

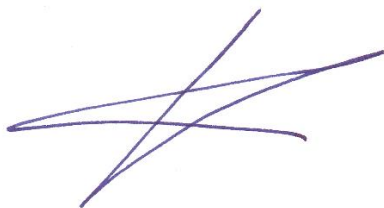
*На правах рукописи*

**Дергачев Сергей Александрович**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО  
НАГРУЖЕНИЯ КАПСУЛЫ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА МЕТОДОМ  
ВИХРЕВЫХ ПЕТЕЛЬ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук



Москва – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель:** доктор технических наук, доцент  
**Щеглов Георгий Александрович**

**Официальные оппоненты:** **Дынникова Галина Яковлевна**, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», ведущий научный сотрудник  
**Вышинский Виктор Викторович**, доктор технических наук, профессор, Государственный научный центр Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского», главный научный сотрудник

**Ведущая организация:** Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»

Защита состоится «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г. в \_\_\_ час. \_\_\_ мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5, стр.1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана и на сайте [www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат технических наук, доцент



Аттетков  
Александр Владимирович

## **Общая характеристика работы**

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время в рамках военно-технического сотрудничества ряд стран заинтересован в покупке готовых комплексов вооружения, оснащенных летательными аппаратами (ЛА), стартующими с подводных носителей, что требует унификации ЛА по типу старта. Поскольку наиболее распространенными пусковыми установками подводных носителей являются торпедные аппараты, основным элементом системы подводного старта и, по существу, адаптером между ЛА и торпедным аппаратом может быть специальная капсула, в которой ЛА движется на подводном участке траектории. Актуальной задачей является разработка системы вооружения на основе универсальной капсулы, при помощи которой из торпедных аппаратов могут быть запущены ЛА различного назначения (ракеты, беспилотные ЛА и пр.).

Определение гидродинамических нагрузок, действующих на капсулу ЛА, является одной из важнейших задач, решаемой на этапе аэрогидробаллистического проектирования (АГБП). До настоящего времени в практике АГБП используются математические модели нагрузок, основанные на упрощенном описании процессов вихреобразования. Совершенствование математических методов моделирования эволюции завихренности является важной и актуальной задачей для развития методов АГБП, поскольку недостаточно полное описание указанных процессов может приводить к принципиально неверным результатам при математическом моделировании динамики и напряженно-деформированного состояния конструкции капсулы, ее управляемости, а также для оценки безопасности носителя при старте ЛА.

**Цель диссертационной работы** – разработка математических моделей и алгоритмов расчета параметров процессов эволюции в потоке жидкости вихревых структур, порождаемых генерацией завихренности на обтекаемой поверхности и программная реализация модификации численного метода вихревых элементов для расчета гидродинамических нагрузок, действующих на корпус капсулы ЛА на подводном участке траектории.

Для достижения цели потребовалось решение **следующих основных задач.**

1. Разработка математической модели процесса нестационарного вихревого обтекания тела пространственным потоком несжимаемой среды, описывающей процессы вихреобразования путем генерации и эволюции вихревых петель, и расчета гидродинамических нагрузок.

2. Разработка модификации численного метода вихревых элементов для моделирования эволюции вихревых петель, реализующего математическую модель процесса.

3. Разработка программного комплекса, реализующего разработанную модификацию численного метода вихревых элементов, его тестирование и верификация по экспериментальным данным.

**Методы исследования.** При решении поставленных задач использовались вихревые лагранжевы методы моделирования течений несжимаемой среды, интегральные представления для восстановления полей скорости и давления по

известному полю завихренности, подход Л. Прандтля для описания течений с малой вязкостью, модель потока завихренности на поверхности обтекаемого тела, численные методы вихревых элементов, методы высокопроизводительных вычислений на системах с распределенной памятью.

**Научная новизна.** В диссертации получены следующие новые научные результаты.

1. Разработаны математические модели генерации и эволюции завихренности при обтекании тел пространственным потоком несжимаемой среды, основанные на движении и перезамыкании множества замкнутых вихревых петель одинаковой интенсивности (циркуляции), при этом генерация петель осуществляется по всей обтекаемой поверхности и априорное задание мест образования завихренности не требуется.

2. Создана новая модификация численного метода вихревых элементов, включающая алгоритмы расчета эволюции вихревых петель в области течения, генерации вихревых петель на поверхности обтекаемого тела и расчета распределения давления на поверхности обтекаемого тела, допускающие распараллеливание вычислений.

3. Создан проблемно-ориентированный программный комплекс, для определения нестационарных гидродинамических нагрузок на основе разработанных алгоритмов на базе технологии параллельных вычислений MPI.

**Практическая значимость** диссертационной работы состоит в том, что разработанный программный комплекс MVortexLoops позволяет значительно сократить затраты вычислительных ресурсов при расчетах гидродинамических нагрузок, действующих на плохообтекаемые тела, что дает возможность увеличить число рассматриваемых вариантов при проведении АГБП ЛА. Разработанные в ходе исследований алгоритмы могут быть использованы в дальнейшем для моделирования обтекания деформируемых и подвижных тел без существенного усложнения математической модели, численного метода и комплекса программ. Разработанные программные модули могут быть интегрированы в существующие комплексы программ расчета динамики и прочности конструкций ЛА.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Математические модели эволюции и генерации вихревых петель, необходимые для определения нестационарных гидродинамических нагрузок, действующих на капсулу ЛА при ее пространственном обтекании потоком несжимаемой среды.

2. Модификация численного метода вихревых элементов – метод вихревых петель. Модификация включает алгоритмы расчета эволюции вихревых петель в области течения, генерации вихревых петель на поверхности обтекаемого тела и расчета распределения давления на поверхности обтекаемого тела, допускающие распараллеливание вычислений.

3. Проблемно-ориентированный программный комплекс на базе технологии параллельных вычислений MPI для определения нестационарных гидродинамических нагрузок на капсулу ЛА и подобные ей тела.

**Достоверность и обоснованность научных результатов и выводов** обусловлена строгостью используемого математического аппарата и подтверждаются результатами вычислительных экспериментов. Результаты диссертационной работы согласуются с известными результатами других авторов и результатами экспериментов.

**Апробация результатов работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научно-технических конференциях: XIV и XV Российских конференциях пользователей компьютерных систем инженерного анализа MSC.Software (Москва, 2011, 2012); V, VII, X Всероссийских конференциях «Будущее машиностроения России» (Москва, 2012, 2014, 2017); научных семинарах имени С.М. Белоцерковского (Москва, 2014, 2015); VIII и IX Всероссийских конференциях «Необратимые процессы в природе и технике» (Москва, 2015, 2017); XXVI научно-технической конференции по аэродинамике (Москва, 2015); Научных чтениях по авиации, посвященных памяти Н.Е. Жуковского (Москва, 2016); VII International conference on vortex flow and vortex Methods (Rostock, Germany, 2016); V Всероссийской научно-технической конференции «РТИ Системы ВКО-2017» (Москва, 2017); II Всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы развития и эксплуатации ракетно-артиллерийского, специального вооружения и морской техники» (Севастополь, 2017); V International Conference on Particle-Based Methods–Fundamentals and Applications (Hannover, Germany, 2017); Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики» (Москва, 2017); III Международной научно-практической конференции «Современные проблемы физико-математических наук» (Орел, 2017); Открытой конференции ИСП РАН имени В.П. Иванникова (Москва, 2017); XLII Академических чтениях по космонавтике (Москва, Реутов, 2018); VIII International conference on vortex flow and vortex Methods (Xian, China, 2018).

