На правах рукописи

Аунг Чжо Со

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в Калужском филиале федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель: **Макаренков Александр Михайлович**
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры систем автоматического
управления и электротехники
КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты: **Афанасьев Валерий Николаевич**
доктор технических наук, профессор,
профессор Московского института
электроники и математики
им. А.Н. Тихонова национального
исследовательского университета
«Высшая школа экономики»

Софронова Елена Анатольевна
кандидат технических наук, доцент,
старший научный сотрудник
Федерального исследовательского центра
"Информатика и управление"
Российской академии наук

Ведущая организация: **ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»**

Защита диссертации состоится «28» мая 2019 г. в 14 часов 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, Госпитальный переулок, д. 10, факультет Специального машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана, ауд. 613м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте http://www.bmstu.ru МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Отзывы, заверенные гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.02.

Автореферат разослан «____»___________2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.141.02,
кандидат технических наук, доцент И.В. Муратов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Электрогидравлический следящий привод (ЭГСП) относится к широкому классу следящих систем автоматического управления. Высокая удельная мощность и быстродействие делают ЭГСП незаменимым в таких областях как авиация, ракетно-космическая техника, робототехника. В то же время для ЭГСП характерна чувствительность к свойствам рабочей жидкости, температуре окружающей среды, технологическому разбросу параметров и другим факторам, носящим в основном случайный характер и ухудшающим точность его работы. Современные исследования в области совершенствования электрогидравлических следящих приводов с учетом влияния указанных случайных факторов, нашедшие отражение в работах А.В. Месропяна, В.А. Целищева и др., говорят об актуальности данной проблемы.

Влияние случайных факторов учитывается введением случайных параметров в математическую модель ЭГСП, используемую в качестве основы многих расчетных процедур. При этом возникает проблема идентификации числовых характеристик случайных физических параметров ЭГСП с целью построения адекватных моделей, описывающих ЭГСП как стохастическую систему. Наличие таких стохастических моделей дает возможность разработчику действовать целенаправленно при выборе конструктивных решений, направленных на устранение нежелательного влияния случайных факторов конкретной физической природы. Таким образом, проблема идентификации числовых характеристик случайных физических параметров ЭГСП является актуальной.

Стохастическая модель ЭГСП сложна для исследования и применения в инженерных расчетах, так как даже линейная стохастическая система проявляет нелинейные свойства, обусловленные мультипликативным характером параметрических возмущений. Среди имеющихся методов исследования стохастических систем выделяются так называемые проекционные методы, систематическое исследование которых в приложениях к задачам анализа, идентификации и управления линейными нестационарными системами началось с работ В.В. Солодовникова, В.В. Семенова и получило дальнейшее развитие в работах А.Н. Дмитриева, К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова, С.В. Лапина и др. Преимуществом проекционных методов являются возможность построения эффективных вычислительных алгоритмов, ориентированных на параллельную реализацию, в сочетании с операторной формой представления решений, дающей возможность их качественной оценки.

Объект исследования. В качестве объекта выступает ЭГСП как следящая система автоматического управления со случайными параметрами.

Предметом исследования являются методы, алгоритмы и численные процедуры идентификации числовых характеристик случайных физических параметров ЭГСП, используемые при построении его стохастической модели.

Цель работы и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка алгоритма идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП с применением проекционного метода и техники матричных операторов.

Для достижения сформулированной цели ставятся следующие задачи:

1) разработать методику проекционной аппроксимации стохастической модели ЭГСП, которая может быть использована для построения усредненной

проекционной модели, устанавливающей аналитическую связь между числовыми характеристиками входа, выхода и случайных физических параметров ЭГСП (под проекционной моделью понимается результат конечномерной аппроксимации исходной непрерывной модели с использованием ортогональных разложений);

2) разработать алгоритм идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, основанный на использовании усредненной проекционной модели стохастической системы;

3) в рамках вычислительного эксперимента исследовать влияние фактора случайности параметров ЭГСП на его динамические свойства, выполнить идентификацию числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП с использованием разработанного алгоритма, оценить точность решения задачи идентификации.

Научная новизна диссертации состоит в следующем:

1) разработана методика проекционной аппроксимации математической модели ЭГСП в классе стохастических систем с постоянными и переменными случайными параметрами (стохастической модели ЭГСП), которую отличает универсальность, простота и автоматизм перехода к усредненной проекционной модели, обусловленные использованием техники матричных операторов и алгоритмов символьных вычислений;

2) построена усредненная проекционная модель ЭГСП, выражающая в матрично-операторной форме аналитическую зависимость проекционных характеристик математического ожидания и корреляционной функции выходного сигнала ЭГСП от числовых характеристик его случайных физических параметров, рассматриваемых как случайные величины (постоянные случайные параметры) или как случайные функции времени (переменные случайные параметры) без привлечения понятия белого шума;

3) предложена векторно-матричная форма функционала, определяющего критерий ошибок идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП с учетом специфики систем со случайными параметрами, который вычисляется с использованием усредненной проекционной модели ЭГСП;

4) разработан алгоритм идентификации дисперсий и автокорреляционных функций случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, основанный на минимизации функционала, задающего критерий ошибок идентификации, который вычисляется с использованием усредненной проекционной модели ЭГСП, благодаря чему значительно сокращается время выполнения шагов прямого поиска его минимума и ускоряется работа алгоритма идентификации в целом.

Практическая ценность работы состоит в том, что результаты, полученные в диссертации, включая методики и алгоритмы, могут быть использованы в инженерной практике при разработке высокоточных систем автоматического управления с электрогидравлическими исполнительными устройствами.

Внедрение результатов работы. Методика проекционной аппроксимации и алгоритм идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастических моделей систем управления внедрены в учебный процесс по направлениям подготовки 27.06.01 и 27.04.04 “Управление в технических системах” в Калужском филиале МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Работа является частью исследований, проводившихся в рамках грантов Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (гранты № 14-41-03071, № 14-48-03013, № 16-41-400701). Основные результаты включены в материалы отчетов по упомянутым грантам.

Достоверность полученных результатов обеспечена корректным использованием методов функционального анализа, линейной алгебры, теории вероятностей, теории матричных операторов и подтверждается сравнением результатов расчетов, полученных с использованием усредненных проекционных моделей, с результатами метода статистических испытаний.

