

На правах рукописи

Щетинин Виталий Николаевич

**Математическое моделирование эффективных
упругих характеристик композиционных материалов с
условиями мягкого неидеального контакта**

Специальность 05.13.18 —
Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук



Москва — 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук
Соколов Александр Павлович

Официальные оппоненты: **Шешенин Сергей Владимирович**,
доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», профессор кафедры теории пластичности

Тащилов Сергей Васильевич,
кандидат технических наук, Акционерное общество «Композит», начальник отделения комплекса неметаллические материалы

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт прикладной механики Российской академии наук

Защита состоится «_____» _____ 2020 г. в _____ на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, зал Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана и на сайте www.bmstu.ru.

Автореферат разослан «_____» _____ 2020 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент



Аттетков
Александр
Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. На сегодняшний день к точности математических моделей композиционных материалов (КМ) предъявляются все более высокие требования. Одним из перспективных направлений развития является разработка моделей КМ с учетом адгезии между матрицей и армирующим. Адгезией принято называть поверхностное явление установления механической связи между телами. Экспериментально установлено, что в результате сложных физико-химических явлений на поверхности контакта фаз, протекающих в процессе технологического производства КМ, между матрицей и армирующим возникает тонкий межфазный (адгезионный) слой, обладающий отличными от них механическими свойствами.

Как правило, при моделировании КМ используют теорию эффективных сред – теорию гомогенизации. Задачей таких теорий является построение процедуры перехода от структурно-неоднородных сред к однородным с осредненными (эффективными) свойствами. В классических подходах к расчету эффективных свойств для связи полей перемещений и напряжений в матрице и наполнителе используют условия идеального контакта. Данные условия постулируют неразрывность перемещений и напряжений при переходе через границу фаз. При расчете упругих осредненных свойств учет того, что фазы взаимодействуют через тонкую упругую пленку, необходим для правильной оценки вклада свойств армирующей фазы в свойства КМ в целом.

Существует два подхода к моделированию адгезии. В первом отталкиваются от детального моделирования физико-химических процессов установления механической связи. Во втором подходе, использованном в диссертации, отталкиваются не от причин появления адгезии, а от макро-эффекта, который вносит адгезия в напряженно-деформированное состояние КМ. В рамках данного подхода разработаны параметризованные модели контакта между телами, а параметры идентифицируют по макро-характеристикам КМ.

В ранних работах R.M. Christensen, Y. Mikata, N.J. Pagano, G.P. Tandon, K.H. Lo по данному направлению для моделирования упругого контакта между фазами вводили дополнительную фазу – тонкую

объемную пленку, покрывающую наполнитель. Такой подход получил название трехфазного моделирования (*three-phase-material theory*). Он обладает набором существенных недостатков: толщина межфазного слоя неизвестна и трудноизмерима; масштаб толщины на порядки меньше масштаба включений КМ, что приводит к дополнительным трудностям в численном анализе.

Альтернативным подходом является исключение межфазного слоя из геометрического описания структуры материала в связи с малостью его толщины. При этом учет адгезии производится с помощью соотношений неидеального контакта на границах матрицы и армирующего. Построению перехода между трехфазной моделью и моделью с условиями неидеального контакта посвящены работы M. Goland, E. Reissner, Y. Benveniste, Z. Hashin, T. Miloh, P. Bovik, D. Caillerie, A. Klarbring, Б.А. Мовчан, G. Geymonat, R. Rodríguez-Ramos, F. Lebon, S. Dumont, R. Rizzoni. Согласно работам Z. Hashin и Y. Benveniste, жесткость адгезионного слоя, образованного естественным путем, меньше, чем жесткости фаз КМ. Это позволяет использовать так называемые условия мягкого неидеального контакта, допускающие только разрыв поля перемещений. На базе данного подхода построено множество методов расчета КМ для частных схем армирования.

В последнее время широко используются методы численной гомогенизации, построенные на базе вариационного подхода и метода асимптотического осреднения (МАО). Вариационный подход получил развитие в работах Z. Hashin, S. Shtrikman, R. Hill, J. Mendel, В.С. Зарубина, Г.Н. Кувыркина. МАО разработан Н.С. Бахваловым и Г.П. Панасенко для осреднения дифференциальных уравнений в частных производных, применен Б.Е. Победрей для решения задач гомогенизации свойств КМ и развит Ю.И. Димитриенко для численного анализа свойств КМ пространственной схемы армирования. Процедура осреднения в МАО построена на решении локальных задач на ячейке периодичности материала, представляющих собой набор дифференциальных уравнений с периодическими условиями.

