

На правах рукописи

ШЭНЬ КАЙ

**РАЗРАБОТКА ВЫСОКОТОЧНЫХ АЛГОРИТМОВ  
КОРРЕКЦИИ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Специальность 05.13.01 –

Системный анализ, управление и обработка информации  
(в технических системах)

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук



Москва – 2017

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель:

**Неусыпин Константин Авенирович**

Доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры «Системы  
автоматического управления»  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты:

**Афанасьев Валерий Николаевич**  
Доктор технических наук, профессор,  
профессор Национального  
исследовательского университета  
«Высшая школа экономики»

**Веселовская Ольга Александровна**  
Кандидат технических наук, начальник  
отдела ПАО «Научно-производственное  
объединение «Алмаз»

Ведущая организация:

АО «Раменское приборостроительное  
конструкторское бюро»

Защита состоится «10» октября 2017 г. в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, Госпитальный переулок, д. 10, факультет «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана, ауд. 613м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://www.bmstu.ru> МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.02.

Автореферат разослан «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.141.02  
кандидат технических наук, доцент



И.В. Муратов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Работа относится к области управления подвижными объектами. В качестве подвижных объектов используются летательные аппараты (ЛА), так как ЛА как объект управления является наиболее сложным из-за высоких требований к точности управления. Разработка систем управления перспективными динамическими объектами, в частности ЛА, требует изучения новых подходов к их проектированию, создания новых концепций, модернизации существующего программно-алгоритмического обеспечения, создания новой элементной базы, применения новых информационных технологий.

Успешное решение задач управления ЛА во многом определяется уровнем развития измерительной техники. Эксплуатационные характеристики ЛА в большей степени определяются совершенством бортового оборудования, в частности, качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления. Информационно-измерительные сигналы поступают от измерительных систем ЛА. В качестве измерительных систем используют различные гироскопические навигационные системы, в частности для атмосферных ЛА используют инерциальные навигационные системы (ИНС), спутниковые навигационные системы (GPS, ГЛОНАСС), разнообразные радиолокационные системы (РЛС) и др.

Измерительные сигналы этих систем имеют погрешности, обусловленные конструктивными особенностями и условиями функционирования ЛА. Повышение точности измерительной информации осуществляется конструкторским и алгоритмическим путем. Разработка новых конструкций измерительных систем требует новой технологической базы и больших финансовых затрат. Алгоритмический подход позволяет существенно повысить точность навигационного определения с использованием измерительных систем современного уровня точности.

Алгоритмическая коррекция навигационных систем обычно осуществляется с помощью алгоритмов коррекции высокого уровня – алгоритмов оценивания, прогнозирования и комплексирования. Такая алгоритмическая коррекция предусматривает использование второго измерительного датчика информации, внешнего по отношению к корректируемой системе. С помощью этого внешнего датчика формируется измерительный сигнал для алгоритмов, представляющий собой смесь ошибок измерительной системы и внешнего датчика.

Алгоритмы оценивания применяются для компенсации погрешностей в выходном сигнале базовой измерительной системы. Для повышения точности навигационных определений на современных ЛА используют несколько измерительных систем, объединенных в измерительные комплексы (ИК).

ИК, снабженные сложным алгоритмическим обеспечением, отличаются высокой точностью. Алгоритмическое обеспечение включает высокоточные алгоритмы, в частности нелинейный фильтр Калмана (НФК), эволюционные алгоритмы построения моделей исследуемых процессов и др.

Алгоритмы прогнозирования используются для компенсации погрешностей навигационной системы при исчезновении сигнала от внешнего датчика информации. Для построения прогнозирующих моделей обычно используют алгоритм метода группового учета аргументов (МГУА) и генетический алгоритм (ГА).

Дальнейшее повышение точности возможно путем использования в алгоритмах моделей с повышенными качественными характеристиками.

В схемах коррекции навигационной информации используются алгоритмы, включающие различные математические модели исследуемых процессов, в частности модели погрешностей ИНС. Эти модели отличаются уровнем подробности и качественными характеристиками.

В теории управления для определения свойств систем используются такие понятия как устойчивость, наблюдаемость, управляемость, идентифицируемость. Известны разнообразные критерии оценки этих свойств. Однако в практических приложениях часто недостаточно получить принципиальный ответ на вопрос устойчива, наблюдаема, управляема, идентифицируема система или нет. Желательно оценить качества исследуемой динамической системы: максимум ошибки, быстродействие, различные интегральные оценки, запас устойчивости, чувствительность, степени наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости.

Критерии оценки качества системы с помощью запаса устойчивости и функции чувствительности (ФЧ) хорошо теоретически отработаны и имеют широкое практическое применение. Другие качественные характеристики моделей динамических систем – показатели степени наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости разработаны не так подробно.

Как правило, известные критерии определения степени наблюдаемости позволяют определить лишь какие из компонент одного вектора состояния наблюдаются лучше. Эти критерии дают только относительную оценку качественных характеристик компонент конкретного вектора состояния исследуемой системы и не позволяют проводить сравнение компонент векторов состояния различных систем. Поэтому они неудобны для использования при сравнении качества наблюдения в общем случае.

Обычно в практических приложениях необходимо знать возможность эффективного наблюдения каждой конкретной компоненты вектора состояния. Для этого введено понятие меры или степени наблюдаемости каждой конкретной переменной состояния. При проведении параметрической идентификации также целесообразно знать качественные характеристики этого процесса, которые определяются степенью идентифицируемости каждого исследуемого параметра матрицы модели.