На защиту выносятся:

1) методика проекционной аппроксимации исходной непрерывной математической модели ЭГСП в классе стохастических систем с постоянными и переменными случайными параметрами, которая используется для построения его усредненной проекционной модели, отличающаяся простотой и автоматизмом построения уравнений данной модели, что позволяет использовать системы символьных вычислений, а также применимостью этой методики к любым моделям данного класса систем;

2) усредненная проекционная модель ЭГСП, выражающая в матрично-операторной форме аналитическую зависимость проекционных характеристик математического ожидания и корреляционной функции выходного сигнала ЭГСП от дисперсий и корреляционных функций его случайных физических параметров, которую отличает отсутствие необходимости использования понятия белого шума при описании случайных параметров;

3) алгоритм идентификации дисперсий и автокорреляционных функций случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, основанный на минимизации функционала, задающего критерий ошибок идентификации, который вычисляется с использованием усредненной проекционной модели ЭГСП, что позволяет ускорить работу данного алгоритма.

Апробация работы проведена на ряде научных конференций, в том числе: на всероссийской научно-технической конференции «Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе» (Калуга, 2012, 2013, 2014 гг.); на региональной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе» (Калуга, 2013, 2014 гг.); на научных семинарах кафедры систем автоматического управления Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2015, 2017 и 2018 гг., научном семинаре кафедры систем автоматического управления МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2016 г. и научном семинаре Тульского государственного университета (ТулГУ) в 2018 г.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 14 статьях, из них 4 статьи опубликованы в журналах перечня ВАК РФ.

Личный вклад автора состоит в разработке методики проекционной аппроксимации математической модели ЭГСП, в разработке алгоритма идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, в разработке программного обеспечения, реализующего указанный алгоритм, в постановке вычислительных экспериментов и анализе их результатов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа изложена на 253 страницах, в том числе основного текста 151 страницы, библиографический список из 169 наименований на 18 страницах и приложение на 84 страницах.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, ее научное и практическое значение, формулируются цели и задачи исследования, а также определяются основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе представлен аналитический обзор современного состояния проблемы исследования стохастических систем включая методы идентификации. Проведен анализ группы методов исследования систем со случайными параметрами, основанных на проекционной аппроксимации непрерывных математических моделей. Проведен анализ методов идентификации параметров ЭГСП и обоснована актуальность его рассмотрения как системы со случайными параметрами. Сделано заключение о практическом отсутствии методов идентификации числовых характеристик случайных параметров подобных технических систем. Сделан вывод об актуальности развития методов идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП и целесообразности построения новых алгоритмов, реализующих эти методы на основе использования проекционных моделей и техники матричных операторов.

Во второй главе предложена общая форма математической модели систем со случайными параметрами в виде дифференциального уравнения со статистически связанными случайными коэффициентами, описывающая большинство реальных систем, подобных ЭГСП, рассмотрена стохастическая модель ЭГСП, приводимая к данной общей форме. Сформулирована задача идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП. Разработан алгоритм идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, основанный на принципе настраиваемой модели, в качестве которой используется усредненная проекционная модель. Разработана методика проекционной аппроксимации стохастической модели ЭГСП, используемая для построения его усредненной проекционной модели.

Общая форма математической модели одного класса стохастических систем, к которым принадлежит ЭГСП, может быть представлена линейным дифференциальным уравнением со случайными коэффициентами

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^{(i)} = \sum_{j=0}^{m} b_j y^{(j)}, \quad a_n \equiv 1, \quad n \geq m, \tag{1}$$

где y и x – входной и выходной сигналы в виде нестационарных случайных процессов; a_i, b_j – случайные величины или процессы. Такая форма модели выбрана в целях минимизации емкостной сложности используемых алгоритмов проекционного метода.

Исходная математическая модель ЭГСП, как и любой другой реальной системы, строится на основе определенных физических законов и представляется в виде системы дифференциальных уравнений. Коэффициенты уравнений исходной модели, от которых зависят коэффициенты a_i, b_j уравнения (1), соответствуют физическим параметрам реальной системы, поэтому имеют конкретный физический смысл и соответствующую размерность. Предполагается, что N из этих параметров являются случайными. При этом исходная модель рассматривается как стохастическая модель, общей формой представления которой является уравнение (1).

Если значения случайных физических параметров стохастической модели не изменяются на интервале исследования (постоянные случайные параметры, обозначаемые далее как $K_q, \quad q=\overline{1, N}$), то зависящие от них коэффициенты a_i, b_j будут случайными величинами. Если данные параметры изменяются во времени (переменные случайные параметры, обозначаемые далее как $K_q(t), \quad q=\overline{1, N}$), соответствующие коэффициенты уравнения (1) будут случайными процессами $a_i(t)$, $b_j(t)$.

Наибольшее распространение при статистической оценке гидроприводов, применяемых в авиационной и ракетной технике, получили методы, использующие закон нормального или экспоненциального распределения плотности вероятности. Закон нормального распределения применяется в тех случаях, когда необходимо учитывать разброс значений параметров, обусловленный технологическими допусками при изготовлении и сборке изделий, процессами старения и износа, накоплением усталостных повреждений и возникновением параметрических отказов (А.В. Месропян, В.А. Целищев и др.). В настоящей диссертации принимается нормальный закон распределения случайных физических параметров, которые также полагаются статистически независимыми.

На основе факта нормального распределения предложено использовать следующее представление постоянных случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП:

$$K_q = m_{K_q} + V_q \sqrt{D_{K_q}}, \quad q=\overline{1, N}, \tag{2}$$

где m_{K_q} и D_{K_q} – математическое ожидание и дисперсия q-го случайного физического параметра; V_q – независимые стандартные гауссовы случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями. Предполагая линейную зависимость случайных коэффициентов a_i, b_j уравнения (1) от случайных физических параметров K_q, что имеет место для рассматриваемой модели ЭГСП, можно выразить эти коэффициенты через те же случайные величины V_q, $q=\overline{1, N}$, то есть представить их в следующем виде:

$$a_i = m_{a_i}\left(m_{K_1},\ldots,m_{K_N}\right) + \tilde{a}_i\left(V_1,\ldots,V_N, D_{K_1},\ldots,D_{K_N}\right), \quad i=\overline{0, n-1};$$

$$b_j = m_{b_j}\left(m_{K_1},\ldots,m_{K_N}\right) + \tilde{b}_j\left(V_1,\ldots,V_N, D_{K_1},\ldots,D_{K_N}\right), \quad j=\overline{0, m}, \tag{3}$$

где $m_{a_i}(\cdot)$, $m_{b_j}(\cdot)$ – математические ожидания случайных коэффициентов a_i, b_j; $\tilde{a}_i(\cdot)$, $\tilde{b}_j(\cdot)$ – центрированные случайные величины, линейно зависящие от случайных величин $V_1,\ldots,V_N$. При этом появляется возможность выразить статистически связанные случайные коэффициенты уравнения (1) через общие случайные величины V_q, что позволяет учесть возможную жесткую статистическую связь между этими коэффициентами.