В работах Ю.И. Димитриенко, А.И. Кашкарова и А.П. Соколова представлена численная реализация метода Н.С. Бахвалова, Г.П. Панасенко и Б.Е. Победри, основанная на сведении задач на ячейке периодичности

к задачам “классического типа”. Однако, данная реализация не учитывала адгезионных эффектов.

Задачей настоящей работы являлась дальнейшая разработка МАО и его численной реализации для учета влияния адгезионных эффектов на эффективные упругие свойства с помощью условий мягкого неидеального контакта.

Цель работы – разработка комплексного подхода для моделирования упругих характеристик композиционных материалов с учетом упругости межфазного слоя.

Для достижения поставленной цели решены **следующие основные задачи**:

1. Разработана математическая модель упругих свойств пространственно-армированных КМ, учитывающая упругость межфазного слоя.
2. Разработан вычислительный метод расчета эффективных характеристик КМ, учитывающий условия мягкого неидеального контакта между фазами.
3. Разработан программный комплекс для расчета эффективных характеристик КМ с моделью мягкого неидеального контакта.

Методы исследования. Для решения задач, поставленных в диссертационной работе, использованы следующие методы исследования: метод асимптотического осреднения Н.С. Бахвалова, Г.П. Панасенко и Б.Е. Победри, метод конечных элементов (МКЭ) для решения задач численной гомогенизации упругих свойств КМ и метод последовательного квадратичного программирования для решения задач идентификации коэффициентов моделей. Результаты численных расчетов сравнивались с экспериментальными данными из открытых источников.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные результаты:

1. На базе метода асимптотического осреднения разработана математическая модель эффективных упругих характеристик КМ пространственной схемы армирования с учетом условий мягкого неидеального контакта.
2. Разработан конечно-элементный метод решения линейно-упругих задач на $1/8$ ячейке периодичности с учетом условий мягкого неидеального контакта.

3. Разработан программный комплекс для решения задачи гомогенизации упругих характеристик КМ с учетом условий мягкого неидеального контакта.

Практическая значимость. Разработанный в диссертационной работе метод вносит вклад в семейство численных методов гомогенизации, построенных на базе метода асимптотического осреднения. Метод позволяет более точно прогнозировать упругие свойства КМ с высоким отношением площади поверхности контакта фаз к объему.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Математическая модель эффективных упругих характеристик КМ пространственной схемы армирования с условиями мягкого неидеального контакта.

2. Конечно-элементный метод расчета упругих эффективных характеристик КМ широкого класса армирования, позволяющий учитывать вклад упругости мягкого межфазного слоя без введения такового в геометрическое описание материала.

3. Программный комплекс для численного решения задач гомогенизации КМ с моделью неидеального контакта между фазами.

4. Результаты сравнительных исследований эффективных упругих характеристик КМ, полученных с помощью расчетов с условиями идеального контакта, неидеального контакта, трехфазной модели и натуральных экспериментов.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждена сравнением с экспериментальными данными из открытых источников. Результаты, представленные в диссертации, хорошо согласуются с результатами других авторов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих научных мероприятиях: International Conference on Mechanics of Composites (Stony Brook, USA, 2014); IX Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (Алушта, 2016); XX Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2017); Всероссийская научная конференция “Обратные краевые задачи и их приложения” (Казань, 2014); Международная конференция “Наукоемкие технологии и интеллектуальные системы” (Москва, 2017); Московский

ежемесячный семинар Молодых Ученых и Студентов по проблемам машиноведения (Москва, 2017); 9th International Conference on Material and Manufacturing Technology (Moscow, 2019); 10th International Conference on Material and Manufacturing Technology (Kuala Lumpur, Malaysia, 2019).

Личный вклад соискателя. Все исследования в диссертационной работе проведены лично соискателем в процессе научной деятельности под руководством научного руководителя. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю, заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Публикации. Основные результаты диссертации отражены в 9 научных работах, в 3 статьях в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых научных изданий, и в 3 научных публикациях и изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, общих выводов, заключения и списка литературы. Работа представлена на 127 страницах, содержит 28 иллюстраций, 2 таблицы. Список литературы включает 159 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, формулируются научная новизна, основные положения, выносимые на защиту, и практическая значимость представляемой работы, приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

Первая глава посвящена постановкам задач, рассмотренных в диссертации, и обзору их современного состояния.

Представлена постановка задачи гомогенизации упругих характеристик и приведен исторический обзор основных методов ее решения: метода самосогласования, вариационного метода и метода асимптотического осреднения. Приведена эволюция вычислительных методов для решения данной задачи.

