

На правах рукописи

ДЫННИКОВ Ярослав Алексеевич

**Бессеточная технология численного моделирования
взаимодействий вязкой жидкости и систем
профилей с кинематическими и упругими связями**

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук



Москва — 2016

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте механики
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Гувернюк Сергей Владимирович

Официальные оппоненты: **Желанников Александр Иванович**,
доктор технических наук, профессор,
Центральный аэрогидродинамический институт
имени профессора Н.Е. Жуковского,
главный научный сотрудник

Ставцев Станислав Леонидович,
кандидат физико-математических наук,
Институт вычислительной математики
Российской академии наук,
старший научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук

Защита состоится « » 2016г. в час. мин. на заседании дис-
сертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техниче-
ском университете имени Н.Э. Баумана по адресу: Москва, ул. 2-я Бауманская,
д. 5, стр. 1, зал Учёного Совета.

С диссертацией можно ознакомиться на сайте www.bmstu.ru и в библиотеке
Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан « » 2016г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
кандидат технических наук,
доцент



Аттетков
Александр
Владимирович

Общая характеристика работы

Объект исследования и актуальность темы. Фундаментальной научной проблемой является исследование динамики тел, движущихся и изменяющих свою форму в сопротивляющейся сплошной среде под действием аэрогидродинамических сил. Актуальны вопросы корректного расчёта нестационарных аэрогидродинамических нагрузок, действующих на плохообтекаемые трансформирующиеся конструкции при различных переходных режимах движения (раскрытие гибкой оболочки или складной системы тел, воздействие вихревого порыва на податливую конструкцию, явления срывного флаттера и ряд др.). В подобных задачах скорость движения обтекаемой поверхности существенно влияет на параметры поля завихренности, а они, в свою очередь, на нестационарные аэрогидродинамические нагрузки и вызываемое ими движение обтекаемой поверхности. Это приводит к необходимости рассмотрения сопряжённых задач гидроупругости.

Существуют разнообразные подходы к решению сопряжённых задач. В большинстве случаев используется метод расщепления, когда уравнения движения среды и тел решаются поочерёдно, в том числе на разных решателях. В случае тел с большой инерционностью, когда за время одного расчётного шага изменение скорости их движения незначительно, используются схемы с односторонней связью (*one-way coupling*). При этом на очередном временном шаге вначале решаются уравнения движения среды с граничными условиями, соответствующими движению тел на предыдущем шаге. Затем вычисляются силы, действующие на тела, после чего решаются уравнения движения тел. Однако такой подход неприменим при наличии сильной связи (*strong coupling*) между телами и средой. В этом случае применяются схемы с двусторонней связью (*two-way coupling*), реализующие коррекцию граничных условий между телами и средой с помощью итерационной процедуры. При использовании отдельных решателей это требует многократного обмена данными между ними на каждом временном шаге. Кроме того, в случае лёгких пустотелых конструкций (например — надувных оболочек) возникают затруднения из-за плохой сходимости и неустойчивости указанной итерационной процедуры.

По способу моделирования движения сплошной среды численные методы делятся на сеточные, бессеточные и гибридные. При сеточном моделировании проблема изменяющейся геометрии области течения решается с помощью многоблочных сеток, или методом погружённых границ, когда сетка остаётся неиз-

менной, а область тела занимает некоторые ячейки частично или полностью. Бессеточные методы обладают преимуществами по сравнению с сеточными при решении задач взаимосвязанного движения тел и жидкости, поскольку изменение геометрии области течения в этом случае не влечёт за собой проблему адаптации сетки. Среди бессеточных методов распространение получили лагранжевы методы сглаженных частиц, основанные на формулировке уравнений динамики жидкости в естественных переменных. Другим подходом являются лагранжевы методы в формулировке скорость-завихренность (вихревые методы). Последние обладают рядом преимуществ при моделировании течений в неограниченном пространстве, так как граничные условия на бесконечности в этой постановке удовлетворяются точно. Но главное преимущество заключается в том, что бессеточные вихревые методы допускают возможность создания безытерационных алгоритмов численного решения сопряжённых задач без расщепления на динамическую и гидродинамическую составляющие. Первые разработки таких алгоритмов выполнены на основе развитого в НИИ механики МГУ бессеточного метода вязких вихревых доменов (ВВД) и реализованы для некоторых частных сопряжённых задач в программе для ЭВМ «Ротор» (свидетельство № 2007612503 / Д.А. Григоренко [и др.], 2007). Актуальной остаётся задача построения обобщённых безытерационных алгоритмов для моделирования аэроупругости систем тел, имеющих кинематические и упругие связи между элементами системы.

Цель диссертации — разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программная реализация метода ВВД с учётом его модификаций для бессеточного численного решения сопряжённых задач нестационарного отрывного обтекания трансформируемых систем профилей с кинематическими и упругими связями, и исследование новых задач нестационарного взаимодействия тел с вязкой жидкостью.