**Внедрение.** Разработанные автором алгоритмы и программные модули внедрены в АО «ВПК «НПО Машиностроения» и использованы при создании методики «Методика анализа аэрогидроупругой динамики изделия при подводном старте с учетом интенсивного вихреобразования» Рег. № 031001-2014-Фундамент1, созданной в рамках НИР «Фундамент».

**Публикации.** Основные результаты диссертации отражены в 10 научных работах, в том числе в 4 статьях в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых научных изданий, и 1 научной публикации, входящей в международные реферативные базы данных и системы цитирования. Общий объем 3,03 п.л.

**Личный вклад соискателя.** Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в текст диссертационной работы включен лишь материал, непосредственно принадлежащий соискателю. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав с выводами, заключения, списка литературы и

приложения. Диссертация изложена на 173 листах, содержит 84 рисунка и 5 таблиц. Библиография включает 234 наименования.

### Содержание работы

**Во введении** описана актуальность решаемой в диссертационной работе технической прикладной проблемы, сформулированы цели и задачи исследования, научная новизна, практическая значимость, степень достоверности, положения, выносимые на защиту, сведения о публикациях и апробациях, данные об объеме и кратком содержании работы.

**В первой главе** дано обоснование актуальности объекта исследования, проведен обзор особенностей объекта исследования – капсулы ЛА, геометрическая модель которой показана на Рис. 1, описаны его аналоги.

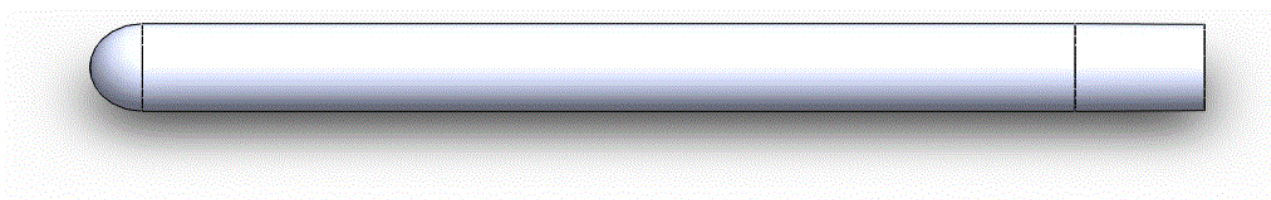


Рис. 1. Геометрическая модель капсулы ЛА

Проведен обзор методов определения нагрузок на ЛА на подводном участке траектории. Создание экспериментальных и вычислительных методов определения таких нагрузок ведется с 50-х годов XX века в рамках гидродинамики ЛА. В данном направлении значительный вклад в науку и технику внесен крупными организациями, научными центрами и специализированными НИИ Министерства обороны. Обзор расчетно-теоретических методов определения гидродинамических нагрузок на различных этапах АГБП ЛА достаточно полно представлен в работах Г.А. Яковлева, В.Т. Грумондза, Ш.Г. Алиева, В.Г. Дегтяря, В.И. Пегова. Обычно считается, что гидродинамические силы полностью определяются мгновенными значениями кинематических параметров и описываются стационарными позиционными силами, линейно зависящими от углов атаки, скольжения и крена, углов отклонения органов управления и угловых скоростей ЛА. Это оправдано только при малых углах атаки и малом отклонении органов управления и не позволяет учитывать влияние вихревого следа как зависимость нагрузок от предыстории движения ЛА. При расчете динамического нагружения корпуса чаще всего рассматривается только потенциальное обтекание тел потоком невязкой несжимаемой среды – идеальной жидкости, что позволяет определить присоединенные массы и связать гидродинамические силы с ускорением ЛА, но не позволяет учитывать нелинейные нестационарные явления, обусловленные образованием вихрей.

Проведенный обзор методов вычислительной гидродинамики показал, что методы, которые могут быть построены на базе существующих численных методов моделирования течения несжимаемой среды (метода конечных элементов, метода конечных разностей и метода конечных объемов), реализованных в программных комплексах, ставших стандартами де-факто,

таких как ANSYS Fluent, ANSYS CFX, OpenFOAM, FlowVision, Code\_Saturne и др., требуют при расчете нестационарных режимов вихреобразования значительных затрат вычислительных ресурсов, что существенно затрудняет вариантный анализ конструкций и расчеты с учетом случайных факторов. Для целей инженерного расчета нагрузок среди известных методов вычислительной гидродинамики более эффективными оказываются вихревые методы, получившие в нашей стране наибольшее распространение в трудах научной школы С.М. Белоцерковского. Применением вихревых методов к расчету гидродинамических нагрузок подводных аппаратов занимались, в частности, на кафедре теории корабля Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. Также известны модификации метода вихревых элементов в России (Г.А. Щеглов, И.К. Марчевский), США (A.Chorin, A.Leonard, J.Uhlman), Японии (К. Kamemoto), странах европейского союза (G.H. Cottet, P. Koumoutsakos, G. Winckelmans) и других странах.

Проведенный обзор вихревых методов показал, что расчет пространственных течений вихревыми методами до настоящего времени связан с трудностями выбора вихревого элемента, способа удовлетворения граничных условий на обтекаемой поверхности и модели генерации завихренности, способа учета вязкости жидкости, метода восстановления поля давления по известному полю завихренности, и параметров расчетной схемы, необходимых для обеспечения устойчивости счета.

Приведена постановка задачи исследования. Рассматривается пространственное обтекание абсолютно жесткого неподвижного тела потоком несжимаемой среды в безграничной области  $S$ . Система уравнений гидродинамики включает уравнение неразрывности и уравнение сохранения импульса (Навье – Стокса). Задано граничное условие прилипания на поверхности тела, граничные условия на бесконечном удалении от тела (скорость и давление невозмущенного потока) и начальное поле скоростей:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0; \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \nu \nabla^2 \vec{V} - \frac{\nabla p}{\rho_\infty};$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{V} = \vec{V}_\infty; \quad \lim_{r \rightarrow \infty} p = p_\infty; \quad \vec{V}(\vec{r}_K, t) = 0; \quad \vec{r}_K \in K; \quad \vec{V}(\vec{r}, t_0) = \vec{V}_0(\vec{r}),$$

где  $\nabla$  - оператор Гамильтона,  $\vec{V} = \vec{V}(\vec{r}, t)$  – нестационарное трехмерное поле скоростей;  $p = p(\vec{r}, t)$  – поле давления.

При формировании математической модели задачи сделано допущение о применимости подхода Прандтля, так как протекающие процессы происходят при больших числах Рейнольдса, когда силы инерционного взаимодействия во много раз превышают диссипативные силы. Область течения разделяется на три области: тонкую пристеночную область, где возникает завихренность, область потенциального течения и область следа.

Допущение о несжимаемости среды позволяет перейти к вихревому описанию движения среды, и описывать течение через эволюцию завихренности  $\vec{\Omega}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{V}(\vec{r}, t)$ . Поле скоростей в области течения восстанавливается по

полю завихренности с использованием закона Био – Савара и поле давления – при помощи аналога интеграла Коши – Лагранжа.

Эволюция завихренности описывается двумя процессами: генерацией в пристеночной области и движением в области внешнего течения. Поскольку течение во внешней области принимается невязким, движение завихренности описывается в терминах движения лагранжевых частиц:

$$\frac{d\vec{r}_p}{dt} = \vec{V}(\vec{r}_p, t), \quad \frac{d\vec{H}_p}{dt} = (\vec{H}_p \cdot \nabla) \vec{V}(\vec{r}_p, t),$$

где  $\vec{r}_p$  – маркер,  $\vec{H}_p$  – вектор суммарной завихренности  $p$ -го вихревого элемента.

