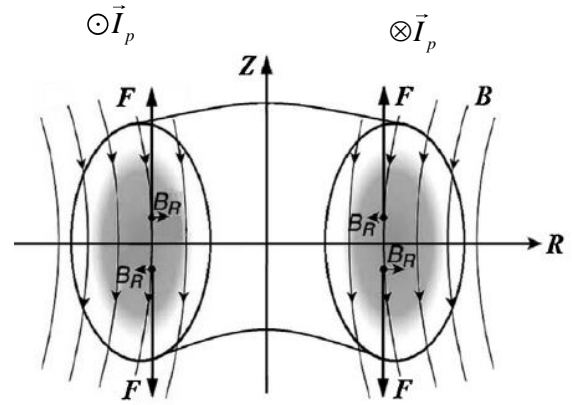
Дано краткое описание объекта управления и возможных исполнительных устройств – многофазного тиристорного выпрямителя и транзисторного инвертора напряжения. Применена аппроксимация выпрямителя линейным звеном первого порядка по средней составляющей выходного сигнала, также рассмотрена система с полной моделью выпрямителя. В системе управления с инвертором напряжения в качестве исполнительного устройства создан скользящий режим. На современных



токамаках, как правило, изучается и стабилизируется вытянутая по вертикали плазма. Для растяжения плазмы по вертикали, в плазме создается горизонтальное поле, направленное в противоположные стороны в верхней и нижней частях плазмы (Рис. 1, б). В равновесном состоянии распределение токов и магнитных полей симметрично относительно экваториальной плоскости токамака, и вертикальная равнодействующая сила Ампера равна нулю. При этом в отсутствие управляющего воздействия смещение плазмы является необратимым, поскольку равнодействующая сила, направленная вверх (или вниз), будет возрастать.



(а)



(б)

**Рис. 1.** (а) Обмотки тороидального и горизонтального поля токамака Т-15МД, (б) физика возникновения вертикальной неустойчивости плазмы

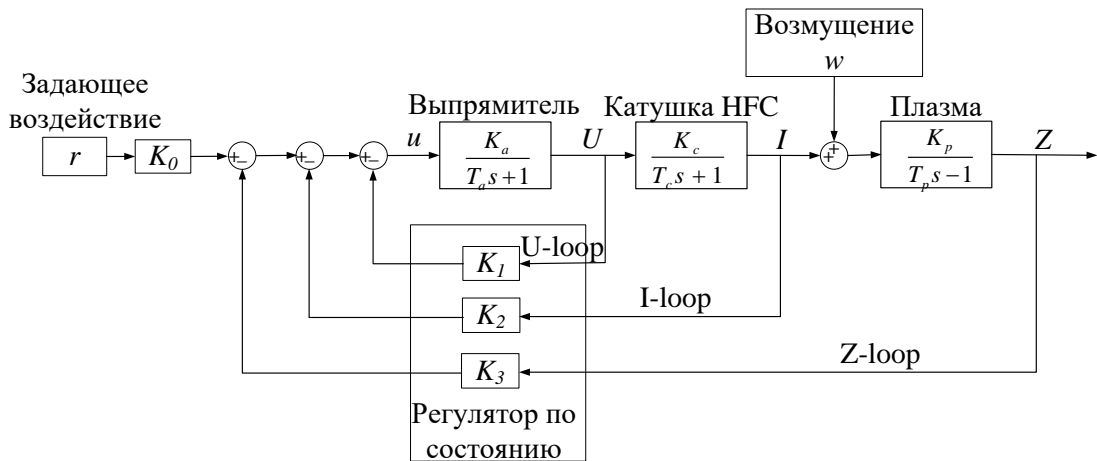
Вертикальное смещение плазменного шнура пропорционально разности радиальных потоков над и под плазменным шнуром  $\Delta\psi$ , измеряемых с помощью датчиков горизонтального магнитного потока, и обратно пропорционально току плазмы  $I_p$ , измеряемого поясами Роговского:  $\Delta Z = k \Delta\psi / I_p$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности. При этом сигнал с пояса Роговского:  $U_{\text{вых}} = K_{n.\text{Рог.}} dI/dt$ ,  $K_{n.\text{Рог.}}$  – постоянная пояса Роговского, определяемая как:  $K_{n.\text{Рог.}} = \mu_0 SN/L$ , где:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная,  $S$  – площадь витка катушки,  $N$  – число витков в датчике,  $L$  – длина датчика. Для получения с пояса Роговского сигнала, пропорционального измеряемому току, его необходимо проинтегрировать.

При разработке системы управления в токамаке Т-15МД использовалась неустойчивая линейная модель объекта управления в виде (Рис. 2):

$$T_p dZ/dt - Z = K_p I, L dI/dt + R_c I = U, T_a dU/dt + U = K_a V.$$

Модель представлена уравнениями неустойчивой плазмы, катушки управления и исполнительного устройства соответственно;  $Z$  – вертикальное смещение плазмы,  $I$ ,  $U$  – ток и напряжение катушки управления. По предоставленным АО «НИИЭФА им. Д.В. Ефремова» (г. Санкт-Петербург) геометрическим данным произведен расчет индуктивности и активного сопротивления обмотки, которая создает горизонтальное магнитное поле в Т-15МД (обмотки управления):  $L = 0,0042$  Гн,  $R_c = 0,09$  Ом. В динамическом звене,

моделирующем неустойчивое движение плазмы по вертикали, использован оцененный неустойчивый полюс разомкнутой системы равный  $T_p = 20,8$  мс и коэффициент усиления  $K_p = 1,78$  см/кА, найденные методом идентификации нелинейного кода DINA, настроенного на режим работы установки Т-15МД в выбранной точке сценария. На первом этапе исследования в качестве исполнительного устройства используется многофазный тиристорный 6-ти пульсный управляемый выпрямитель, моделью которого является инерционное звено первого порядка с постоянной времени  $T_a = \frac{1}{50 \text{ Гц}} / 6 \approx 3,3$  мс и коэффициентом усиления  $K_a = 2000$ .



**Рис. 2.** Структурная схема замкнутой трехконтурной системы управления вертикальным положением плазмы  $Z$  с моделью выпрямителя в виде инерционного звена

Для получения закона управления применялся метод модального синтеза, предполагающий формирование такой обратной связи по состоянию, при которой обеспечивается заданное расположение полюсов замкнутой системы:

$$V = -K_1 Z - K_2 I - K_3 U + K_0 r,$$

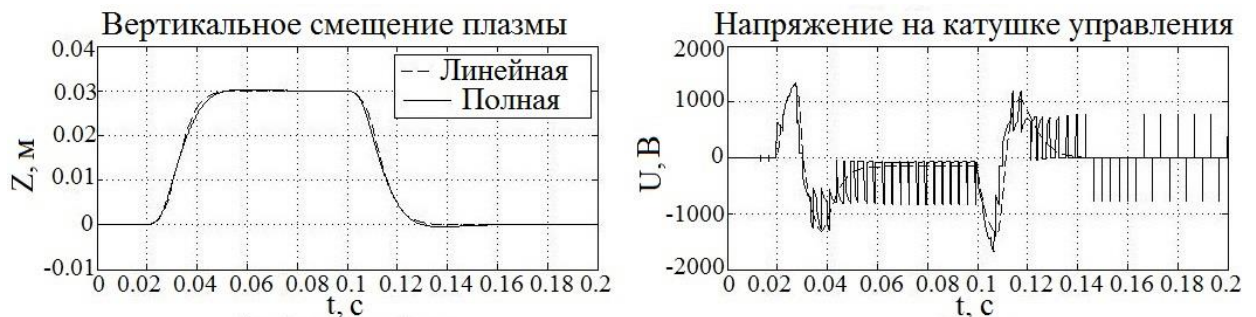
где  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  – коэффициенты обратной связи (первая степень свободы регулятора), обеспечивающие расположение полюсов замкнутой системы в левой полуплоскости комплексной плоскости, коэффициент  $K_0$  (вторая степень свободы регулятора) выбирается из условия равенства вертикального положения плазмы  $Z$  задающему воздействию  $r$  в установившемся режиме. Для настройки системы управления использовался только один параметр, а именно, кратный левый полюс, что максимально удобно и эффективно в физическом эксперименте

Оценка запасов устойчивости по фазе и по амплитуде для каждого из трех замкнутых контуров (Z-loop, I-loop и U-loop) осуществлялась по виду амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) передаточной функции разомкнутого контура – годографу Найквиста. Для синтезированной системы при выборе настроечного параметра  $\lambda = 3$  и параметрах плазмы  $K_p = 1,78$  см/кА,  $T_p = 20,8$  мс, запас устойчивости по амплитуде и запас устойчивости по фазе равен:  $-8,88$  дБ и  $47,5^\circ$ ;  $9,25$  дБ и  $-57,9^\circ$ ;  $24,7$  дБ и  $-83,3^\circ$  для контуров Z-loop, I-loop или U-loop соответственно. Это говорит о том, что

примененный метод синтеза привел к повышенным запасам устойчивости, обеспечив робастность системы управления, т.е. сохранение устойчивости системы при изменении параметров плазмы.