Для достижения поставленной цели потребовалось решение **следующих основных задач**:

— разработка математических моделей взаимосвязанного движения жидкости и погружённых в неё твёрдых тел с кинематическими и упругими связями, включая интегральные представления для гидродинамических сил, действующих на составляющие системы тел;

— разработка модели гибкого многозвенного профиля и построение математической модели его динамического взаимодействия с жидкостью;

– построение замкнутой расширенной системы линейных уравнений, позволяющей находить согласованное движение тел и жидкости с выполнением всех граничных условий;

– разработка безытерационного вычислительного алгоритма, реализующего предложенные математические модели;

– программная реализация алгоритма в виде многофункционального программного комплекса, его тестирование и верификация на содержательных примерах решения задач гидродинамики, имеющих экспериментальные аналоги.

Методы исследования. При разработке специализированных математических моделей и алгоритмов использовались классические методы гидродинамики и теоретической механики, а также развитый в МГУ вихревой бессеточный метод вязких вихревых доменов (ВВД) численного решения двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса в лагранжевых координатах. В частности, при выводе обобщённых выражений для расчёта нестационарных гидродинамических нагрузок, действующих на элементы системы шарнирно связанных тел в жидкости, использовались интегральные представления метода ВВД.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные результаты, выносимые на защиту:

1. Математическая модель взаимосвязанного движения жидкости и системы профилей с кинематическими и упругими связями, а также гибких тел, состоящих из шарнирно связанных недеформируемых секций.

2. Обобщённый безытерационный алгоритм бессеточного численного решения сопряжённых задач динамики систем взаимодействующих профилей в вязкой жидкости.

3. Многофункциональный программный комплекс «Vvflow», реализующий разработанные алгоритмы.

4. Методические оценки и критерии схемной вязкости, устойчивости и сходимости применяемых бессеточных алгоритмов метода ВВД.

5. Исследовательские результаты численного решения цикла задач динамики и гидродинамики с помощью разработанного программного комплекса.

Теоретическая и практическая ценность диссертационной работы заключается в разработанном методе моделирования в рамках единого безытерационного алгоритма как одиночных профилей с различными степенями свободы и упругими связями, так и систем профилей, включая гибкие конструкции,

состоящие из шарнирно связанных недеформируемых соприкасающихся секций. Разработан и зарегистрирован программный комплекс, позволяющий проводить поисковые и прикладные вычислительные эксперименты для широкого класса нестационарных задач о взаимодействиях вязкой жидкости и погружённых систем тел, представлять полученные результаты в виде удобных графических отображений мгновенных гидродинамических полей, а также временных зависимостей, характеризующих параметры движения тел и нестационарные гидродинамические нагрузки (свидетельства о государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ № 2013617441 от 14.08.2013 г. и № 2016613552 от 29.03.2016 г.). Полученные в диссертационной работе результаты использованы при выполнении программы У.М.Н.И.К. фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (гос. контракт № 8941р/14135 от 28.03.2011 г.) и Федеральной целевой программы Министерства образования и науки РФ (проект RFMEFI57614X0079, соглашение 14.576.21.0079 на период 2014–2016 г.г.).

Достоверность и обоснованность полученных в диссертации научных результатов обеспечивается строгостью используемого математического аппарата и подтверждается сравнением результатов вычислительных экспериментов с известными в литературе точными аналитическими решениями и данными физических экспериментов.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на ряде профильных научных конференций, в том числе: ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics (Загреб, Хорватия, 2013; Барселона, Испания, 2015), International Conference on Vortex Flows and Vortex Models (Казерта, Италия, 2010; Нагоя, Япония, 2014), III Taiwan-russian Symposium “Advanced Problems in Intelligent Mechatronics, Mechanics and Robotics” (Москва, 2012), Euromech colloquia 531: “Vortices and waves: identifications and mutual influences” (Москва, 2011), XXI Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2014), X и XIV Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики» (Евпатория, 2010 и 2014), XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), Всероссийская конференция «Отечественные CFD коды» (Москва, 2015), Научно-техническая конференция по аэродинамике (п. Володарского, 2010, 2013, 2015 и 2016).

Публикации. Основные результаты диссертации отражены в 20 научных

работах, в том числе в 3 научных публикациях в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых научных изданий, и в 3 научных публикациях в изданиях, входящих в международную реферативную базу данных и систему цитирования Scopus.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включён лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю; заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 101 странице текста с 48 рисунками и 2 таблицами. Библиография включает 114 наименований.

Содержание работы

Введение к диссертации включает в себя актуальность избранной темы, степень её разработанности, цели и задачи, научную новизну, теоретическую и практическую значимость работы, методологию и методы диссертационного исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробацию результатов.

