

На правах рукописи

Неровный Николай Алексеевич

**Математическое моделирование силы давления
излучения на крупногабаритные космические
конструкции произвольной геометрической формы**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук



Москва – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном
образовательном учреждении высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: доктор технических наук,
старший научный сотрудник
Зимин Владимир Николаевич

Официальные оппоненты: **Пономарев Сергей Васильевич**
доктор физико-математических наук, стар-
ший научный сотрудник, Научно-исследова-
тельский институт прикладной математики и
механики при федеральном государственном
автономном образовательном учреждении выс-
шего образования «Национальный исследова-
тельский Томский государственный универси-
тет», и.о. заведующего отделом

Архипов Михаил Юрьевич
кандидат технических наук, Астрокосмиче-
ский центр Физического института имени
П.Н. Лебедева Российской академии наук,
старший научный сотрудник отдела космиче-
ских конструкций

Ведущая организация: Акционерное общество «Информационные
спутниковые системы» имени академика
М.Ф. Решетнева

Защита состоится «_____» _____ 2018 г. в _____ часов _____ минут на засе-
дании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном
техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва,
2-я Бауманская ул., д.5, стр.1, зал заседания Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государствен-
ного технического университета имени Н.Э. Баумана и на сайте www.bmstu.ru.

Автореферат разослан «_____» _____ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент



Аттетков
Александр
Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. В настоящее время активно ведутся исследования явления светового давления и его использования в ряде практических задач. Активно развиваются разработки в области солнечных парусов, при этом до сих пор остаются слабо изученными вопросы, связанные с оптическим несовершенством применяемых в солнечных парусах материалов, с определением силы светового давления на тела сложной геометрии, в особенности при наличии самозатенения и переотражения. В создание математических моделей светового давления в разные годы внесли свой значительный вклад такие исследователи, как Дж.К. Максвелл, П.Н. Лебедев, Ф.А. Цандер, И.О. Ярковский, Д. Вокрушлике, П.Е. Эльясберг, М.Б. Балк, А.П. Скопцов, В.П. Легостаев, Е.Н. Поляхова, Б.В. Раушенбах, Е.Н. Токарь, В.В. и Вас.В. Сазоновы, Л.Д. Акуленко, Ф.Л. Черноусько, Д.Д. Лещенко, С.П. Трофимов, Е.Н. Чумаченко, С.И. Шматов, О.Л. Старинова, Р. Макнил, В. Вилки, Д. Гуеррант, Д. Лоуренс, М. Макдональд, Р. Форвард, Д. Ширс, Л. Риос-Райс, Дж. Макмахон и др.

Для тел выпуклой формы ранее другими авторами были получены тензорные соотношения, которые позволяют отделить описание свойств поверхности космического аппарата от его ориентации. Однако предложенная модель не применима к телам, конфигурация которых существенно изменяется при его вращении, в простейшем случае — для плоской пластины, оптические свойства сторон которой различны, когда изменяется набор освещенных частей поверхности, если в конструкции космического аппарата наблюдается самозатенение, переотражение, другие эффекты. Необходимо разработать более полную математическую модель светового давления на тела сложной геометрической формы.

Цель диссертационной работы – разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программная реализация методики расчета сил светового давления на крупногабаритные космические конструкции.

Для достижения поставленных целей потребовалось решение **следующих основных задач**:

1. Разработка модели расчета главного вектора и главного момента сил светового давления, действующих на космический аппарат сложной формы, учитывающей самозатенение и переотражение в конструкции.
2. Разработка вычислительных алгоритмов, реализующих разработанные

модели.

3. Программная реализация алгоритмов в виде многофункционального программного комплекса, его тестирование и верификация на примерах решения задач, имеющих экспериментальные аналоги.

Методы исследования. При решении задач, возникших в ходе выполнения диссертационной работы, использовались различные классы методов: механики сплошной среды и математической физики, матричного и тензорного анализа и численного анализа математических моделей.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные результаты, выносимые на защиту.

1. Математическая модель для определения главного вектора и главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты произвольной геометрической формы.

2. Численные алгоритмы расчета главного вектора и главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты.

3. Программный комплекс, реализующий разработанные алгоритмы расчета главного вектора и главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты, в том числе для зеркально-диффузного случая.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в том, что разработанная методика позволяет значительно сократить вычислительные затраты при моделировании динамики движения крупногабаритных космических конструкций, существенно чувствительных к воздействию светового давления. Результаты первой главы получены в ходе работы по госзаданию Министерства образования и науки Российской Федерации (тема № 9.7036.2017/БЧ «Фундаментальные проблемы создания крупногабаритных модульных космических рефлекторов крупноапертурных многолучевых антенн с высокоскоростными каналами приема, обработки и передачи информации»). Результаты второй и третьей глав получены в ходе выполнения работ при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках мероприятия 1.3 федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (Соглашение от 26 сентября 2017 года № 14.577.21.0247, уникальный идентификатор работ RFMEFI57717X0247). Результаты четвертой главы получены в рамках сотрудничества с Астрокосмическим центром Учре-

ждения Российской академии наук Физического института имени П.Н.Лебедева РАН в рамках выполнения международного проекта по разработке космического телескопа «Миллиметрон». Результаты раздела П.3 приложения использованы Публичным акционерным обществом «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва» совместно с МГТУ им. Н.Э. Баумана при разработке космического эксперимента «Парус-МГТУ».