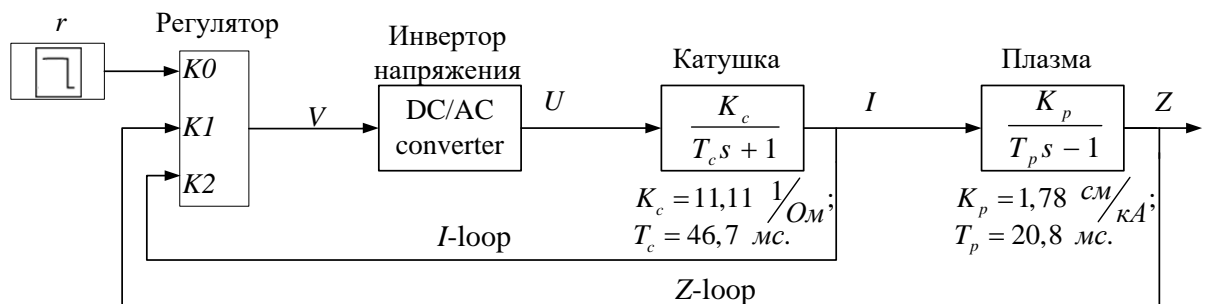
В целях исследования возможности использования многофазного тиристорного выпрямителя в качестве исполнительного устройства в контуре управления вертикальным положением плазмы проведено моделирование системы с полной моделью четырехквadrантного выпрямителя, работающего на индуктивную нагрузку.

На рис. 3 показаны результаты численного моделирования работы замкнутой системы с полной моделью выпрямителя и с аппроксимирующей моделью 1-го порядка. Различие графиков напряжения обусловлено структурой и принципом работы управляемого выпрямителя, но при этом индуктивный характер нагрузки позволяет сгладить пульсации напряжения. Графики изменения положения плазмы довольно точно совпадают для обеих моделей, что говорит об аппроксимации полной модели выпрямителя динамическим звеном 1-го порядка с достаточной точностью. При этом требуемая мощность управления  $\sim 5-6$  МВт при входном прямоугольном воздействии с амплитудой  $r = 0,05$  м.



**Рис. 3.** Сравнение результатов численного моделирования работы замкнутой системы с линейной и с полной моделью выпрямителя

Дальнейшее исследование связано с моделированием системы (рис. 4) с моделью инвертора напряжения в качестве исполнительного устройства.



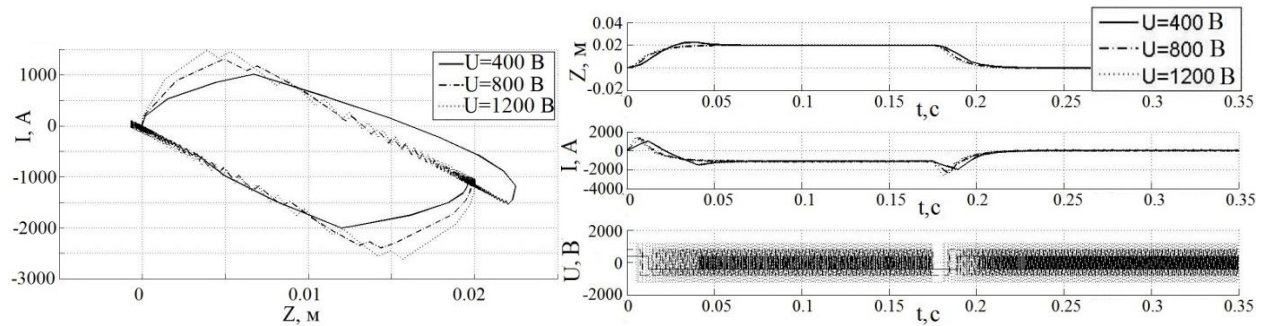
**Рис. 4.** Структурная схема замкнутой нелинейной системы управления вертикальным положением плазмы  $Z$  с моделью инвертора напряжения

В этом случае замкнутая система управления представляет собой релейную систему второго порядка, описываемую уравнениями:

$$\dot{Z} = \frac{1}{T_p} Z + \frac{K_p}{T_p} I, \quad \dot{I} = -\frac{R_c}{L} I + \frac{1}{L} U, \quad U = \begin{cases} M & \text{при } l > 0, \\ -M & \text{при } l < 0, \end{cases} \quad l = -K_1 Z - K_2 I,$$

где  $M = \text{const}$ . Уравнение  $K_1 Z + K_2 I = 0$  определяет прямую переключения (разрыва), по которой система движется в скользящем режиме.

На рис. 5 показаны фазовые портреты и временные зависимости смещения  $Z$ , тока  $I$ , и напряжения  $U$  для системы с моделью инвертора напряжения в обратной связи. Результаты моделирования свидетельствуют о целесообразности использования напряжения на выходе исполнительного устройства равным  $\pm(800-1200)$  В, так как при таких напряжениях достигается приемлемое качество переходного процесса при относительно небольших отклонениях по току в катушке управления  $\sim 2,5$  кА.



**Рис. 5.** Фазовые портреты и временные зависимости смещения, тока и напряжения для системы управления с моделью инвертора напряжения в обратной связи

При протекании плазменного разряда возникают неконтролируемые возмущения, которые могут привести к срыву разряда. Поэтому стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы при действии возмущений является одной из ключевых при разработке систем управления плазмой в токамаках. Для линейной неустойчивой модели вертикального движения плазмы токамака Т-15МД с линейной моделью выпрямителя разработана робастная система управления с использованием метода LMI. При этом синтез регуляторов проводился при воздействии на систему возмущения типа «малый срыв» на квазистационарной фазе разряда, которое было приведено ко входу модели плазмы (Рис. 2). Линейная модель объекта управления (плазмы в токамаке) может быть представлена в 3-х мерном пространстве состояний:  $\dot{x} = Ax + B_1 u + B_2 w$ ,  $y = Cx$ , где  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C$  – матрицы модели:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{I}{T_a} & 0 & 0 \\ \frac{K_c}{T_c} & -\frac{I}{T_c} & 0 \\ 0 & \frac{K_p}{T_p} & \frac{I}{T_p} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_a}{T_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_p}{T_p} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$x$  – полностью доступное для измерения состояние модели ( $x = [U \ I \ Z]^T$ ),  $u$  – скалярное управляющее воздействие (вход исполнительного устройства),  $w$  – аддитивное скалярное возмущение.

Закон управления выбирается из класса линейных обратных связей по

состоянию в виде  $u = Kx$ . Синтез робастного  $H_2$ -регулятора  $K$  с размещением полюсов замкнутой системы в  $D$ -области

$$D_{\alpha,r,\vartheta} = \{x + iy \mid x < -\alpha < 0, |x + iy| < r, |y| < x \tan \vartheta\}$$

обеспечивает робастную устойчивость вертикального положения плазмы при возможном отклонении параметров модели плазмы от номинальных значений на 20% и минимальный уровень влияния аддитивного возмущения на выход замкнутой системы управления.

Связь выхода  $Z$  и возмущения  $w$  определяется в пространстве изображений по Лапласу уравнением  $Z(s) = G(s)w(s)$ , где передаточная функция  $G(s)$  находится из модели объекта в пространстве состояний в виде:  $G(s) = C(sI - (A + B_1K)^{-1})B_2$ .