Если в стохастической модели случайным является только один параметр K, то представление (3) приобретает следующий вид:

$$a_i = m_{a_i}\left(m_K\right) + V\sqrt{D_{a_i}\left(D_K\right)}, \quad i = \overline{0, n-1};$$

$$b_j = m_{b_j}\left(m_K\right) + V\sqrt{D_{b_j}\left(D_K\right)}, \quad j = \overline{0, m}. \tag{4}$$

При этом жесткая статистическая связь имеет место между теми случайными коэффициентами уравнения (1), которые оказываются зависящими от V.

Для стохастической модели конкретной системы зависимости $m_{a_i}\left(m_{K_q}\right)$, $m_{b_j}\left(m_{K_q}\right)$, $D_{a_i}\left(D_{K_q}\right)$, $D_{b_j}\left(D_{K_q}\right)$ могут быть определены в аналитической форме.

Задача идентификации числовых характеристик постоянных случайных параметров формулируется как задача идентификации дисперсий данных параметров. То есть для системы управления с N случайными физическими параметрами K_q требуется найти дисперсии D_{K_q}, составляющие вектор $\mathbf{D}_K = \left(D_{K_1}, \ldots, D_{K_N}\right)$. При этом математические ожидания m_{K_q} считаются известными и трактуются как их номинальные значения.

Задача идентификации числовых характеристик переменных случайных параметров формулируется как задача идентификации параметров их автокорреляционных функций $R_{K_q K_q}\left(t_1, t_2\right)$ как элементов вектора $\mathbf{R}_q = \left(r_{q_1}, r_{q_2}, \ldots\right)$ в представлении $R_{K_q K_q}\left(t_1, t_2, \mathbf{R}_q\right)$, где $r_{q_1}, r_{q_2}, \ldots$ – параметры автокорреляционной функции q-го переменного случайного параметра. Таким образом, идентификации подлежат элементы векторов $\mathbf{R}_q$, составляющих клеточный вектор $\mathbf{R}_K = \left(\mathbf{R}_1, \ldots, \mathbf{R}_N\right)$. При этом математическое ожидание $m_{K_q}\left(t\right)$ и вид автокорреляционных функций $R_{K_q K_q}\left(t_1, t_2\right)$ переменных случайных физических параметров предполагаются известными.

Для переменных случайных параметров предложено использовать следующее представление в виде канонических разложений соответствующих случайных процессов:

$$K_q\left(t\right) = m_{K_q}\left(t\right) + \sum_{s=1}^{u} V_{qs}\Psi_{qs}(t), \quad q = \overline{1, N}, \tag{5}$$

где $V_{q1}, \ldots, V_{qu}$ – независимые гауссовы стандартные случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями; $\Psi_{qs}(t)$ – неслучайные координатные функции, определяемые через автокорреляционные функции $R_{K_q K_q}\left(t_1, t_2, \mathbf{R}_q\right)$ случайных физических параметров. С учетом (5) можно записать следующее представление случайных коэффициентов уравнения (1):

$$a_i(t)=m_{a_i}\left(m_{K_1}(t),\ldots,m_{K_N}(t)\right)+\tilde{a}_i\left(\sum_{s=1}^{u}V_{1s}\Psi_{1s}(t,\mathbf{R}_1),\ldots,\sum_{s=1}^{u}V_{Ns}\Psi_{Ns}(t,\mathbf{R}_N)\right);$$

$$b_j(t)=m_{b_j}\left(m_{K_1}(t),\ldots,m_{K_N}(t)\right)+\tilde{b}_j\left(\sum_{s=1}^{u}V_{1s}\Psi_{1s}(t,\mathbf{R}_1),\ldots,\sum_{s=1}^{u}V_{Ns}\Psi_{Ns}(t,\mathbf{R}_N)\right).(6)$$

Исходными данными для решения задачи идентификации в вышеуказанной постановке являются математическое ожидание $m_x(t)$ и автокорреляционная функция $R_{xx}(t_1,t_2)$ выходного сигнала системы, которые определяются в результате усреднения ее выходного сигнала $x(t)$ по множеству реализаций. Те же числовые характеристики $m_y(t)$ и $R_{yy}(t_1,t_2)$ входного сигнала считаются известными.

В качестве стохастической модели ЭГСП в диссертации рассмотрена линеаризованная модель 8-го порядка для ЭГСП с двухкаскадным дроссельным распределителем (двухщелевой распределитель сопло-заслонка в первом каскаде и четырехщелевой золотниковый – во втором), описываемая следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned}&Li'+Ri=k_{\text{ус}}^{\text{сл}}\left(y-k_{\text{ос}}^{\text{сл}}x\right);\\&J_{\text{я}}\varphi_{\text{я}}''+h_{\text{я}}^{\text{сл}}\varphi_{\text{я}}'+k_{M\varphi}\varphi_{\text{я}}=k_{Mi}i-k_{\text{мос}}x_{\text{з}};\\&k_{Q_{\text{у}}p_{\text{у}}}p_{\text{у}}=k_{Q_y\varphi}\varphi_{\text{я}}-F_{\text{з}}x_{\text{з}}';\end{aligned}\right\}\qquad\left.\begin{aligned}&m_{\text{з}}x_{\text{з}}''+h_{\text{з}}^{\text{сл}}x_{\text{з}}'+2C_{\text{гд}}x_{\text{з}}=F_{\text{з}}p_{\text{у}};\\&k_{\text{сж}}^{\text{сл}}p'+k_{Qp}p=k_{Qx}x_{\text{з}}-Fx';\\&mx''+h^{\text{сл}}x'=Fp,\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

где случайным физическим параметрам соответствуют следующие случайные коэффициенты: $k_{\text{ус}}^{\text{сл}}$ – коэффициент передачи усилителя сигнала ошибки; $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}$ – коэффициент передачи цепи электрической обратной связи (коэффициент усиления датчика положения штока поршня гидродвигателя), который также рассматривается как возможный переменный случайный физический параметр $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}(t)$; $h_{\text{я}}^{\text{сл}}$ – коэффициент вязкого трения на якоре электромеханического преобразователя; $h_{\text{з}}^{\text{сл}}$ – коэффициент вязкого трения на золотнике электрогидравлического усилителя (ЭГУ); $h^{\text{сл}}$ – коэффициент вязкого трения на поршне и штоке гидродвигателя; $k_{\text{сж}}^{\text{сл}}$ – коэффициент сжатия рабочей жидкости, зависящий от случайного модуля объемной упругости рабочей жидкости. Разработанный алгоритм идентификации не устанавливает никаких ограничений на то, какие параметры модели (7) следует рассматривать как случайные. Шесть перечисленных параметров в наибольшей степени влияют на точность работы ЭГСП. Например, случайность параметра $h_{\text{з}}^{\text{сл}}$ приводит к случайной ошибке позиционирования штока в момент его быстрого перемещения и мало влияет на точность позиционирования при медленном перемещении и не влияет в установившемся режиме. Случайность параметра $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}$, в дополнение к случайной ошибке позиционирования, вызывает появление статической ошибки в установившемся режиме.