Выполнение граничного условия прилипания на обтекаемой поверхности обеспечивается генерацией завихренности в пристеночной области. Для описания данного процесса использован подход, основанный на гипотезе Лайтхилла – Чорина, в соответствии с которым вся возникающая на поверхности завихренность становится свободной, т.е. пополняет вихревой след.

При решении задачи на шаге по времени для численного интегрирования уравнений использован явный метод, чтобы оперировать с полем скоростей  $\vec{V}$ , удовлетворяющим граничному условию. Для удовлетворения граничного условия в новый момент времени определяются параметры вихревых элементов, возникающих в пристеночной области. Принято, что возникающая завихренность заполняет тонкий слой, толщиной которого можно пренебречь, перейдя, таким образом, к рассмотрению тонкого вихревого слоя, расположенного на обтекаемой поверхности. Математически задача сводится к отысканию интенсивности этого вихревого слоя путем решения граничного интегрального уравнения:

$$\oint_K \frac{\vec{\gamma}(\vec{\xi}) \times (\vec{r} - \vec{\xi})}{4\pi|\vec{r} - \vec{\xi}|^3} dK_\xi - \frac{\vec{\gamma}(\vec{r}) \times \vec{n}(\vec{r})}{2} = -\vec{V}_\infty - \int_S \frac{\vec{\Omega}(\vec{\xi}) \times (\vec{r} - \vec{\xi})}{4\pi|\vec{r} - \vec{\xi}|^3} dS_\xi, \quad \vec{r} \in K.$$

Теория приближенного решения уравнений такого типа основана на методе вихревых рамок, циркуляции которых можно трактовать как кусочно-постоянную интенсивность двойного слоя на обтекаемой поверхности.

Переход от тонкого вихревого слоя к завихренности в пристеночной области выполняется с использованием полуэмпирических моделей.

**Вторая глава** диссертации посвящена моделированию эволюции вихревых петель при отсутствии в потоке тела.

Моделируется течение безграничной несжимаемой среды, в которой вихревые структуры моделируются системой из  $K$  вихревых петель, при этом  $k$ -я петля состоит из  $N_k$  вихревых-отрезков, соединенных в точках-маркерах с координатами  $\vec{r}_{ki}$ . Все вихревые петли в расчёте имеют одинаковую интенсивность  $\Gamma$ . Эффекты вязкости учитываются только как причина перезамыкания петель.

Рассматриваются уравнения эволюции завихренности:

$$\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{\Omega}), \tag{1}$$



где  $\vec{V}(\vec{r}, t)$  – нестационарное трехмерное поле скоростей;  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки в неподвижной системе координат;  $\vec{\Omega}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{V}$  – завихренность.

Вектор скорости маркера определяется суммарным влиянием всех отрезков, вычисленным по закону Био – Савара:

$$\vec{V}_{ki} = \Gamma \cdot \sum_{l=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \vec{v}_{lj}(\vec{r}_{ki}), \quad (2)$$

$$\vec{v}_{lj}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}} \left( \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{\Delta r}_{lj}}{|\vec{s}_1|} - \frac{\vec{s}_2 \cdot \vec{\Delta r}_{lj}}{|\vec{s}_2|} \right), \quad \vec{a} = \vec{s}_1 \times \vec{\Delta r}_{lj}, \quad (3)$$

$$\vec{s}_1 = \vec{r} - \vec{r}_{lj}, \quad \vec{s}_2 = \vec{r} - \vec{r}_{l,j+1}, \quad \vec{\Delta r}_{lj} = \vec{r}_{l,j+1} - \vec{r}_{lj}.$$

В начальный момент времени в среде находится  $K = K_0$  замкнутых вихревых нитей априорно заданной геометрии. Исследуется их движение в течении промежутка времени  $0 \leq t \leq T$ .

Движение вихревой нити описывается перемещением маркеров по траекториям жидких частиц, решаемое системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которая интегрируется численным методом первого порядка точности.

$$\frac{d\vec{r}_{ki}}{dt} = \vec{V}_{ki}, \quad \vec{r}_{ki}(0) = \vec{r}_{ki}^0, \quad i = 1, \dots, N_k, \quad k = 1, \dots, K. \quad (4)$$

Разработанные алгоритмы расчета эволюции вихревых петель включают алгоритм сглаживания петли, переразбиения петли на близкие по длине отрезки и перезамыкания петли (как самой с собой, так и с другими петлями). Данные алгоритмы требуют задания семи параметров:

- 1) интенсивность вихревых петель  $\Gamma$ ;
- 2) шаг  $\Delta t$  интегрирования уравнений (4);
- 3) радиус  $\varepsilon$  линейного сглаживания поля скорости, введенный для исключения неограниченного роста скоростей  $\vec{V}_{ki}(\vec{r})$  в (3);

4) предельный угол  $\varphi$  излома петли, определяющий ее гладкость: если угол между соседними отрезками  $\psi_{ki} = \arccos \left( -\frac{\vec{\Delta r}_{ki} \vec{\Delta r}_{k,i-1}}{|\vec{\Delta r}_{ki}| \cdot |\vec{\Delta r}_{k,i-1}|} \right) < \varphi$ , то проводится сглаживание петли путем коррекции положения маркера; изменение угла осуществляется приближением в два раза маркера  $\vec{r}_{ki}$  к точке  $(\vec{r}_{k,i-1} + \vec{r}_{ki})/2$ , которое продолжается до тех пор, пока во всех маркерах не выполнится условие  $\psi_{ki} \geq \varphi$ ; для исключения избыточного сгущения узлов применяются две процедуры исключения сгущений;

5) номинальная длина отрезка петли  $a$ , которая обеспечивается алгоритмом перераспределения маркеров вдоль нити для выравнивания длины отрезков на следующем шаге; для уточнения формы нити между маркерами  $\vec{r}_{ki}, \vec{r}_{ki+1}$  на текущем шаге производится построение кривых  $\sigma_{ki}$ , заданных сплайнами по координатам маркеров; число отрезков  $N_k$ , на которые будет разделена петля  $k$ , определяется по формуле  $N_k = L_k/a$  с округлением до целого числа; реальная длина  $a_k^*$  отрезков петли  $k$  определяется как  $a_k^* = L_k/N_k$ ; новые маркеры размещаются на кривых  $\sigma_{ki}$  с шагом  $a_k^*$ ; применение разработанного алгоритма

обеспечивает постоянную длину отрезков, при этом относительная разница длин отрезков в пелене не превышает 6 %;

б) пороговое расстояние  $\mu$  между узлами, при котором производится перезамыкание противоположно направленных участков петель;

7) параметр перезамыкания  $\lambda$ , определяющий оптимальный контур новой геометрии петель по критерию:  $f(b_1, \dots, b_4) \rightarrow \min \wedge f(b_1, \dots, b_4) < 0$ ,  $f(b_1, \dots, b_4) = -\sum_{m=j-b_1}^{j+b_2-1} |\vec{\Delta r}_{lm}| - \sum_{n=j-b_3}^{j+b_4-1} |\vec{\Delta r}_{kn}| + \lambda(|\vec{r}_{k,i-b_3} - \vec{r}_{l,j+b_2}| + |\vec{r}_{l,j-b_1} - \vec{r}_{k,i+b_4}|)$ ;  $|\vec{r}_{k,i-b_3} - \vec{r}_{l,j+b_2}| \leq \mu$ ;  $|\vec{r}_{l,j-b_1} - \vec{r}_{k,i+b_4}| \leq \mu$ .

Значения указанных параметров определены на основе решения модельных задач. В ходе вычислительных экспериментов воспроизведены известные из экспериментов качественные эффекты: чехарда колец, эволюция овального вихревого кольца, столкновение вихревых колец, эволюция переплетенных вихревых нитей, что позволяет сделать вывод об адекватном описании реально наблюдаемых процессов с помощью рассматриваемых моделей эволюции вихревых петель.