В силу неравенства  $\|Z(s)\|_p \leq \|G(s)\|_2 \|w(s)\|_p$ , где  $\|G(s)\|_2 = \left( \text{trace} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (G(j\omega)^H G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2}$ ,  $H$  – эрмитово сопряжение,  $\|w(t)\|_p = \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \|w(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$  – энергия сигнала, регулятор  $K$  должен гарантировать выполнение условия  $\|G(s)\|_2 < \gamma$ . Учитывая условие неопределенности параметров плазмы, матрицы  $A$  и  $B_2$  модели представляются в виде:  $A = A_0 + \delta_1 A_1 + \delta_2 A_2$ ,  $B_2 = B_{2,0} + \delta_1 B_{2,1}$ . Система LMI для решения данной задачи задается следующим образом:

$$\begin{aligned} AP + PA^T + B_1 W + W^T B_1^T + 2\alpha P < 0, \begin{bmatrix} -rP & AP + B_1 W \\ PA^T + W^T B_1^T & -rP \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} (AP + PA^T + B_1 W + W^T B_1^T) \sin \vartheta & (AP - PA^T + B_1 W - W^T B_1^T) \cos \vartheta \\ (-AP + PA^T - B_1 W + W^T B_1^T) \cos \vartheta & (AP + PA^T + B_1 W + W^T B_1^T) \sin \vartheta \end{bmatrix} < 0, \\ AP + PA^T + B_1 W + W^T B_1^T + B_2 B_2^T < 0, \begin{bmatrix} -Z & CP \\ PC^T & -P \end{bmatrix} < 0, \text{trace}(Z) < \gamma^2. \end{aligned}$$

Для нахождения скалярного коэффициента  $\gamma$  решается оптимизационная задача:  $\min_{P,Z,W} \rho (\rho = \gamma^2)$ . Из решений строки  $W$  и матрицы  $P$  системы неравенств в экстремальных точках:

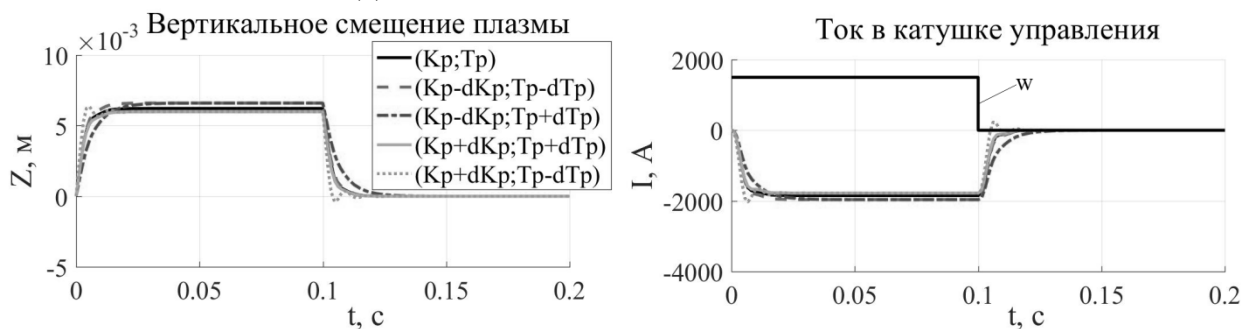
$$\Delta_E = \{ \delta = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_k] \mid \delta_i = \delta_i^- \text{ или } \delta_i^+, i = 1, 2, \dots, k \}$$

политоп  $\Delta = \text{conv}(\Delta_E)$ , то есть в крайних точках интервалов изменения параметров модели плазмы, получается матрица-строка робастного регулятора  $K = WP^{-1} = [-0,001 \ -0,0051 \ -1557,3]$ .

С помощью метода инвариантных эллипсоидов для рассматриваемой системы проведена оценка величины допустимого возмущения  $w(t)$ . Для всех

возмущений, удовлетворяющих условию  $|w| \leq 1561,1$  А, выход системы остается в пределах полосы  $|Z| \leq 0,02$  м при входном управляющем воздействии  $|u| \leq 1$  В. Численное моделирование системы (Рис. 6) в экстремальных точках политопа параметров модели плазмы при воздействии возмущения  $w(t)$  прямоугольной формы с амплитудой 1500 А позволило получить оценку требуемой мощности исполнительного устройства  $\sim 3$  МВт.

Предложены и применены сравнительные критерии различных систем управления с различными регуляторами. Они заключается в сравнении *радиусов робастной устойчивости* и *требуемой мощности управления*. Наиболее перспективным с точки зрения применимости в реальном эксперименте является LMI-регулятор с размещением полюсов замкнутой системы в области  $D_{\alpha,r,\theta}$ .



**Рис. 6.** Переходные процессы стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы  $Z$  при воздействии на систему возмущения  $w$  в виде прямоугольного импульса в крайних точках интервалов изменения параметров модели плазмы

Основным результатом этой главы является обнаружение того факта, что высокая робастность систем управления при синтезе робастных регуляторов методом LMI может привести к неоправданно большой мощности управления при отработке задающего воздействия и аддитивного возмущения на модели вертикального движения плазмы. Поэтому критерий мощности управления нужно учитывать при синтезе любого регулятора для управления вертикальным положением плазмы при любом исполнительном устройстве.

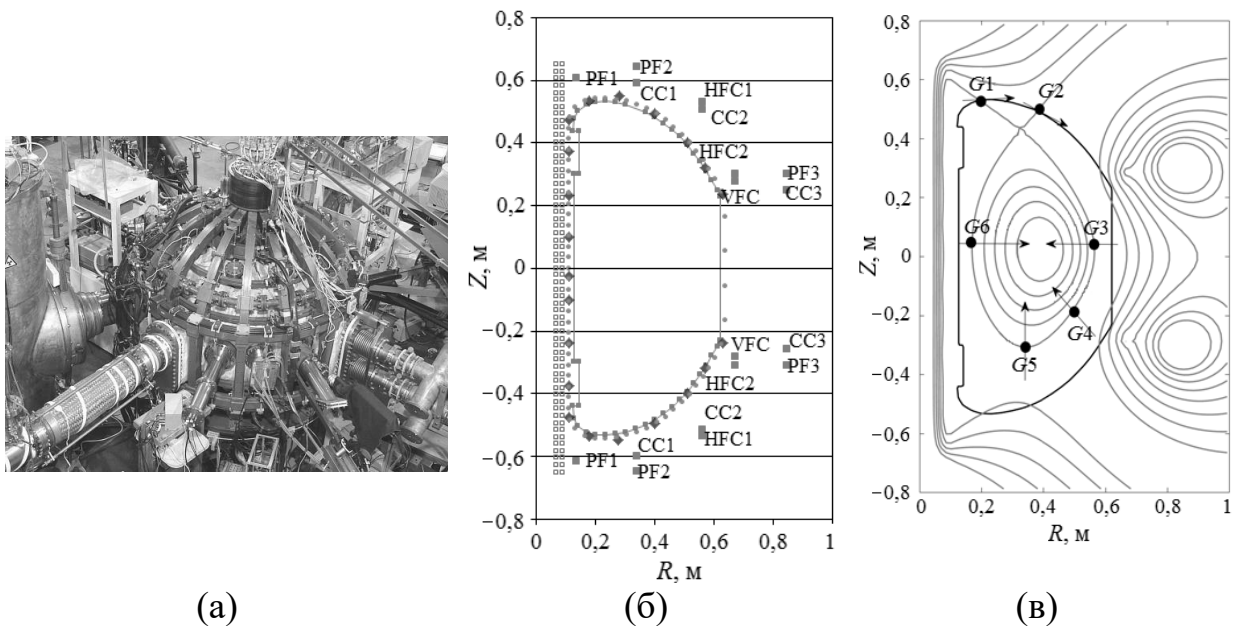
Практическим результатом данной главы является моделирование разработанной цифровой системы управления с расположением полюсов в  $D_{\alpha,r,\theta}$  области для неустойчивого вертикального положения плазмы токамака Т-15МД на стенде реального времени Speedgoat Performance. Система обеспечивает стабилизацию вертикального положения плазмы для ее неустойчивой модели при действии возмущения типа «малый срыв». Настроенный цифровой регулятор может быть применен в обратной связи системы управления непосредственно на токамаке Т-15МД.

