На правах рукописи

Бабаев Ислам Акмурадович

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ОБЪЕКТОВ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ КОНТРОЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА БЕЗОТКАЗНОСТЬ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИХ НАДЕЖНОСТИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель:	**Садыхов Гулам Садых Оглы** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительной математики и математический физики МГТУ им. Н.Э. Баумана
Официальные оппоненты:	**Гродзенский Сергей Яковлевич** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры метрологии и стандартизации физико-технологического института МИРЭА – Российского технологического университета
	Иванов Илья Александрович кандидат технических наук, доцент департамента электронной инженерии Московского института экономики и математики им. А.Н. Тихонова национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»
Ведущая организация:	**АО «РТИ»**

Защита состоится «20» ноября 2018 г. в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при МГТУ им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, Москва, Госпитальный переулок, д.10, факультет специального машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана, ауд. 613м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ Н.Э. Баумана и на сайте bmstu.ru.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью, просим отправлять по адресу: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.02.

Автореферат разослан «___» ______________ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.141.02
кандидат технических наук, доцент ____________ Муратов И.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время существует множество стандартов и рекомендательных методик по планированию испытаний невосстанавливаемых технических объектов, основанных на различных инженерных подходах и теоретико-вероятностных методах. Среди наиболее известных стоит выделить метод ступенчатых планов с приемочными уровнями, метод с измерением наработки на отказ и другие. В дополнение к этим методам существует целый класс новых методов, основывающихся также на постоянно уточняющейся физической информации о закономерностях старения технических объектов и использующих различные алгоритмы моделирования поведения сложных систем при их дальнейшей работе.

Среди предлагаемых методов планирования испытаний преобладающее большинство работает с экспоненциальным законом распределения, что создает два существенных неудобства. Во-первых, такие методы ограничивают круг применения, так как на практике законы распределения наработок на отказ далеко не всегда являются экспоненциальными. Во-вторых, применение экспоненциального закона распределения, являющегося законом «без памяти» приводит к невозможности учета текущей наработки и текущего числа срабатываний испытываемых технических объектов. Особенно актуально это в случаях, когда периодические контрольные испытания проводятся на поздних стадиях эксплуатации технических объектов. Итогом применения таких методов является сложность проверки достоверности полученных оценок показателей безотказности и, как следствие, возможная недостоверность результатов оценки соответствия технического объекта требованиям к безотказности.

Стоит также отметить, что с ростом сложности испытываемых систем растет и сложность планирования испытаний на безотказность. Для комплексных технических объектов, состоящих из разнородных подсистем, эта сложность заключается в сложности процессов, определяющих работу таких технических объектов и, как следствие, в неоднозначности закона распределения наработок на отказ.

К тому же, в сложных системах имеет место огромное количество технических объектов с дискретным расходованием ресурса. Для переключателей – это число переключений до отказа, для коммутаторов сигналов – это количество безотказных коммутаций и т.д. Для такого рода технических объектов многие методы планирования испытаний неприменимы, и при планировании испытаний, как правило, используются методики для планирования испытаний технических объектов с непрерывным ресурсом, с переводом числа циклов в наработку. Это вносит определенные неточности в получаемые выходные данные расчета и, как следствие, в план испытаний.

Поэтому, приоритетным в планировании испытаний на надежность является применение непараметрических методов, удобных для применения как в дискретном, так и в непрерывном режимах расходования ресурса. Проблемы планирования испытаний (в том числе и форсированных) непараметрическими методами рассматриваются в различных научных работах зарубежных и отечественных авторов. Среди наиболее известных можно выделить Н.А. Северцева, Г.Д. Карташова, Г.С. Садыхова, Р.С. Судакова, П.Дж. Класса, Р.А. Фишера и Д.А.С. Фрейзера.

Таким образом, актуальность работы состоит в поиске и определении непараметрических методов планирования испытаний в части определения минимально необходимой испытательной выборки для технических объектов, функционирующих в составе сложных систем.

Целью работы является разработка метода планирования испытаний технических объектов на безотказность, который позволял бы:

1) оценивать объем выборки для плана испытаний вида {NUT} (определяются объем испытываемой выборки при ограниченной длительности испытаний, а испытания проводятся для невосстанавливаемых и незаменяемых технических объектов);
2) работать с любыми законами распределения наработок на отказ (то есть был бы непараметрическим и не был бы привязан к конкретному закону распределения) как при непрерывном, так и при дискретном режимах расходования ресурса;
3) учитывать текущую наработку испытываемых технических объектов;
4) обрабатывать статистическую информацию о надежности и безотказности, получаемую на различных этапах жизненного цикла технических объектов, и проводить на основе анализа и обработки этих данных постоянную корректировку объемов испытываемых технических объектов.

Задачи исследования:

1) определить показатели безотказности, связывающие число объектов, необходимых для проведения испытаний и длительность испытаний, анализ и обработка данных по котором позволят на любой стадии жизненного цикла оценивать объем испытательной выборки;
2) разработать метод определения минимального количества технических объектов, необходимого для проведения контрольных испытаний технических объектов на безотказность с учетом текущей наработки для дискретного и непрерывного режимов расходования ресурса при любом законе распределения отказов;

Объект исследования: невосстанавливаемые технические объекты крупносерийного и массового производства, используемые в технике, например, батареи литий-полимерные или литий-ионные, дисплеи жидкокристаллические, радиоэлектронные узлы мобильных телефонов, комплектующие технические объекты бытовых и технических приборов, и т.д.