Вопрос о том, что «не только наблюдаемы, а как наблюдаемы», т.е. степень наблюдаемости, впервые рассмотрен Р.Г. Брауном в 1966 году. После этого было предложено несколько критериев степени наблюдаемости. Х.Л. Аблин определил критерий степени наблюдаемости с помощью взаимного значения ошибок оценивания переменных вектора состояния и ошибок наблюдения (измерения). Ф.М. Хамм и Р.Г. Браун доказали, что собственные числа и собственные векторы ковариационной матрицы ошибок оценивания могут предоставить полезную информацию о наблюдаемости системы. Критерии определения качества процесса управления были предложены Н.Т. Кузовковым и Фам Суан Фангом, а критерий меры наблюдаемости разработали Н.А. Парусников и В.М. Морозов. Эти критерии отличаются сложными предварительными вычислениями.

Простой критерий степени наблюдаемости, предложенный О.С. Салычевым, предполагает анализ приведенного измерительного шума. С точки зрения точности оценивания, степень наблюдаемости исследовали В.Н. Афанасьев и К.А. Неусыпин, которые определяли соотношением дисперсии произвольной компоненты вектора состояния и дисперсии непосредственно измеряемого вектора состояния, а также с учетом дисперсии шума, приведенного к исследуемой компоненте вектора состояния (аналогично определялась степень идентифицируемости).

Все упомянутые критерии степени наблюдаемости разработаны для линейных стационарных систем. Разработка простых критериев для нестационарных и нелинейных моделей исследуемых объектов является важной задачей при синтезе алгоритмического обеспечения высокоточных навигационных систем.

Качественные характеристики моделей, которые используют в алгоритмическом обеспечении навигационных систем, могут быть различными, т.е. степени наблюдаемости и идентифицируемости имеют различные значения. От качественных характеристик моделей, используемых в алгоритмическом обеспечении, зависит точность коррекции навигационных систем ЛА. Поэтому разработка критериев степени наблюдаемости и идентифицируемости и способов их использования в алгоритмическом обеспечении навигационных систем представляет собой комплекс актуальных задач.

**Целью диссертационной работы** является повышение точности определения навигационной информации алгоритмическим путем за счет использования моделей с повышенными качественными характеристиками наблюдаемости и идентифицируемости. Для достижения поставленной цели решаются следующие **основные задачи**:

1. Разработка критерия степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем;
2. Разработка критерия степени наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем;
3. Разработка критерия степени идентифицируемости параметров нестационарной модели динамических объектов;
4. Разработка комплексного критерия селекции алгоритма МГУА;
5. Разработка адаптивного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости;
6. Разработка адаптивного алгоритма нелинейного фильтра Калмана с МГУА или ГА.

**Методы исследования.** При решении сформулированных задач использовались методы теории автоматического управления, системного анализа, навигационных систем, метод группового учета аргументов и генетический алгоритм. Проверка эффективности разработанных алгоритмов проводится моделированием по данным лабораторного эксперимента с реальными навигационными системами.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработан оригинальный численный критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем;
2. Разработан оригинальный численный критерий степени наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем;
3. Разработан оригинальный численный критерий степени идентифицируемости параметров нестационарной модели динамических объектов;
4. Разработан адаптивный нестационарный фильтр Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости;
5. Разработан алгоритм МГУА с комплексным критерием селекции, позволяющим строить модели с повышенными характеристиками наблюдаемости и идентифицируемости;
6. Разработаны адаптивные модификации нелинейного фильтра Калмана, включающие модели, построенные алгоритмами МГУА и ГА.

**Практическая ценность результатов исследования.** Разработанные алгоритмы оценивания и прогнозирования позволяют осуществить высокоточную коррекцию навигационной информации ЛА. С помощью алгоритма оценивания проводится оценка погрешностей навигационной системы и компенсируется большая часть погрешностей. При исчезновении сигнала от внешнего датчика информации, алгоритмы прогнозирования используются для компенсации погрешностей навигационной системы. Повышение точности навигационной информации ЛА осуществляется путем алгоритмической коррекции с использованием моделей с повышенными характеристиками наблюдаемости и идентифицируемости. Разработанные алгоритмы позволяют повысить точность навигационной информации без существенных материальных затрат, и легко реализуемы в БЦВМ.

**Достоверность и обоснованность** полученных теоретических и практических результатов подтверждаются четкими математическими выводами при построении моделей и алгоритмов, результатами математического моделирования и моделирования по данным лабораторного эксперимента, а также согласованностью полученных результатов с известными данными в этой области, опубликованными в открытой печати.

**Внедрение результатов работы.** Результаты диссертационного исследования, а также разработанные алгоритмы коррекции, оценивания и прогнозирования были применены как в учебном процессе на кафедре «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана, так и при реализации конкретного технического проекта в Нанкинском университете науки и технологий (Нанкин, КНР).

**Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:**

1. Оригинальные численные критерии степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных и нелинейных систем;
2. Оригинальный численный критерий степени идентифицируемости параметров матрицы нестационарной модели;

3. Адаптивный нестационарный фильтр Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости;
4. Компактный алгоритм МГУА с комплексным критерием селекции;
5. Адаптивные модификации нелинейного фильтра Калмана, включающие модели, построенные алгоритмами МГУА и ГА.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на ряде конференций: Седьмая Российская мультиконференция по проблемам управления (Санкт-Петербург, 2014 г.); 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (Yantai, China, 2014 г.); Седьмая, Восьмая и Девятая Всероссийская конференция молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России» (Москва, 2014, 2015, 2016 г.); 2015 5th International Workshop on Computer Science and Engineering: Information Processing and Control Engineering (Москва, 2015 г.); 35th Chinese Control Conference (Chengdu, China, 2016 г.); 2016 International Conference on Robotics and Automation Engineering (Jeju-Do, South Korea, 2016 г.).