Представлен литературный обзор методов перехода от задачи статики составных тел, контактирующих через объемный тонкий упругий

слой, к задаче с условиями неидеального контакта. Большинство этих методов использует разложение Тейлора на границе фаз или асимптотическое разложение по малому параметру толщины слоя. Изложены основные результаты исследований по применению данных подходов к решению задачи гомогенизации характеристик КМ. Представлена классификация моделей неидеального контакта по жесткости межфазного слоя.

Рассматривается обратная задача гомогенизации – задача идентификации упругих характеристик компонент КМ по его эффективным свойствам, полученным экспериментально. Приводится обзор методов, применяемых для численного решения обратных задач.

Дается обзор работ, посвященных методам, в которых используются интерфейсные конечные элементы для моделирования напряженно-деформированного состояния клеевых соединений и соединений с шероховатостью и дефектами. Приводится обзор программных пакетов для решения задачи поиска эффективных характеристик КМ. Особое внимание уделено программным пакетам, которые используют МКЭ для решения задач на представительных элементах объема материала.

Вторая глава диссертационной работы посвящена разработке математической модели упругих характеристик КМ, которая использует условия мягкого неидеального контакта для описания эффектов на границе раздела фаз.

Рассматривается задача линейной теории упругости в рамках теории малых деформаций для КМ, состоящего из матрицы m , наполнителя f и тонкого межфазного слоя I (Рис. 1,а):

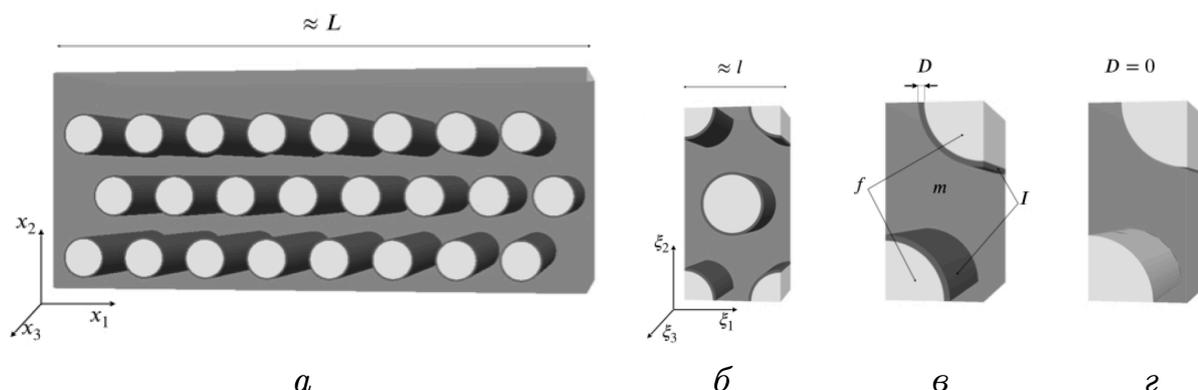


Рис. 1. Расчетная область неоднородной среды с межфазным слоем (а), ячейки периодичности (б), 1/8 ячейки периодичности (в), 1/8 ячейки периодичности для расчета с условиями неидеального контакта (г)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} &= 0, & i, j, k, l &= 1, 2, 3; \\
\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \\
\sigma_{ij} &= C_{ijkl}^\alpha \varepsilon_{kl}, & x_i &\in V_\alpha, \alpha \in \{f, m, I\}; \\
[u_i] &= 0, [\tau_i] = 0, & x_i &\in \Sigma_{fI}, \Sigma_{Im}; \\
u_i &= u_i^b, & x_i &\in \Sigma_{ub}; \\
\tau_i &= \tau_i^b, & x_i &\in \Sigma_{\sigma b},
\end{aligned} \tag{1}$$

где u_i – компоненты вектора перемещений; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно; C_{ijkl}^α – компоненты тензора упругих модулей фазы α ; $\tau_i = \sigma_{ij}n_j$ – компоненты вектора напряжений; n_j – компоненты вектора нормали к поверхностям контакта наполнителя и межфазного слоя Σ_{fI} , межфазного слоя и матрицы Σ_{Im} , внешней поверхности расчетной области; u_i^b – компоненты заданного вектора перемещений на части поверхности Σ_{ub} ; τ_i^b – компоненты заданного вектора напряжений на части поверхности $\Sigma_{\sigma b}$. В задаче присутствуют условия идеального контакта, постулирующие равенство нулю скачка поля перемещений и напряжений при переходе через поверхности Σ_{fI}, Σ_{Im} (Рис. 2,а).