В третьей главе [2, 4] решается задача синтеза многоконтурной системы управления положением, током и формой плазмы с помощью идентификации различных контуров системы управления плазмой в токамаке Глобус-М (Рис. 7, а). Малость отклонений плазмы от положения равновесия, обеспечиваемая системой управления с обратной связью, позволяет описывать динамику плазмы в токамаке линейными моделями.

Форма плазмы и профили её параметров должны быть идентифицированы по данным диагностики вне плазмы в течение разряда. В данной обратной задаче восстановления равновесия необходимо найти распределение полоидального потока  $\psi$  и распределение плотности тороидального тока плазмы  $J$ , удовлетворяющие уравнению Грэда-Шафранова:

$$R \frac{\partial}{\partial R} \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R J, \quad J = R \frac{d}{d\psi} p(\psi) + \frac{\mu_0}{8\pi^2 R} \frac{d}{d\psi} F^2(\psi),$$

с граничными условиями  $\psi|_{R=0} = \psi|_{R=\infty} = 0$ , и согласующиеся с показаниями имеющейся магнитной диагностики. Здесь  $p$  и  $F$  давление и полоидальный ток как функции полоидального потока  $\psi$ , зависящего от вертикальной  $Z$  и горизонтальной  $R$  координат.



**Рис. 7.** Токамак Глобус-М: (а) – общий вид, (б) – поперечное сечение:  $\cdots$  – лимитер,  $\diamond$  – магнитные петли,  $*$  – вакуумная камера,  $\blacksquare$  – PF катушки,  $\circ$  – центральный соленоид, (в) – магнитная конфигурация с направлениями измерения зазоров между первой стенкой токамака и сепаратрисой (границей плазмы)

Система магнитной диагностики токамака Глобус-М включает в себя ряд измерительных устройств:

- пояса Роговского, позволяющие измерять токи в обмотках HFC, VFC, CS, PF, CC, ток по плазме, суммарный ток по плазме и вакуумной камере:

$$I(t) = \frac{\Phi(t)}{\mu_0 n S} = -\frac{1}{\mu_0 n S} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + I(t_0), \quad \Phi - \text{магнитный поток, пронизывающий}$$

пояс Роговского,  $U_0$  – индуцированное напряжение в катушке,  $n$  – число витков на единицу длины катушки,  $S$  – площадь поперечного сечения катушки;

- 21 магнитные петли, измеряющие полоидальный магнитный поток. Интегрированное напряжение петли  $U_0(t)$  с соответствующим коэффициентом представляет собой полоидальный магнитный поток,

проходящий через ее контур:  $\psi(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + \psi(\vec{r}, t_0)$ . Для осесимметричной плазмы это измерение дает значение полоидального потока в определенной точке полоидальной плоскости.

Для получения линейной модели используют линеаризованные уравнения Кирхгофа магнитной системы взаимосвязанных контуров катушек токамака и витка плазменного тока при малых отклонениях от положения равновесия:

$$M_{cc} \delta \dot{I} + M_{cp}(\psi, J) \delta \dot{I}_p + R_c \delta I + \frac{\partial \Psi(\psi, J)}{\partial \vec{r}_p} \delta \dot{\vec{r}}_p = \delta U,$$

$$M_{pc}(\psi, J) \delta \dot{I} + M_{pp}(\psi, J) \delta \dot{I}_p = 0, \quad \delta \vec{r}_p = \begin{bmatrix} \delta R \\ \delta Z \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_p} = \begin{bmatrix} \partial \Psi / \partial R \\ \partial \Psi / \partial Z \end{bmatrix}^T,$$

где индекс  $c$  относится к проводникам, а  $p$  – к плазме,  $\delta I$  – вектор столбец возмущений токов в проводящих контурах системы (катушках управления и элементах вакуумной камеры),  $\delta I_p$  – возмущение тока плазмы,  $\Psi$  – вектор потоков, индуцированных плазмой, в проводящих контурах,  $\delta Z, \delta R$  – отклонения от положения равновесия (возмущения) вертикального и горизонтального положения плазмы,  $R_c$  – матрица сопротивлений проводников,  $U$  – вектор внешних напряжений, приложенных к контурам системы,  $J$  – распределение плотности тока плазмы,  $\psi$  – восстановленное распределение полоидального потока,  $[M_{ij}]_{i,j \in \{c,p\}}$  – матрицы взаимной индукции проводников  $i$  и  $j$ , элементы которых рассчитываются по формуле:

$$M_{ij} = \frac{1}{I_i I_j} \iint_{S_i(\psi), S_j(\psi)} G(r_i, z_i, r_j, z_j) J_i J_j dS_i dS_j, \quad i, j \in \{c, p\}.$$

Здесь  $\{c, p\}$  – это множество упорядоченных номеров элементов матрицы  $M_{cc}$ , вектора-столбца  $M_{cp}$  и вектора-строки  $M_{pc}$  и скаляра  $M_{pp}$ .  $J_i, I_i, S_i$  и  $J_j, I_j, S_j$  – плотность тороидального тока, полная величина тока и площадь сечения контуров  $i$  и  $j$ ,  $G$  – функция Грина для уравнения Грэда-Шафранова:

$$G(r_i, z_i, r_j, z_j) = \mu_0 \frac{\sqrt{r_i r_j}}{\pi k} \left[ \left( 1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k^2) - E(k^2) \right], \quad k^2 = \frac{4 r_i r_j}{(r_i + r_j)^2 + (z_i - z_j)^2},$$

$E$  и  $K$  – эллиптические интегралы первого и второго рода.

Смещение положения плазмы  $\delta \vec{r}_p$  может быть описано уравнением движения  $m \ddot{\vec{r}}_p = \vec{F}$  и, пренебрегая массой плазмы, линейно выражено из условия баланса действующих на плазму сил  $\vec{F}$ :  $\frac{\partial \vec{F}}{\partial r_p} \delta \vec{r}_p + \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \delta I = 0$ .

Таким образом система линейных уравнений, представляющих динамику плазмы в токамаке Глобус-М, может быть записана в виде:



$$\tilde{M} \delta \dot{I} + R_c \delta I = \delta U, \quad \delta \dot{I} = -\tilde{M}^{-1} R_c \delta I + \tilde{M}^{-1} \delta U,$$

$$\tilde{M} = M_{cc} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_p} \left( \frac{\partial \vec{F}}{\partial r_p} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} - M_{cp} M_{pp}^{-1} \left( M_{pc} - \left( \frac{\partial \vec{F}}{\partial r_p} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \right).$$

При  $\delta I = x$ ,  $\delta U = u$ ,  $\tilde{M}^{-1} R = A$ ,  $\tilde{M}^{-1} = B$  многосвязная линейная модель плазмы, пассивных и управляющих структур в токамаке Глобус-М имеет вид линейной стационарной системы уравнений в пространстве состояний:

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx,$$

где  $A_{75 \times 75}$ ,  $B_{75 \times 8}$ ,  $C_{39 \times 75}$  – матрицы модели. Вектор выходных сигналов:

$$y = [\delta Z \quad \delta R \quad \delta I_p \quad \delta I_{HFC} \quad \delta I_{VFC} \quad \delta I_{CS} \quad \delta I_{PF} \quad \delta I_{CC} \quad \delta g^T]^T,$$

где  $\delta Z$ ,  $\delta R$  – смещения плазмы по горизонтали и по вертикали,  $\delta I_p$  – приращение тока плазмы,  $\delta I_{HFC}$ ,  $\delta I_{VFC}$ ,  $\delta I_{CS}$ ,  $\delta I_{PF}$ ,  $\delta I_{CC}$  – приращения токов в HFC, VFC, CS, PF, CC катушках соответственно (Рис. 7, б),  $\delta g$  – смещения шести зазоров между сепаратрисой и первой стенкой (Рис. 7, в). Вектор входных воздействий:  $u = [\delta U_{HFC} \quad \delta U_{VFC} \quad \delta U_{CS} \quad \delta U_{PF} \quad \delta U_{CC}]^T$ , где  $\delta U_{HFC}$ ,  $\delta U_{VFC}$ ,  $\delta U_{CS}$ ,  $\delta U_{PF}$ ,  $\delta U_{CC}$  – приращения напряжений в HFC, VFC, CS, PF, CC катушках соответственно. Компоненты вектора состояния  $x$  представляют собой приращения токов в пассивных структурах и активных обмотках.