**Публикации.** По теме диссертационной работы опубликовано 23 научные работы, из них 12 статей в журналах, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки РФ, объемом 5 п.л., и в том числе 7 работ из них входят в Scopus и Web of Science.

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, общих выводов и заключения, списка используемой литературы. Текст диссертации изложен на 126 машинописных страницах, содержит 26 рисунков. Список литературы содержит 108 источников.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы и направления исследований, проводимых в диссертационной работе, практическая значимость темы, а также приведено краткое содержание работы.

**В первой главе** рассмотрены навигационные системы, которые используются для определения параметров современных ЛА. Приведен сравнительный анализ наиболее распространенных навигационных систем. Представлены модели погрешностей ИНС и схемы их алгоритмической компенсации. При функционировании ИНС в режиме коррекции от внешних измерительных систем обычно используется компенсация ее погрешностей с помощью алгоритмов оценивания. В автономном режиме работы ИНС применяются прогнозирование и последующая компенсация погрешностей в выходном сигнале системы.

Структурная схема ИНС, корректируемой от внешней измерительной системы с алгоритмом оценивания, представлена на Рис. 1.

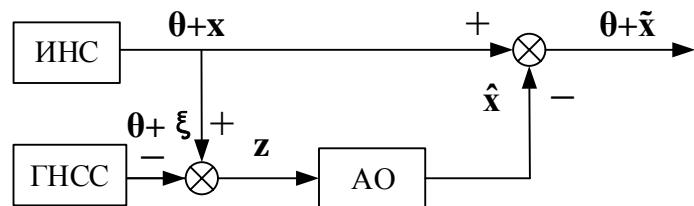


Рис. 1. Структурная схема коррекции ИНС с алгоритмом оценивания

Здесь ГНСС – глобальная навигационная спутниковая система; АО – алгоритм оценивания;  $\theta$  – истинная навигационная информация;  $\mathbf{x}$  – вектор погрешностей ИНС;  $\xi$  – вектор погрешностей ГНСС;  $\mathbf{z}$  – вектор измерений;  $\hat{\mathbf{x}}$  – оценка вектора погрешностей ИНС;  $\tilde{\mathbf{x}}$  – ошибки оценивания погрешностей ИНС.

Структурная схема ИНС с использованием алгоритма построения модели и прогноза при отключении внешнего датчика представлена на Рис. 2.

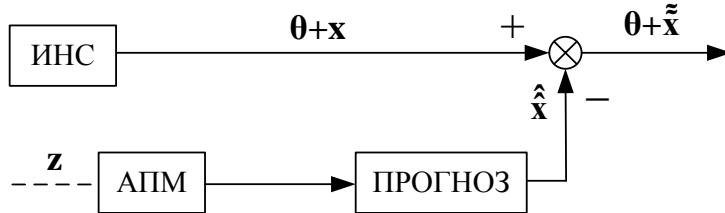


Рис. 2. Структурная схема коррекции ИНС с алгоритмом прогноза

Здесь АПМ – алгоритм построения модели;  $\hat{\mathbf{x}}$  – прогноз вектора погрешностей ИНС;  $\tilde{\mathbf{x}}$  – ошибки прогноза.

В практических приложениях прогнозирование состояния маневрирующего ЛА с использованием априорных математических моделей не представляется возможным, поэтому необходимо строить модели в процессе функционирования объекта. При функционировании ИНС в стохастических условиях объем априорной информации о нем, как правило, минимален. Поэтому целесообразно использовать для экстраполяции МГУА, нейронные сети, ГА и др.

Сформулирована постановка задачи диссертационного исследования.

**Во второй главе** рассмотрены способы определения качественных характеристик математических моделей динамических систем. Представлены критерии степени наблюдаемости компонент вектора состояния линейных стационарных систем, а также критерии степени идентифицируемости параметров стационарных моделей динамических систем.

Разработан оригинальный численный критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем.

**Численный критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем.**

Уравнение нестационарного объекта имеет вид

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}_k$  – вектор состояния;  $\mathbf{w}_{k-1}$  – вектор входного возмущения;  $\Phi_{k,k-1}$  – матрица объекта;  $\Gamma_{k-1}$  – матрица входа.

Уравнение измерения имеет вид

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (2)$$

где  $\mathbf{z}_k$  – вектор измерения;  $\mathbf{v}_k$  – вектор измерительного шума;  $\mathbf{H}_k$  – матрица измерения.

Разобьем каждый шаг измерений на  $n$  (порядок системы) подтактов и выразим эти измерения через вектор состояния в начальном подтакте этого шага:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \\
\mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1}, \\
&\dots \quad \dots \quad \dots
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}_{k+n-1} &= \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1,k+n-2} \cdots \Phi_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1,k+n-2} \cdots \Phi_{k+2,k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k \\
&\quad + \cdots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1}.
\end{aligned}$$

В матричной форме:

$$\mathbf{z}_k^* = \mathbf{O}_{Lk} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^*, \tag{4}$$

$$\text{где } \mathbf{z}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} \\ \dots \\ \mathbf{z}_{k+n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{O}_{Lk} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1,k} \\ \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1,k+n-2} \cdots \Phi_{k+1,k} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{v}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k^+ \\ \mathbf{v}_{k+1}^+ \\ \dots \\ \mathbf{v}_{k+n-1}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1,k+n-2} \cdots \Phi_{k+2,k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \cdots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1} \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\mathbf{O}_{Lk}$  является матрицей наблюдаемости. Нестационарная система (1) и (2) наблюдаема в интервале  $[t_k, t_{k+n-1}]$ , если ранг матрицы  $\mathbf{O}_{Lk}$  равен порядку системы  $n$ , т.е.  $\text{rank}[\mathbf{O}_{Lk}] = n$ .