Достоверность и обоснованность научных результатов и выводов гарантируется строгостью используемого математического аппарата и подтверждается сравнением результатов моделирования с известными результатами других авторов и результатами натурного эксперимента. Сформулированные в работе допущения обоснованы как путем их содержательного анализа, так и методами математического моделирования.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и симпозиумах: «3rd International Symposium on Solar Sailing» (Глазго, Великобритания, 2013), «XVIII Решетневские чтения» (Красноярск, 2014), «Topical problems in continuum mechanics 2015» (Цахкадзор, Армения, 2015), «Young Scientists School-Conference MECHANICS-2016» (Цахкадзор, Армения, 2016), «XX Решетневские чтения» (Красноярск, 2016), «4th International Symposium on Solar Sailing» (Киото, Япония, 2017).

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 9 научных работах, в том числе в 4 статьях, входящих в Перечень российских рецензируемых научных изданий и журналов, и в 4 научных публикациях в изданиях, входящих в международную реферативную базу данных и систему цитирования Scopus.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю; заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, списка условных обозначений, 4 глав, заключения, списка литературы и приложения. Диссертационная работа изложена на 210 страницах, содержит 51 иллюстрацию. Библиография включает 243 наименования.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность избранной темы, цель и задачи, методы диссертационного исследования, научная новизна, практическая значимость, степень достоверности и апробация результатов.

Представлена история развития методов расчета светового давления на космические конструкции, неразрывно связанная с развитием технологии солнечных парусов, называемых в литературе иногда световыми или фотонными парусами. Показано становление теоретических методов определения светового давления на конструкции различной геометрии. Выделен вклад выдающихся специалистов в области баллистики и динамики космического полета. Приведен обзор современных космических программ, связанных с исследованием и использованием светового давления в космическом полете.

В первой главе выводятся соотношения для определения давления излучения на бесконечно малый элемент с помощью теории взаимодействия излучения с преградой, описанной в известной монографии Р. Зигеля и Дж. Хауэлла (Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. М. : Мир, 1975. 935 с.), а также вывод тензорных соотношений для главных вектора и момента светового давления, известных как обобщенная модель солнечного паруса (Generalized Sail Model, GSM) (Rios-Reyes L., Scheeres D. J. Generalized model for solar sails // Journal of Spacecraft and Rockets. 2005. Vol. 42. No. 1. P. 182–185), для ее последующего развития в следующих главах, в более строгой формулировке по сравнению с известными доступными источниками.

В преобразованиях осуществляется интегрирование по всему электромагнитному спектру, однако, для простоты, термины «давление излучения» и «давление света» считаются равнозначными.

В разделе 1.1 представлен вывод выражения для светового давления на бесконечно малый элемент поверхности космической конструкции. В рассматриваемой модели источник света представляется точечным, при этом единичный вектор \hat{s} , задающий направление от источника (например, Солнца), не изменяет своего направления для любого участка поверхности, т.е. поток излучения считается плоскопараллельным.

Вектор \hat{s} задается следующим образом:

$$\hat{s}(\beta_0, \theta_0) = -\sin \beta_0 \cos \theta_0 \hat{e}'_1 - \sin \beta_0 \sin \theta_0 \hat{e}'_2 - \cos \beta_0 \hat{e}'_3,$$

где β_0 – угол между нормалью к поверхности $\hat{\mathbf{n}}$, которая совпадает с осью $O'x'_3$, и направлением от Солнца, θ_0 – угол между проекцией вектора направления от Солнца на плоскость $O'x'_1x'_2$ и осью $O'x'_1$, $\hat{\mathbf{e}}'_i, i = 1, 2, 3$, – орты локальной системы координат $O'x'_1x'_2x'_3$.

Для вклада в световое давление от собственного излучения используется модель симметричной относительно оси $O'x'_3$, совпадающей с нормалью, индикатрисы излучения:

$$\varepsilon' = \varepsilon f_\varepsilon(\beta),$$

где ε – коэффициент излучения, $\varepsilon = \text{const}$. Введем параметр B :

$$B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_\varepsilon(\beta) \cos^2 \beta d\beta.$$

Для диффузного случая, если $f_\varepsilon(\beta) = \cos \beta$, что выражает закон Ламберта, то $B = 2/3$. В литературе данный параметр иногда называют коэффициентом Ламберта. Для отражения света используется модель зеркально–диффузного отражения Максвелла:

$$\rho''(\beta, \theta, \beta^R, \theta^R) = 2\pi(1 - s)\rho f_\varepsilon(\beta^R) + 2\pi\rho s\delta(\beta^R - \beta_0)\delta(\theta^R - \theta_0 - \pi),$$

где ρ'' – двунаправленная функция отражения, β, θ – углы, задающие направление падающего излучения, β^R, θ^R – углы, задающие направление отраженного излучения, s – коэффициент зеркальности (1 для полностью зеркального отражения, 0 для полностью рассеивающего отражения), δ – дельта–функция Дирака, ρ – коэффициент отражения.

Рассматривается элементарная сила светового давления на бесконечно малый элемент dA . Вклад поглощенного излучения учитывается стандартным для теории солнечного давления способом: считается, что падающее излучение полностью передает количество движения преграде. Не учитывается вклад в световое давление от пропущенного излучения, от явления полного обратного отражения.