Методом  $H_\infty$ -оптимизации синтезированы регуляторы для контуров вертикальной и горизонтальной стабилизации плазмы. Данный метод основан на взаимно-простой факторизации  $G_\Delta = (M + \Delta_M)^{-1} (N + \Delta_N)$  возмущенной передаточной функции модели объекта  $G = M^{-1}N$ . Здесь  $\|\Delta_N \Delta_M\|_\infty < \varepsilon$ , где

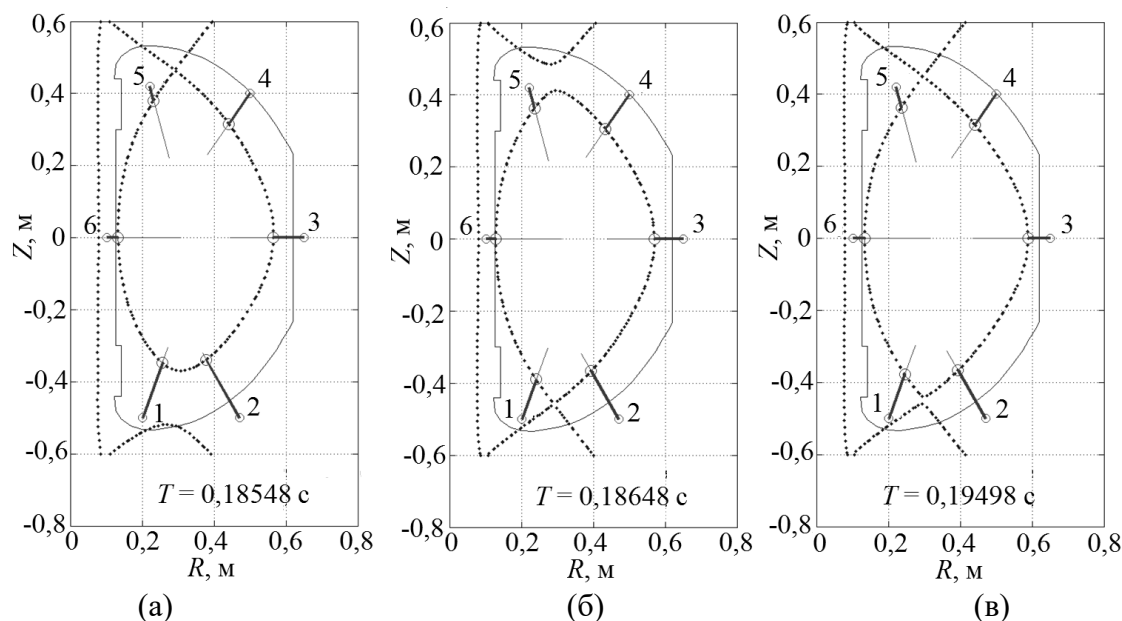
$$\left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} M^{-1} \right\|_\infty \leq \frac{1}{\varepsilon}, \text{ является } H_\infty\text{-нормой } (\|G(s)\|_\infty \triangleq \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega))) \text{ пары}$$

неопределенных устойчивых передаточных функций  $\Delta_N$ ,  $\Delta_M$  в сомножителях факторизации возмущенной модели объекта. При синтезе регулятора вначале к возмущенной модели объекта подключались весовые функции  $W_1(s)$  и  $W_2(s)$ :  $G(s) = W_2(s)G_\Delta(s)W_1(s)$  такие, чтобы на низких частотах был большой коэффициент усиления  $\underline{\sigma}(\omega)$  (минимальное сингулярное число  $G(s)$ ), а на высоких – небольшой  $\bar{\sigma}(\omega)$  (максимальное сингулярное число  $G(s)$ ) (отсюда название: loop shaping). После получения робастного регулятора  $K_\infty(s)$  путем максимизации запаса устойчивости на множестве стабилизирующих регуляторов, формируется финальный регулятор вида:  $K(s) = W_1(s)K_\infty(s)W_2(s)$ . Запасы робастной устойчивости систем с полученными регуляторами:  $\varepsilon = 0,33$  для контура управления вертикальным и  $\varepsilon = 0,37$  для контура управления горизонтальным положением плазмы.

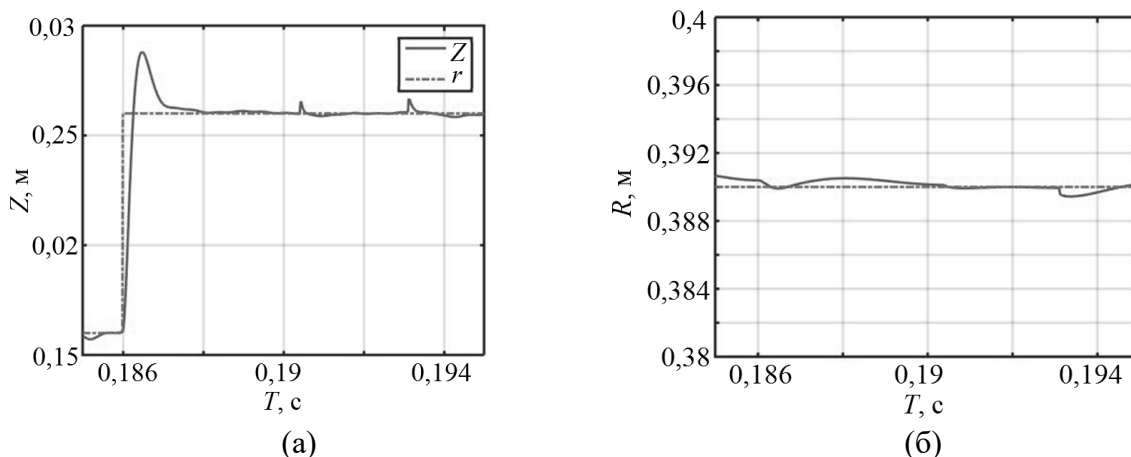
Синтезированные  $H_\infty$ -регуляторы протестированы на коде DINA, настроенного на плазму в токамаке Глобус-М. На первом этапе моделировался

только один контур стабилизации вертикального положения плазмы. В качестве задающего воздействия (уставки) на систему управления подавалась ступенчатая функция времени. Моделировался промежуток плазменного разряда № 31648 от 185 мс до 195 мс длительностью 10 мс. В процессе моделирования ток и температура плазмы принимались постоянными.

В ходе моделирования наблюдалось качественное изменение магнитной конфигурации плазмы – верхняя (а)-нижняя (б)-верхняя (в) X-точки (Рис. 8), которое можно объяснить тем, что вертикальное положение плазмы при своём принудительном изменении посредством системы с обратной связью проходит через границу в пространстве параметров, разделяющую это пространство на области с качественно разными плазменными конфигурациями, т.е. это бифуркация.



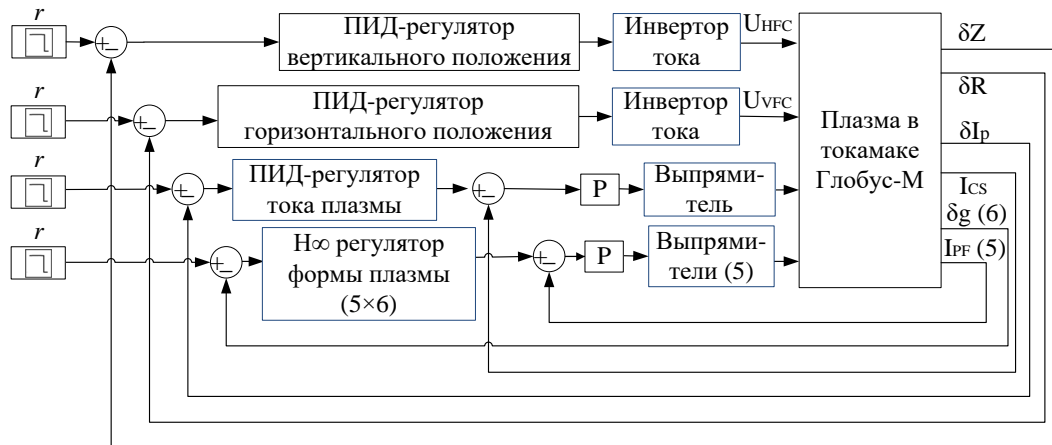
**Рис. 8.** Эволюция магнитной конфигурации плазмы при моделировании работы контура системы вертикальной стабилизации ( $I_p = 151880$  А): (а) – начало моделирования, (б) – перегулирование, (в) – конец моделирования