**В третьей главе** диссертации рассмотрено обтекание тел потоком несжимаемой маловязкой среды. Поверхность тела моделируется набором панелей, каждая из которых представляет собой вихревую рамку. Из условия непротекания в контрольных точках (в центрах панелей) определяются интенсивности вихревых рамок  $\{\gamma\}$ . На основе  $\{\gamma\}$  строится распределение интенсивности двойного слоя по обтекаемой поверхности  $\gamma(\vec{r}_k)$ . По полученному  $\gamma(\vec{r}_k)$  осуществляется построение линий уровня с шагом  $\Gamma$ . Новые вихревые петли строятся путем сдвига в поток полученных линий на величину  $\Delta$  и сглаживания их геометрии. На основании вычислительных экспериментов установлено, что величина  $\Gamma$  должна обеспечивать расстояние между линиями уровня близким к среднему размеру стороны панели  $L_R$ .

В процессе решения (4) из-за погрешностей интегрирования части вихревых петель иногда оказываются внутри тела. Данные участки удаляются из петли и заменяются участками, построенными по поверхности кратчайшим образом и сдвинутыми от поверхности на величину  $\Delta$ . В алгоритм перезамыкания при наличии тела дополнительно вносятся корректировки для исключения попадания отрезков петель в тело при перезамыкании.

Для вычисления давления используется аналог интеграла Коши – Лагранжа:

$$p(\vec{r}, t) = p_\infty + \rho_\infty \left( \frac{|\vec{V}_\infty|^2}{2} - \frac{|\vec{V}(\vec{r}, t)|^2}{2} - \frac{1}{4\pi\Delta t} \cdot \sum_{i=1}^{N_p} A_i \cdot (\gamma_i - \gamma_i^*) + \right. \\ \left. + \Gamma \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \vec{v}_{ki}(\vec{r}) \cdot \vec{V}(\vec{r}_{ki}, t) \right), \quad (5)$$

где  $p_\infty$  – давление в невозмущенном потоке;  $\vec{v}_{ki}(\vec{r})$  – влияние отрезка, вычисленное по формуле (3);  $A_i$  – телесный угол, под которым видна панель из точки вычисления давления.

При проведении математического моделирования обтекания тел установлено, что значения параметров  $\varphi = 160^\circ$  и  $\lambda = 1.4$  могут быть взяты постоянными в дальнейшем. С целью формирования обоснованных

рекомендаций по выбору параметров численного метода  $\varepsilon, \Delta t, a, \mu, \Delta, \Gamma$  в зависимости от числа Рейнольдса была проведена серия (около 550) вычислительных экспериментов по моделированию обтекания сферы радиусом  $R = 0,5$ . На поверхности геометрической модели была построена сетка из 1917 четырёхугольных рамок. Характерная длина панели  $L_R = 0.04$ . Сетка и параметры набегающего потока одинаковы во всех вычислительных экспериментах. Диапазоны возможных значений параметров указаны в Таблице 1. Все вычислительные эксперименты выполнялись на одном и том же вычислительном кластере с одним и тем же числом ядер с ограничениями времени работы 16 часов и 6000 шагов численного метода (что наступит раньше). Вид вихревого следа за сферой показан на Рис. 2.

Таблица 1

Наименование	$\varepsilon$	$\Delta t$	$a$	$\mu$	$\Delta$	$\Gamma$
Верхнее ограничение	0,06	0,35	0,16	0,32	0,05	0,12
Нижнее ограничение	0,0005	0,0025	0,005	0,012	0,0001	0,005

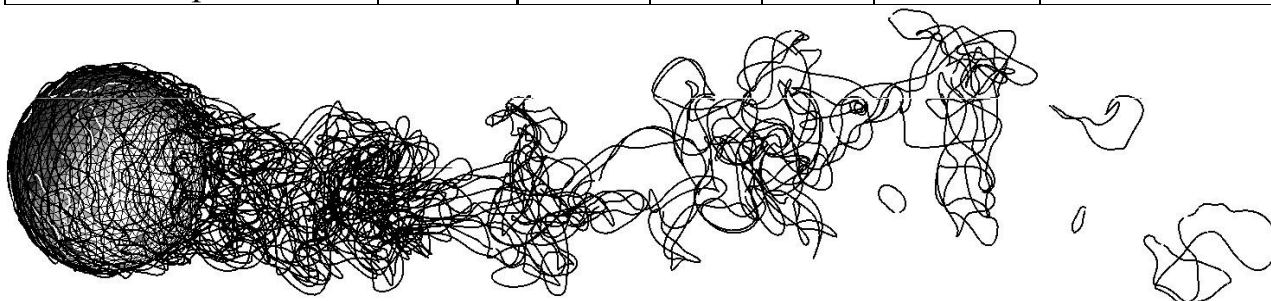


Рис. 2. Вид следа из вихревых петель за сферой, полученного в расчете

После проведения вычислительных экспериментов для каждого набора варьируемых параметров было получено четыре числа  $y_1 \dots y_4$ , характеризующих среднеквадратичное отклонение от экспериментальных данных при соответствующем значении числа Рейнольдса. В Таблице 2 приведены наборы параметров, позволившие получить результаты, наиболее близкие к имеющимся экспериментальным данным, а на Рис. 3 приведено сравнение распределения коэффициента давления, полученное в расчетах, с данными экспериментов.  $NN$  – условный номер расчета.

Таблица 2

$NN$	Параметры численного метода						Период времени	СКО от экспериментальных данных			
	$\varepsilon$	$\Delta t$	$a$	$\mu$	$\Delta$	$\Gamma$		$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
482	0.0087	0.231	0.102	0.062	0.0417	0.01	395.0	<b>0.049</b>	0.148	0.293	0.343
521	0.0005	0.101	0.052	0.12	0.0168	0.01	195.0	0.154	<b>0.063</b>	0.168	0.214
550	0.0035	0.027	0.020	0.08	0.00125	0.02	21.6	0.287	0.150	<b>0.050</b>	0.076
309	0.0035	0.025	0.020	0.08	0.00125	0.02	28.2	0.348	0.211	0.090	<b>0.046</b>

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что распределение давления на обтекаемой поверхности может определяться по разработанному численному методу с инженерной погрешностью порядка 5%. Соответствующим

выбором параметров численного метода можно производить настройку на исследуемый режим обтекания. Наилучшее совпадение с данными эксперимента наблюдается для высоких чисел Рейнольдса.