Рис. 2. Трехфазная модель КМ (а) и двухфазная модель КМ с неидеальным контактом на поверхности Σ_I (б)

Согласно работам Н.С. Бахвалова, Г.П. Панасенко и Б.Е. Победри, система уравнений (1) раскладывается на две группы уравнений. Первая группа – уравнения для однородной среды относительно осреднённых

компонент тензора модулей упругости \bar{C}_{ijkl} , называемых эффективными. Вторая группа – так называемые “локальные задачи” на ячейках периодичности (Рис. 1,б) относительно “быстрых координат” $\xi = x_i/l$, изменяющихся в объёме ячейки периодичности V , с периодическими граничными условиями и интегральным условием нормировки.

Согласно работам Ю.И. Димитриенко, А.И. Капсарова и А.П. Соколова, с учетом допущения об ортотропности КМ и симметричности ячейки периодичности относительно боковых граней, локальные задачи сводятся к набору задач L_{pq} с классическими краевыми условиями на $1/8$ ячейки периодичности (Рис. 1,в).

С учетом условия малости толщины слоя $D \rightarrow 0$, он исключен из геометрии расчетной области. Геометрия ячейки периодичности представлена на Рис. 1,г. В математическую модель добавлены соотношения, связывающие поля перемещений и напряжений на границе матрицы и наполнителя.

Так как адгезионный слой предполагается изотропным, а компоненты тензора модулей упругости адгезионного слоя малыми по отношению к компонентам тензоров модулей упругости фаз ($C_{ijkl}^I \ll C_{ijkl}^{f,m}$), использованы соотношения мягкого неидеального контакта. Данные соотношения допускают скачок поля перемещений на границе раздела фаз, а скачком поля напряжений пренебрегают. Модифицированные локальные задачи \tilde{L}_{pq} представлены в виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{ji(pq)}}{\partial \xi_j} &= 0, & i, j, k, l, p, q &= 1, 2, 3; \\
 \varepsilon_{ij(pq)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_{i(pq)}}{\partial \xi_j} + \frac{\partial U_{j(pq)}}{\partial \xi_i} \right); \\
 \sigma_{ij(pq)} &= C_{ijkl}^\alpha \varepsilon_{kl(pq)}, & \xi \in V_\alpha, \alpha \in \{f, m\}; \\
 [U_{i(pq)}^*] &= \frac{1}{k_i} \tau_{i(pq)}^{*f,m}, & \xi \in \Sigma_I; \\
 \tau_{i(pq)}^{*f} &= -\tau_{i(pq)}^{*m}, & \xi \in \Sigma_I,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $\sigma_{ij(pq)}, \varepsilon_{ij(pq)}$ – компоненты тензоров “псевдонапряжений” и “псевдодеформаций”; $U_{i(pq)}$ – компоненты вектора “псевдоперемещений” модифицированной локальной задачи \tilde{L}_{pq} ; $U_{i(pq)}^*, \tau_{i(pq)}^{*f}, \tau_{i(pq)}^{*m}$ – компоненты вектора “псевдоперемещений” и компоненты векторов “псевдонапряжений” со стороны матрицы и наполнителя соответственно в системе координат

контакта $\{s_1, s_2, n\}$ (Рис. 2,б); k_i – коэффициенты скачка перемещений, также называемые пружинными коэффициентами контакта. При этом предполагается равенство коэффициентов в тангенциальном к поверхности контакта направлении: $k_1 = k_2$. Задачи \tilde{L}_{pq} решаются с граничными условиями классического вида на гранях ячейки периодичности и плоскостях симметрии.

Для определения компонент тензора \bar{C}_{ijkl} необходимо к компонентам тензоров $\sigma_{ij(pq)}$ и $\varepsilon_{ij(pq)}$ применить процедуру осреднения по объему ячейки периодичности. Согласно работам Z. Hashin и Y. Benveniste, в связи с разрывностью поля перемещений, выражение для компонент осредненного тензора «псевдодеформаций» для задачи с условиями неидеального контакта (2) содержит интеграл скачка перемещений по поверхности контакта:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{ij(pq)} \rangle &= \frac{1}{V} \int_{V_f} \varepsilon_{ij(pq)} dV + \frac{1}{V} \int_{V_m} \varepsilon_{ij(pq)} dV \\ &\quad + \frac{1}{2V} \int_{\Sigma_I} ([U_i(pq)]n_j + [U_j(pq)]n_i) d\Sigma; \\ \langle \sigma_{ij(pq)} \rangle &= \frac{1}{V} \int_{V_f} \sigma_{ij(pq)} dV + \frac{1}{V} \int_{V_m} \sigma_{ij(pq)} dV. \end{aligned}$$

Вычислительный метод идентификации коэффициентов модели неидеального контакта построен на сведениях данной задачи к задаче минимизации нормы невязки между решением прямой задачи гомогенизации и экспериментальными данными для одной концентрации наполнителя. Для решения задач численной оптимизации использовался метод последовательного квадратичного программирования.