**Рис. 9.** Смещение положения магнитной оси плазмы (а) по вертикали и (б) по горизонтали

На втором этапе моделирования на коде DINA применялась двухконтурная система *одновременной* стабилизации вертикального и

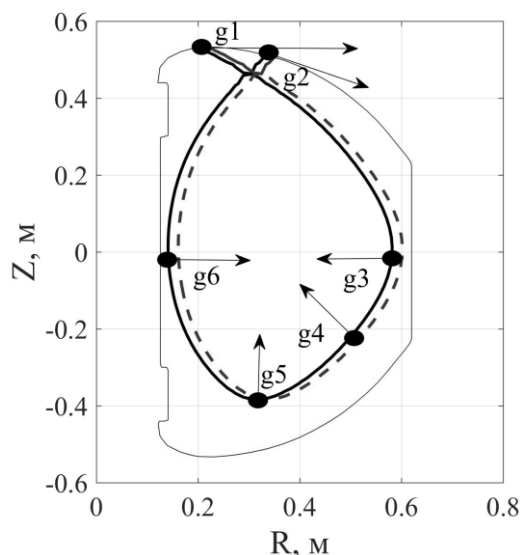
горизонтального положения плазмы (Рис. 9). При этом система стабилизации смещает плазму вверх с соответствующими изменениями токов в катушках HFC и VFC. В этом случае нет перехода границы бифуркации, и при таком смещении плазма сохраняет конфигурацию с верхней X-точкой. Таким образом, синтезированные регуляторы управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы *без дополнительной настройки* успешно протестированы в обратной связи системы управления для токамака Глобус-М на плазмо-физическом коде DINA, тем самым косвенно верифицированы построенные по экспериментальным данным модели плазмы.



**Рис. 10.** Структурная схема системы управления положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М

Для токамака Глобус-М синтезирована многоконтурная система управления (Рис. 10) вертикальным и горизонтальным положением, током и формой плазмы с применением ПИД и  $H_\infty$ -регуляторов (синтез методом  $H_\infty$ -robust loop shaping) для идентифицированных моделей низкого порядка (2, 3, 9 и 20-го порядка соответственно) методом подпространств. После переноса регуляторов на объект с полной моделью плазмы (75-го порядка, разработчик научный сотрудник ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН П.С. Корнев) система сохранила работоспособность с приемлемым качеством управления, что свидетельствует о правомерности применения данного подхода идентификации. С помощью численного моделирования подтверждена работоспособность системы управления со звеньями транспортного запаздывания 10 мкс на входе и выходе моделей объекта и регулятора с имитацией наличия ЦАП и АЦП на входах и выходах моделей объекта и регулятора.

Для синтеза регуляторов управления положением и током плазмы применялся метод настройки ПИД-регуляторов  $PID = K_p + K_i/s + K_d s/T_f s + 1$  посредством инструмента PID Tuner программы в MATLAB (Рис. 10), позволяющий достигать требуемого качества переходных процессов и запаса устойчивости системы. При синтезе многомерного регулятора  $K$  (представляющего собой передаточную матрицу размерности  $5 \times 6$ ) формы плазмы применялся метод  $H_\infty$ - оптимизации ( $H_\infty$ - robust loop shaping). При этом



**Рис. 11.** Смещение сепаратрисы (сплошной линией показано исходное положение, пунктирной – конечное)

раздельным управлением в медленных контурах током и формой плазмы, а также с двойной развязкой каналов для управления формой плазмы.

Для исследования структуры системы управления током и формой плазмы необходимо вначале стабилизировать её положение. Поэтому в контуры управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы в токамаке Глобус-М введены ПИД-регуляторы. Также замкнут внутренний многомерный каскад системы управления, который управляет током в центральном соленоиде и в катушках полоидального поля. Полученная система с 6 входами и 7 выходами является объектом структурного анализа. Модель контура управления током имеет 1 вход ( $\delta I_{CS}$ ) и 1 выход ( $\delta I_p$ ), а модель контура управления формой плазмы имеет 5 входов ( $\delta I_{PF}$ ) и 6 выходов ( $\delta g$ ). Рассматриваются две альтернативные структуры системы управления: с совместным (синтезируется один общий регулятор) и с раздельным (синтезируются два регулятора) управлением током и формой плазмы. С инженерной точки зрения удобным для решения задач управления является квадратный объект, т.е. объект с равным числом входов и выходов. Такая структура объекта позволяет делать развязку каналов управления, что существенно упрощает настройку системы: позволяет последовательно настраивать каналы и использовать простые ПИД-регуляторы. Таким образом, для определения наиболее эффективной структуры объекта управления необходимо рассмотреть следующие 4 варианта структур: система с раздельным управлением током и формой плазмы и исключенным (1) 3 или (2) 4 зазором, система с совместным управлением током и формой плазмы и исключенным (3) 3 или (4) 4 зазором. При решении задачи синтеза регуляторов для соответствующих контуров управления исследование графиков частотных характеристик  $\underline{\sigma}$  и числа обусловленности  $\gamma = \bar{\sigma} / \underline{\sigma}$  позволяет количественно сравнить объекты управления. Поскольку  $\underline{\sigma}$  в рабочем частотном диапазоне 10-3000 Гц больше для системы с раздельным

запас робастной устойчивости полученного регулятора  $\varepsilon = 0,36$ .

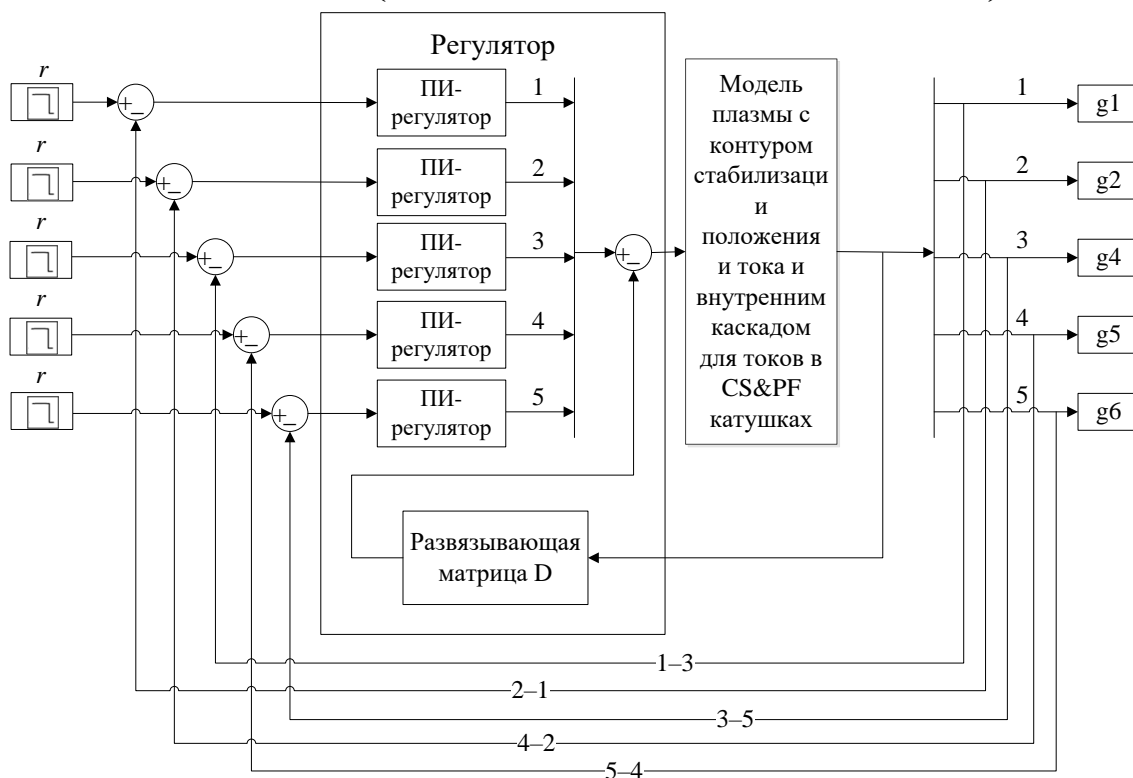
Результаты численного моделирования синтезированной системы представлены на рис. 13. Для тестирования системы на её вход подавались ступенчатые задающие воздействия: 0 м по вертикальному положению, 0,01 м по горизонтальному положению, 5 кА по току плазмы и  $0,01 \times [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 1]$  м по зазорам. При этом сепаратриса сместилась относительно своего исходного положения (Рис. 11).