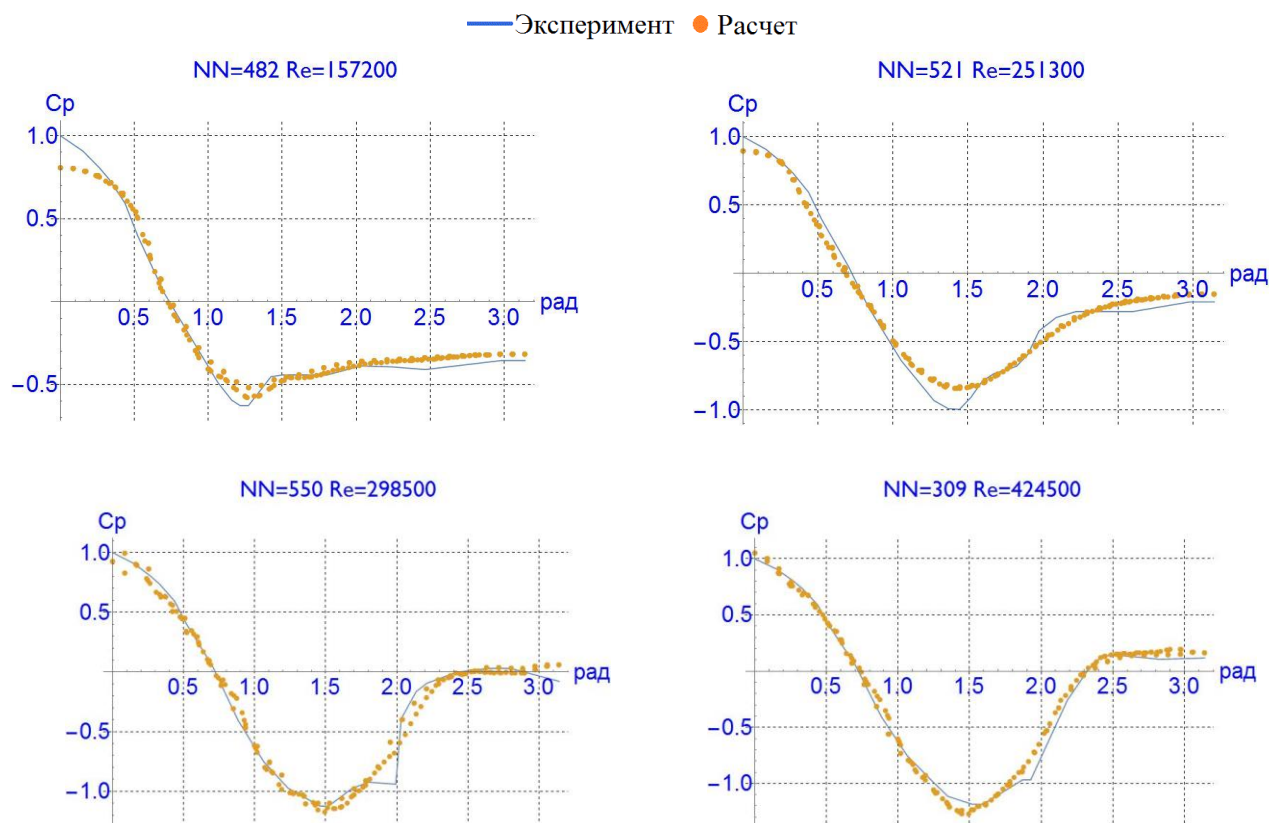


Рис. 3. Сравнение распределения коэффициента давления, полученного путем математического моделирования, с данными экспериментов. В заголовках указан номер вычислительного эксперимента и число Рейнольдса эксперимента

Для обоснования и тестирования вычислительного метода также было проведено математическое моделирование обтекания прямого крыла конечного размаха с удлинением 5, имеющего аэродинамический профиль NASA2217. Задняя острая кромка была затуплена для уменьшения взаимовлияния между панелями верхней и нижней поверхностей. Длина хорды теоретического профиля 0,1; фактическая 0,094. Геометрическая модель обтекаемого тела разбита на  $N_p = 5212$  рамок, как показано на Рис. 4 а. Характерная длина панели  $L_R = 0.0044$ . В вычислительном эксперименте использованы параметры:  $\varepsilon = 0.002$ ,  $\Delta t = 0.0022$ ,  $\alpha = 0.0011$ ,  $\Gamma = 0.005$ ,  $\Delta = 0.0001$ ,  $\varphi = 160^\circ$ ,  $\mu = 0.04$ .

Вид вихревой пелены показан на Рис. 4 б. Число петель в пелене в конце вычислительного эксперимента равнялось  $K = 109$ . Общее число отрезков в пелене составило около 20 000. Анализ картины вихревого следа, образующегося за крылом, показывает, что вихревые петли самоорганизуются и формируют качественно верную структуру подковообразного вихря. На первых итерациях численного метода формируется разгонный вихрь, который далее уносится со следом и его влияние уменьшается, при этом формируются два жгута

большой интенсивности, сходящиеся с кромок крыла в направлении вектора набегающего потока.

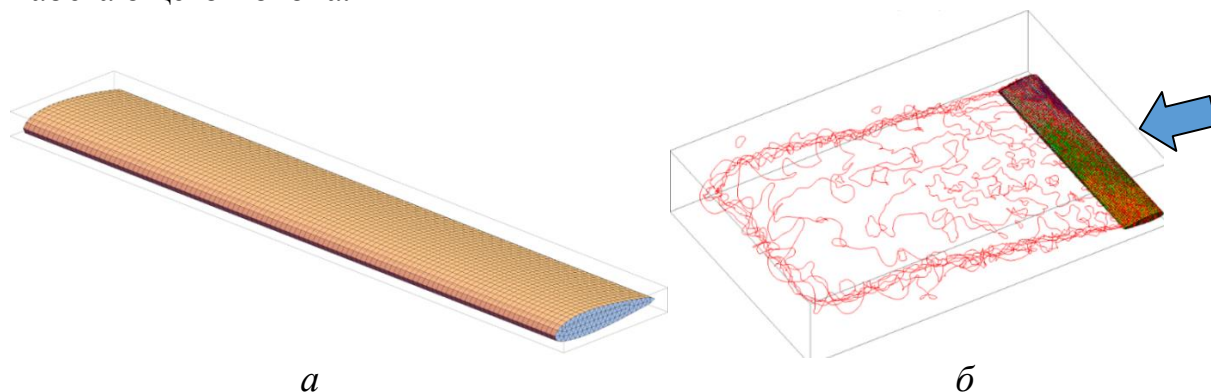


Рис. 4. Сетка панелей на поверхности крыла ( $N_p = 5212$ ) (а) и вихревой след за крылом итерация численного метода № 360 (б)

Полученные в расчете нагрузки сравнивались с экспериментальными полученными аэродинамическими характеристиками и распределением коэффициента давления по хорде для данного профиля. Сравнение действующих на крыло суммарных нагрузок с экспериментальными данными, см. Рис. 5, показывает хорошее совпадение суммарных коэффициентов подъемной силы и момента тангажа. Результаты расчета лобового сопротивления качественно сходятся с экспериментальными данными, но сильно завышены, что объясняется недостаточной дискретизацией поверхности в передней части профиля.