В первой главе даётся постановка задачи и описывается математическая модель системы недеформируемых профилей с упругими и кинематическими связями в плоскопараллельном потоке вязкой несжимаемой жидкости. Положение профиля определяется координатами O_x, O_y оси вращения \vec{O} и углом поворота O_o . Перемещение профиля происходит с поступательной скоростью u_x, u_y и угловой скоростью ω вращения вокруг оси. Ось связана с точечной державкой \vec{P} , имеющей координаты P_x, P_y и угол поворота P_o . Профиль имеет три степени свободы, для каждой из которых определены параметры линейной вязко-упругой связи — коэффициенты жёсткости k_x, k_y, k_o , и демпфирования τ_x, τ_y, τ_o . При упругой связи на профиль действует сила \vec{F}_P , приложенная к оси, и момент сил M_P :

$$\begin{aligned} F_{Px} &= k_x(P_x - O_x) - \tau_x u_x, & M_P &= k_o(P_o - O_o) - \tau_o \omega. \end{aligned} \quad (1)$$
$$F_{Py} = k_y(P_y - O_y) - \tau_y u_y,$$

Некоторые степени свободы могут отсутствовать. При этом $k = \infty$, и соответствующие уравнения (1) заменяются кинематическими соотношениями

$$P_x = O_x, \quad P_y = O_y, \quad P_o = O_o. \quad (2)$$

Державка может быть неподвижной, или совершать заданное движение,

или быть связанной с другим телом. В случае крепления державки профиля с индексом (m) к опорному профилю в точке $P^{(m)}$, уравнения движения опорного тела имеют вид

$$\begin{aligned} m\dot{\vec{u}} + m\vec{e}_z\dot{\omega} \times \vec{R}_m^* - m\omega^2\vec{R}_m^* &= \vec{F}_P + \vec{F}_H + \vec{F}_g - \vec{F}_P^{(m)}, \\ I\vec{e}_z\dot{\omega} + \vec{R}_m^* \times m\dot{\vec{u}} &= \vec{e}_z(M_P + M_H + M_g) - \vec{e}_z M_P^{(m)} - \left(\vec{P}^{(m)} - \vec{O}\right) \times \vec{F}_P^{(m)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь m — масса, I — момент инерции (вокруг оси \vec{O}), $\vec{R}_m^* = (\vec{R}_m - \vec{O})$ — относительные координаты центра масс, \vec{F} , M — сила и момент, действующие на тело. Индексы P , H и g обозначают реакцию опоры, гидродинамические нагрузки и внешние силовые факторы соответственно.

Течение жидкости описывается уравнением неразрывности и двумерными нестационарными уравнениями Навье-Стокса, которые после применения оператора ротор принимают вид

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{V}_\Sigma \times \vec{\Omega} \right), \quad \vec{V}_\Sigma = \vec{V} - \nu \nabla \Omega / \Omega,$$

где \vec{V} — скорость жидкости, $\vec{\Omega} = \vec{e}_z \Omega$ — вектор завихренности. При такой форме записи уравнения эволюции завихренности очевидна возможность рассматривать скаляр Ω как плотность некой материальной субстанции, движущейся со скоростью \vec{V}_Σ , и моделировать вихревые области в виде дискретных элементов конечного размера (согласно терминологии метода ВВД — доменов), которые движутся со скоростью \vec{V}_Σ . При этом у каждого домена сохраняется величина $\gamma_v = \int_{S_v} \Omega ds$, являющаяся циркуляцией вектора скорости жидкости по контуру участка, S_v — площадь домена. Домен также можно рассматривать как частицу, характеризуемую значением интенсивности (циркуляции) и положением в пространстве, которое определяется координатами контрольной точки \vec{R}_v внутри домена, движущейся со скоростью \vec{V}_Σ .

По заданному распределению завихренности скорость жидкости вычисляется с помощью обобщённой формулы Био-Савара, которая в дискретном представлении имеет вид

$$\vec{V}(\vec{R}) = \vec{V}_\infty + \sum_{i=1}^{N_v} \gamma_{vi} \vec{v}(\vec{R}'_{vi}) + \sum_{j=1}^{N_s} \gamma_{sj} \vec{v}(\vec{R}'_{sj}) - \sum_{j=1}^{N_s} q_{sj} \vec{e}_z \times \vec{v}(\vec{R}'_{sj}).$$

Здесь N_v и N_s — количество доменов в пространстве и отрезков разбиения на контуре соответственно; \vec{v} — скорость жидкости, индуцируемая единичным доменом; $\vec{R}'_{vi} = \vec{R} - \vec{R}_{vi}$; $\vec{e}_z \gamma_s = l \vec{n} \times \vec{V}_s$; $q_s = l \vec{n} \cdot \vec{V}_s$; \vec{V}_s — скорость отрезка.

На поверхностях обтекаемых тел ставится граничное условие прилипания,

соблюдение которого обеспечивается генерацией новых вихревых доменов вблизи поверхности. Значения их циркуляций $\gamma_{\text{new}j}$ являются неизвестным и должны удовлетворять на каждом отрезке условиям

$$\vec{n} \cdot \left(\vec{V}_\infty + \sum_{i=1}^{N_v} \gamma_{vi} \langle \vec{v}_{vi} \rangle + \sum_{j=1}^{N_s} (\gamma_{\text{new}j} + \gamma_{sj}) \langle \vec{v}_{sj} \rangle - \sum_{j=1}^{N_s} q_{sj} \vec{e}_z \times \langle \vec{v}_{sj} \rangle \right) = \vec{n} \cdot \vec{V}_s, \quad (4)$$

где $\langle \vec{v}_v \rangle = \langle \vec{v}(\vec{R}'_v) \rangle$ — средняя скорость, индуцируемая на текущем отрезке.