Методы исследования в работе основаны на использовании методов математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, системного анализа, теории надёжности и теории испытаний.

Научная новизна полученных результатов диссертационной работы заключается в следующем:

1) Разработан метод планирования испытаний по планам вида {NUT} в части определения минимального необходимого количества

технических объектов для проведения испытаний на безотказность, способный учитывать текущую наработку группы испытываемых технических объектов.
2) Разработанный метод применим как для дискретного, так и для непрерывного режима расходования ресурса.
3) Разработанный метод является непараметрическим, то есть не привязан к какому-либо конкретному закону распределения.
4) Разработанный метод позволяет, кроме определения минимального объема испытательной выборки, при необходимости осуществлять его регулярный пересчет и корректировку за счет анализа и обработки статистической информации по показателям безотказности технических объектов – средней доле безотказных наработок и средней доле безотказных срабатываний.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в определении в работе возможности коррекции при помощи метода планов испытаний, в упрощении методологической основы планирования испытаний в части определения объемов испытательной выборки и в непараметричности подхода.

Достоверность и обоснованность научных результатов и приведенных в диссертации выводов подтверждается строгостью используемого математического аппарата. Все сформулированные в работе допущения обоснованы содержательным образом.

Апробация работы и публикации. Диссертационная работа в целом и её отдельные результаты обсуждались и докладывались на научных конференциях ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» и на ежегодных Международных симпозиумах «Надёжность и качество» в г. Пензе, начиная с 2011 г.

На основе диссертационной работы разработаны материалы для лекций по учебным дисциплинам «Математические методы и модели исследования надежности» и «Теория дискретного ресурса» (далее «Курсы»). Курсы используются в учебном процессе МГТУ им. Н.Э. Баумана в рамках программ обучения студентов старших курсов.

Результаты диссертационной работы внедрены в двух производственных компаниях: ООО «РобоСиВи» и ООО «Чардж Софтвер» (ООО «Эррайвал Софтвер»), что подтверждается соответствующими актами внедрения.

Личный вклад автора. Все результаты, изложенные в диссертации, получены автором совместно с научным руководителем. В совместных работах автору принадлежат результаты в равных долях.

Основные результаты работы по теме диссертации опубликованы в пяти научных работах автора, из них четыре – в изданиях, рекомендованных ВАК РФ и одна – в журнале БД SCOPUS. Всего автором опубликованы 24 научные работы.

Положения, выносимые на защиту:
1. Определение, свойства и оценки показателей безотказности технических объектов – средней доли безотказных наработок и средней

доли безотказных срабатываний, применяемых при анализе и обработке статистической информации с целью управления испытательными выборками.
2. Метод определения минимального количества технических объектов (объемов испытательной выборки), необходимого для проведения контрольных испытаний на безотказность при непрерывном режиме расходования ресурса;
3. Метод определения минимального количества технических объектов (объемов испытательной выборки), необходимого для проведения контрольных испытаний на безотказность при дискретном режиме расходования ресурса;
4. Результаты испытаний однотипных литий-ионных батарейных ячеек с демонстрацией работоспособности метода.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 64 наименования. Диссертация содержит 101 страницу машинописного текста, 17 рисунков и 4 приложения на 12 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении содержится обоснование актуальности и научной новизны выбранной темы, а также практической значимости и достоверности результатов работы с точки зрения решения практических задач. Кроме того, введение содержит формулировку научной проблемы, решаемой в диссертации, цель работы и решаемые задачи. Во введении представлены выносимые на защиту научные положения и исследование существующих работ по тематике диссертации.

В первой главе на основе анализа существующих методов определения минимальных объемов испытательных выборок при проведении контрольных испытаний определены существующие проблемы этих методов. Рассмотрены изложенные в стандартах, нормативных актах и в различной научно-технической отечественной и зарубежной литературе существующие методы планирования испытаний. Приведены слабые и сильные стороны существующих подходов.

Во второй главе приведены основные сведения о показателе безотказности технических объектов, функционирующих в непрерывном режиме расходования ресурса – средней доле безотказных наработок (СДБН), доказаны оценки и свойства показателя, проведена оценка нижней доверительной границы СДБН. На основе априорной оценки СДБН как оценки безотказности, определена формула расчета минимального объема испытательной выборки однотипных технических объектов. Приведены примеры для непараметрического случая.

Примем, что ζ – это наработка невосстанавливаемого объекта до отказа.

С учетом этого пределим смешанную случайную величину на отрезке времени $(0, t)$:

$$\eta(t) = \begin{cases} \zeta, \text{если } \zeta < t \\ t - \text{иначе} \end{cases}.$$

Из данного определения следует, что величина $\eta(t)$ – безотказная наработка объекта в течение времени t.

Исходя из этого можем определить среднюю долю безотказной наработки (СДБН) объекта в течение времени t:

$$\mathcal{Y}(t) = M\left(\frac{\eta(t)}{t}\right), \tag{1}$$

где $M(\cdot)$ – математическое ожидание величины, находящейся внутри скобок.

Пусть теперь $(\tau, \tau + t)$ – заданный интервал времени испытаний технического объекта. Тогда безотказной наработкой на этом интервале служит величина

$$\eta(\tau + t) = \begin{cases} \zeta, \text{если } \zeta \in (\tau, \tau + t) \\ \tau + t - \text{иначе} \end{cases}; \tag{2}$$

где ζ – наработка до опасного отказа.