Третья глава посвящена разработке вычислительного метода для решения локальных задач с условиями неидеального контакта и разработке программного комплекса, реализующего данный метод.

Задачи (2) решались с помощью МКЭ в перемещениях. Для дискретизации объемных доменов расчетной области использовался тетраэдральный конечный элемент с линейными функциями формы. В конечно-элементную модель задачи \tilde{L}_{pq} были добавлены соотношения мягкого неидеального контакта с помощью специального поверхностного конечного элемента.

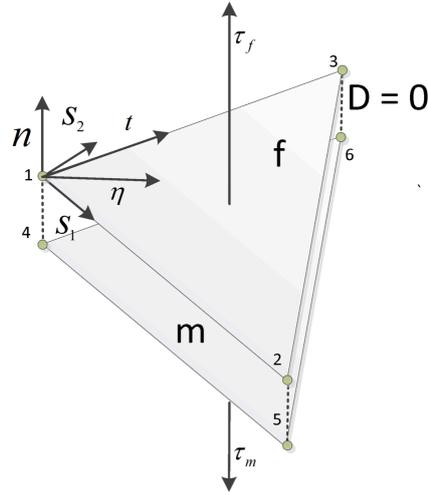


Рис. 3. Схема поверхностного конечного элемента для реализации условий неидеального контакта

Схема разработанного конечного элемента представлена на Рис. 3. Элемент состоит из двух треугольников, один из которых принадлежит тетраэдру фазы f (построен на тех же узлах), второй – фазе m . Расстояние D между треугольниками до деформации равно нулю.

Для каждого треугольника поле перемещений в локальной системе координат представлено в виде:

$$U_{\Delta}^* = [N_{\Delta}]_{3 \times 9} \{U_{\Delta}^*\}_9, \quad (3)$$

где $[N_{\Delta}]_{3 \times 9}$ и $\{U_{\Delta}^*\}_9$ – матрица функций формы и вектор узловых перемещений треугольного элемента соответственно. Тогда поля перемещений в треугольных элементах наполнителя U_{Δ}^{f*} и матрицы U_{Δ}^{m*} :

$$U_{\Delta}^{m*} = [N_{\Delta}^m]_{3 \times 9} \{U_{\Delta}^{m*}\}_9, \quad U_{\Delta}^{f*} = [N_{\Delta}^f]_{3 \times 9} \{U_{\Delta}^{f*}\}_9. \quad (4)$$

Согласно условиям неидеального контакта, поле перемещений между треугольными элементами претерпевает разрыв:

$$[U^*] = U_{\Delta}^{f*} - U_{\Delta}^{m*} = [N_{\Delta}^f]_{3 \times 9} \{U_{\Delta}^{f*}\}_9 - [N_{\Delta}^m]_{3 \times 9} \{U_{\Delta}^{m*}\}_9 = [N_{\Delta}]_{3 \times 9} [B_e]_{9 \times 18} \{U\}_{18}, \quad (5)$$

где $\{U\}_{18}$ – координатный столбец узловых перемещений всего элемента:

$$\{U\}_{18} = \{ \{U_{\Delta}^{f*}\}_9^T, \{U_{\Delta}^{m*}\}_9^T \}^T; [B_e]_{9 \times 18} – матрица, реализующая разницу поля на$$

треугольниках матрицы и наполнителя; $[N_\Delta] = [N_\Delta^f] = [N_\Delta^m]$ – матрица функции формы треугольного элемента.

В конечно-элементном виде соотношения неидеального контакта для вектора напряжений в локальной системе координат элемента записаны так:

$$\tau^{*f} = \tau^{*m} = [k] [N_\Delta] [B_e] \{U\},$$

$\begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times 9 & 9 \times 18 & 18 \end{matrix}$

где $[k]_{3 \times 3}$ – матрица коэффициентов неидеального контакта:

$$[k]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & k_n \end{bmatrix}.$$

Матрицу жесткости такого элемента в локальной системе координат находим с помощью интегрирования по площади треугольника Σ_e :

$$[K_{\Sigma_e}^*]_{18 \times 18} = \int_{\Sigma_e} ([N_\Delta] [B_e])^T [k] [N_\Delta] [B_e] d\Sigma. \quad (6)$$

$\begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times 9 & 9 \times 18 & 3 \times 3 & 3 \times 9 & 9 \times 18 \end{matrix}$

В программном комплексе, получившем название hom3d, реализованы возможности численного решения прямой задачи гомогенизации с условиями идеального и неидеального контакта, численного решения обратных задач гомогенизации – идентификации свойств отдельных компонент или коэффициентов модели контакта. Для решения локальных задач использовался конечно-элементный решатель с открытым исходным кодом pla3d, в рамках которого были разработаны классы тетраэдрального конечного элемента и поверхностного конечного элемента для реализации условий мягкого неидеального контакта.