Принципиально важным является то, что гидродинамические силы и моменты *линейно* выражаются через потоки завихренности с поверхности, в дискретном выражении — через циркуляции $\gamma_{\text{new}j}$. В случае изолированного недеформируемого профиля дискретные выражения гидродинамической силы \vec{F}_H и момента M_H имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}_H}{\rho} \Delta t &= S \Delta \vec{u}_m + 2S \Delta \omega \vec{e}_z \times \vec{R}_m + \sum_{j=1}^{N_s} \gamma_{\text{new}j} \vec{e}_z \times \vec{R}_{sj} + \frac{\vec{F}_w}{\rho} \Delta t, \\ \vec{e}_z \frac{M_H}{\rho} \Delta t &= \vec{R}_m^* \times S \Delta \vec{u} + 2I \Delta \omega \vec{e}_z + \frac{\vec{e}_z}{2} \sum_{j=1}^{N_s} \gamma_{\text{new}j} R_{sj}^{*2} + \vec{e}_z \frac{M_w}{\rho} \Delta t, \end{aligned} \quad (5)$$

где \vec{u}_m — скорость центра масс профиля, а $\Delta \vec{u}_m$ — её приращение относительно предыдущего шага, $\Delta \omega$ — приращение угловой скорости, \vec{F}_w , M_w — сила и момент трения, не зависящие от ускорений и потоков завихренности. Помимо гидродинамических сил на тела действуют силы реакции опоры \vec{F}_P и моменты M_P в их осях и точках крепления державок других тел, которые в случае упругой связи выражаются через разность координат и углов оси и державки, а при жёсткой связи являются неизвестными величинами и определяются кинематическими соотношениями.

Уравнения (1) – (5) представляют собой расширенную систему линейных алгебраических уравнений, в которой вектор неизвестных величин имеет вид

$$\vec{z} = \left(\vec{z}^{(1)} \quad \dots \quad \vec{z}^{(n)} \quad \vec{z}^{(N_b)} \right)^T,$$

$$\vec{z}^{(n)} = \left(\gamma_{\text{new}1}^{(n)} \quad \dots \quad \gamma_{\text{new}N_s}^{(n)} \quad u_x^{(n)} \quad u_y^{(n)} \quad \omega^{(n)} \quad F_{Hx}^{(n)} \quad F_{Hy}^{(n)} \quad M_H^{(n)} \quad F_{Px}^{(n)} \quad F_{Py}^{(n)} \quad M_P^{(n)} \right)^T.$$

Количество уравнений и неизвестных в данной системе равно $9N_b + \sum_{n=1}^{N_b} N_s^{(n)}$, где N_b — количество профилей, $N_s^{(n)}$ — количество отрезков на n -м профиле. Решение этой системы определяет на каждом шаге по времени согласованные значения скоростей всех тел и потоков завихренности, удовлетворяющих граничным условиям. Важным свойством является то, что система не вырождается при исче-

зающе малых (формально при равных нулю) значениях масс и моментов инерции тел, что видно из структуры формул (3), (5).

Однако при моделировании систем соприкасающихся профилей возникает проблема, связанная с тем, что гидродинамическая сила действует не на замкнутый контур, а только на его часть, омываемую жидкостью. Поэтому формулы (5), выражающие гидродинамическую силу и момент, неприменимы. Тем не менее, в разделе 1.5 диссертации доказано, что общую часть контура соседних секций можно рассматривать как частичное наложение двух замкнутых контуров, и формально решать задачу с помощью алгоритма, разработанного для изолированных тел. При этом решением системы уравнений является вектор

$$\vec{z}^{(n)} = \left(\gamma_{\text{new}1}^{(n)} \quad \cdots \quad \gamma_{\text{new}N_s}^{(n)} \quad u_x^{(n)} \quad u_y^{(n)} \quad \omega^{(n)} \quad F_{Hx}^{(n)} - \Phi_x^{(n)} \quad F_{Hy}^{(n)} - \Phi_y^{(n)} \quad M_H^{(n)} \right. \\ \left. F_{Px}^{(n)} + \Phi_x^{(n)} \quad F_{Py}^{(n)} + \Phi_y^{(n)} \quad M_P^{(n)} \right)^T,$$

в котором вместо гидродинамической силы $\vec{F}_H^{(n)}$ и силы реакции опоры $\vec{F}_P^{(n)}$ фигурируют суммы $\vec{F}_H^{(n)} - \vec{\Phi}^{(n)}$ и $\vec{F}_P^{(n)} + \vec{\Phi}^{(n)}$, где $\vec{\Phi}^{(n)}$ имеет смысл виртуальной силы, приложенной к оси шарнира, но не влияющей на движение профиля.