Выразим из уравнения объекта вектор состояния в начальном подтакте измерения:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{O}_{Lk}^\dagger \mathbf{z}_k^* - \mathbf{O}_{Lk}^\dagger \mathbf{v}_k^*, \tag{5}$$

где  $\mathbf{O}_{Lk}^\dagger = [\mathbf{O}_{Lk}^T \mathbf{O}_{Lk}]^{-1} \mathbf{O}_{Lk}^T$  – псевдообратная матрица  $\mathbf{O}_{Lk}$ .

В соответствии с уравнением (5) введем обозначение

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{O}_{Lk}^\dagger \mathbf{z}_k^*. \tag{6}$$

Запишем уравнение (6) в скалярном виде

$$y_k^i = \alpha_{1,k}^i z_k + \alpha_{2,k}^i z_{k+1} + \cdots + \alpha_{n,k}^i z_{k+n-1}, \tag{7}$$

где  $y_k^i$  –  $i$ -й элемент вектора  $\mathbf{y}_k$ ;  $\alpha_{j,k}^i$  ( $j = 1, \dots, n$ ) –  $i$ -я строка матрицы  $\mathbf{O}_{Lk}^\dagger$ .

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерения формулируются в соответствии с уравнением (7).

Для произвольной компоненты вектора состояния приведенный измерительный шум  $\zeta_k^* = \mathbf{O}_{Lk}^\dagger \mathbf{v}_k^*$ , в соответствии с уравнением (7), имеет вид

$$\zeta_k^{*i} = \alpha_{1,k}^i v_k^+ + \alpha_{2,k}^i v_{k+1}^+ + \cdots + \alpha_{n,k}^i v_{k+n-1}^+, \tag{8}$$

где  $\zeta_k^{*i}$  –  $i$ -й элемент вектора  $\zeta_k^*$ .

Дисперсия приведенного к  $i$ -ой компоненте измерительного шума  $\zeta_k^{*i}$  может быть определяться коэффициентами  $\alpha_{j,k}^i$  ( $j = 1, \dots, n$ ), т.е.

$$R_{Lk}^{*i} = \left[ (\alpha_{1,k}^i)^2 + (\alpha_{2,k}^i)^2 + \dots + (\alpha_{n,k}^i)^2 \right] R_k^0, \quad (9)$$

где  $R_k^0$  – дисперсия исходного измерительного шума  $v_k$ .

Судить о мере наблюдаемости можно по двум характеристикам: точности оценивания и времени сходимости. Критерий, по которому определяется степень наблюдаемости, имеет вид

$$Do_{Lk}^i = \frac{E[(x_k^i)^2]}{E[(y_k^i)^2] \sum_{j=1}^n (\alpha_{j,k}^i)^2}, \quad (10)$$

где  $E[(x_k^i)^2]$  – дисперсия произвольной  $i$ -ой компоненты вектора состояния;

$E[(y_k^i)^2]$  – дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния.

В критерии степени наблюдаемости (10) мерой наблюдаемости является скаляр. Эта особенность выгодно отличает этот критерий от известных, так как позволяет проводить сравнение степеней наблюдаемости компонент различных векторов состояния.

Исследованы критерии степени идентифицируемости параметров стационарной модели. Модифицирован известный численный критерий степени идентифицируемости параметров стационарных моделей для нестационарного случая. Судить о мере идентифицируемости можно по двум характеристикам: точности идентификации и времени сходимости. Критерий, по которому определяется степень идентифицируемости параметров нестационарной модели динамического объекта, имеет вид

$$Di_k^i = \frac{E[(\lambda_{i,k})^2] R_k^0}{E[(z_{i,k})^2] \hat{R}_k^i}, \quad (11)$$

где  $E[(\lambda_{i,k})^2]$  – дисперсия произвольной  $i$ -ой компоненты вектора параметров;

$E[(z_{i,k})^2]$  – дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния;  $R_k^0$  – дисперсия исходного измерительного шума;  $\hat{R}_k^i$  – дисперсия приведенного измерительного шума, полученная с помощью аддитивного модификации фильтра Калмана.

**Численный критерий степени наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем.**

Пусть нелинейная модель описывается векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(t, x) + g(t, x)w(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (12)$$

Уравнение измерений имеет вид

$$z(t) = h(t, x) + v(t), \quad (13)$$

здесь  $f(t, x)$ ,  $g(t, x)$ ,  $h(t, x)$  действительны и непрерывны.

Представим систему (12) и (13) в эквивалентном виде: модель имеет структуру линейных дифференциальных уравнений с параметрами, которые зависят от состояния (State Dependent Coefficient, SDC). Преобразованные с помощью метода SDC-представления уравнения (12) и (13) имеют вид

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t, \mathbf{x}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t, \mathbf{x}) \mathbf{w}(t), \quad (14)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t, \mathbf{x}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (15)$$

где  $\mathbf{A}(\cdot)$ ,  $\mathbf{G}(\cdot)$ ,  $\mathbf{H}(\cdot)$  – матрицы действительных переменных;  $\mathbf{w}(t)$ ,  $\mathbf{v}(t)$  – гауссовые белые шумы.