После суммирования составляющих светового давления и интегрирования по полусфере итоговое выражение для элементарной силы светового давления

принимает следующий вид

$$d\mathbf{F} = \frac{q_0}{c} \left[-\frac{\varepsilon B \sigma T^4}{q_0} \hat{\mathbf{n}} - (1 - \rho s)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} + \rho(1 - s)B(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} - 2\rho s(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}} \right] dA,$$

причем для солнечных парусов данное выражение возможно упростить следующим образом:

$$d\mathbf{F} = P(R) \left[-a_1(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} + a_2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} - 2a_3(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}} \right] dA, \quad (1)$$

где $P(R)$ – величина светового давления, определяемая как

$$P(R) = \frac{q_0(R)}{c};$$

$q_0(R)$ – солнечная постоянная, которая зависит от расстояния R до Солнца, c – скорость света в вакууме; a_1, a_2, a_3 – обобщенные оптические параметры, определяемые следующим образом:

$$a_1 = 1 - \rho s; \quad a_2 = B_f \rho(1 - s) + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}; \quad a_3 = \rho s;$$

B_f, B_b, ε_f и ε_b – коэффициенты Ламберта и излучательные способности освещенной и затененной сторон паруса соответственно.

Рассматривая положение элементарной площадки dA , задаваемое радиусом-вектором \mathbf{r} относительно некоторого полюса в глобальной системе координат $Ox_1x_2x_3$, запишем выражение для момента от элементарной силы светового давления относительно данного полюса:

$$d\mathbf{M} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = P(R) \left[-a_1(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}) + a_2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) - 2a_3(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) \right] dA. \quad (2)$$

В разделе 1.2 представлен вывод тензорных соотношений для главного вектора и главного момента светового давления в рамках модели GSM.

Интегрируя выражение (1) по всей поверхности, получим выражение для главного вектора светового давления на солнечный парус:

$$\mathbf{F} = P(R) \left[\mathcal{J}^2 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathcal{J}^3 \right] \cdot \hat{\mathbf{s}}, \quad (3)$$

где

$$\mathcal{J}^2 = \int_A a_2 \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} dA; \quad \mathcal{J}^3 = \int_A \left[a_1 \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathcal{E}^2 + 2a_3 \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \right] dA,$$

\mathcal{E}^2 – единичный тензор второго ранга.

Аналогично получим выражение для главного момента сил светового давления, интегрируя выражение (2) по всей поверхности:

$$\mathbf{M} = P(R) \left[\mathcal{K}^2 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathcal{K}^3 \right] \cdot \hat{\mathbf{s}}, \quad (4)$$

где

$$\mathcal{K}^2 = \int_A a_2 \mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} dA; \quad \mathcal{K}^3 = \int_A \left[a_1 \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathcal{R}^2 + 2a_3 \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \right] dA,$$

а тензор второго ранга \mathcal{R}^2 введен в качестве замены векторного произведения таким образом, что для любого вектора \mathbf{a} , $\mathbf{r} \times \mathbf{a} = \mathcal{R}^2 \cdot \mathbf{a}$, т.е.

$$\mathcal{R}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В разделе 1.3 исследованы выражения для главного вектора и главного момента сил светового давления на примере плоского солнечного паруса и произведено сравнение с известным решением.

В первой главе получены такие выражения для главного вектора и главного момента светового давления, в математической записи которых возможно аналитически разделить описание ориентации космического аппарата в космосе от описания его поверхности. Однако данные выражения не могут быть записаны для любой произвольной ориентации космического аппарата, так как меняется набор освещенных поверхностей. Представленные выражения не учитывают вклад от отражения света от конструкции КА и от самозатенения.

Во второй главе разрабатывается математическая модель, описывающая главный вектор и главный момент светового давления на тела произвольной формы, развивая модель GSM.

В разделе 2.1 рассматриваются оптически-выпуклые тела: такие оптически непрозрачные тела выпуклой геометрической формы, у которых для любого

элемента поверхности dA не существует другого элемента поверхности, на который бы попадали лучи света, отраженные или излученные исходным бесконечно малым элементом. Для таких тел для любого элемента поверхности dA следует учитывать световое давление со стороны излучения, падающего только на сторону, которая является внешней для тела. Данный факт учитывается путем замены в выражениях (3) и (4) скалярного произведения вектора нормали на вектор направления от источника света следующим выражением:

$$V(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{s}}) = \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} - |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}|}{2},$$

а обобщенные оптические параметры представляются в следующем виде:

$$a_0 = \frac{\varepsilon B \sigma T^4}{q_0}; \quad a_1 = 1 - \rho s; \quad a_2 = B \rho (1 - s); \quad a_3 = \rho s.$$

Функцию модуля возможно представить в виде функционального ряда по полиномам Чебышёва первого рода:

$$\begin{aligned} |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}| &= \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n T_{2n}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})}{-1 + 4n^2} = \\ &= -\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^n (-1)^k n(2n - k - 1)!}{(-1 + 4n^2) k! (2n - 2k)!} 4^{n-k} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^{2(n-k)}. \end{aligned} \quad (5)$$

После преобразований ряд (5) возможно представить в виде следующего степенного ряда:

$$|\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}| \approx \sum_{m=1}^{N_{\max}} B_m (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^{2m}, \quad (6)$$

$$B_m \approx -\frac{(-1)^m 4^{m+1}}{\pi (2m)!} \sum_{n=m}^{N_{\max}} \frac{n(n+m-1)!}{(-1+4n^2)(n-m)!}. \quad (7)$$

В диссертации приводится подробный вывод представленного степенного ряда (6) с коэффициентами (7) в зависимости от числа членов разложения ряда $N_{\max} \rightarrow \infty$.