Глава 2 посвящена описанию обобщённого алгоритма безытерационного решения сопряжённых задач и его реализации в программном комплексе «Vvflow», а также описанию программ, которые используются для получения вспомогательной информации, не являющейся обязательной для расчёта течения жидкости и движения тел. Преследовалась цель максимально широкого охвата всех доступных классов вычислительного эксперимента.

Комплекс «Vvflow» предназначен для операционных систем GNU/Linux. Большая часть кода написана на языке C++, в утилитах используется также Python, Awk, и Bash. Его можно условно разделить на две части: библиотеку метода ВВД, и набор прикладных программ.

Библиотека метода ВВД. Главной компонентой библиотеки является структура TSpace, хранящая в себе все данные о расчёте: название расчёта, время директивного останова, реальное время, физические параметры пространства (вязкость жидкости, скорость набегающего потока, текущий момент времени и параметры дискретизации), массив вихревых доменов (их координаты, циркуляции и скорости), контуры профилей и их параметры (плотность, координаты державки, деформации упругих связей и их коэффициенты жёсткости и демпфирования), бинарное дерево «быстрого» алгоритма решения задачи N тел.

Остальные компоненты библиотеки реализуют формулы, приведённые в главе 1. К ним относятся следующие модули: заполнение системы линейных уравнений и её решение; генерация новых вихревых доменов; объединение вихревых доменов для уменьшения вычислительной нагрузки; построение бинарного дерева для быстрого решения задачи N тел; вычисление размера ядра вихря; вычисление конвективной и диффузионной скорости; интегрирование уравнений движения доменов и тел.

Прикладные программы. Главной является программа `vvflow`, реализующая основной цикл алгоритма. Помимо пошагового решения задачи программа `vvflow` отвечает за загрузку данных и сохранение результатов расчёта. Программа получает имя входного файла в виде единственного аргумента командной строки и загружает параметры расчёта. На их основе инициализируются необходимые модули из библиотеки метода и запускается цикл по времени. Для обработки результатов применяются программы `vvextract` и `vvplot`. Первая предназначена для полуавтоматической обработки результатов скриптами. Назначение программы `vvplot` — визуализация полученных результатов.

Глава 3 посвящена методическим вопросам исследования схемной вязкости, устойчивости и сходимости метода ВВД, реализованного в программном комплексе «Vvflow».

В разделе 3.1 исследована зависимость схемной вязкости от шага по времени и параметров дискретизации при интегрировании уравнений движения вихревых элементов с помощью схем первого и второго порядка. Получены аналитические выражения, позволяющие оценивать схемную вязкость, и тем самым контролировать преобладание физической вязкости над схемной за счёт уменьшения шага по времени, измельчения вихревых элементов, а также применения схемы интегрирования второго порядка.

В разделе 3.2 исследованы вопросы устойчивости используемого бессеточного алгоритма ВВД при расчёте гидродинамических полей. Показано, что аналогом известного числа Куранта служит критерий $C_\varepsilon = \nu \Delta t / \varepsilon^2$ (ε — размер ядра вихревого домена). При увеличении C_ε возникают паразитные хаотические флуктуации в распределении завихренности, которые, однако, не приводят к неограниченному росту параметров и аварийной остановке вычислений, что свидетельствует о робастности бессеточного алгоритма расчёта.

В разделе 3.3 на примере задачи о нестационарном обтекании цилиндра

при $Re = 140$ продемонстрирована сходимость численного решения при измельчении отрезков контура и шага по времени.

В главе 4 представлены примеры практического применения программного комплекса «Vvflow» для решения исследовательских задач нестационарной гидродинамики. При этом в каждой из представленных шести задач не только протестированы разнообразные вычислительные возможности разработанного комплекса, но и получены новые научные сведения о свойствах нестационарных вихревых течений вязкой жидкости при взаимодействии с твёрдыми телами, что также входит в перечень основных результатов диссертации. Полученные расчётные данные сопоставляются с известными результатами физических экспериментов.

В разделе 4.1 рассмотрена задача об обтекании вязкой жидкостью кругового профиля, совершающего высокочастотные вращательные колебания. Методом ВВД, реализованном в прототипе программного комплекса «Vvflow», воспроизведён численно эффект вырождения дорожки Кармана по мере увеличения частоты колебаний профиля (ДАН, 2010). Этот эффект наблюдался в физических экспериментах (Танеда, 1978), но в течение долгого времени не поддавался воспроизведению в расчётах других авторов и не имел конструктивного объяснения. Благодаря низкой схемной вязкости в реализованном алгоритме по методу ВВД удалось впервые воспроизвести детали вихревой структуры вблизи поверхности осциллирующего цилиндра. Обнаружены тонкие чередующиеся вихревые слои разноимённой циркуляции. Механизм частичной аннигиляции этих слоёв приводит к общему уменьшению завихренности, поступающей в область ближнего следа. В результате происходит увеличение скорости течения на оси следа и его стабилизация. До настоящего времени лишь в немногих работах также воспроизведён эффект Танеды. Среди них можно выделить работу И.К. Марчевского и В.В. Пузиковой (2014), где моделирование выполнено методом погружённых границ.