Физический смысл остальных параметров модели (7), который в целом является традиционным, пояснен в диссертации. Вектор $\mathbf{D}_K$ для стохастической модели ЭГСП имеет вид $\mathbf{D}_K = \left(D_{k_{\text{ус}}}, D_{k_{\text{ос}}}, D_{h_{\text{я}}}, D_{h_{\text{з}}}, D_h, D_{k_{\text{сж}}} \right)$, что соответствует представлению постоянных случайных физических параметров в виде (2). Клеточной вектор $\mathbf{R}_K$ состоит из одного элемента $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_{k_{\text{ос}}^{\text{сл}}}$, где идентификации подлежат элементы вектора $\mathbf{R}_{k_{\text{ос}}^{\text{сл}}}$, рассматриваемые в качестве параметров автокорреляционной функции $R_{k_{\text{ос}}^{\text{сл}} k_{\text{ос}}^{\text{сл}}}(t_1, t_2)$, что соответствует представлению переменного случайного физического параметра $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}(t)$ в виде (5). Входным сигналом ЭГСП является электрическое напряжение y, выходным – линейное перемещение штока поршня гидродвигателя x. Все сигналы модели (7) полагаются нестационарными случайными процессами.

Таким образом, ЭГСП, описываемый моделью (7), принадлежит классу стохастических систем, описываемых обобщенной моделью (1). Заметим, что многие линеаризованные модели систем управления со случайными параметрами могут быть описаны этой обобщенной моделью.

В основе разработанного алгоритма идентификации числовых характеристик случайных физических параметров ЭГСП лежит принцип настраиваемой модели, которая настраивается таким образом, чтобы числовые характеристики ее случайного выходного сигнала $x(t)$ на интервале исследования $[0, T]$ в определенном смысле приближались к тем же числовым характеристикам случайного выходного сигнала реального ЭГСП, в качестве которых предложено выбрать автокорреляционную функцию $R_{xx}(t_1, t_2)$ и математическое ожидание $m_x(t)$. Критерий ошибок (критерий качества стохастической модели) предложено определить как минимум функционала

$$J(\mathbf{D}_K) = \left(\int_0^T \int_0^T e_R^2(t_1, t_2, \mathbf{D}_K) dt_1 dt_2 \right)^{1/2} + \left(\int_0^T \int_0^T e_m^2(t_1, t_2, \mathbf{D}_K) dt_1 dt_2 \right)^{1/2}, \qquad (8)$$

где ошибки определяются следующим образом:

$$e_R(t_1, t_2, \mathbf{D}_K) = R_{xx}^{\text{и}}(t_1, t_2) - R_{xx}^{\text{р}}(t_1, t_2, \mathbf{D}_K),$$

$$e_m(t_1, t_2, \mathbf{D}_K) = m_x^{\text{и}}(t_1) m_x^{\text{и}}(t_2) - m_x^{\text{р}}(t_1, \mathbf{D}_K) m_x^{\text{р}}(t_2, \mathbf{D}_K).$$

Числовые характеристики случайного выходного сигнала идентифицируемой системы и настраиваемой модели отмечены, соответственно, верхним индексом “и” (измеренные) и “р” (расчетные). Для систем с переменными случайными параметрами вектор $\mathbf{D}_K$ в (8) заменяется на клеточный вектор $\mathbf{R}_K$. Минимизация функционала (8) позволяет решить задачу идентификации в вышеописанной постановке. Выбор формы данного функционала обусловлен спецификой систем со случайными параметрами, состоящей в зависимости корреляционной функции выходного сигнала от математического ожидания входного сигнала.

Минимизацию функционала (8) целесообразно выполнять методом прямого поиска. При этом вычисление функций $m_x^{\text{р}}(t, \mathbf{D}_K)$ и $R_{xx}^{\text{р}}(t_1, t_2, \mathbf{D}_K)$ требует решения задачи статистического анализа стохастической системы, связанной с решением фундаментальной проблемы усреднения ее стохастического оператора. Среди известных методов и подходов к решению данной проблемы, проанализированных в первой главе диссертации, включая методы, основанные на решении уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова и марковской теории случайных процессов, методы теории чувствительности, метод эквивалентных возмущений, конфлюэнтные методы построения и анализа параметрических моделей стохастических систем, а также методы непосредственного усреднения был выбран подход, основанный на проекционной аппроксимации модели (1) и использовании методов теории матричных операторов. При этом функционал (8) предложено заменить функционалом

$$J^*(\mathbf{D}_K)=\left[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\left[c_{ij}^{e_R}(\mathbf{D}_K)\right]^2\right]^{1/2}+\left[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\left[c_{ij}^{e_m}(\mathbf{D}_K)\right]^2\right]^{1/2}, \qquad (9)$$

в котором вместо функций времени используются их дискретные разложения по ортогональному базису $\mathbf{\Phi}(t)=\left[\varphi_1(t),\ldots,\varphi_p(t)\right]^{\mathrm{T}}$, где $\varphi_i(t)$, $i=\overline{1,p}$ – элементы некоторой системы ортогональных функций. Эти разложения имеют вид векторов или матриц, элементами которых являются коэффициенты данных разложений ($c_{ij}^{e_R}$ и $c_{ij}^{e_m}$ в (9)). Методы, основанные на использовании таких разложений, называют проекционными, а сами разложения – проекционными характеристиками функций времени, в качестве которых могут выступать сигналы или временные характеристики динамических систем. В последнем случае проекционная характеристика рассматривается как результат проекционной аппроксимации оператора системы и называется матричным оператором системы. В настоящей диссертации в качестве ортогонального базиса $\mathbf{\Phi}(t)$ используется ортонормированная система функций Уолша, упорядоченных по Уолшу.