Программный комплекс hom3d состоит из классов на языке C++, решающих задачи гомогенизации, и классов, модифицирующих конечно-элементную модель с целью добавления конечных элементов, реализующих условия неидеального контакта. Программный комплекс интегрирован с открытой библиотекой алгоритмов оптимизации OpenMDAO для проведения параметрических исследований моделей характеристик композитов.

Реализованы параллельные алгоритмы решения задачи гомогенизации для вычислительной среды с общей памятью. Решение задачи

идентификации коэффициентов модели контакта возможно выполнять в распределенной вычислительной среде, а степень параллелизма зависит от выбранного алгоритма оптимизации.

В **четвертой главе** проведены вычислительные эксперименты, задачами которых являлись: установление границ применимости модели мягкого неидеального контакта; идентификация коэффициентов модели контакта; сравнение результатов расчетов упругих свойств с условиями идеального контакта, неидеального контакта и экспериментальных данных. Все вычислительные эксперименты проводились с помощью разработанного программного комплекса `hom3d`.

Сравнивались результаты расчетов эффективных упругих характеристик с использованием трехфазной модели (модель М2) и модели неидеального контакта (модель М3). Расчеты проводились для изотропного дисперсно-армированного стеклянными сферами КМ и трансверсально-изотропного однонаправленного КМ, армированного стеклянными волокнами, для разных отношений η толщины межфазного слоя к характерному размеру наполнителя.

Результаты расчетов, представленные на Рис. 4–6, показывают, что:

– в широком диапазоне значений отношения модуля Юнга E_i межфазного слоя к модулю Юнга матрицы E_m , результаты решения задачи гомогенизации упругих свойств с условиями неидеального контакта эквивалентны результатам расчета с использованием трехфазной модели;

– ширина диапазона, в котором модели эквивалентны, зависит от отношения толщины межфазного слоя к характерному размеру наполнителя и схемы армирования.

Второй цикл исследований посвящен сравнению экспериментальных данных и результатов расчета эффективных упругих характеристик с условиями идеального контакта (модель М1) и условиями неидеального контакта (модель М3) для широкого диапазона концентраций наполнителя. Коэффициенты модели контакта были идентифицированы по экспериментальным данным для одной концентрации.

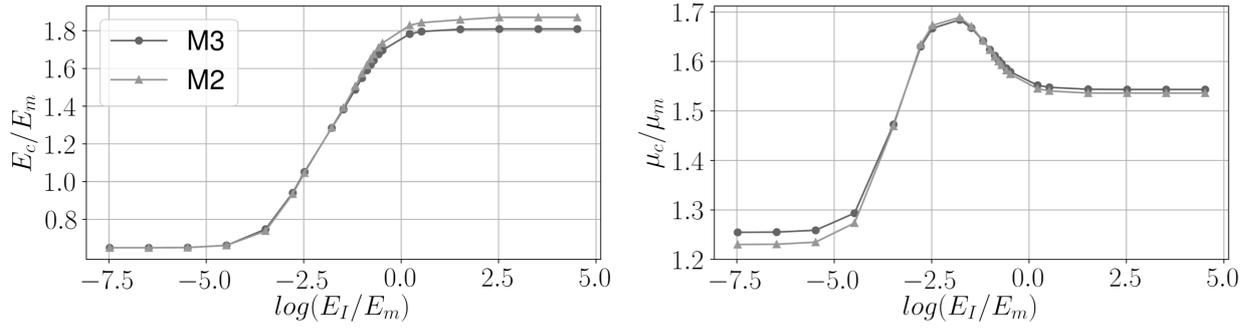


Рис. 4. Сравнение результатов расчета эффективных упругих характеристик изотропного КМ для $\eta = 0.01$