В разделе 4.2 рассмотрена фундаментальная задача о перестройке дорожки Кармана в дальнем следе за цилиндром. Из физических экспериментов и многочисленных теоретических исследований было известно, что на расстояниях порядка десятков калибра цилиндра регулярная вихревая структура дорожки Кармана нарушается и возникает низкочастотная и менее регулярная структура дальнего следа, а в области перехода имеется аномальное уменьшение средней скорости. Основное внимание исследователей уделялось анализу устойчивости течения

за этой аномальной областью, однако причины существования и механизмы поддержания самой области объяснения не имели. С помощью разработанного комплекса «Vvflow» было показано, что область локального понижения скорости на оси следа в неограниченном пространстве связана с неустойчивостью первичной дорожки Кармана к варикозным возмущениям, приводящим к образованию своеобразного вихревого кластера с повышенной дипольной плотностью. Кластер перемещается относительно вихрей Кармана вверх по течению. Это перемещение носит волновой характер, при котором в область сгущения включаются вихри, лежащие выше по потоку, а ниже по потоку остаются деформированные смешавшиеся друг с другом и претерпевшие частичную аннигиляцию вихри. Показано, что скорость движения кластера в абсолютной системе координат зависит от расстояния до цилиндра, увеличиваясь при удалении, и уменьшаясь при приближении к нему. Именно это свойство и определяет длину первичной вихревой дорожки Кармана, обеспечивая устойчивое положение дипольного кластера относительно цилиндра на неизменном расстоянии, зависящем от числа Рейнольдса.

В разделе 4.3 представлены результаты численного моделирования переходных процессов при отклонении интерцептора на крыловом профиле. Воспроизведён наблюдаемый в физических экспериментах парадоксальный положитель-

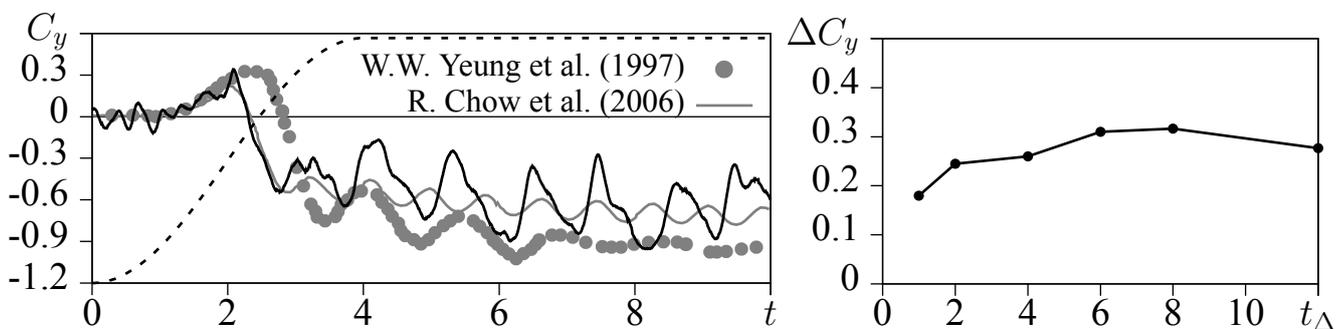


Рис. 1. Эволюция коэффициента подъёмной силы в процессе открытия интерцептора (слева) и величина экстремума в зависимости от скорости открытия (справа).

Пунктир — угол отклонения интерцептора

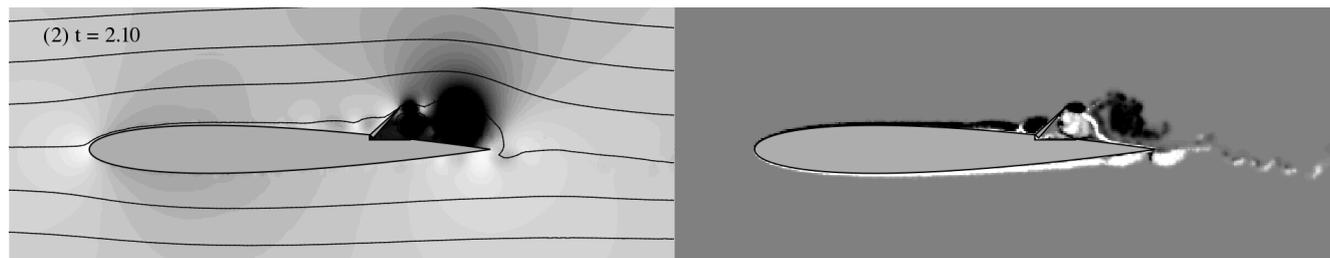


Рис. 2. Поля давления (слева) и завихренности (справа) в момент максимума подъёмной силы

ный «заброс» подъёмной силы (Рис. 1) и дано его объяснение на основе анализа мгновенных распределений давления в окрестности открывающегося интерцептора (Рис. 2).