Используя тензорный подход главы 1, получим аналитические выражения, позволяющие определить главный вектор и главный момент светового давления

на космическую конструкцию выпуклой геометрии:

$$\mathbf{F} \approx P(R) \left(\mathcal{I}^1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \mathfrak{S}(\mathcal{I}^n, \hat{\mathbf{s}}) \right); \quad \mathbf{M} \approx P(R) \left(\mathcal{K}^1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \mathfrak{S}(\mathcal{K}^n, \hat{\mathbf{s}}) \right), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^n &= \int_A \mathcal{J}^n dA; \quad \mathcal{K}^n = \int_A \mathcal{L}^n dA; \\ \mathcal{J}^1 &= -a_0 \hat{\mathbf{n}}; \quad \mathcal{J}^2 = \frac{1}{2} a_2 \mathcal{J}_A^2; \\ \mathcal{J}^3 &= \frac{1}{2} \left(-a_1 \mathcal{J}_B^3 - 2a_3 \mathcal{J}_A^3 - B_1 a_2 \mathcal{J}_A^3 \right); \\ \mathcal{J}^n &= \frac{1}{2} \left(-B_{\frac{n-1}{2}} \frac{1 - (-1)^n}{2} a_2 \mathcal{J}_A^n + B_{\frac{n-2}{2}} \frac{1 + (-1)^n}{2} (a_1 \mathcal{J}_B^n + 2a_3 \mathcal{J}_A^n) \right), \quad n > 3; \\ \mathcal{J}_A^n &= \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}}}_n; \quad \mathcal{J}_B^n = \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}}}_{n-2} \otimes \mathcal{E}^2; \\ \mathcal{L}^1 &= -a_0 (\mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}); \quad \mathcal{L}^2 = \frac{1}{2} a_2 \mathcal{L}_A^2; \quad \mathcal{L}^3 = \frac{1}{2} \left(-a_1 \mathcal{L}_B^3 - 2a_3 \mathcal{L}_A^3 - B_1 a_2 \mathcal{L}_A^3 \right); \\ \mathcal{L}^n &= \frac{1}{2} \left(-B_{\frac{n-1}{2}} \frac{1 - (-1)^n}{2} a_2 \mathcal{L}_A^n + B_{\frac{n-2}{2}} \frac{1 + (-1)^n}{2} (a_1 \mathcal{L}_B^n + 2a_3 \mathcal{L}_A^n) \right), \quad n > 3; \\ \mathcal{L}_A^n &= \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}}}_{n-1} \otimes \mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}; \quad \mathcal{L}_B^n = \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}}}_{n-2} \otimes \mathcal{R}^2. \end{aligned}$$

Векторный оператор $\mathfrak{S}(\mathcal{A}^n, \hat{\mathbf{b}})$, зависящий от тензора \mathcal{A}^n ранга n и некоторого вектора $\hat{\mathbf{b}}$, выражается в индексном виде следующим образом:

$$\mathfrak{S}(\mathcal{A}^n, \hat{\mathbf{b}})_k = \mathcal{A}_{i_1 \dots i_{n-1} k}^n \hat{\mathbf{b}}_{i_1} \dots \hat{\mathbf{b}}_{i_{n-1}},$$

где $i_1 \dots i_{n-1}, k = \overline{1, 3}$ и используется правило суммирования по повторяющимся индексам.

В разделе 2.2 разрабатывается математическая модель светового давления на невыпуклые космические конструкции. Для расчета светового давления на космические конструкции сложной геометрической формы вводятся следующие основные допущения:

1. Для учета отличия величины полной энергии, падающей на элемент, от энергии, идущей от прямого солнечного света, будем считать, что вектор \mathbf{s} направления от Солнца не является единичным и зависит от положения элемен-

тарной площадки dA .

2. Двухнаправленную функцию распределения освещенности будем аппроксимировать в виде тензора \mathcal{D}^2 второго ранга, $\mathbf{s} = \mathcal{D}^2 \cdot \hat{\mathbf{s}}$, где единичный вектор $\hat{\mathbf{s}}$ постоянен для всей поверхности.

3. При учете составляющей светового давления от теплового излучения будем считать, что величина усилия будет также связана с функцией распределения, $\mathbf{f} \propto \mathcal{D}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}$.

Применяя предложенные допущения, получим приближенные выражения, совпадающие записью с (8):