SDC-представление (14) и (15) нелинейной системы (12) и (13) является наблюдаемым в точках  $t_i \in [t_0, t_1]$ , если выполняется следующий критерий

$$\text{rank}[\mathbf{O}(t_i, \mathbf{x}_i)] = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{H}(t_i, \mathbf{x}_i) \\ \mathbf{H}(t_i, \mathbf{x}_i) \mathbf{A}(t_i, \mathbf{x}_i) \\ \dots \\ \mathbf{H}(t_i, \mathbf{x}_i) \mathbf{A}(t_i, \mathbf{x}_i)^{n-1} \end{bmatrix} = n. \quad (16)$$

Так как матрицы  $\mathbf{H}(t_i, \mathbf{x}_i)$ ,  $\mathbf{A}(t_i, \mathbf{x}_i)$  содержат постоянные элементы, поэтому выражение (16) не что иное, как критерий наблюдаемости Калмана в точках  $t_i \in [t_0, t_1]$ . Критерий (16) можно назвать поточечным критерием Калмана.

На практике, для удобства обработки информации часто используется дискретная форма системы:

$$\mathbf{x}_k = \Phi(t_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma(t_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{w}_{k-1}, \quad (17)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (18)$$

Матрица наблюдаемости нелинейной системы (17) и (18) имеет вид

$$\mathbf{O}_{Nk} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(t_k, \mathbf{x}_k) \\ \mathbf{H}(t_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \Phi(t_k, \mathbf{x}_k) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{H}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \Phi(t_{k+n-2}, \mathbf{x}_{k+n-2}) \dots \Phi(t_k, \mathbf{x}_k) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

В соответствии с критерием (16), система (17) и (18) является наблюдаемой, если  $\text{rank}[\mathbf{O}_{Nk}] = n$ .

Для нелинейных систем численный критерий степени наблюдаемости имеет вид

$$Do_{Nk}^i = \frac{E\left[\left(x_k^i\right)^2\right]}{E\left[\left(Y_k^i\right)^2\right] \sum_{j=1}^n \left(O_{j,k}^i\right)^2}, \quad (20)$$

где  $E\left[\left(x_k^i\right)^2\right]$  – дисперсия произвольной  $i$ -ой компоненты вектора состояния;

$E\left[\left(Y_k^i\right)^2\right]$  – дисперсия приведенной измеряемой  $i$ -й компоненты вектора измерений;  $O_{j,k}^i$  ( $j = 1, \dots, n$ ) –  $i$ -я строка матрицы  $\mathbf{O}_{Nk}^\dagger$ .

Таким образом, для определения качественных характеристик наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем предложен оригинальный численный критерий.

**В третьей главе.** Рассмотрены нестационарный линейный и нелинейный фильтры Калмана, используемые в схемах коррекции навигационных систем в выходном сигнале.

К точности решения задач управления современными ЛА предъявляются жесткие требования, поэтому в практических приложениях используются комплексирование ИНС с ГНСС и последующая обработка навигационной информации посредством нелинейного фильтра Калмана и его модификаций с помощью алгоритмов МГУА или ГА.

### Способы реализации нелинейного фильтра Калмана.

Пусть уравнение вектора состояния имеет вид

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k, \quad (21)$$

где  $\mathbf{x}_k$  – вектор состояния;  $\Phi_{k,k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$  – матрица нелинейной модели, характеризующая динамику исследуемого процесса.

Часть вектора состояния измеряется:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (22)$$

где  $\mathbf{z}_k$  – вектор измерений;  $\mathbf{H}_k$  – матрица измерений;  $\mathbf{w}_k$  и  $\mathbf{v}_k$  – дискретные аналоги гауссовского белого шума с нулевыми математическими ожиданиями и матрицами ковариаций  $\mathbf{Q}_k$  и  $\mathbf{R}_k$  соответственно, некоррелированные между собой.

Уравнения нелинейного фильтра Калмана имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})[\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}], \\ \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}), \\ \mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) &= \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \left[ \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right]^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k,k-1} &= \frac{\partial \Phi_{k,k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})}{\partial \mathbf{x}_{k-1}^T} \mathbf{P}_{k-1} \left[ \frac{\partial \Phi_{k,k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})}{\partial \mathbf{x}_{k-1}^T} \right]^T + \mathbf{Q}_k, \\ \mathbf{P}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k,k-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь  $\mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$  – матрица коэффициентов усиления фильтра Калмана;  $\mathbf{P}_{k,k-1}$  – априорная ковариационная матрица ошибок оценивания;  $\mathbf{P}_k$  – апостериорная ковариационная матрица ошибок оценивания;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.

Такой подход может быть применен лишь в случае унимодального характера апостериорной плотности. Когда апостериорная плотность многоэкстремальна, используется алгоритм, в котором апостериорная плотность представлена набором дельта-функций.

Недостаток представления апостериорной плотности в виде дельта-функций заключается в том, что не учитывается локальное поведение функции  $\Phi_{k,k-1}$  в окрестности узлов сетки. Ясно, что увеличение числа узлов сетки позволит повысить точность, но при этом возрастет объем вычислений. Алгоритм, позволяющий учесть локальное поведение функции  $\Phi_{k,k-1}$ , построен на полигауссовой аппроксимации апостериорной плотности.

Перечисленные варианты реализаций нелинейного фильтра Калмана предполагают линеаризацию модели погрешностей ИНС при помощи ряда Тейлора, представление апостериорной плотности в виде набора дельта-функций или замену апостериорной плотности системой частных гауссовых плотностей, взятых с различными весами. В результате в фильтре Калмана используются только линейные модели погрешностей ИНС.