В разделе 4.4 представлены результаты вычислительных экспериментов с одиночным и парой физических маятников, погружённых в вязкую несжимаемую жидкость в однородном поле сил тяжести. Каждый маятник представляет собой плоский брусок, закреплённый одним концом на неподвижной оси с возможностью вращения вокруг неё без трения. Вычислительная технология метода ВВД, реализованная в программном комплексе «Vvflow», позволила решать задачу о колебаниях этих маятников в полной сопряжённой постановке без промежуточных итераций на временных шагах. Получено хорошее согласие с экспериментальными и приближёнными аналитическими данными по зависимости амплитуды

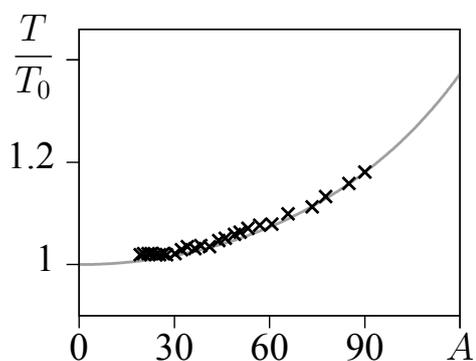


Рис. 3. Зависимость периода колебаний физического маятника от амплитуды

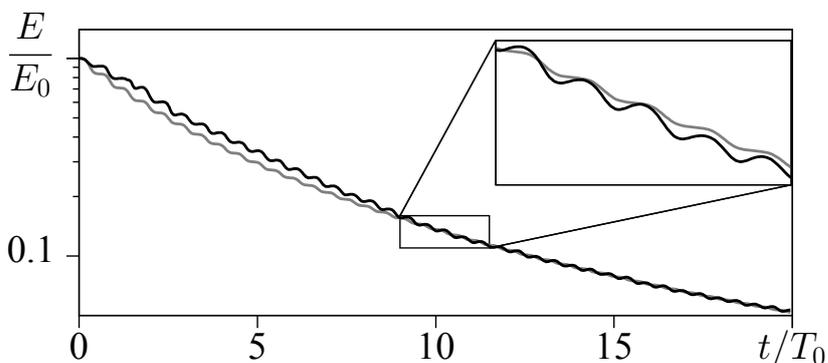


Рис. 4. Полная энергия физического маятника; чёрная кривая — результат данной работы; серая кривая — феноменологическая модель

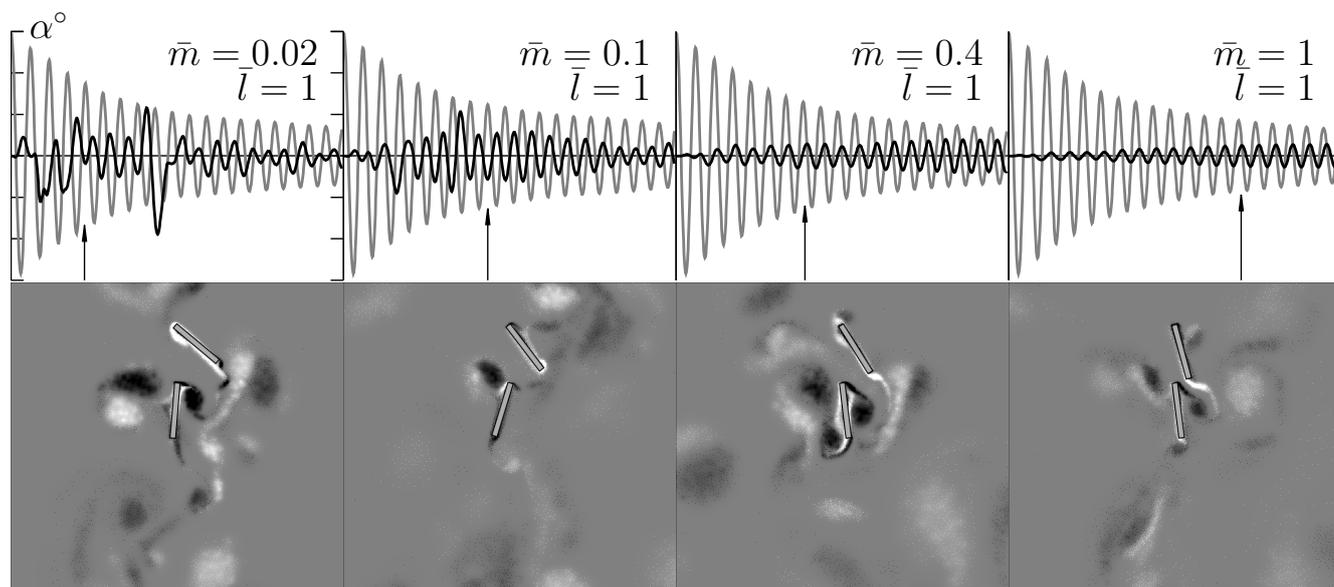


Рис. 5. Интерференция маятников при различном соотношении масс

ды и частоты колебаний одиночного маятника (Рис. 3), а также воспроизведено явление рекуперации энергии (Рис. 4), связанное с обратной передачей импульса от жидкости к маятнику в фазе его подъёма. В задаче о паре маятников воспроизведён эффект возбуждения колебаний первоначально покоящегося маятника под действием возмущений жидкости, вызванных колебаниями независимого второго маятника при начальном его отклонении из положения равновесия (Рис. 5).