Таким образом, результатом идентификации числовых характеристик случайных физических параметров ЭГСП с использованием разработанного алгоритма является вектор $\bar{\mathbf{D}}_K = arg\min\limits_{\mathbf{D}_K\in\mathbb{R}} J^*(\mathbf{D}_K)$ или вектор $\bar{\mathbf{R}}_K$, определяемый аналогично. Главной особенностью данного алгоритма является использование для вычисления функционала (9) так называемой усредненной проекционной модели стохастической системы, получаемой в результате проекционной аппроксимации стохастической модели ЭГСП (7) или любой другой стохастической модели, представимой в форме (1). Усредненная проекционная модель используется для вычисления коэффициентов разложения $c_{ij}^{e_R}(\mathbf{D}_K)$, $c_{ij}^{e_m}(\mathbf{D}_K)$ в (9), которые являются элементами квадратных матриц проекционных характеристик $\mathbf{C}^{e_R}(\mathbf{D}_K)$, $\mathbf{C}^{e_m}(\mathbf{D}_K)$ функций $e_R(t_1,t_2,\mathbf{D}_K)$, $e_m(t_1,t_2,\mathbf{D}_K)$ соответственно. Данные матрицы определяются как

$$\mathbf{C}^{e_R}(\mathbf{D}_K)=\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{и}}}-\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K);$$

$$\mathbf{C}^{e_m}(\mathbf{D}_K)=\mathbf{C}^{m_x^{\text{и}}}\left(\mathbf{C}^{m_x^{\text{и}}}\right)^{\mathrm{T}}-\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)\left(\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)\right)^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{C}^{m_x^{\text{и}}}$, $\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)$, $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{и}}}$, $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)$ – проекционные характеристики функций $m_x^{\text{и}}(t)$, $m_x^{\text{р}}(t,\mathbf{D}_K)$, $R_{xx}^{\text{и}}(t_1,t_2)$, $R_{xx}^{\text{р}}(t_1,t_2,\mathbf{D}_K)$ соответственно; т – знак транспонирования. Для систем с переменными случайными параметрами вектор $\mathbf{D}_K$ заменяется на $\mathbf{R}_K$. Матрицы $\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)$, $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K)$ в свою очередь вычисляются с использованием усредненной проекционной модели, которая строится с использованием приема приближения стохастического оператора системы рядом Неймана, что значительно упрощает усреднение данного оператора. Подобный подход, но основанный на использовании стохастических функций Грина, был предложен Дж. Адомианом, применен к спектральному представлению моделей нестационарных систем В.В. Солодовниковым и В.В. Семеновым и развит в рамках приложений методов теории матричных операторов А.М. Макаренковым.

Усредненная проекционная модель формально представляется следующими выражениями:

$$\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K) = \mathsf{M}\left[\left(\bar{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\right)\right]\mathbf{C}^{m_y}; \tag{10}$$

$$\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{р}}}(\mathbf{D}_K) = \mathsf{M}\left[\begin{array}{c}\left(\bar{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\right)\left(\mathbf{C}^{R_{yy}} + \mathbf{C}^{m_y}\left(\mathbf{C}^{m_y}\right)^{\text{T}}\right)\times \\ \times\left(\bar{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\right)^{\text{T}}\end{array}\right] - \mathbf{C}^{m_x}\left(\mathbf{C}^{m_x}\right)^{\text{T}}, \tag{11}$$

где $\mathsf{M}[\cdot]$ – оператор математического ожидания, применяемый с учетом предположения о статистической независимости сигнала y и случайных коэффициентов a_i, b_j; $\mathbf{C}^{m_y}$, $\mathbf{C}^{R_{yy}}$ – проекционные характеристики математического ожидания $m_y(t)$ и автокорреляционной функции $R_{yy}(t_1,t_2)$ входного сигнала, определяемые, соответственно, как

$$\mathbf{C}^{m_y} = \int_0^T m_y(\tau)\mathbf{\Phi}(\tau)\,d\tau; \qquad \mathbf{C}^{R_{yy}} = \int_0^T\int_0^T R_{yy}(\tau_1,\tau_2)\mathbf{\Phi}(\tau_1)\mathbf{\Phi}^{\text{T}}(\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2,$$

которые могут вычисляться с использованием известных алгоритмов быстрых преобразований.

Стохастический матричный оператор $\tilde{\mathbf{A}}$ в выражениях (10), (11) определяется в виде следующей суммы k членов ряда Неймана:

$$\tilde{\mathbf{A}}(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K) \approx \mathbf{A}_{x0}\sum_{\nu=1}^{k}(-1)^{\nu}\left(\tilde{\mathbf{A}}_x(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\mathbf{A}_{x0}\right)^{\nu}\times$$
$$\times\left(\bar{\mathbf{A}}_y + \tilde{\mathbf{A}}_y(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\right). \tag{12}$$

Случайные матрицы в выражении (12) для стохастических моделей с постоянными случайными параметрами определяются через случайные составляющие коэффициентов уравнения (1) следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{A}}_x(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K) = \sum_{i=0}^{n-1}\tilde{a}_i(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K)\left(\mathbf{P}^{n-i}\right)^{\text{T}};$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_y\left(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K\right)=\sum_{j=0}^{m}\tilde{b}_j\left(V_1,\ldots,V_N,\mathbf{D}_K\right)\left(\mathbf{P}^{n-j}\right)^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{P}$ – матричный оператор интегрирования в базисе функций Уолша.

Для стохастических моделей с переменными случайными параметрами эти же случайные матрицы определяются как

$$\tilde{\mathbf{A}}_x\left(V_{1s},\ldots,V_{Ns},\mathbf{R}_K\right)=\left(\mathbf{P}^n\right)^{\mathrm{T}}\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{A}_M^{\tilde{a}_i}\left(\sum_{s=1}^{u}V_{1s}\mathbf{A}_M^{\Psi_{1s}}\left(\mathbf{R}_1\right),\ldots,\sum_{s=1}^{u}V_{Ns}\mathbf{A}_M^{\Psi_{Ns}}\left(\mathbf{R}_N\right)\right)\left(\mathbf{P}^{-i}\right)^{\mathrm{T}};$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_y\left(V_{1s},\ldots,V_{Ns},\mathbf{R}_K\right)=\left(\mathbf{P}^n\right)^{\mathrm{T}}\sum_{j=0}^{m}\mathbf{A}_M^{\tilde{b}_j}\left(\sum_{s=1}^{u}V_{1s}\mathbf{A}_M^{\Psi_{1s}}\left(\mathbf{R}_1\right),\ldots,\sum_{s=1}^{u}V_{Ns}\mathbf{A}_M^{\Psi_{Ns}}\left(\mathbf{R}_N\right)\right)\left(\mathbf{P}^{-j}\right)^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{A}_M$ – матричный оператор умножения на функцию времени, указанную верхним индексом, построенный для базиса функций Уолша. При этом матричный оператор $\tilde{\mathbf{A}}$ в выражениях (10), (11) будет также зависеть от $V_{1s},\ldots,V_{Ns},\mathbf{R}_K$.