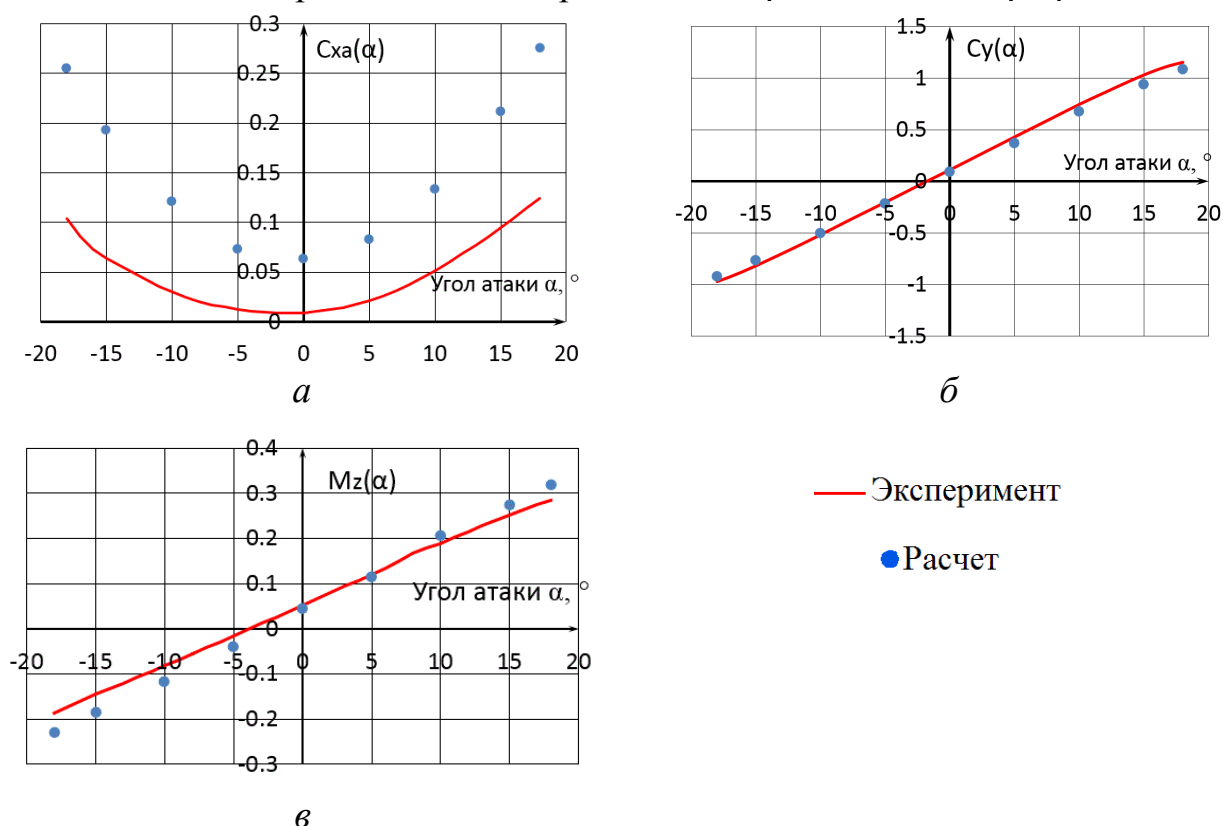


Рис. 5. Значения коэффициентов лобового сопротивления (в скоростной СК) (а), подъемной силы (б), и момента тангажа (в) при углах атаки  $-18^\circ \leq \alpha \leq 18^\circ$

Сравнение осредненных результатов расчёта нагрузок с известными экспериментальными данными обтекания кругового цилиндра удлинения  $L/D = 12,5$  показало удовлетворительную точность при применении программы в инженерных расчетах. Верификация спектра частот поперечных нагрузок при обтекании цилиндра показала корректное определение частоты и амплитуды пульсаций нагрузок.

В целом по результатам расчета можно сделать вывод о том, что разработанный метод позволяет моделировать нагрузки не только на плохобтекаемые тела, но и на крылья конечного удлинения. В вычислительных экспериментах удастся моделировать образование структуры концентрированных вихрей.

В четвертой главе диссертации гидродинамические нагрузки на корпус капсулы ЛА (см. Рис. 1), полученные по разработанной математической модели метода вихревых петель (МВП), сравниваются с данными экспериментов, полученными в гидробассейне и результатами вычислительных экспериментов методом конечного объема (МКО), реализованным в программе SolidWorks FlowSimulation, и методом вихревых элементов – вихревых элементов (МВЭ), реализованным в программе MDVDD. Сравнение распределения давления показано на Рис. 6, а сравнение суммарных аэродинамических коэффициентов показано на Рис. 7.

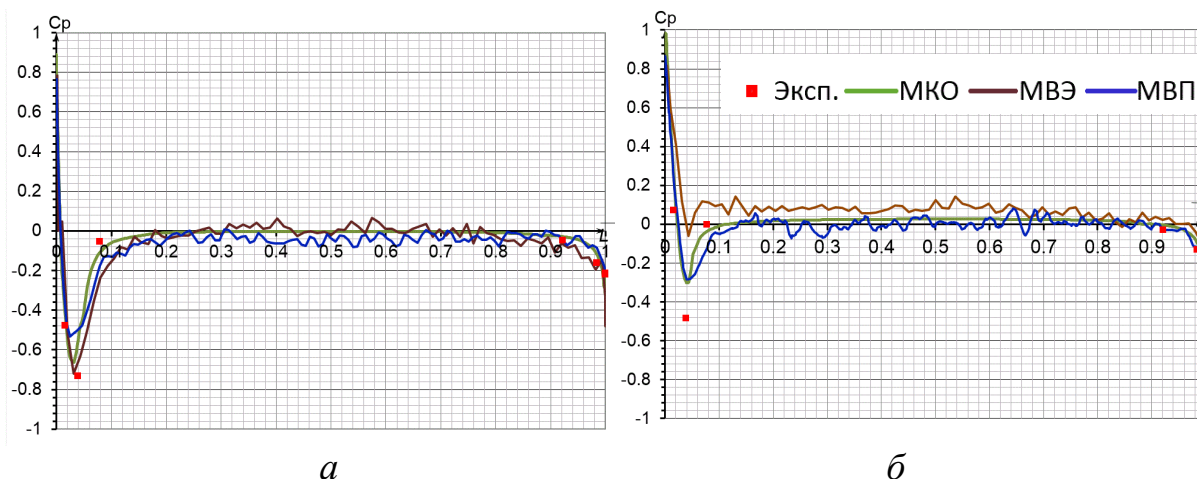


Рис. 6. Распределение давления на верхней (а) и нижней (б) образующих тела.  $\bar{L} = x/L$  ( $x$  – удаленность точки от сферического затупления в продольном направлении,  $L$  – длина тела)

Сравнение результатов показывает, что результаты МКО и МВП близки к результатам эксперимента, а МВЭ даёт значительное расхождение с экспериментальными данными. Наиболее корректные результаты лобового сопротивления с учётом сил трения позволяет получить метод конечных объемов, в то время как метод вихревых петель даёт результаты близкие к результатам эксперимента без учёта сил трения. Данная особенность метода обусловлена реализацией алгоритма, так как влияние касательных сил на контрольные точки панелей не учитывается. Для учета данного эффекта необходимо математическое моделирование вязкости в явном виде. При этом



следует заметить, что вклад сил трения может быть вычислен в инженерной практике с помощью полуэмпирических моделей, поэтому пренебрежение влиянием таких сил при вычислении нагрузок на тело не уменьшает практической значимости разработанного программного комплекса. МВП на углах атаки, превышающих  $10^\circ$ , дает результаты вычисления  $C_x$  и  $M_z$ , хорошо согласующиеся с результатами эксперимента. Для угла атаки  $30^\circ$  на Рис. 8,а показан вид вихревого следа. Картина обтекания при этом качественно соответствует известным результатам М. Хэмша и Дж. Нилсена, как показано на Рис. 8,б.