$$\mathbf{F} \approx P(R) \left(\tilde{\mathcal{I}}^1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \mathfrak{S}(\tilde{\mathcal{I}}^n, \hat{\mathbf{s}}) \right); \quad \mathbf{M} \approx P(R) \left(\tilde{\mathcal{K}}^1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \mathfrak{S}(\tilde{\mathcal{K}}^n, \hat{\mathbf{s}}) \right),$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{I}}^n &= \int_A \tilde{\mathcal{J}}^n dA; \quad \tilde{\mathcal{K}}^n = \int_A \tilde{\mathcal{L}}^n dA; \\ \tilde{\mathcal{J}}^1 &= -a_0 \mathcal{D}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}; \quad \tilde{\mathcal{J}}^2 = \frac{1}{2} a_2 \tilde{\mathcal{J}}_A^2; \\ \tilde{\mathcal{J}}^3 &= \frac{1}{2} \left(-a_1 \tilde{\mathcal{J}}_B^3 - 2a_3 \tilde{\mathcal{J}}_A^3 - B_1 a_2 \tilde{\mathcal{J}}_A^3 \right); \\ \tilde{\mathcal{J}}^n &= \frac{1}{2} \left(-B_{\frac{n-1}{2}} \frac{1 - (-1)^n}{2} a_2 \tilde{\mathcal{J}}_A^n + B_{\frac{n-2}{2}} \frac{1 + (-1)^n}{2} (a_1 \tilde{\mathcal{J}}_B^n + 2a_3 \tilde{\mathcal{J}}_A^n) \right), \quad n > 3; \\ \tilde{\mathcal{J}}_A^n &= \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2 \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2}_{n-1} \otimes \hat{\mathbf{n}}; \quad \tilde{\mathcal{J}}_B^n = \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2 \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2}_{n-2} \otimes \mathcal{D}^2; \\ \tilde{\mathcal{L}}^1 &= -a_0 (\mathcal{D}^2 \cdot \mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}); \quad \tilde{\mathcal{L}}^2 = \frac{1}{2} a_2 \tilde{\mathcal{L}}_A^2; \quad \tilde{\mathcal{L}}^3 = \frac{1}{2} \left(-a_1 \tilde{\mathcal{L}}_B^3 - 2a_3 \tilde{\mathcal{L}}_A^3 - B_1 a_2 \tilde{\mathcal{L}}_A^3 \right); \\ \tilde{\mathcal{L}}^n &= \frac{1}{2} \left(-B_{\frac{n-1}{2}} \frac{1 - (-1)^n}{2} a_2 \tilde{\mathcal{L}}_A^n + B_{\frac{n-2}{2}} \frac{1 + (-1)^n}{2} (a_1 \tilde{\mathcal{L}}_B^n + 2a_3 \tilde{\mathcal{L}}_A^n) \right), \quad n > 3; \\ \tilde{\mathcal{L}}_A^n &= \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2 \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2}_{n-1} \otimes \mathcal{R}^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}; \quad \tilde{\mathcal{L}}_B^n = \underbrace{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2 \otimes \dots \otimes \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathcal{D}^2}_{n-2} \otimes \mathcal{D}^2 \cdot \mathcal{R}^2. \end{aligned}$$

В разделе 2.3 производится сравнение модели плоского солнечного паруса с различным по сторонам коэффициентом отражения в рамках развиваемого подхода с известным решением.

В разделе 2.4 предлагается метод аппроксимации компонент тензоров, входящих в выражения для главного вектора и главного момента, на основе заранее заданного набора величин силы и момента в зависимости от ориентации падаю-

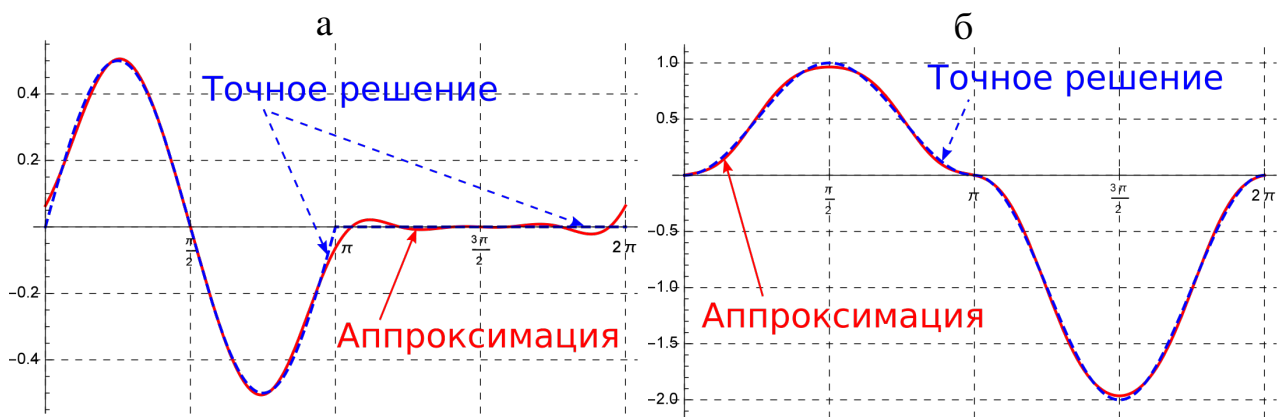


Рис. 1. Главный вектор светового давления на двустороннюю зеркальную пластину (плоский солнечный парус) единичной площади, $N_{\max} = 6$. На рисунке: *а* — проекция на ось Ox_1 , *б* — проекция на ось Ox_3 . Штриховая линия — точное решение, сплошная линия — приближенное решение. Величины отнесены к $P(R)$

щего излучения.

В разделе 2.5 представлена оценка вычислительной сложности аппроксимации главного вектора и главного момента светового давления представленным методом в сравнении с методом трассировки лучей.

В третьей главе получены аналитические выражения для главного вектора и главного момента силы светового давления на оптически выпуклые тела различных геометрических форм: плоский солнечный парус, стороны которого имеют различные оптические характеристики (раздел 3.1), зеркально-диффузная однородная сфера (раздел 3.2), зеркально-диффузный цилиндр (раздел 3.3), зеркально-диффузный конус (раздел 3.4) и зеркально-диффузный усеченный конус (раздел 3.5), зеркально-диффузный однородный куб (раздел 3.6).

Для случаев диффузного и зеркального солнечных парусов и для однородной сферы проведен сравнительный анализ результатов вычисления главных вектора и момента силы светового давления с известными результатам других авторов (Рис. 1).

Для случая зеркально-диффузного усеченного конуса представлены результаты расчетов главного вектора и главного момента светового давления только для одного набора параметров усеченного конуса.

В четвертой главе представлена расчетная методика определения главного вектора и главного момента светового давления на космические конструкции сложной геометрии.