Детерминированные матрицы $\bar{\mathbf{A}}$ и $\mathbf{A}_{x0}$ в выражениях (10), (11) определяются следующим образом: $\bar{\mathbf{A}}=\left(\mathbf{I}+\bar{\mathbf{A}}_x\right)^{-1}\bar{\mathbf{A}}_y$; $\mathbf{A}_{x0}=\left(\mathbf{I}+\bar{\mathbf{A}}_x\right)^{-1}$, $\mathbf{I}$ – единичная матрица. При этом детерминированные матрицы $\bar{\mathbf{A}}_x$ и $\bar{\mathbf{A}}_y$ для стохастических моделей с постоянными случайными параметрами определяются как

$$\bar{\mathbf{A}}_x=\sum_{i=0}^{n-1}m_{a_i}\left(m_{K_1},\ldots,m_{K_N}\right)\left(\mathbf{P}^{n-i}\right)^{\mathrm{T}};\qquad \bar{\mathbf{A}}_y=\sum_{j=0}^{m}m_{b_j}\left(m_{K_1},\ldots,m_{K_N}\right)\left(\mathbf{P}^{n-j}\right)^{\mathrm{T}},$$

а для моделей с переменными случайными параметрами – как

$$\bar{\mathbf{A}}_x=\left(\mathbf{P}^n\right)^{\mathrm{T}}\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{A}_M^{m_{a_i}}\left(\mathbf{A}_M^{m_{K_1}},\ldots,\mathbf{A}_M^{m_{K_N}}\right)\left(\mathbf{P}^{-i}\right)^{\mathrm{T}};$$

$$\bar{\mathbf{A}}_y=\left(\mathbf{P}^n\right)^{\mathrm{T}}\sum_{j=0}^{m}\mathbf{A}_M^{m_{b_j}}\left(\mathbf{A}_M^{m_{K_1}},\ldots,\mathbf{A}_M^{m_{K_N}}\right)\left(\mathbf{P}^{-j}\right)^{\mathrm{T}}.$$

Чтобы воспользоваться выражениями (10), (11) для практического вычисления $\mathbf{C}^{m_x^{\mathrm{p}}}\left(\mathbf{D}_K\right)$ и $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\mathrm{p}}}\left(\mathbf{D}_K\right)$ при минимизации функционала (9) методом прямого поиска, необходимо выполнить операцию усреднения $\mathsf{M}\left[\cdot\right]$. Именно поэтому проекционная модель стохастической системы, описываемая выражениями (10), (11) с использованием стандартных случайных величин V, удобна для усреднения с учетом возможного наличия жесткой статистической связи между коэффициентами уравнения (1).

Усреднение выражений (10), (11) выполняется аналитически с использованием следующего правила представления смешанных центральных моментов для четного числа r центрированных случайных величин v_r, имеющих нормальный закон распределения и представленных как $v_r=V\sqrt{D_{v_r}}$:

$$\mathsf{M}\left[\prod_{s=1}^{r}v_r\right]=\mu_r^V\prod_{s=1}^{r}\sqrt{D_{v_r}},\qquad(13)$$

где μ_r^V – центральный момент r-го порядка стандартной случайной величины V (случайные величины $V_1,\ldots,V_N$, $V_{1s},\ldots,V_{Ns}$ в (10), (11)); D_{v_r} – компоненты вектора $\mathbf{D}_K$. Для нечетного r момент (13) равен нулю ввиду равенства нулю μ_r^V.

Центральный момент μ_r^V в (13) выражается через дисперсию случайной величины V с помощью следующего соотношения, которое является тождеством по λ и устанавливает связь между начальными моментами α_r и кумулянтами χ_r скалярной случайной величины:

$$\sum_{r=0}^{n_1} \alpha_r \frac{\lambda^r}{r!} = \prod_{r=1}^{n_2} \sum_{k=0}^{n_1} \left(\frac{\chi_r \lambda^r}{r!}\right)^k \frac{1}{k!}, \tag{14}$$

где n_1 – порядок момента, выражаемого через кумулянты порядка до n_2 включительно. При этом $\mu_r^V = \alpha_r$ ввиду центрированности V. Сравнение членов при одинаковых степенях λ в левой и правой части (14), позволяет получить формулы, связывающие начальные моменты и кумулянты.

Таким образом, выполнение операции усреднения $\mathsf{M}[\cdot]$ в (10), (11) сводится к представлению стохастических моментов порядка выше второго стандартной случайной величины V через стохастические моменты первого и второго порядков при почленном усреднении рядов в выражениях (10), (11) с автоматическим учетом возможного наличия жесткой статистической связи между коэффициентами уравнения (1).

Важным моментом, позволяющим упростить вычисление функционала (9), является аддитивный характер влияния фактора случайности параметров системы на математическое ожидание и автокорреляционную функцию ее выходного сигнала, следующий из выражений (10), (11), в которых матричный оператор стохастической системы определяется как сумма детерминированного и стохастического операторов: $\bar{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}(V_1,\ldots,V_N, \mathbf{D}_K)$. На основе этого факта предложено вычислять матрицы $\mathbf{C}^{m_x^{\text{p}}}(\mathbf{D}_K)$ и $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{p}}}(\mathbf{D}_K)$ путем последовательного независимого учета влияния каждого из N случайных параметров с последующим суммированием результатов этого влияния, а вместо представления (3) использовать (4) для каждого случайного параметра в отдельности.

На основе вышеописанных принципов построения усредненной проекционной модели стохастической системы разработана следующая методика проекционной аппроксимации стохастической модели ЭГСП:

1) переход от исходной модели (7) к универсальной модели в форме (1). Для рассматриваемого класса систем, описываемых линейными моделями, коэффициенты уравнения (1) будут линейно зависеть от коэффициентов модели (7), поэтому легко записать выражения (4) или (6), аналитически связывающие числовые характеристики случайных коэффициентов уравнения (1) с числовыми характеристиками случайных физических параметров (коэффициентов) модели (7), в которых учитывается жесткая статистическая связь коэффициентов уравнения (1) через одну общую случайную величину V или через общие случайные $V_s,\ldots,V_u$, если случайный параметр является переменным и представляется в виде (5);

2) подстановка аналитического (символьного) представления суммы матричного ряда (12) в выражения (10), (11) с последующим представлением этих выражений в виде матричных рядов в символьной форме;

3) почленное аналитическое усреднение полученных матричных рядов с использованием соотношений (13), (14). В результате получаются развернутые формулы (10), (11), в аналитическом виде связывающие проекционные характеристики $\mathbf{C}^{m_x^{\text{р}}}$ и $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{р}}}$ с числовыми характеристиками каждого из N случайных параметров конкретной стохастической модели, используемые при вычислении функционала (9).