Случайная величина (2) – смешанная, т.к. у нее две составляющие (непрерывная, лежащая внутри интервала $(\tau, \tau + t)$ и дискретная, равная значению $\tau + t$. Поэтому применение традиционных показателей «гамма-процентная наработка до отказа» и «средняя наработка до отказа» некорректно, поскольку в состав продолжительности первого показателя входит длительность приработочного периода, а в состав второго показателя дополнительно входит и длительность периода старения технического объекта. Следовательно, в зависимости от продолжительности перечисленных периодов будет искажена наработка до опасного отказа технического объекта.

Определим из этой величины показатель «средняя доля безотказных наработок с учетом текущей наработки» $\mathcal{Y}(\tau + t)$ технического объекта после времени τ как математическое ожидание величины

$$\mathcal{Y}(\tau + t) = M\left(\frac{\eta(\tau + t)}{\tau + t}\right). \tag{3}$$

Утверждение 1. Справедливо следующее выражение:

$$\mathcal{Y}(\tau + t) = \frac{\tau}{\tau + t} + \frac{1}{(\tau + t)P(\tau)} \int_{\tau}^{\tau + t} P(x)dx, \tag{4}$$

где $P(x)$ – вероятность безотказной работы объекта в течение времени x.

Для показателя $\mathcal{Y}(t)$ характерны следующие свойства:

1. $0 \le \mathcal{Y}(t) \le 1$;
2. $\lim\limits_{t \to +0} \mathcal{Y}(t) = 1$;
3. $\lim\limits_{t \to +\infty} \mathcal{Y}(t) = 0$. Это свойство справедливо при условии, что средняя наработка на отказ ограничена.
4. $\mathcal{Y}(t) \ge P(t)$;
5. $\mathcal{Y}'(t) = \frac{1}{t}\big(P(t) - \mathcal{Y}(t)\big)$;
6. $\mathcal{Y}(t) - P(t) = \frac{1}{t}\int_0^t xf(x)dx$.

Для показателя $\mathcal{Y}(\tau+t)$ характерны следующие свойства:

1. $\frac{\tau}{\tau+t} \leq \mathcal{Y}(\tau+t) \leq 1$;
2. $\lim\limits_{\tau\to+0} \mathcal{Y}(\tau+t) = \mathcal{Y}(t); \lim\limits_{\tau\to+\infty} \mathcal{Y}(\tau+t) = 1$;
   $\lim\limits_{t\to+0} \mathcal{Y}(\tau+t) = 1$ $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathcal{Y}(\tau+t) = 0$;
3. $\mathcal{Y}(\tau+t) \geq \frac{P(\tau+t)}{P(\tau)}$;
4. $\mathcal{Y}(\tau+t_2) \leq \mathcal{Y}(\tau+t_1), t_2 \geq t_1$;
5. $\frac{d\mathcal{Y}(\tau+t)}{dt} \leq 0$;
6. $\frac{\partial\mathcal{Y}(\tau+t)}{\partial\tau} = \frac{1}{(\tau+t)}\left(\left(\mathcal{Y}(\tau+t) - \frac{\tau}{(\tau+t)}\right)(\lambda(\tau)-1) + \frac{P(\tau+t)}{P(\tau)}\right)$.

Пусть на испытания на безотказность поставлено n однотипных объектов, среди которых m отказало в течение испытания продолжительностью t. Далее, через z_i обозначим безотказную наработку i-го отказавшего объекта (здесь $i = 1,2,3,\dots,m$). Точечной оценкой показателя СДБН $\mathcal{Y}(t)$, в таком случае, будет служить следующая величина

$$\widehat{\mathcal{Y}_n}(t) = \frac{1}{nt}\left(\sum_{i=1}^{m} z_i + (n-m)t\right). \tag{5}$$

Утверждение 2. Точечная оценка СДБН $\widehat{\mathcal{Y}_n}(t)$, определяемая выражением (5), является несмещенной оценкой, т.е. справедлива формула:

$$M\left(\widehat{\mathcal{Y}_n}(t)\right) = \mathcal{Y}(t) \tag{6}$$

В свою очередь, при наличии текущей наработки, оценка для показателя $\mathcal{Y}(\tau+t)$

$$\widehat{\mathcal{Y}_n}(\tau+t) = \frac{1}{(n-k)(\tau+t)}\left(\sum_{i=1}^{m} z_i + (n-k-m)(\tau+t)\right), \tag{7}$$

где k – число отказавших технических объектов в течение времени τ из всех однотипных технических объектов n, испытываемых на безотказность; z_i – суммарная наработка i-го отказавшего технического объекта из числа m всех отказавших технических объектов на интервале времени $(0, \tau+t)$, $(i = 1,2,\dots,m)$, является смещенной, то есть

$$M\left(\widehat{\mathcal{Y}_n}(\tau+t)\right) \neq \mathcal{Y}(\tau+t),$$

при этом имеет место смещение, выражаемое через коэффициент смещения оценки, равный

$$K_n(\tau) = 1 - \left(1 - P(\tau)\right)^n.$$

В случаях, когда объем выборки n мал, степень доверия p к точечной оценке показателя $\widehat{\mathcal{Y}_n}(t)$ является довольно низкой. Для определения доверительной границы для данной точечной оценки определим следующее утверждение:

Утверждение 3. Пусть p – заданный уровень доверительной вероятности $(0 < p < 1)$. Тогда нижней доверительной границей показателя СДБН является величина, рассчитываемая по формуле:

$$\underline{\mathcal{Y}}(t) = \widehat{\mathcal{Y}_n}(t) - \sqrt{-\frac{\ln(1-p)}{2n}}. \tag{8}$$

Для установления формулы (8) используется неравенство Хёвдинга

$$Pr\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu \geq \varepsilon\right) \leq \exp\left(-\frac{2n^2\varepsilon^2}{\sum_{i=1}^{n}(b_i - a_i)}\right), \tag{9}$$

где $\varepsilon > 0$ – произвольное число; X_i – случайная величина удовлетворяющая условиям.