В разделе 4.1 представлено описание методики расчета с помощью моди-

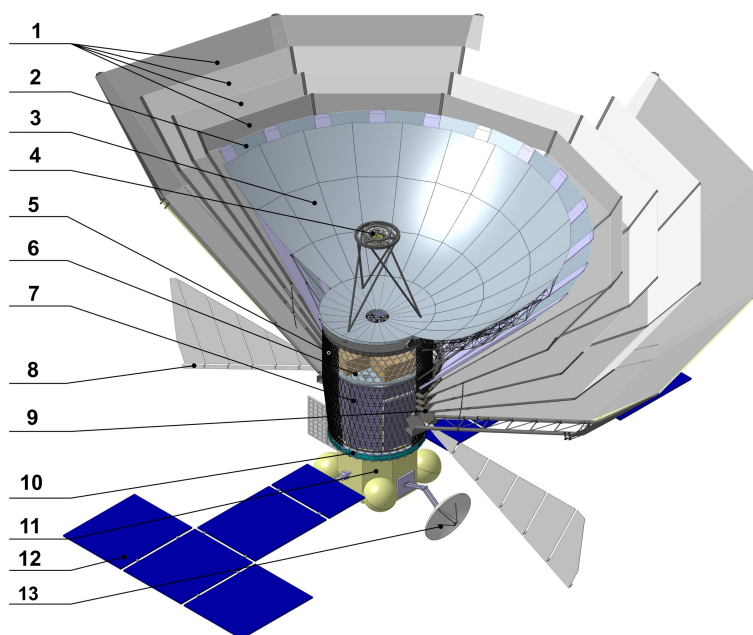


Рис. 2. Внешний вид космического аппарата «Спектр–М» («Миллиметррон»), АКЦ ФИАН. На рисунке: 1 – теплозащитные экраны; 2 – криоэкран; 3 – лепесток рефлектора; 4 – контррефлектор с опорной фермой; 5 – центральная часть главного зеркала; 6 – охлаждаемый контейнер; 7 – неохлаждаемый контейнер; 8 – радиатор; 9 – опорная ферма теплозащитных экранов; 10 – шпангоут адаптера; 11 – модуль служебных систем; 12 – солнечные батареи; 13 – антенна высокоскоростной радиолинии

фицированного программного комплекса Tracer, предназначенного для анализа лучистого теплообмена в конструкциях сложной геометрической формы (Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Леонов В. В. Математическая модель системы концентратор-приемник высокотемпературной солнечной энергоустановки космического назначения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 2011. № 1. С. 82–91).

В разделе 4.2 приведено описание космического аппарата «Спектр–М» («Миллиметррон»), который используется как объект моделирования (Рис. 2). На Рис. 3 представлена фотография макета главного зеркала разрабатываемой космической обсерватории.

В разделе 4.3 представлены результаты расчета в разработанной программе SRP1 аппроксимированных значений для главных вектора и момента светового давления при различных порядках аппроксимации N_{\max} от 2 до 6, в двух случаях: когда поверхность космического аппарата является зеркальной, и когда она обладает только диффузными свойствами. Пример результатов расчета методом

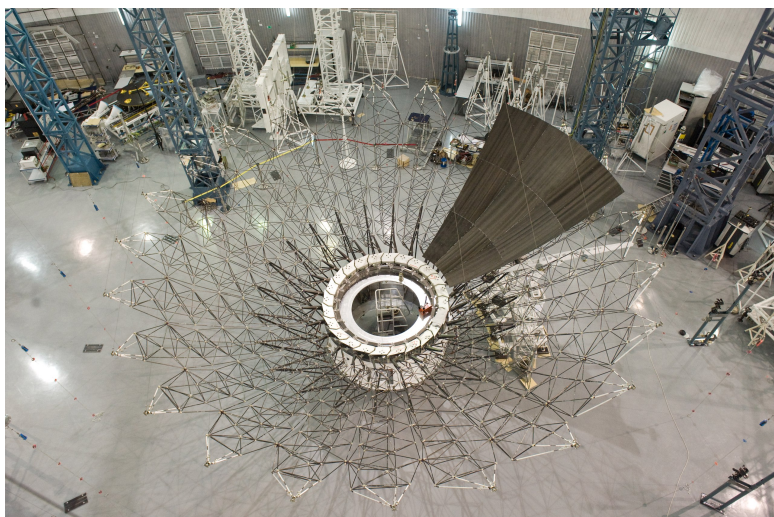


Рис. 3. Макет главного зеркала космического аппарата «Спектр–М» в испытательном цеху АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва»

Монте-Карло в сравнении с разработанной моделью приведен на Рис. 4.

В разделе 4.4 представлена математическая модель светового давления на космический аппарат в зеркально–диффузном случае. Для расчета главного вектора и главного момента в зеркально–диффузном случае проведена параметризация по коэффициенту зеркальности s , после чего осуществляется расчет при значениях s , равных 0,25, 0,5 и 0,75. Пример расчета на основании параметризованной модели в программе SRP1 в сравнении с расчетом методом Монте-Карло приведен на Рис. 5. Расчет показал, что разработанную методику возможно использовать как для аппроксимации светового давления, так и для создания его параметризованных моделей.

Основные результаты и выводы

1. Разработана математическая модель для определения главного вектора и главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты произвольной геометрической формы, учитывающая самозатенение и переотражение в их конструкциях.

2. Разработаны численные алгоритмы расчета главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты.