**Четвертая глава [4]** посвящена разработке и исследованию робастных систем управления с совместным и

управлением током и формой плазмы, с учетом того, что  $\gamma$  принимает меньшее значение для исключенного 3-го зазора, следует синтезировать два отдельных регулятора и исключить 3-ий зазор из выходных сигналов.

RGA-матрица представляет собой матрицу относительных коэффициентов усиления:  $RGA(G(s)) = G(s) \times (G^{-1}(s))^T$ , где знак  $\times$  означает поэлементное умножение матриц одинаковой размерности, и определяет степень взаимодействия выходов и входов модели  $G(s)$ . RGA-матрица модели управления формой плазмы с исключенным из рассмотрения 3-им зазором имеет на нулевой частоте вид:

$$RGA(G) = \begin{pmatrix} 7,25 & -10,83 & \mathbf{0,81} & 0,53 & 3,24 \\ \mathbf{1,73} & -13,67 & -0,88 & -1,2 & 15,03 \\ 2,03 & -6,06 & -0,11 & -0,45 & \mathbf{5,59} \\ -2,55 & \mathbf{8,37} & -0,06 & 0,78 & -5,53 \\ -7,46 & 23,19 & 1,25 & \mathbf{1,33} & -17,32 \end{pmatrix}.$$



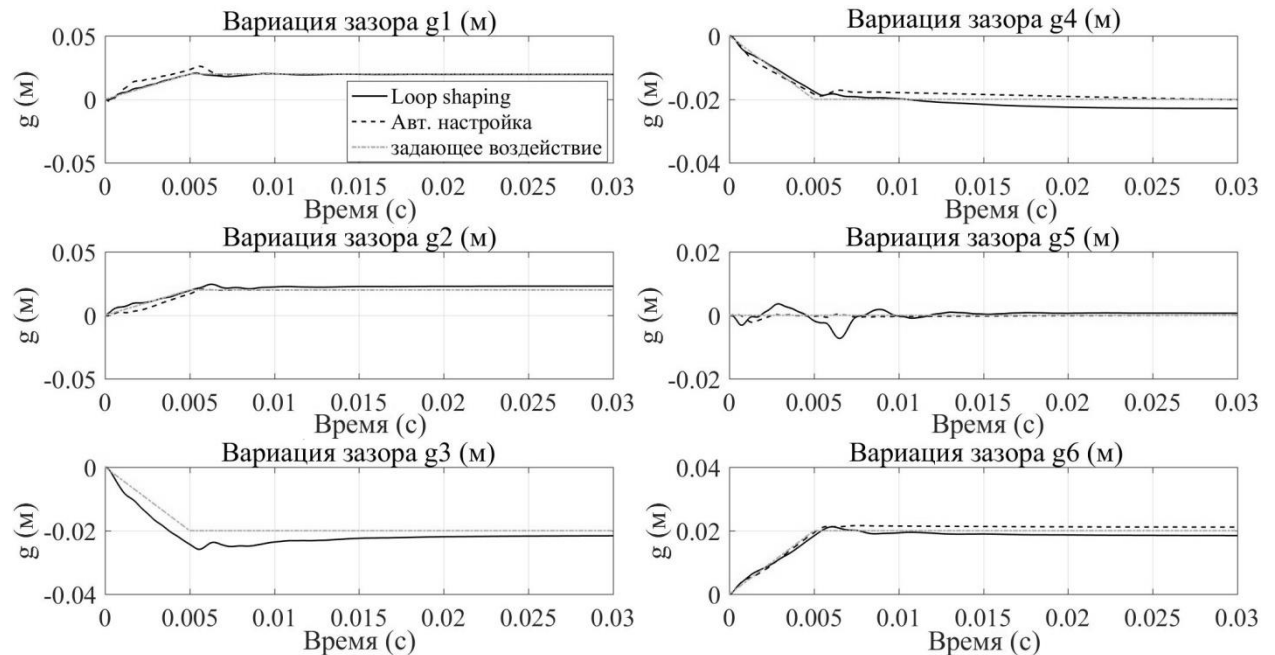
**Рис. 12.** Структурная схема замкнутой системы управления формой плазмы в токамаке Глобус-М с двойной развязкой каналов управления: выбором RGA-пар выход-вход и оптимизированной D-матрицей в обратной связи

Изначально входы и выходы системы замыкались следующим образом: 1-ый выход замыкался на 1-ый вход, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5. Итоговая конфигурация выходов и входов системы 1-3, 2-1, 3-5, 4-2, 5-4 (Рис. 12). Элементы RGA матрицы системы, выделенные жирным, выбраны согласно базовым правилам структурного анализа, т.е. они показывают наибольшую связь между соответствующими входами и выходами.

При решении задачи синтеза регулятора управления формой плазмы для выбранной наилучшей входе-выходной конфигурации системы применен

метод автоматической настройки системы управления, основанный на  $H_\infty$  оптимизации фиксированной структуры. При настройке ПИ-регуляторов и развязывающей матрицы  $D$  (Рис. 12), являющихся компонентами обратной связи системы, была решена задача минимизации  $H_\infty$  нормы смешанной функции чувствительности:  $\|W_1 S(K); W_2(I - S(K))\|_\infty \xrightarrow{K} \min$ , здесь  $K$  – матрица-регулятор, включающая все настраиваемые компоненты системы управления: ПИ-регуляторы и развязывающую матрицу  $D$ ,  $W_1, W_2$  – весовые функции,  $S(K)$  – функция чувствительности,  $I - S(K)$  – дополнительная функция чувствительности,  $I$  – единичная матрица.

Тестирование системы проведено в пакете MATLAB/Simulink. Автоматическая настройка ПИ-регуляторов и развязывающей матрицы заняла 3 минуты и 25 итераций. При численном эксперименте синтезированной системы управления на вход системы подавалось медленно нарастающее задающее воздействие, которое приходит к стационарным значениям  $0,02 \times [1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 1]$  м. Знак минус в задающем сигнале соответствует смещению сепаратрисы плазмы к внутренней стенке камеры токамака.



**Рис. 13.** Переходные процессы при работе системы управления формой плазмы для системы: (1) синтезированной методом взаимно-простой факторизации ( $H_\infty$  robust loop shaping), (2) полученной с помощью  $H_\infty$  автоматической настройки

На рис. 13 представлены результаты моделирования систем управления формой плазмы. Время переходного процесса для двух рассматриваемых систем управления примерно совпадает и составляет  $\sim 10$  мс, однако, ошибка слежения для системы управления с двойной развязкой, синтезированной по результатам структурного анализа, меньше. При этом исследование запаса робастной устойчивости двумя методами: (а) с применением теоремы о малом коэффициенте усиления и сингулярного анализа, (б) с применением  $\mu$  - анализа, показало, что запас устойчивости системы, синтезированной методом взаимно-простой факторизации/loop shaping, больше чем у системы

полученной с помощью  $H_\infty$  автоматической настройки в 2,23 и 1,15 раз соответственно для методов (а) и (б).