Применение нелинейных моделей фильтра Калмана в общем случае затруднительно вследствие того, что апостериорная плотность вектора состояния не является гауссовой. Следовательно, получить алгоритмизируемые рекуррентные соотношения для вычисления оценок вектора состояния не представляется возможным. Известны подходы, в рамках которых реализация фильтра Калмана сведена к решению стохастического дифференциального уравнения в частных производных, записанного в форме Ито или в форме Стратоновича. Однако практическая реализация этого решения сложна еще и потому, что при интегрировании этих уравнений необходимо применять специальные правила, не совпадающие с обычными правилами математического анализа.

### Модификация нелинейного фильтра Калмана в схеме коррекции навигационных систем ЛА.

Наиболее полно учесть все особенности характера изменения погрешностей ИНС и, что особенно важно, конкретной ИНС в условиях каждого конкретного полета можно посредством построения нелинейной модели с помощью алгоритмов МГУА или ГА. Нелинейная модель используется в качестве эталонной модели для обеспечения адекватности модели фильтра Калмана и реального процесса изменения погрешностей ИНС.

На Рис. 3 представлена схема коррекции ИНС при использовании МГУА.

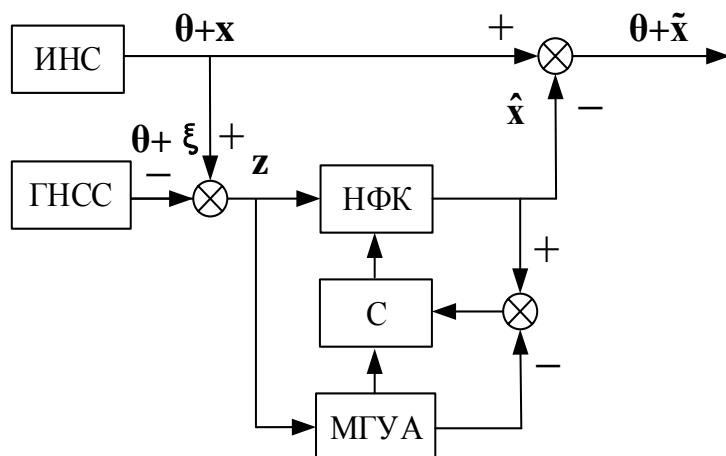


Рис. 3. Структурная схема коррекции ИНС при использовании МГУА  
Здесь С – индикатор расходимости процесса оценивания.

В структуру фильтра Калмана необходимо включить индикатор расходности процесса оценивания:

$$\mathbf{v}_k^T \mathbf{v}_k \leq \gamma \text{tr}(\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k), \quad (24)$$

где  $\mathbf{v}_k$  – обновляемая последовательность;  $\gamma$  – коэффициент, выбираемый из практических соображений.

Вместо МГУА можно использовать ГА – схема алгоритма коррекции остается без изменений. Если процесс оценивания становится расходящимся, то в фильтре Калмана используется новая модель.

В условиях исчезновения сигналов от внешних измерительных систем применяется коррекция с помощью прогнозирующих моделей погрешностей ИНС. Для построения прогнозирующих моделей использованы алгоритм МГУА и ГА.

Таким образом, в третьей главе разработаны: нестационарный фильтр Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости; МГУА с разработанными критериями степеней наблюдаемости и идентифицируемости; адаптивный нелинейный фильтр Калмана, снабженный алгоритмом МГУА или ГА и критерием степени наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем.

**Четвертая глава** посвящена экспериментальному исследованию разработанных алгоритмов. Эффективность предложенных алгоритмов проверена с использованием полунатурного моделирования с реальными ИНС. Приведены результаты моделирования: нестационарного фильтра Калмана, в котором использована модель с повышенными характеристиками наблюдаемости; алгоритма МГУА с комплексным критерием селекции; модифицированного нелинейного фильтра Калмана. Представлены результаты анализа точностных характеристик разработанных алгоритмов.

На Рис. 4 представлен результат оценки угла отклонения гиростабилизированной платформы (ГСП) относительно сопровождающего трехгранника выбранной системы координат.

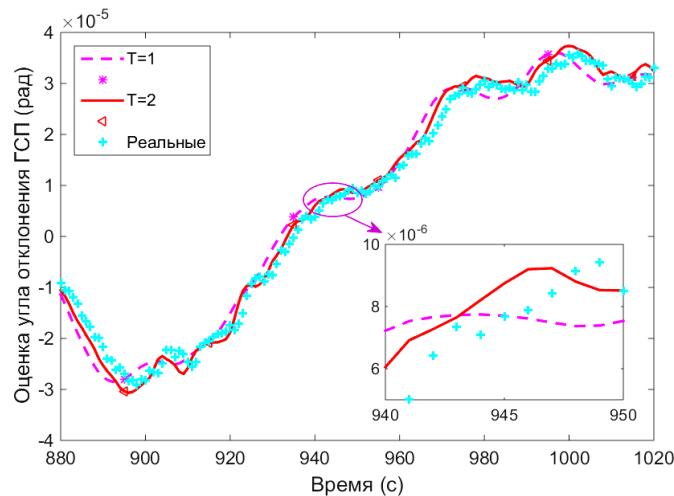


Рис. 4. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных  $T$

Среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при  $T = 1$  с равно  $2,5 \times 10^{-6}$  рад, а

при  $T = 2$  с –  $1,5 \times 10^{-6}$  рад. Моделирование показало, что точность оценивания погрешностей ИНС посредством линейного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости в среднем на 3–5% выше по сравнению с использованием классического линейного нестационарного фильтра Калмана.