Все вышеописанные этапы реализуются с помощью разработанных алгоритмов автоматических аналитических преобразований, представленных в главе 4 диссертации.

Разработанный алгоритм идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП включает выполнение следующих основных шагов:

1) вычисление оценок функций $m_x^{\text{и}}(t)$ и $R_{xx}^{\text{и}}(t_1,t_2)$ путем усреднения случайного выходного сигнала реального ЭГСП по множеству измеренных реализаций (записей перемещений штока поршня $x(t)$), каждая из которых является реакцией на детерминированный тестовый ступенчатый электрический сигнал $y(t)$, многократно подаваемый на вход ЭГСП в ходе стендовых испытаний;

2) вычисление проекционных характеристик $\mathbf{C}^{m_x^{\text{и}}}$, $\mathbf{C}^{R_{xx}^{\text{и}}}$ для полученных оценок $m_x^{\text{и}}(t)$, $R_{xx}^{\text{и}}(t_1,t_2)$ и проекционных характеристик $\mathbf{C}^{m_y}$, $\mathbf{C}^{R_{yy}}$ для тестового входного сигнала с использованием алгоритма быстрого преобразования Уолша;

3) задание нулевых начальных значений элементов вектора $\bar{\mathbf{D}}_K$ или $\bar{\mathbf{R}}_K$;

4) Минимизация функционала (9) методом прямого поиска, в качестве которого используется метод Нелдера-Мида. При этом на каждом шаге поиска минимума для вычисления значения данного функционала используется усредненная проекционная модель ЭГСП в виде развернутых формул (10), (11), выведенных отдельно для каждого случайного физического параметра K_q в соответствии с вышеописанным принципом последовательного независимого учета влияния каждого из N случайных параметров. В результате находятся элементы вектора $\bar{\mathbf{D}}_K$ или $\bar{\mathbf{R}}_K$, доставляющие минимум данному функционалу и являющиеся таким образом результатом решения задачи идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП (7).

В третьей главе описана конструкция и стохастическая модель ЭГСП, показана методика ее проекционной аппроксимации, представлены результаты вычислительных экспериментов по идентификации дисперсий и автокорреляционных функций случайных физических параметров модели (7) с использованием разработанного алгоритма. Характеристики случайных параметров в экспериментах считаются известными, выступая в качестве эталонных значений, позволяющих оценить точность идентификации.

Пример результатов идентификации дисперсии случайного коэффициента вязкого трения на золотнике ЭГУ (случайный физический параметр $h_3^{\text{сл}}$ модели (7)) по данным статистической обработки множества реализаций выходного сигнала ЭГСП (математическое ожидание, представленное на Рис. 1 и автокорреляционная функция, представленная на Рис. 2) приведен в Таблице 1. Полученные оценки значения дисперсии (верхняя половина клетки) демонстрируют зависимость относительной ошибки идентификации (нижняя половина клетки) от числа измеренных реализаций случайного выходного сигнала $N_{\text{р}}$. Эталонное значение

$D_{h_3^{\text{сл}}} = 0{,}0011\left(\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}\right)^2$ при $m_{h_3^{\text{сл}}} = 0{,}25\ \text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}$.

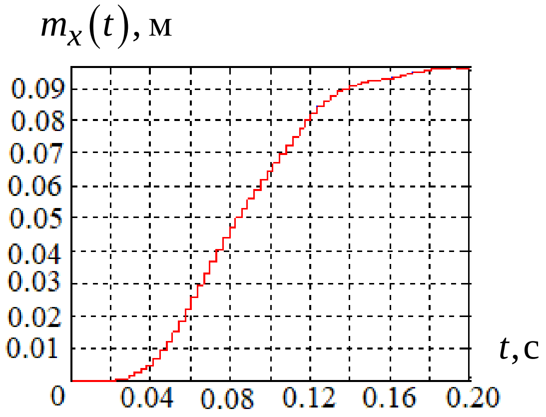

Рис. 1. Математическое ожидание выходного сигнала ЭГСП

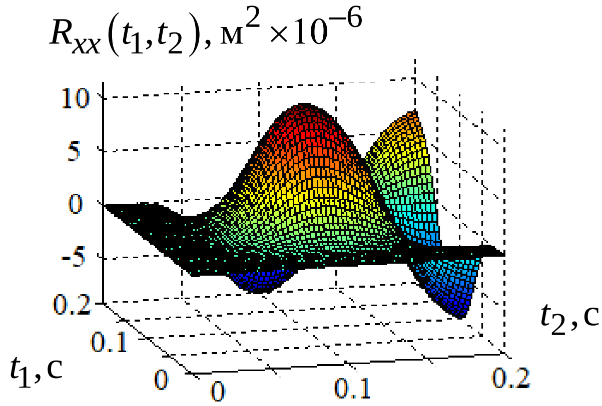

Рис. 2. Автокорреляционная функция выходного сигнала ЭГСП

Таблица 1

T, с	Идентифицированное значение дисперсии $D_{h_3^{\text{сл}}}$					
	$N_{\text{р}} = 4000$	$N_{\text{р}} = 2000$	$N_{\text{р}} = 1000$	$N_{\text{р}} = 500$	$N_{\text{р}} = 250$	$N_{\text{р}} = 100$
0.20	0.001125	0.0010625	0.0010625	0.0011875	0.0011875	0.0009375
	2.3%	3.4%	3.4%	7.9%	7.9%	14.8%
0.15	0.0010625	0.0010625	0.0010625	0.0010625	0.0009375	0.0009375
	3.4%	3.4%	3.4%	3.4%	14.8%	14.8%
0.10	0.0010625	0.0010625	0.0010625	0.0010000	0.0009375	0.0014375
	3.4%	3.4%	3.4%	9.1%	14.8%	30.7%
0.05	0.0010625	0.0010625	0.0010000	0.0010000	0.0010000	0.001375
	3.4%	3.4%	9.1%	9.1%	9.1%	25%

Время решения задачи идентификации на персональном компьютере с характеристиками CPU Intel Core 2 6600 @ 2.40GHz, RAM 3.0 GB составило около 14 секунд.