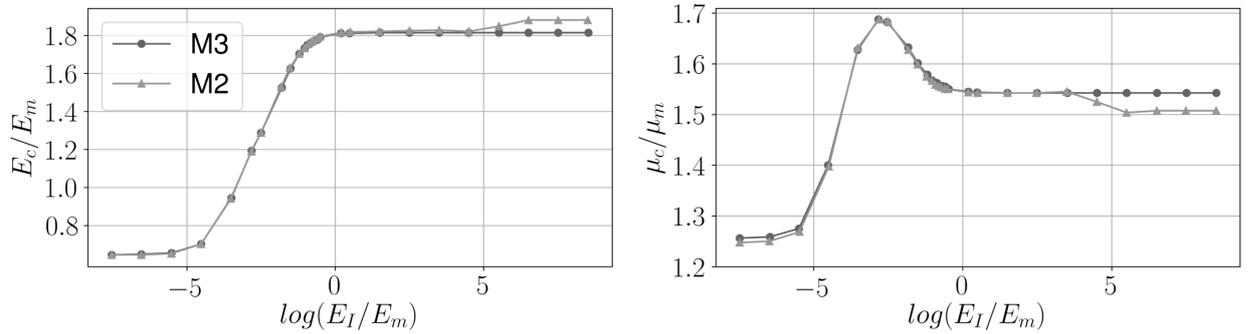


Рис. 5. Сравнение результатов расчета эффективных упругих характеристик изотропного дисперсно-армированного КМ для $\eta = 0.001$

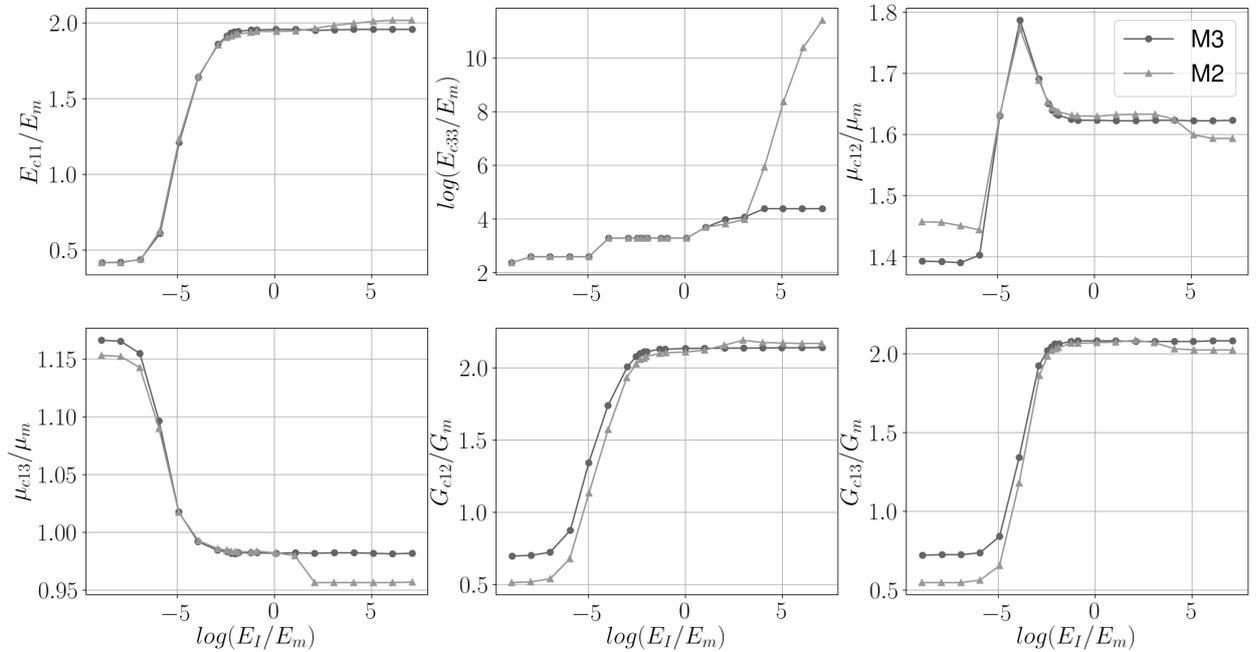


Рис. 6. Сравнение результатов расчета эффективных упругих характеристик однонаправленного трансверсально-изотропного КМ для $\eta = 0.001$

Результаты расчетов, представленные на Рис. 7, показывают, что:

- для концентраций наполнителя больше 20% упругие технические константы, рассчитанные с условиями идеального контакта между фазами, обладают существенной погрешностью по сравнению с экспериментом;
- введение условий неидеального контакта с коэффициентами, идентифицированными по экспериментальным данным для одной концентрации, позволяют существенно повысить точность расчета для КМ с высокой концентрацией наполнителя.