С другой стороны, при использовании неравенства Сельберга

$$Pr(X \leq M(X) + \varepsilon) \geq \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + D(X)}, \tag{10}$$

где $\varepsilon > 0$ – произвольное число; X – случайная величина, $M(X)$ – её математическое ожидание, а $D(X)$ – дисперсия случайной величины X, также можно получить оценку нижней доверительной границы СДБН:

$$\underline{\mathcal{Y}}(t) = \widehat{\mathcal{Y}_n}(t) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p}{n(1-p)}}. \tag{11}$$

Нижними доверительными границами показателя $\mathcal{Y}(\tau + t)$ при заданной доверительной вероятности p при использовании неравенств Хевдинга и Сельберга служат соответственно следующие величины:

$$\underline{\mathcal{Y}}(\tau + t) = \frac{\tau}{\tau + t} + \frac{\widehat{J_n}(\tau + t)}{K_n(\tau)} - \frac{1}{K_n(\tau)}\sqrt{-\frac{t}{(\tau + t)}\frac{\ln(1-p)}{2(n-k)}}, \tag{12}$$

$$\underline{\mathcal{Y}}(\tau + t) = \frac{\tau}{(\tau + t)} + \frac{\widehat{J_n}(\tau + t)}{K_n(\tau)} - \frac{1}{2K_n(\tau)}\sqrt{\frac{t}{(\tau + t)}\frac{p}{(n-k)(1-p)}}. \tag{13}$$

Формулы, выведенные для нижних доверительных границ с использованием неравенств Хёвдинга и Сельберга, позволяют определить минимальное количество объектов, необходимое для проведения испытания на безотказность.

Утверждение 4. Пусть p – заданный уровень доверительной вероятности $0 < p < 1$, а $\underline{\mathcal{Y}}(t)$ – нижняя доверительная граница СДБН $\mathcal{Y}(t)$. Минимальное количество объектов, необходимое для проведения испытания на безотказность в течение времени t, определяется по формуле:

$$n_0 = \begin{cases} \dfrac{-\ln(1-p)}{2\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(t)\right)^2}, \text{если правая часть} - \text{целое число;} \\ \left[\dfrac{-\ln(1-p)}{2\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(t)\right)^2}\right] + 1 - \text{иначе,} \end{cases} \tag{14}$$

или по формуле

$$n_0 = \begin{cases} \dfrac{p}{4(1-p)\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(t)\right)^2}, \text{если правая часть} - \text{целое число;} \\ \left[\dfrac{p}{4(1-p)\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(t)\right)^2}\right] + 1 - \text{иначе,} \end{cases} \tag{15}$$

где [·] – целая часть выражения, стоящего внутри скобок.

Из выражения (12), также следует, что минимальное количество объектов, при использовании неравенства Хёвдинга, равно

$$n_0 = -\frac{t\ln(1-p)}{2(\tau+t)\left(\widehat{J_n}(\tau+t) - K_n(\tau)\left(\underline{\mathcal{Y}}(\tau+t) - \frac{\tau}{(\tau+t)}\right)\right)^2} + k, \tag{16}$$

если n – целое число и

$$n_0 = \left[-\frac{t\ln(1-p)}{2(\tau+t)\left(\widehat{J_n}(\tau+t) - K_n(\tau)\left(\underline{\mathcal{Y}}(\tau+t) - \frac{\tau}{(\tau+t)}\right)\right)^2}\right] + k + 1, \tag{17}$$

если n_0 – не целое число.

Аналогично из выражения (13) следует, что минимальное количество объектов для при использовании неравенства Сельберга равно

$$n_0 = \frac{tp}{4(1-p)(\tau+t)\left(\widehat{J_n}(\tau+t) - K_n(\tau)\left(\underline{\mathcal{Y}}(\tau+t) - \frac{\tau}{(\tau+t)}\right)\right)^2} + k. \tag{18}$$

если n – целое число и

$$n_0 = \left[\frac{tp}{4(1-p)(\tau+t)\left(\widehat{J_n}(\tau+t) - K_n(\tau)\left(\underline{\mathcal{Y}}(\tau+t) - \frac{\tau}{(\tau+t)}\right)\right)^2}\right] + k + 1, \tag{19}$$

если n_0 – не целое число.

Однако, остается открытым вопрос об эффективности применения данных оценок для оценки объемов выборки. В частности, возникает вопрос о целесообразности применения той или иной оценки минимального количества объектов при различных значениях доверительной вероятности.

Исследование эффективности той или иной оценки приводит к выводу, что при $p > 0{,}7153$ меньшее значение для выборки получается при выборе для оценки количества объектов n_0 неравенства Хёвдинга и наоборот, при $p < 0{,}7153$ меньшее значение для выборки получается при выборе для оценки количества объектов n_0 неравенства Сельберга.

Приведенный в первой главе метод определения минимального объема испытательной выборки при проведении испытаний на безотказность непараметричен, что значительно расширяет круг задач, к которому он может быть применен.

Однако, несмотря на это существенное достоинство, данный метод не позволяет работать с техническими объектами, имеющими дискретный режим расходования ресурса. Идентификации такого метода посвящена третья глава диссертации.