Результаты идентификации параметров D и b автокорреляционной функции $R_{k_{\text{ос}}^{\text{сл}}k_{\text{ос}}^{\text{сл}}}(t_1,t_2) = De^{-b|t_1-t_2|}$ переменного случайного коэффициента обратной связи $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}(t)$ представлены в Таблице 2, где также показано влияние погрешности измерения выходного сигнала ЭГСП на точность идентификации. Эталонные значения параметров автокорреляционной функции случайного коэффициента $k_{\text{ос}}^{\text{сл}}(t)$: $D = 0{,}0005$, $b = 1$. Время решения задачи идентификации данных параметров на том же персональном компьютере составило около 30 секунд.

Таблица 2

<table>
<tr><td rowspan="3">T, с</td><td colspan="6">Идентифицированные значения параметров D и b автокорреляционной функции $R_{k_{\text{ос}}^{\text{сл}} k_{\text{ос}}^{\text{сл}}}(t_1, t_2) = De^{-b|t_1 - t_2|}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">шум измерений 10%</td><td colspan="2">шум измерений 5%</td><td colspan="2">шум измерений 1%</td></tr>
<tr><td>D</td><td>b</td><td>D</td><td>b</td><td>D</td><td>b</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.7</td><td>0.00047</td><td>1.1294</td><td>0.00056</td><td>1.0082</td><td>0.00055</td><td>0.9937</td></tr>
<tr><td>6%</td><td>13%</td><td>12%</td><td>1%</td><td>10%</td><td>0,6%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.3</td><td>0.00051</td><td>1.160</td><td>0.00049</td><td>0. 9761</td><td>0.00050</td><td>0.9512</td></tr>
<tr><td>2%</td><td>15%</td><td>2%</td><td>2%</td><td>0,03%</td><td>5%</td></tr>
</table>

Результаты вычислительных экспериментов демонстрируют относительную устойчивость алгоритма идентификации к ошибкам измерения выходного сигнала системы, а также говорят о возможности уменьшения интервала исследования и объема обрабатываемых данных.

В четвертой главе описано разработанное алгоритмическое и программное обеспечение, предназначенное для идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП, а также универсальные алгоритмы и программы идентификации этих характеристик для рассматриваемого класса стохастических систем. Рассмотрены вопросы автоматизации аналитических преобразований, выполняемых при построении усредненных проекционных моделей систем со случайными параметрами.

Разработаны алгоритмы аналитических преобразований, автоматизирующие вывод формул, выражающих числовые характеристики случайных коэффициентов уравнения (1) через числовые характеристики случайных физических параметров исходной модели системы управления, а также алгоритмы, реализующие операции аналитического усреднения в выражениях (10), (11).

Разработанные программы и библиотеки функций написаны на языке системы MATLAB с использованием функций пакета Symbolic Math Toolbox и некоторых функций поддержки программной реализации проекционных методов.

В заключении перечислены результаты диссертационной работы и сделаны выводы о возможностях и преимуществах применения проекционных методов и аппарата матричных операторов для решения задач идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП.

В приложении приведены полные исходные тексты разработанных программ, которые использовались при выполнении всех расчетов в диссертационной работе, а также исходные тексты заимствованных функций, что позволяет воспроизвести полученные результаты на любом компьютере с установленной системой MATLAB.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Применение проекционного метода позволило разработать алгоритм идентификации числовых характеристик случайных параметров стохастической модели ЭГСП, который может быть применен для построения стохастических моделей подобных систем. Преимуществами данного алгоритма являются универсальность, обусловленная общей формой математической модели стохастической системы, к которой легко приводится большинство моделей реальных систем со случайными параметрами и вычислительная эффективность, обусловленная использованием матричных вычислений, характеризуемых высокой степенью параллелизма операций.

Получены следующие основные результаты:

1) разработана методика проекционной аппроксимации математической модели ЭГСП в классе стохастических систем с постоянными и переменными случайными параметрами;

2) построена усредненная проекционная модель ЭГСП, выражающая в операторной форме аналитическую зависимость математического ожидания и корреляционной функции выходного сигнала ЭГСП от числовых характеристик его случайных физических параметров;

3) разработан алгоритм идентификации дисперсий и автокорреляционных функций случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП, основанный на минимизации функционала, задающего критерий ошибок идентификации, который вычисляется с использованием усредненной проекционной модели стохастической системы;

4) в рамках вычислительного эксперимента исследовано влияние фактора случайности параметров ЭГСП на его динамические свойства, выполнена идентификация числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП с использованием разработанного алгоритма, оценена точность решения задачи идентификации;

5) разработано программное обеспечение, реализующее алгоритм идентификации числовых характеристик случайных физических параметров стохастической модели ЭГСП.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ

1. Аунг Чжо Со, Макаренков А.М., Серегина Е.В. Идентификация числовых характеристик случайных параметров систем управления с применением проекционного метода // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 9. С. 193-208. (0,7 п.л. / 0,5 п.л.)
2. Макаренков А.М., Тин Эй Чжо, Аунг Чжо Со Оптимизация параметров ПИД-регулятора с учетом случайности параметров объекта управления // Автоматизация. Современные технологии. 2019. Т. 73. № 2, С. 80-87. (0,7 п.л. / 0,25 п.л.)
3. Аунг Чжо Со, Макаренков А.М., Мьо Паинг Сат. Идентификация случайных параметров математической модели электрогидравлического следящего привода // Фундаментальные исследования. 2016. № 2, Ч. 2. С. 231-235. (0,5 п.л. / 0,4 п.л.)
4. Макаренков А.М., Аунг Чжо Со. Идентификация случайных параметров моделей систем автоматического управления // Научное обозрение. 2015. № 2. С. 69-79. (0,7 п.л. / 0,4 п.л.)
5. Аунг Чжо Со, Макаренков А.М., Широкова З.Г. Опыт идентификации случайных параметров модели электрогидравлического привода // Научное обозрение. 2015. № 2. С. 61-68. (0,5 п.л. / 0,3 п.л.)

Аунг Чжо Со

Идентификация числовых характеристик случайных
параметров стохастической модели
электрогидравлического следящего привода
с применением проекционного метода

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Подписано в печать __.__.2019 г.
Формат бумаги 60x84 1/16. Печать офсетная. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».
Печ. л. __, Усл. п. л. __. Тираж __ экз. Заказ № ___.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в Редакционно-издательском отделе
КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана
248000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 57-31-87