На Рис. 5 представлен результат прогноза погрешностей ИНС.

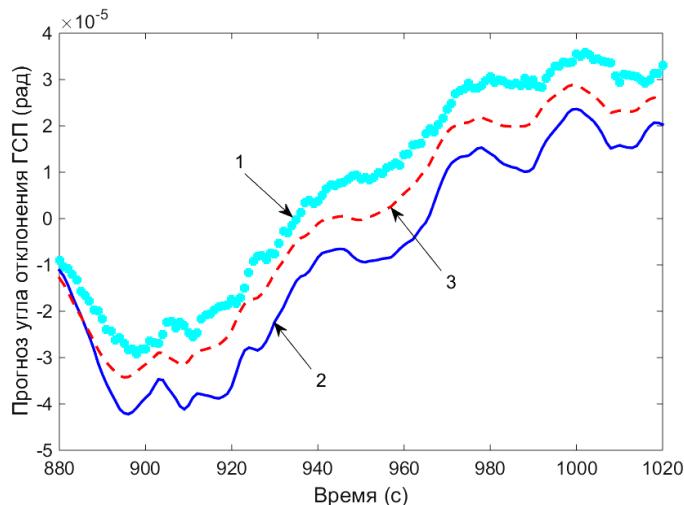


Рис. 5. Прогноз угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученный с помощью МГУА и алгоритма МГУА с комплексным критерием селекции

На Рис. 5 представлены: 1 – ошибки реальной системы ИНС, полученные в процессе лабораторного эксперимента; 2 – прогноз угла отклонения ГСП посредством классического МГУА; 3 – прогноз угла отклонения ГСП посредством алгоритма МГУА с комплексным критерием селекции. СКО ошибок прогнозирования с помощью МГУА равно  $1,3 \times 10^{-5}$  рад, а алгоритма МГУА с комплексным критерием селекции равно  $0,6 \times 10^{-5}$  рад. Алгоритм МГУА с комплексным критерием селекции работает с высокой точностью прогнозирования.

Результат моделирования нелинейного фильтра Калмана и его модификации представлен на Рис. 6.

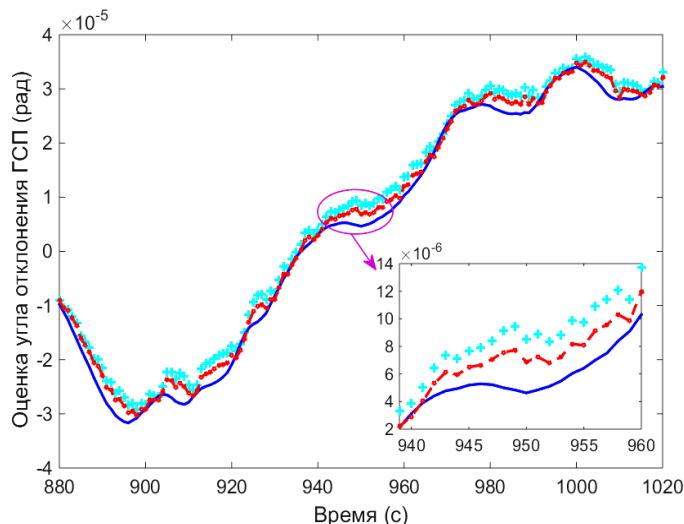


Рис. 6. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью нелинейного фильтра Калмана и его модификации

На Рис. 6 представлены: лазурная пунктирная линия – угол отклонения ГСП, полученный в процессе лабораторного эксперимента; синяя сплошная линия – оценка угла отклонения ГСП, полученная с помощью классического нелинейного фильтра Калмана; красная ломаная линия – оценка угла отклонения ГСП, полученная посредством модифицированного нелинейного фильтра Калмана.

В соответствие с результатами серии лабораторных экспериментов можно сделать заключение – модифицированный нелинейный фильтр Калмана продемонстрировал наиболее высокую точность. Точность определения широты местности составила в среднем 0,02 угловых минут за один час полета ЛА. При использовании классического нелинейного фильтра Калмана точность определения широты местности в среднем составляет 0,05 угловых минут.

**В заключении** представлены основные полученные результаты диссертационной работы.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

1. Разработаны способы оценивания и прогнозирования с повышенными качественными характеристиками наблюдаемости и идентифицируемости, позволяющие в полете наиболее эффективно обрабатывать навигационную информацию;

2. Разработаны оригинальные численные критерии степени наблюдаемости, которые позволяют определять качество наблюдаемости конкретных переменных состояния нестационарных и нелинейных систем;

3. Разработан оригинальный численный критерий степени идентифицируемости параметров моделей динамических нестационарных систем, который позволяет определять качество идентификации;

4. Разработаны алгоритмы МГУА с комплексным критерием селекции, позволяющим строить модели с повышенными качественными характеристиками наблюдаемости и идентифицируемости;

5. Разработаны адаптивные модификации нелинейного фильтра Калмана, включающие модели, построенные алгоритмами МГУА и ГА;

6. Навигационные системы ЛА с разработанными алгоритмами коррекции отличаются от известных корректируемых систем большей точностью получения навигационной информации при различных режимах полета ЛА.

## **ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕЙ РАЗРАБОТКИ ТЕМЫ**

В качестве расширения темы предполагается разработка перспективных и универсальных алгоритмов коррекции навигационных систем с повышенными качественными характеристиками степеней наблюдаемости, управляемости, идентифицируемости, устойчивости и чувствительности.