В третьей главе приведены основные сведения о показателе безотказности технических объектов, функционирующих в дискретном режиме расходования ресурса – средней доле безотказных срабатываний (СДБС), доказаны оценки и свойства данного показателя, приведена оценка нижней доверительной границы СДБС. С использованием неравенств Сельберга и Хёвдинга произведен расчет минимального объема испытательной выборки и приведен анализ эффективности применения этих оценок. Приведены примеры для непараметрического случая. Произведено сравнение результатов второй и третьей глав и проведена параллель между полученными методами.

Каждый цикл работы технического объекта с дискретным ресурсом состоит из срабатываний, поэтому обозначим через ζ – число срабатываний объекта до отказа.

Определим следующую последовательность цензурированных сверху случайных величин η_1, η_2, η_3 ... таких, что

η_1	1
Pr	$\Pr(\zeta \geq 1)$

η_2	1	2
Pr	$\Pr(\zeta = 1)$	$\Pr(\zeta \geq 2)$

… … …

η_s	1	2	…	$s-1$	s
Pr	$\Pr(\zeta = 1)$	$\Pr(\zeta = 2)$	…	$\Pr(\zeta = s-1)$	$\Pr(\zeta \geq s)$

где $\Pr(\cdot)$ - вероятность события, заключенного внутри скобок; s – заданное число срабатываний, в течение которого надо провести испытание.

Величина

$$\mathcal{Y}(s) = M\left(\frac{\eta_s}{s}\right)$$

– СДБС объекта в результате s заданных срабатываний. Она также может быть рассчитана по формуле

$$\mathcal{Y}(s) = \frac{1}{s}\sum_{i=0}^{s-1} P(i). \qquad (20)$$

Обозначим теперь через ζ число срабатываний объекта до отказа с учетом некоторого текущего числа срабатываний технического объекта, которое равно l.

Определим следующую последовательность цензурированных сверху случайных величин $\eta_{l+1}, \eta_{l+2}, \eta_{l+3}$ ... таких, что

η_{l+1}	$l+1$
Pr	$\Pr(\zeta \geq l+1)$

η_{l+2}	$l+1$	$l+2$
Pr	$\Pr(\zeta = l+1)$	$\Pr(\zeta \geq l+2)$

… … …

η_{l+s}	$l+1$	$l+2$	…	$l+s-1$	$l+s$
Pr	$\Pr(\zeta = l+1)$	$\Pr(\zeta = l+2)$	…	$\Pr(\zeta = l+s-1)$	$\Pr(\zeta \geq l+s)$

где $\Pr(\cdot)$ - вероятность события, заключенного внутри скобок; s – заданное число срабатываний, в течение которого надо провести испытание.

Величина

$$\mathcal{Y}(l+s) = M\left(\frac{\eta_{l+s}}{l+s}\right)$$

– СДБС объекта в результате $l+s$ заданных срабатываний. Данная величина равна

$$\mathcal{Y}(l+s) = \frac{1}{l+s}\left(\sum_{i=0}^{s-1} P(l+i) + \sum_{j=0}^{l-1} P(j)\right) = \frac{1}{l+s}\big(r(l+s) + \rho(l)\big). \qquad (21)$$

Справедливы следующие свойства для показателя СДБС

1. $\mathcal{Y}(1) = 1$;
2. $0 < \mathcal{Y}(s) \leq 1$;
3. Если среднее количество срабатываний объекта r конечно, то $\lim\limits_{s\to\infty} \mathcal{Y}(s) = 0$;
4. $\mathcal{Y}(s) \geq P(s-1)$;
5. $\mathcal{Y}(s-1) - \mathcal{Y}(s) = \frac{1}{s-1}\big(\mathcal{Y}(s) - P(s-1)\big)$.

Для показателя СДБС с учетом числа срабатываний l справедливы следующие свойства:

1. Если среднее количество срабатываний сверх l равно нулю, то
$$\mathcal{Y}(l) = \frac{1}{l}\sum_{j=0}^{l-1} P(j);$$
2. $0 < \mathcal{Y}(l+s) \leq 1$;
3. Если среднее количество срабатываний объекта $l+r$ конечно, то $\lim\limits_{s\to\infty} \mathcal{Y}(l+s) = 0$;

4. $\mathcal{Y}(l+s) \geq P(l+s-1)$;

5. $\mathcal{Y}(l+s-1) - \mathcal{Y}(l+s) = \frac{1}{(l+s-1)}\left(\mathcal{Y}(l+s) - \frac{l}{l+s}\,\mathcal{Y}(l) - P(l+s-1)\right)$.

Утверждение 5. Пусть n – общее количество однотипных объектов, из которых m отказали в результате s заданных срабатываний. Тогда точечной оценкой показателя $\mathcal{Y}(s)$ служит величина

$$\widehat{\mathcal{Y}_n}(s) = \frac{1}{ns}\left(\sum_{i=1}^{m} z_i + (n-m)s\right), \tag{22}$$

где z_i – число срабатываний до отказа i-го отказавшего объекта, $(i = 1,2,\dots,m)$.

Утверждение 6 Для точечной оценки показателя СДБС объекта, определенной формулой (22), справедлива следующая формула:

$$M\left(\widehat{\mathcal{Y}_n}(s)\right) = \mathcal{Y}(s), \tag{23}$$

где $M\left(\widehat{\mathcal{Y}_n}(s)\right)$ – математическое ожидание точечной оценки СДБС объекта, а $\mathcal{Y}(s)$- истинное значение показателя СДБС объекта.