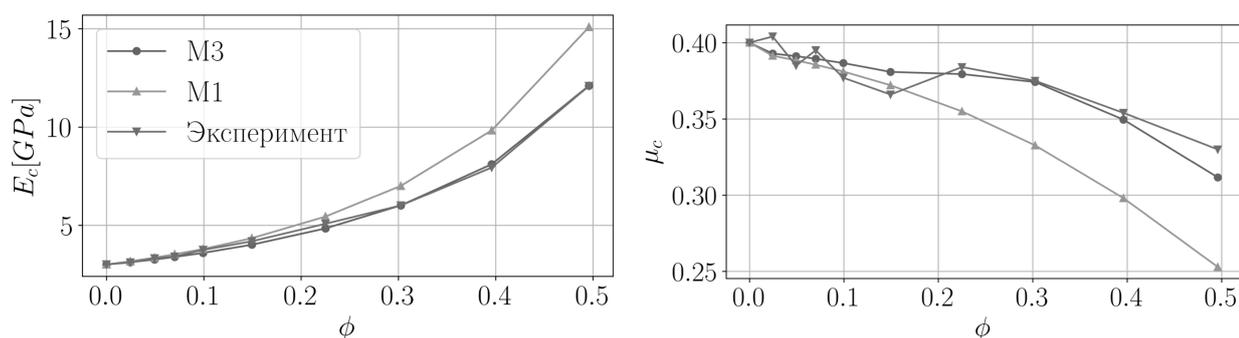


Рис. 7. Сравнение с экспериментальными данными упругих свойств КМ, рассчитанных с условиями идеального и неидеального контакта

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработана математическая модель упругих свойств пространственно-армированных КМ с упругим межфазным слоем, для которой возможно построение эффективных вычислительных методов.

2. Для решения локальных задач МАО разработан конечно-элементный метод расчета эффективных характеристик КМ, включающий в себя модель поверхностного конечного элемента, реализующего условия неидеального контакта.

3. Разработан программный комплекс для численного решения задачи гомогенизации свойств КМ на базе метода конечных элементов с учетом модели мягкого неидеального контакта между фазами с использованием технологий параллельных вычислений.

4. Проведены сравнительные исследования экспериментальных данных и результатов расчета эффективных упругих характеристик КМ с использованием условий идеального контакта, трехфазной модели и мягкого неидеального контакта между фазами.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНЫ В РАБОТАХ

1. Численное определение эффективных упруго-прочностных характеристик композитных заделок газоразделительных мембранных модулей / В.Н. Щетинин [и др.] // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. 2016. С. 387–389. (0,06 п.л. / 0,03 п.л.)

2. Соколов А.П., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С. Параллельный алгоритм построения поверхности прочности КМ для архитектуры Intel MIC (Intel Many Integrated Core Architecture) // Программные системы: теория и приложения. 2016. Т. 7. № 5. С. 61–88. (1,69 п.л. / 1,0 п.л.)

3. Щетинин В.Н. Решение задачи идентификации упругих характеристик компонентов композитных материалов с помощью методов оптимизации и регуляризации А.Н. Тихонова // Научные технологии и интеллектуальные системы. 2017. С. 133–136. (0,19 п.л. / 0,19 п.л.)

4. Соколов А.П., Щетинин В.Н. Решение задачи идентификации упругих характеристик компонент изотропных композитных материалов // Материалы XX юбилейной международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. 2017. С. 665–666. (0,06 п.л. / 0,03 п.л.)

5. Sokolov A.P., Schetinin V.N. Modeling of phases adhesion in composite materials based on spring finite element with zero length. // Key Engineering Materials. 2018. V. 780. P. 3–9. (0,375 п.л. / 0,2 п.л.)

6. Sokolov A.P., Schetinin V.N., Kozlov M.Yu. Surface finite element for imperfect interface modeling in elastic properties homogenization. // Key Engineering Materials. 2019. V. 833. P. 101–106. (0,31 п.л. / 0,15 п.л.)

7. Prediction of the effective stress-strain curves of ductile polymer 1D-reinforced composites filled with hollow fibers using parameterized model based on Bezier curves. / V.N. Schetinin [et al.] // Key Engineering Materials. 2019. V. 833. P. 93–100. (0,44 п.л. / 0,1 п.л.)

8. Соколов А.П., Щетинин В.Н. Идентификация упругих свойств адгезионного слоя дисперсно-армированных композитных материалов на основе экспериментальных данных // Механика композиционных материалов и конструкций. 2019. Т. 24. № 4. С. 555–581. (1,62 п.л. / 1,0 п.л.)

9. Соколов А.П., Щетинин В.Н., Козлов М.Ю. Моделирование упругих свойств композиционных материалов методом асимптотического осреднения с учетом неидеального интерфейса компонент // Математическое моделирование. 2020. Т. 32. № 8. С. 119–138. (1,1875 п.л. / 1,0 п.л.)

Щетинин Виталий Николаевич

Математическое моделирование эффективных упругих характеристик
композиционных материалов с условиями мягкого неидеального контакта

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____.____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____