3. Разработан программный комплекс, реализующий разработанные алгоритмы расчета главного вектора и главного момента сил светового давления на крупногабаритные космические аппараты, в том числе для зеркально-диффузных свойств поверхности космического аппарата.

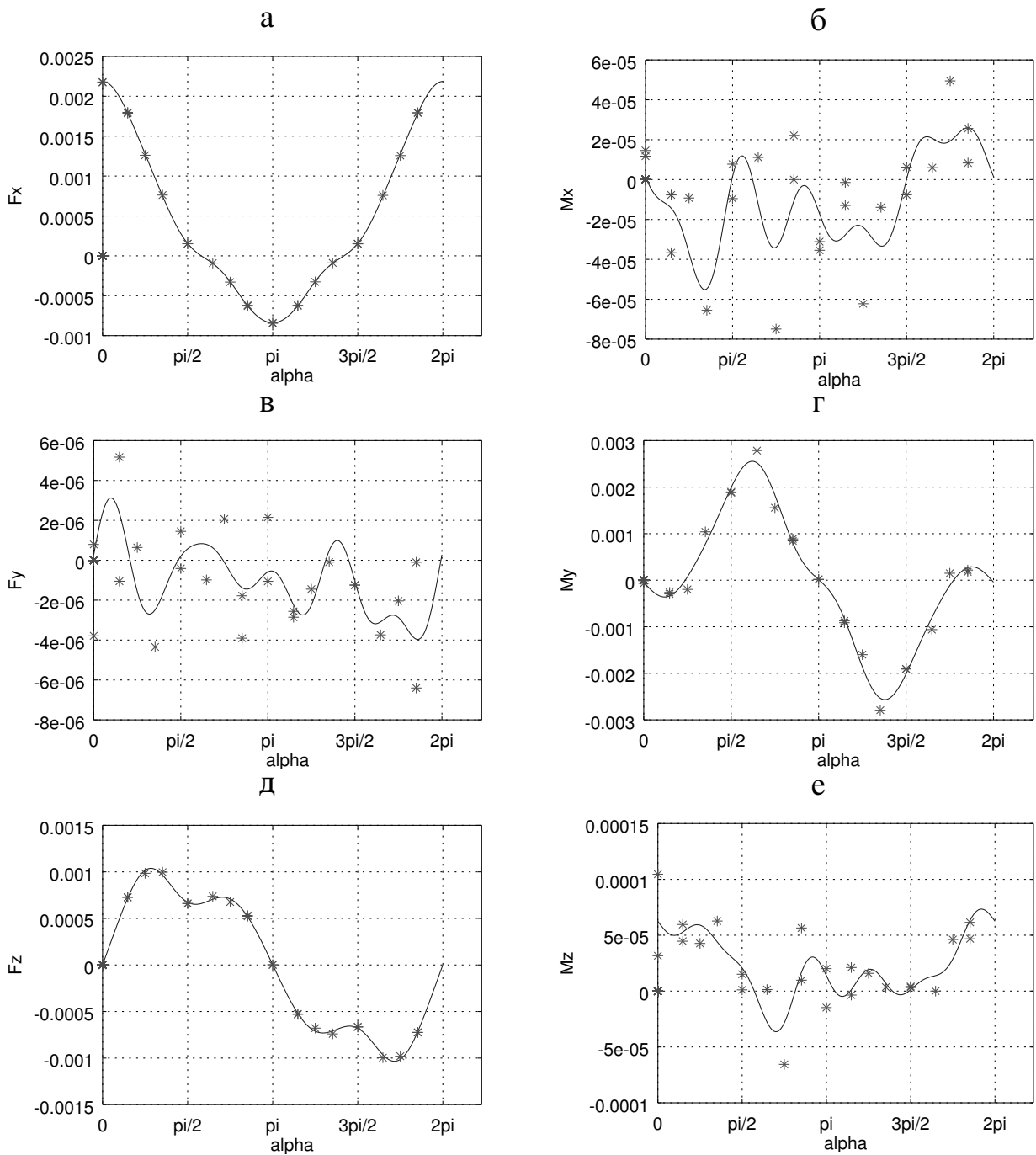


Рис. 4. Результаты аппроксимации ($N_{\max} = 6$) главного вектора светового давления (а, в, д), H , и главного момента светового давления (б, г, е), H_m , в зависимости от поворота космического аппарата в плоскости радиаторов, радианы, (сплошные линии) в сравнении с методом Монте–Карло (звездочки), в проекциях на оси координат. Диффузный случай