Для точечной оценки показателя $\mathcal{Y}(l+s)$ справедливо выражение:

$$\widehat{\mathcal{Y}_n}(l+s) = \frac{1}{(n-k)(l+s)}\left(\sum_{i=1}^{m} z_i + (n-k-m)(l+s)\right), \tag{24}$$

где k – число отказавших технических объектов в течение l срабатываний из всех однотипных объектов в количестве n наблюдаемых в процессе испытаний на безотказность; z_i – число срабатываний i-го отказавшего технического объекта из числа m всех отказавших технических объектов на интервале срабатываний $(0; l+s)$, $(i = 1,2,\dots,m)$.

Оценка (24) смещенная, причем в сторону меньших значений.

Аналогично случаю с непрерывным режимом расходования ресурса, при малой величине испытательной выборки уровень доверия к точечной оценке СДБС, которая определяется по формуле (20), является довольно низким. Для определения доверительной границы данной точечной оценки определим следующее утверждение:

Утверждение 7. Пусть p – заданный уровень доверительной вероятности, $(0 < p < 1)$. Тогда нижней доверительной границей показателя СДБН является величина, рассчитываемая по формуле:

$$\underline{\mathcal{Y}}(s) = \widehat{\mathcal{Y}_n}(s) - \sqrt{-\frac{\ln(1-p)}{2n}}, \tag{25}$$

где $\widehat{\mathcal{Y}_n}(s)$ – точечная оценка показателя СДБС объекта, определенная формулой (22).

Для доказательства формулы, по аналогии со второй главой, используется неравенство Хевдинга. При использовании неравенства Сельберга получают оценку следующего вида:

$$\underline{\mathcal{Y}}(s) = \widehat{\mathcal{Y}_n}(s) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p}{n(1-p)}}. \tag{26}$$

Утверждение 8. Нижней доверительной границей СДБС со смещением $\mathcal{Y}(l+s)$ при заданном уровне доверительной вероятности p служит следующая величина:

$$\underline{\mathcal{Y}}(l+s) = \frac{l}{l+s} + \frac{\widehat{J_n}(l+s)}{K_n(l)} - \frac{1}{K_n(l)}\sqrt{-\frac{s}{(l+s)}\frac{\ln(1-p)}{2(n-k)}}, \tag{27}$$

где

$$\widetilde{\mathcal{Y}_n}(l+s) = \frac{l}{l+s} + \frac{\widehat{J_n}(l+s)}{K_n(l)}$$

– несмещенная точечная оценка показателя $\mathcal{Y}(l+s)$; k – число объектов, отказавших к l-му срабатыванию (то есть к началу испытания) из всей совокупности n однотипных объектов; $K_n(l)$ – величина, определенная формулой:

$$K_n(l) = 1 - (1 - \bar{P}^l)^n. \tag{28}$$

Здесь $0 < \bar{P} < 1$ – вероятность безотказной работы при одном срабатывании.

Аналогично выражение для нижней доверительной границы СДБС со смещением по времени при использовании неравенства Сельберга имеет вид:

$$\underline{\mathcal{Y}}(l+s) = \frac{l}{(l+s)} + \frac{\widehat{J_n}(l+s)}{K_n(l)} - \frac{1}{2K_n(l)}\sqrt{\frac{s}{(l+s)}\frac{p}{(n-k)(1-p)}}. \tag{29}$$

Выражения для СДБС и для нижней доверительной границы СДБС с точностью повторяют аналогичные выражения, полученные нами для СДБН и нижней доверительной границы СДБН во второй главе.

Утверждение 9. Пусть $\widehat{\mathcal{Y}_n}(s)$ – заданная оценка нижней доверительной границы показателя СДБС объекта при доверительной вероятности p, $(0 < p < 1)$. Тогда минимальное количество однотипных объектов, необходимое для проведения циклических испытаний на безотказность, рассчитывается по формуле:

$$n_0 = \begin{cases} \dfrac{-\ln(1-p)}{2\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(s)\right)^2}, \text{если правая часть} - \text{целое число} \\ \left[\dfrac{-\ln(1-p)}{2\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(s)\right)^2}\right] + 1 - \text{иначе} \end{cases} \tag{30}$$

где $[\cdot]$ - целая часть выражения, стоящего в квадратных скобках.

При использовании неравенства Сельберга, для нижней доверительной границы справедливо следующее выражение

$$n_0 = \begin{cases} \dfrac{p}{4(1-p)\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(s)\right)^2}, \text{если правая часть} - \text{целое число;} \\ \left[\dfrac{p}{4(1-p)\left(1-\underline{\mathcal{Y}}(s)\right)^2}\right] + 1 - \text{иначе.} \end{cases} \tag{31}$$

Обе формулы полностью повторяют результаты, полученные во второй главе. Также подобие наблюдается и при учете текущего числа срабатываний l.

Минимальное количество объектов для при использовании неравенства Хёвдинга равно

$$n_0 = -\frac{s\ln(1-p)}{2(l+s)\left(\widehat{J_n}(l+s) - K_n(l)\left(\underline{y}(l+s) - \frac{l}{(l+s)}\right)\right)^2} + k, \tag{32}$$

если n – целое число и

$$n_0 = \left\lceil -\frac{t\ln(1-p)}{2(l+s)\left(\widehat{J_n}(l+s) - K_n(l)\left(\underline{y}(l+s) - \frac{l}{(l+s)}\right)\right)^2} \right\rceil + k + 1, \tag{33}$$

если n_0 – не целое число.