## **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Неусыпин К.А., Шэнь Кай. Модификация нелинейного фильтра Калмана с использованием генетического алгоритма // Автоматизация и современные технологии. 2014. № 5. С. 9-11. (0,4 п.л. / 0,2 п.л.).

2. Неусыпин К.А., Шэнь Кай, Лю Жунчжун. Некоторые способы повышения точности алгоритмов оценивания погрешностей навигационных систем // Труды ФГУП «НПЦАП», Системы и проборы управления. 2014. № 2. С. 68-75. (1,0 п.л. / 0,3 п.л.).

3. Aircraft self-organization algorithm with redundant trend / Shen Kai [et al.] // Journal of Nanjing University of Science and Technology. 2014. № 5. Р. 602-607. (0,8 п.л. / 0,2 п.л.).

4. Шэнь Кай, Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Исследование степени наблюдаемости погрешностей автономных инерциальных навигационных систем // Автоматизация и современные технологии. 2015. № 1. С. 24-30. (0,8 п.л. / 0,3 п.л.).

5. Цибизова Т.Ю., Шэнь Кай, Неусыпин К.А. Исследование алгоритмов оценивания в задаче коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Фундаментальные исследования. 2015. № 6 (часть 2). С. 301-305. (0,6 п.л. / 0,2 п.л.)

6. Шэнь Кай. Разработка методов оценивания и прогнозирования навигационных систем летательных аппаратов // Автоматизация. Современные технологии. 2015. № 7. С. 13-18. (0,7 п.л. / 0,7 п.л.).

7. Шэнь Кай, Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Исследование алгоритмов коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 2. С. 28-39. (0,8 п.л. / 0,3 п.л.).

8. Шэнь Кай, Неусыпин К.А. Критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 6. С. 10-16. (0,8 п.л. / 0,4 п.л.).

9. Шэнь Кай, Неусыпин К.А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 11. С. 723-731. (1,1 п.л. / 0,6 п.л.).

10. Шахтарин Б.И., Шэнь Кай, Неусыпин К.А. Модификация нелинейного фильтра Калмана в схеме коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Радиотехника и электроника. 2016. Том 61, № 11. С. 1065-1072. (1,0 п.л. / 0,4 п.л.).

11. Динамический системный синтез алгоритмического обеспечения навигационного комплекса летательного аппарата / Шэнь Кай [и др.] // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2017. № 2, С. 2-8. (0,8 п.л. / 0,1 п.л.).

12. Шэнь Кай, Селезнева М.С. Разработка численного критерия степени наблюдаемости переменных состояния нелинейных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2017. Том 71, № 8. С. 342-348. (0,6 п.л. / 0,3 п.л.).

13. Technology of error compensation in navigation systems based on nonlinear Kalman filter / Shen Kai [et al.] // Journal of National University of Defense Technology. 2017. № 2. Р. 84-90. (0,6 п.л. / 0,2 п.л.).

14. Шэнь Кай, Неусыпин К.А., Пролетарский А.В. Разработка критерия степени идентифицируемости параметров модели динамических нестационар-

ных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2017. Том 71, № 10. С. 415-420. (0,5 п.л. / 0,1 п.л.).

15. Пролетарский А.В., Неусыпин К.А., Шэнь Кай. Алгоритмические способы коррекции автономных инерциальных навигационных систем // Материалы конференции «Управление в морских и аэрокосмических системах». Санкт-Петербург. 2014. С. 637-641. (0,4 п.л. / 0,1 п.л.).

16. Шэнь Кай, Неусыпин К.А., Пролетарский А.В. Исследование критерий степени наблюдаемости // Материалы конференции «Информационные технологии в управлении». Санкт-Петербург. 2014. С. 254-260. (0,6 п.л. / 0,2 п.л.).

17. Shen Kai, Neusypin K.A., Proletarsky A.V. On state estimation of dynamic systems by applying scalar estimation algorithms // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. Yantai, China. 2014. P. 124-129. (0,4 п.л. / 0,1 п.л.).

18. Неусыпин К.А., Пролетарский А.В., Шэнь Кай. Навигационные комплексы с высокими степенями наблюдаемости // Труды Седьмой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России». Москва. 2014. С. 445-446. (0,1 п.л. / 0,02 п.л.).

19. Proletarsky A.V., Shen Kai, Neusypin K.A. Intelligent control systems: Contemporary problems in theory and implementation in practice // 2015 5th International Workshop on Computer Science and Engineering: Information Processing and Control Engineering. Moscow. 2015. P. 39-47. (0,6 п.л. / 0,1 п.л.).

20. Шэнь Кай. Формирование алгоритмического обеспечения современных систем летательных аппаратов // Труды Восьмой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России». Москва. 2015. С. 1087-1089. (0,2 п.л. / 0,2 п.л.).

21. Шэнь Кай, Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Разработка псевдоинтеллектуальной системы управления космическими летательными аппаратами // Труды Девятой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России». Москва. 2016. С. 816-819. (0,3 п.л. / 0,1 п.л.).

22. Shen Kai, Proletarsky A.V., Neusypin K.A. Quantitative analysis of observability in linear time-varying systems // Proceedings of the 35th Chinese Control Conference. Chengdu, China. 2016. P. 44-49. (0,4 п.л. / 0,1 п.л.).

23. Shen Kai, Proletarsky A.V., Neusypin K.A. Algorithms of constructing models for compensating navigation systems of unmanned aerial vehicles // 2016 International Conference on Robotics and Automation Engineering. Jeju-Do, South Korea. 2016. P. 104-108. (0,4 п.л. / 0,1 п.л.).