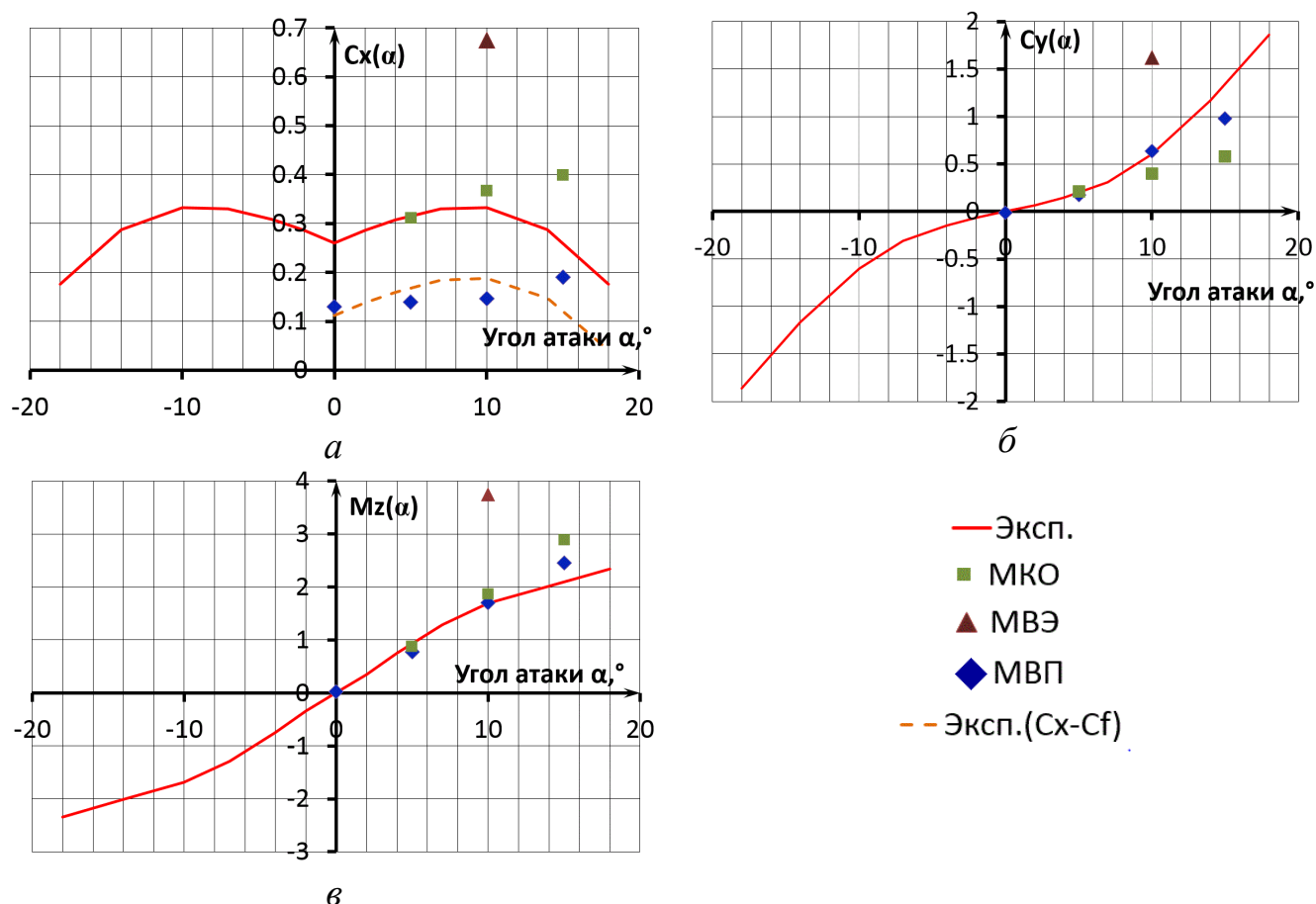


Рис. 7. Сравнение результатов расчета с экспериментом: коэффициент продольной аэродинамической силы (а); коэффициент нормальной аэродинамической силы (б); коэффициент аэродинамического момента тангажа (в)

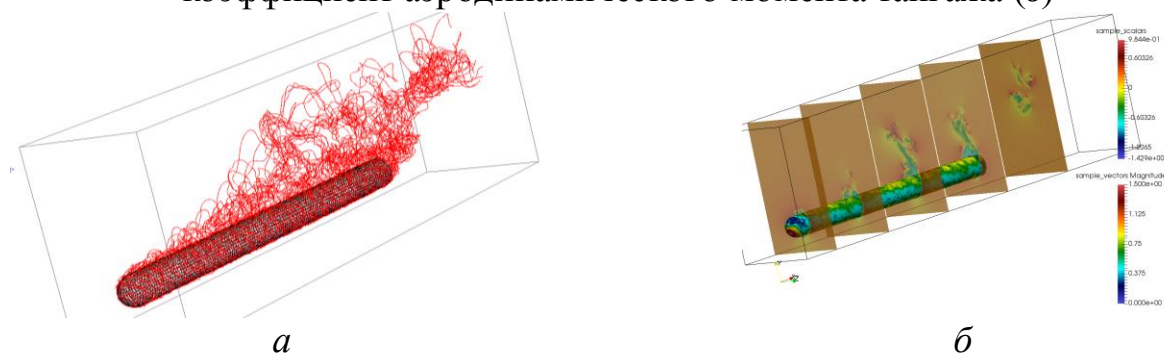


Рис. 8. Вихревой след за капсулой при угле атаки  $30^\circ$  (а) и поле скоростей вблизи капсулы и распределение коэффициента давления при угле атаки  $30^\circ$  (б)

В качестве примера приведены нестационарные нагрузки, полученные для обтекания капсулы в воде под углом атаки 10 градусов и скоростью 18 м/с. Суммарные нестационарные нагрузки на капсулу приведены на Рис.9. Распределение нормальной (*а*) и поперечной (*б*) нагрузок по длине приведены на Рис.10. Распределение нагрузок по поверхности корпуса капсулы приведено на Рис.11.

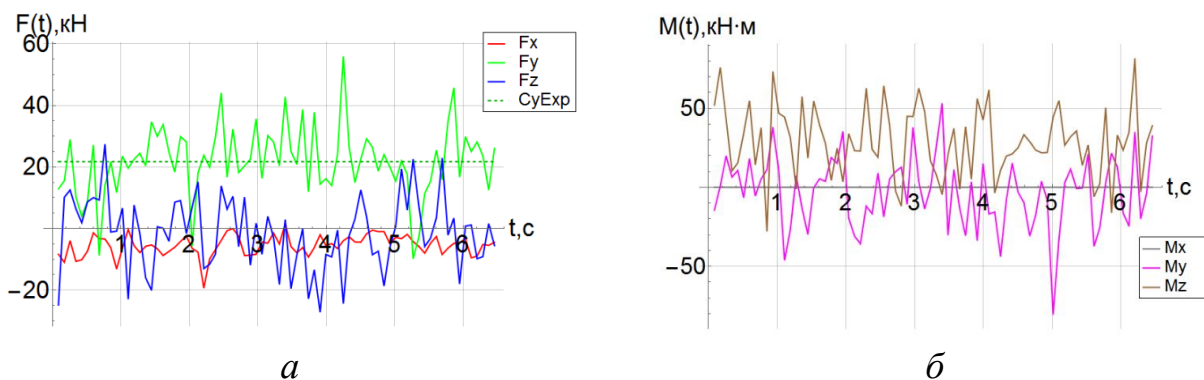


Рис.9. Суммарные нестационарные нагрузки

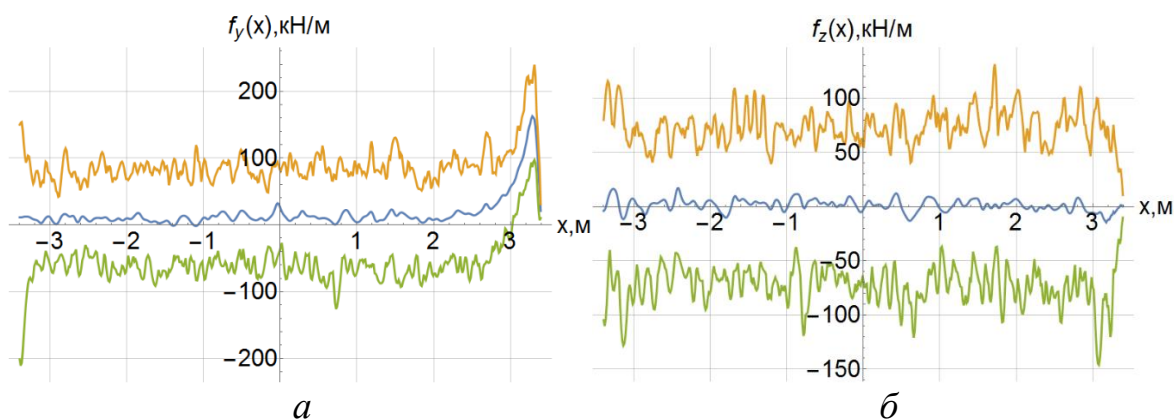


Рис.10. Максимальные, минимальные и осредненные по времени значения нагрузок на продольную ось капсулы

Выявлено, что точность вычисления суммарных нагрузок методом вихревых петель существенно выше, чем при использовании метода вихревых вихревых, что, вероятнее всего, обусловлено отсутствием дополнительной завихренности. При определении  $C_x$  результат получается сходный с экспериментальным без учета сил трения. Данный эффект обусловлен постановкой задачи и не уменьшает ценности программного комплекса и реализованного численного метода. Распределение давления и суммарные аэродинамические коэффициенты сходны с полученными в эксперименте.