Аналогично из выражения (29) следует, что минимальное количество объектов при использовании неравенства Сельберга равно

$$n_0 = \frac{sp}{4(1-p)(l+s)\left(\widehat{J_n}(l+s) - K_n(l)\left(\underline{y}(l+s) - \frac{l}{(l+s)}\right)\right)^2} + k, \tag{34}$$

если n – целое число и

$$n_0 = \left\lceil \frac{sp}{4(1-p)(l+s)\left(\widehat{J_n}(l+s) - K_n(l)\left(\underline{y}(l+s) - \frac{l}{(l+s)}\right)\right)^2} \right\rceil + k + 1, \tag{35}$$

если n_0 – не целое число.

Аналогично результатам второй главы при $p > 0{,}7153$ меньшее значение для выборки получается при выборе для оценки количества объектов n_0 неравенства Хёвдинга и наоборот, при $p < 0{,}7153$ меньшее значение для выборки получается при выборе для оценки количества объектов n_0 неравенства Сельберга.

Приведенный в третьей главе метод определения минимального объема испытательной выборки при проведении испытаний на безотказность также, как и метод для непрерывного режима расходования ресурса, непараметричен, что значительно расширяет круг задач, к которому он может быть применен.

При этом данный метод во всех аспектах повторяет метод, определенный о второй главе, что позволяет говорить о его универсальности в отношении режимов расходования ресурса.

В четвертой главе приведены анализ и обработка экспериментальных данных по результатам испытаниям литий-ионных батарейных ячеек состава $LiFePO_4$ с последующим применением предложенного в третьей главе метода определения объемов выборки технических объектов, необходимой для проведения последующих контрольных испытаний.

В качестве исходных данных использованы экспериментальные данные по числу рабочих циклов 250 литий-ионных батарейных ячеек в течение которых происходил их критериальный отказ, то есть их емкость становилась меньше 80% от изначальной конструктивной.

Испытания проводились при повышенной токовой и температурной нагрузке с коэффициентами 3,5 и 2 соответственно относительно номинальных значений токов зарядки/разрядки и температуры.

Приведено описание алгоритма обработки исходных данных, по итогам которой получены следующие значения точечной оценки и нижней доверительной границы средней доли безотказных циклов (СДБЦ):

$$\widetilde{\mathcal{Y}_n}(l+s) = 0{,}9274, \underline{\mathcal{Y}}(l+s) = 0{,}8599.$$

Также получены параметры распределения числа циклов до отказа с учетом данных о «Вейбулловском» характере распределения.

$\beta = 15{,}0305, \eta = 914{,}572.$

На основе полученной величины несмещенной точечной оценки СДБЦ произведен расчет минимального количества батарейных ячеек, необходимого для проведения испытаний с учетом доверительной вероятности $p = 0{,}9$.

$$n_0 = 58.$$

С точки зрения корректировки планов испытаний при проведении последующих контрольных испытаний достаточно поставить на испытания 58 батарейных ячеек, что более чем в 4 раза меньше изначально выбранного количества.

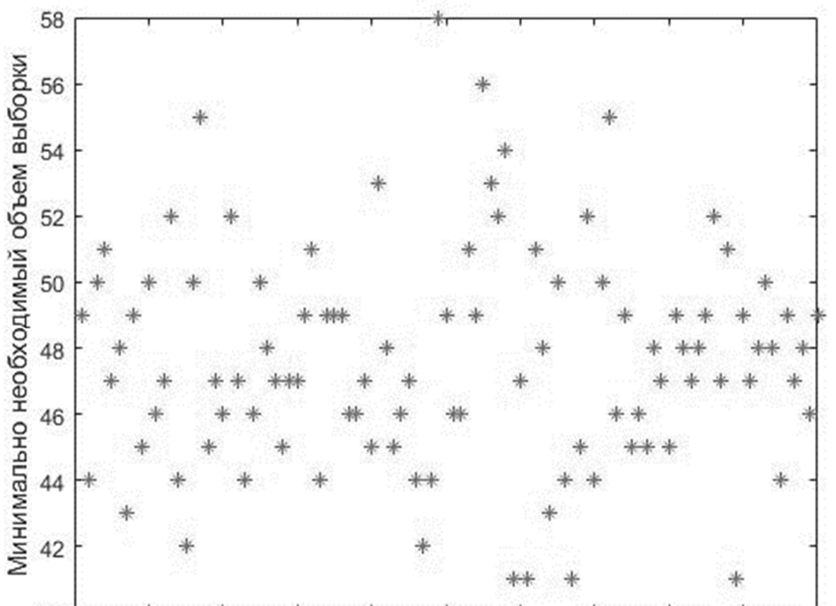

Рисунок 2. Результаты расчета минимального объема выборки при моделировании 100 испытаний с начальным объемом выборки 250 единиц.

Также, проведено имитационное моделирование циклов до отказа при известных параметрах распределения, на примере которого показан разброс объемов испытательной выборки (Рис. 2).