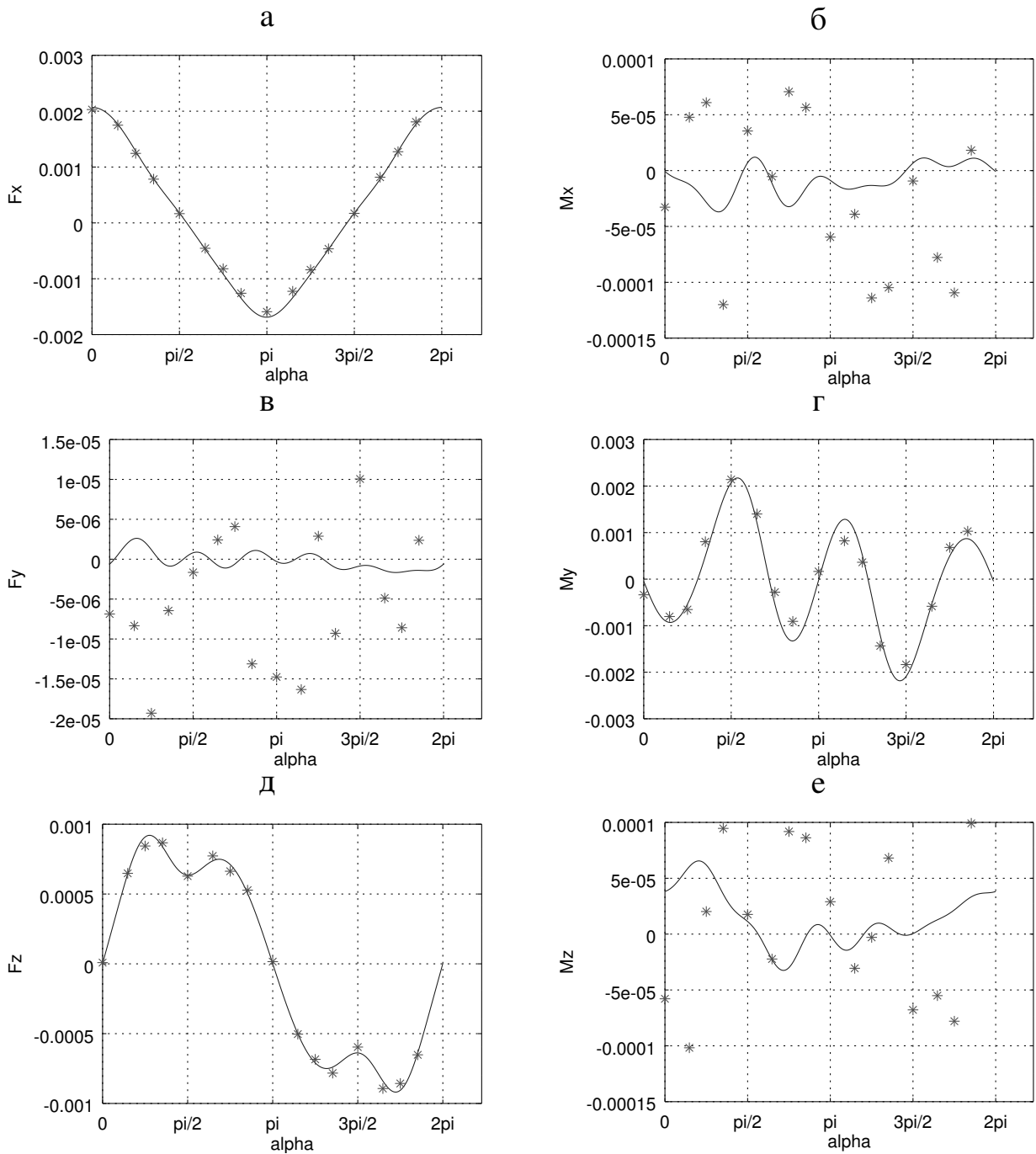


Рис. 5. Результаты аппроксимации ($N_{\max} = 6$) главного вектора светового давления (а, в, д), Н, и главного момента светового давления (б, г, е), Н м, в зависимости от поворота космического аппарата в плоскости радиаторов, радианы, (сплошные линии) в сравнении с методом Монте–Карло (звездочки), в проекциях на оси координат. Зеркально–диффузный случай, коэффициент зеркальности $s = 0,5$. Результаты расчета методом Монте–Карло при данном s не использовались при получении аппроксимации

Основные результаты диссертации отражены в работах:

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017618309. Программный комплекс SRP1 / Н. А. Неровный. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 27.07.2017.
2. Неровный Н. А., Зимин В. Н. Об определении силы светового давления на солнечный парус с учетом зависимости оптических характеристик материала паруса от механических напряжений // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 2014. № 3. с. 61—78. (1,13 п.л./0,94 п.л.).
3. Зимин В. Н., Неровный Н. А. Анализ влияния зависимости коэффициента отражения материала лопасти роторного солнечного паруса от механических напряжений на его деформированную форму // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2015. № 1. с. 11—16. (0,38 п.л./0,25 п.л.).
4. Зимин В. Н., Неровный Н. А. К расчету главного вектора и главного момента сил светового давления на солнечный парус // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 2016. № 1. с. 17—28. (0,75 п.л./0,56 п.л.).
5. Зимин В. Н., Неровный Н. А. Определение эффективной силы светового давления на деформированный роторный солнечный парус // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. № 6. с. 116—129. DOI: 10.7463/0616.0842316. (0,94 п.л./0,63 п.л.).
6. Неровный Н. А. Главный вектор и главный момент светового давления на оптически выпуклую космическую конструкцию // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. вып. 1. с. 146—158. (0,81 п.л.).
7. Зимин В. Н., Неровный Н. А. К расчету роторного солнечного паруса // Известия РАН. Механика твердого тела. 2017. № 2. с. 93—99. (0,44 п.л./0,38 п.л.).
8. Representation of light pressure resultant force and moment as a tensor series / N. Nerovny [et al.] // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2017. Vol. 128. No. 4. P. 483—513(1,94 п.л./ 1,35 п.л.).
9. Correction to: Representation of light pressure resultant force and moment as a tensor series / N. Nerovny [et al.] // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2017. Vol. 129. No. 4. P. 555—556(0,13 п.л./ 0,06 п.л.).
10. Nerovny N., Lapina I., Grigorjev A. Light radiation pressure upon an optically orthotropic surface // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2017. Vol. 202. P. 64—73(0,63 п.л./ 0,44 п.л.).