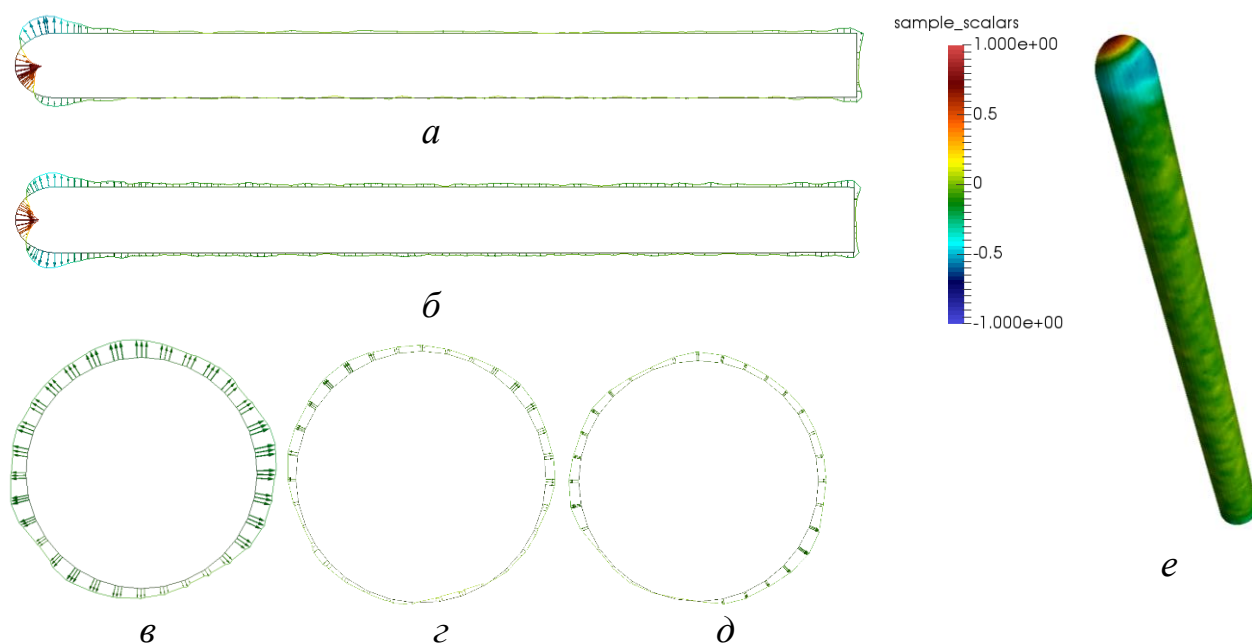


Рис.11. Распределение нагрузок по поверхности корпуса капсулы при угле атаки 10 градусов: продольное сечение (*a*); горизонтальное сечение (*б*); *в–д* – поперечные сечения ( $X = -1$  (*в*),  $X = 0$  (*г*),  $X = 1$  (*д*)); трехмерное изображение (*е*)

### Основные результаты диссертационной работы

1. Разработана математическая модель вихревого элемента – вихревой петли, позволяющая моделировать генерацию завихренности на обтекаемой поверхности и ее эволюцию в области течения.
2. Использование вихревой петли позволило исключить возникновение дополнительной завихренности в области течения, а также исключить априорное задание мест отрыва потока за счет моделирования процессов образования вихревых петель на всей поверхности обтекаемого тела
3. Разработана модификация численного метода вихревых элементов – метод вихревых петель, позволяющая проводить расчет нестационарных гидродинамических нагрузок на основе разработанных алгоритмов. Установлены диапазоны значений параметров алгоритма.
4. Разработан программный комплекс, в котором, с использованием технологии параллельных вычислений MPI, реализован метод вихревых петель. Программный комплекс обеспечивает эффективное решение практических инженерных задач аэрогидробаллистического проектирования капсулы ЛА и подобных ей аппаратов.

## **Основные результаты диссертации отражены в работах:**

- 1. Дергачев С.А. Вычисление распределения давления по поверхности тела вращения методом вихревых элементов//Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. №12. С.480-490. Режим доступа: <http://engineering-science.ru/doc/751624.html> (Дата обращения: 08.05.2018). (0,69 п.л.)**
- 2. Дергачев С.А., Щеглов Г.А. Моделирование эволюции переплетенных вихревых нитей методом вихревых элементов // Научный вестник МГТУ ГА. 2015. №2.С.18-25.(0,5 п.л./0,4 п.л.)**
- 3. Дергачев С.А., Щеглов Г.А. Моделирование динамики переплетенных вихревых нитей//Необратимые процессы в природе и технике: Труды VIII Всероссийской конф. М., 2015. Ч.II. С.22-24. (0,19 п.л./0,12 п.л.)**
- 4. Дергачев С.А., Щеглов Г.А. Моделирование обтекания тел методом вихревых элементов с использованием замкнутых вихревых петель//Научный вестник МГТУ ГА. 2016. № 1. С.19-25. (0,44 п.л./0,31 п.л.)**
- 5. Щеглов Г.А., Дергачев С.А. Вычисление нагрузок на летательный аппарат методом вихревых элементов с замкнутыми вихревыми петлями//Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского. 2016. № 4. С.120-123. (0,25 п.л./0,19 п.л.)**
- 6. Shcheglov G.A., Dergachev S.A. The vortex loops based algorithm for 3D flow simulation around bluff bodies//VII International conference on vortex flow and vortex Method. Rostock. Germany, 2016. 6 p. (0,38 п.л./0,21 п.л.)**
- 7. Shcheglov G.A., Dergachev S.A. Hydrodynamic loads simulation for 3D bluff bodies by using the vortex loops based modification of the vortex particle method//V International Conference on Particle-Based Methods–Fundamentals and Applications. Hannover. Germany, 2017. P. 725-731. (0,38 п.л./0,2 п.л.)**
- 8. Дергачев С.А., Щеглов Г.А. Алгоритм моделирования трехмерного обтекания тел с использованием вихревых петель//Необратимые процессы в природе и технике: Труды IX Всероссийской конф. М., 2017. С. 210-213. (0,25 п.л./0,16 п.л.)**
- 9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017616752. Программа вычисления нестационарных гидродинамических нагрузок, действующих на неподвижное твердое тело MVortexLoops / Дергачев С.А., Щеглов Г.А. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.06.2017.**
- 10. Дергачев С.А. Математическое моделирование эволюции завихренности при пространственном обтекании тел методом вихревых петель//Труды Института системного программирования РАН. 2018. Т.30. Вып.1. С. 215-226. (0,75 п.л.)**