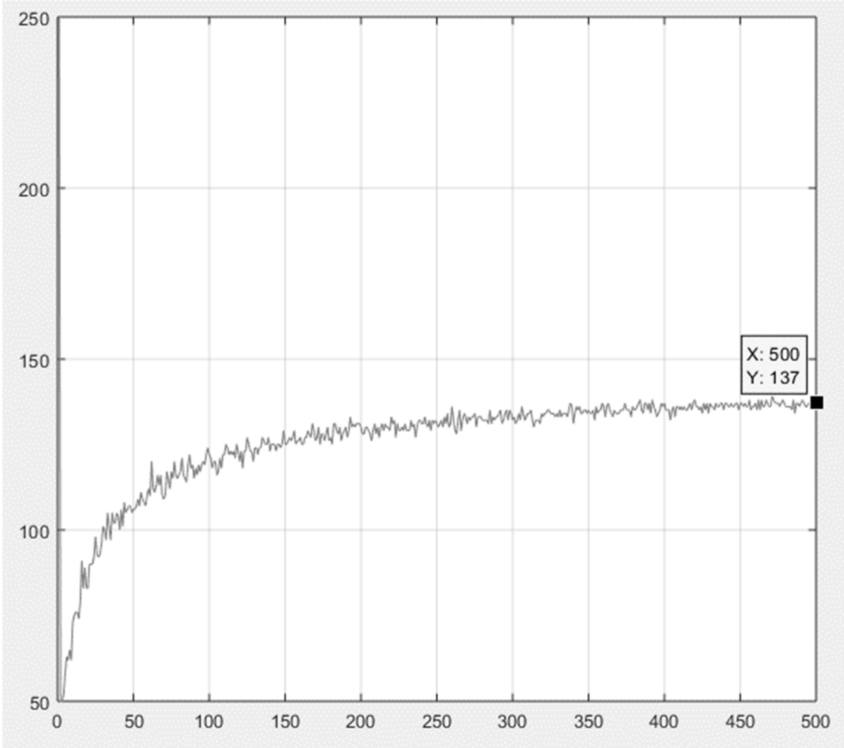

Рисунок 3. Стабилизация величины минимальной испытательной выборки при использовании процесса оптимального управления.

В завершение, предложена модель системы управления процессом корректировки и уточнения объема испытательной выборки на основе оптимального управления, в которой объектом управления является объем минимально необходимой испытательной выборки $n_0\left(\underline{\mathcal{Y}}\right)$, а законом управления – $\underline{\mathcal{Y}}(n_0)$ – СДБЦ для батарейных ячеек.

Имитационное моделирование выявило, что при неизменных параметрах распределения при применении оптимального управления с целью стабилизации минимального объема испытательной выборки, этот объем начинает увеличиваться до стационарного значения, равного 137 батарейным ячейкам для конкретного случая (Рис. 3). Это объясняется тем, что с ростом числа объектов, поставленных на испытания, уменьшается разность между СДБЦ и нижней доверительной границей СДБЦ, что приводит к асимптотическому стремлению функции минимального количества объектов, в зависимости от нижней доверительной границы СДБЦ, к некоторому значению.

В заключении диссертационной работы даны общие выводы, представлен анализ решения поставленных в диссертации задач и оценка достижения цели диссертации.

Результаты работы и основные выводы. Для достижения поставленных целей в диссертационной работе решены следующие основные задачи.

1) Даны определения и описаны свойства показателей безотказности технических объектов – средней доли безотказных наработок для непрерывного режима расходования ресурса и средней доли безотказных срабатываний для дискретного режима расходования ресурса.

Через анализ и обработку статистической информации о безотказности технических объектов получены точечные оценки данных показателей и их нижние доверительные границы.

2) Разработаны методы определения минимального количества технических объектов, необходимого для проведения контрольных испытаний технических объектов на безотказность с учетом текущей наработки для непрерывного и дискретного режимов расходования ресурса.

Для обоих методов показана непараметичность, а также универсальность в отношении применения к изделиям с непрерывным или дискретным режимами расходования ресурса. Установлены математические зависимости, позволяющие учитывать текущую наработку или текущее число срабатываний отдельно взятой группы технических объектов.

Методы основаны на использовании односторонних неравенств Сельберга и Хёвдинга. Для методов определены границы применимости, а также представлены критерий эффективности применения того или иного неравенства при определении объемов испытательной выборки.

3) Проведен анализ результатов контрольных ресурсных испытаний батарейных ячеек в форсированном режиме, по результатам которых получены данные о средней доле безотказных циклов и рассчитан объем минимальной выборки для последующих контрольных испытаний. Проведено имитационное моделирование испытаний батарейных ячеек и установлены закономерности, уточняющие предложенные ранее методы и развивающие подходы к управлению планами испытаний.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ

1. Садыхова Л.Г., Назаренко Д.Б., Бабаев И.А. Определение минимального количества объектов, необходимого для проведения выборочного эксперимента // Труды института системного анализа РАН, 2012. Т.62. Вып.4. С.23-27. (0,3 п.л./ 0,1 п.л.)

2. Sadykhov G.S., Babaev I.A. Computations of the Least Number of Objects Necessary for the Cyclical Reliability Testing // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2016. V.45. No. 3. P.239-246. (0,5 п.л./0,25 п.л.)

3. Садыхов Г.С., Бабаев И.А. Расчет необходимого количества объектов для проведения циклических испытаний на надежность // Изд. Наука. Проблемы машиностроения и надёжности машин. 2016г., №3, С.56-63. (0,5 п.л./0,25 п.л.)

4. Садыхов Г.С., Бабаев И.А., Елисеева О.В. Нижняя доверительная граница средней наработки до критического отказа техногенно-опасного объекта // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия Естественные науки. Спец. Выпуск №.4 «Математическое моделирование», 2012. С.83-93. (0,562 п.л./0,281 п.л.)

5. Садыхов Г.С., Елисеева О.В., Бабаев И.А. Средняя наработка до критического отказа техногенно-опасного объекта: предельные и непараметрические оценки // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия Естественные науки. Спец. Выпуск №.3 «Математическое моделирование». 2012. С.37-4. (0,625 п.л./0,312 п.л.)