### Основные результаты работы

1. Разработаны и исследованы системы стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД на линейной модели плазмы, полученной ранее идентификацией кода DINA, с использованием двух типов исполнительных устройств: многофазного тиристорного выпрямителя напряжения и инвертора напряжения релейного действия. Синтезирована трехконтурная система управления по состоянию с выпрямителем и размещением полюсов замкнутой системы в одной точке комплексной плоскости для удобства настройки системы в эксперименте, а для системы с инвертором напряжения разработана система со скользящим режимом. Система с выпрямителем показала высокий уровень живучести при насыщении входного и выходных сигналов, что объясняется высокими запасами устойчивости по фазе и амплитуде. Требуемая мощность управления составляет  $\sim 5$ -6 МВт при ступенчатом входном воздействии с амплитудой 5 см.
2. Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы токамака Т-15МД разработана робастная цифровая система управления с использованием метода LMI и размещением полюсов в  $D_{\alpha,r,g}$  области, оптимальная по двум критериям: 1,15 МВт - пиковая мощность при наличии внешнего возмущения и 0,7234 – радиус робастной устойчивости, тем самым позволяющая подавлять аддитивные возмущения типа «малый срыв»  $\sim 1,5$  кА на входе модели плазмы на квазистационарной фазе разряда, а также обеспечивающая робастную устойчивость вертикального положения плазмы при возможном отклонении параметров модели плазмы от номинальных значений на 20%. Данная система была апробирована в дискретном времени на стенде реального времени Speedgoat Performance.
3. Разработана двухконтурная система стабилизации положения плазмы по вертикальной и горизонтальной координатам для действующего сферического токамака Глобус-М/М2. Разработка системы управления осуществлялась на основе линейной модели плазмы, построенной по экспериментальным данным относительно восстановленного равновесия плазмы по измерениям вне плазмы.  $H_\infty$ -регуляторы, синтезированные для полученных линейных моделей и обеспечивающие работоспособность замкнутой системы, были протестированы на коде DINA. При этом регуляторы применялись в дискретном времени с периодом 10 мкс. Тем самым с помощью численного моделирования показана практическая возможность применения синтезированных на линейных моделях систем магнитного управления положением плазмы в реальном физическом эксперименте.
4. Разработана каскадная система управления положением, током и формой плазмы для токамака Глобус-М/М2, синтезированная методом взаимно-простой факторизации/loop shaping. Отработан подход идентификации

каскадов управления положением, током плазмы и зазорами с получением моделей низкого порядка с дальнейшим синтезом регуляторов и применением их на исходной модели. Предлагаемый метод позволяет в значительной степени упростить и ускорить процедуру синтеза регуляторов за счет использования при синтезе систем управления моделей низкого порядка.

5. Разработана каскадная система управления с двойной развязкой каналов для управления формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2. Обоснованный выбор структуры (применение RGA- и SVD-анализа), позволяет при синтезе системы управления использовать простые регуляторы, которые легко перенастраивать в ходе экспериментальной работы. В настоящий момент управление формой в токамаке Глобус-М/М2 осуществляется с помощью программных токов, без обратной связи по форме плазмы. В результате исследования была предложена система управления формой плазмы с двойной развязкой каналов: простейшими ПИ-регуляторами и матрицей развязки каналов в обратной связи, а также RGA-соединением входов и выходов, обеспечивающим минимизацию влияния каналов управления друга на друга.
6. Сравнение системы, синтезированной методом взаимно-простой факторизации/loop shaping, с системой, полученной путем двойной развязки каналов управления и  $H_\infty$  автоматической настройки регуляторов, показало, что первый метод позволяет достичь более высоких запасов робастной устойчивости, а второй дает возможность улучшить качество управления. При этом развязка каналов позволяет последовательно настраивать регуляторы в обратной связи по каждому из зазоров между сепаратрисой и первой стенкой токамака при управлении формой плазмы.

#### **Список основных публикаций по теме диссертации**

Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science, RSCI:

1. Mitrishkin Y. V., Pavlova E. A., Kuznetsov E. A., Gaydamaka K. I. Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // Fusion Engineering and Design. 2016. V. 108. P. 35–47. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.04.026> (IF: WoS – 1,905; 1,8 п.л. / 75 %)
  2. Докука В.Н., Корнев П.С., Митришкин Ю.В., Павлова Е.А., Патров М.И., Хайрутдинов Р.Р. Исследование полоидальной системы токамака Глобус-М и управление положением плазмы // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2016. Т. 39. № 3. С. 80–90. <https://doi.org/10.21517/0202-3822-2016-39-3-80-90> (IF: RSCI – 0,62; 1,1 п.л. / 35 %)
- [Dokuka V.N., Korenev P.S., Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov M.I., Khayrutdinov R.R. Study of Globus-M tokamak poloidal system and plasma position control // Physics of Atomic Nuclei. 2017. V. 80. № 7. P. 1298–1306. <https://doi.org/10.1134/S1063778817070055> (IF: WoS – 0,42)]



3. Митришкин Ю. В., Карцев Н. М., Павлова Е. А., Прохоров А. А., Коренев П. С., Патров М. И. Управление плазмой в токамаках. Системы магнитного управления плазмой // Проблемы управления. 2018. Ч. 2, № 2. С. 2–30. (IF: RSCI – 0,836; 2,7 п.л. / 10 %)  
[Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Pavlova E.A., Prohorov A.A., Korenev P.S., Patrov M.I. Plasma Control in Tokamaks. Part. 2. Magnetic Plasma Control Systems // Advances in Systems Science and Applications. 2018. T. 18. № 3. С. 39–78. <https://doi.org/10.25728/assa.2018.18.3.645> (IF: Scopus – 0,863)]
4. Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov M.I. Design and comparison of plasma  $H_\infty$  loop shaping and RGA-  $H_\infty$  double decoupling multivariable cascade magnetic control systems for a spherical tokamak // Advances in Systems Science and Applications. 2021. V. 21 N. 1. P. 22–45. <https://doi.org/10.25728/assa.2021.21.1.942> (IF: Scopus – 0,863; 2,4 п.л. / 90 %)
5. Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., and Khlebnikov, M.V. Optimization of robust LMI-control systems for unstable vertical plasma position in D-shaped tokamak // Mathematics. 2022. V. 10. N. 23. <https://doi.org/10.3390/math10234531> (IF: WoS – 2,592; 3,5 п.л. / 75 %)

Другие публикации:

6. Павлова Е.А. Линейная система управления по состоянию вертикальным положением плазмы в токамаке // Сборник тезисов докладов Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2013». М.: МАКС Пресс, 2013. С. 151–152. (0,1 п.л. / 100 %)
7. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Гайдамака К.И. Сравнение систем управления неустойчивым объектом с линейным и релейным исполнительными устройствами // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 2438–2449. (1,1 п.л. / 90 %)
8. Павлова Е.А. Разработка и моделирование робастной  $H_\infty$  системы управления положением плазмы в токамаке Глобус-М // Материалы 11-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых УБС-2014, г. Арзамас. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 1122–1131. (0,7 п.л. / 100 %)
9. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Идентификация и многоконтурное управление положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М // Седьмая всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» ИММОД-2015: Труды конф., г. Москва: в 2 т. М.: ИПУ РАН, 2015. Т. 2. С. 270–274. (0,5 п.л. / 100 %)
10. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Робастный анализ и синтез многосвязных многоконтурных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления. Матер. XIII Межд. конф. г. Москва. М.: Изд-во ИПУ РАН, 2016. С. 272–274. (0,3 п.л. / 100 %)
11. Pavlova E.A., Mitrishkin Y.V., Khlebnikov M.V. Control system design for plasma unstable vertical position in a tokamak by linear matrix inequalities // Proceedings of the 11th IEEE International conference on application of Information

and Communication Technologies (AICT), Moscow, Russia, 2017. P. 458–462.  
<https://doi.org/10.1109/icaict.2017.8687042> (0,5 п.л. / 75 %)

12. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Хлебников М.В. Синтез и моделирование робастных систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в токамаке // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019. М.: ИПУ РАН, 2019. С. 2485–2490. (0,4 п.л. / 80 %)

13. Y. V. Mitrishkin, N. M. Kartsev, A. A. Prokhorov, E. A. Pavlova, P. S. Korenev, A. E. Konkov, V. I. Kruzhkov, and S. L. Ivanova. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach // Procedia computer science. 2021. V. 186. P. 466–474.  
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.167> (IF: WoS – 0,883; 1,2 п.л. / 10 %)

14. Павлова Е. А., Митришкин Ю. В. Системы обмоток полоидального магнитного поля в вытянутых по вертикали токамаках // Сборник тезисов докладов научной конференции ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2023. Секция физики. — М: Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, 2023. С. 131–134. (0,25 п.л. / 100 %)

15. Митришкин Ю. В., Павлова Е. А., Хлебников М.В. Оптимизация робастных систем управления для неустойчивого вертикального положения плазмы в D-образном токамаке, полученных посредством линейных матричных неравенств // Новости науки. Бюллетень физического факультета МГУ. 2023. № 1. С. 14–15. (IF: Scopus – 0,16)