В разделе 4.5 моделируется автономное движение квазибиологического объекта («головастика», Рис. 6) в вязкой жидкости за счёт деформации его формы: хвостовая пластина совершает вынужденные угловые колебания по гармоническому закону, а корпус имеет одну степень свободы вдоль прямолинейной направляющей без трения. В ходе вычислительных экспериментов исследовался закон перемещения «головастика» и совершаемая им работа. По этим результатам оценена энергоэффективность движения и показано существование оптимальных комбинаций параметров (Рис. 7).

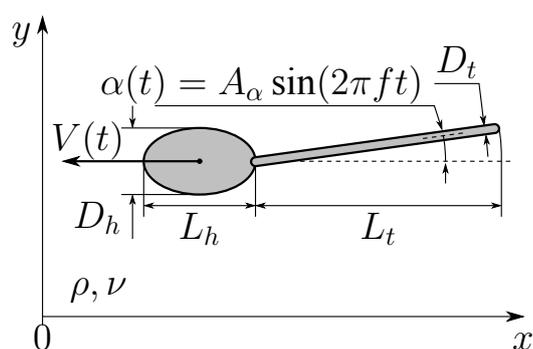


Рис. 6. Схема квазибиологического объекта

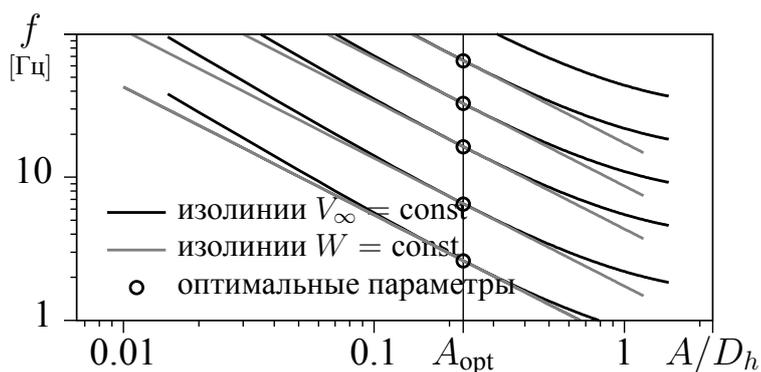


Рис. 7. Изолинии установившейся скорости V_∞ и мощности W в плоскости параметров движения хвоста (A, f)

В разделе 4.6 приведены результаты численного решения задач о машущих колебаниях жёсткого и гибкого крылового профиля в равномерном потоке вязкой жидкости. Форма профиля соответствует моделям тел в физических экспериментах (R. Godoy-Diana et al., 2008), где при обтекании жёсткого машущего профиля были выявлены четыре различных типа следа (Рис. 8, справа): а) обычная дорожка Кармана; б) линейная дорожка, в которой все вихри лежат на одной прямой; в) реверсивная дорожка, в которой ряды вихрей с положительной и отрицательной циркуляцией меняются местами; г) асимметричный след. Все эти типы следов были воспроизведены в вычислительных экспериментах при тех же значениях параметров (Рис. 8, слева). Кроме того, в результате численного моделирования машущего гибкого профиля показано (Рис. 9), что гибкость увеличивает тягу на

режимах существования пропульсивной силы, а также увеличивает коэффициент полезного действия соответствующего пропульсивного движителя.

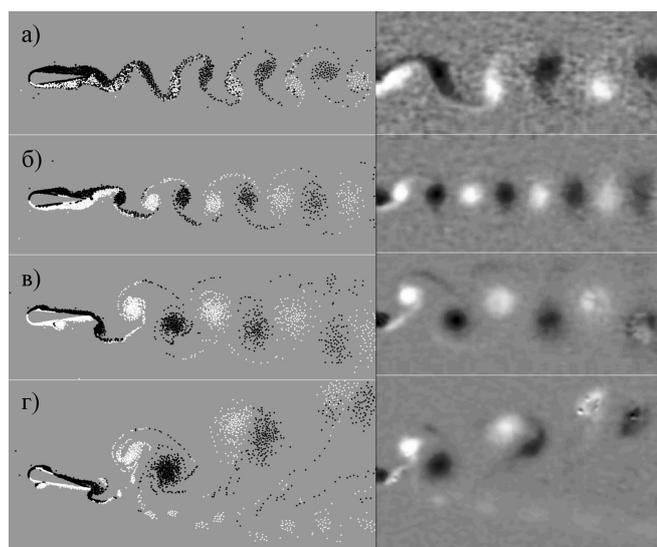


Рис. 8. Сравнение расчётных и экспериментальных картин обтекания машущего жёсткого профиля при $Re = 255$, $Sh = 0.2$, $A_D = 0.36$ (а), 0.71 (б), 1.07 (в), 2.8 (г)

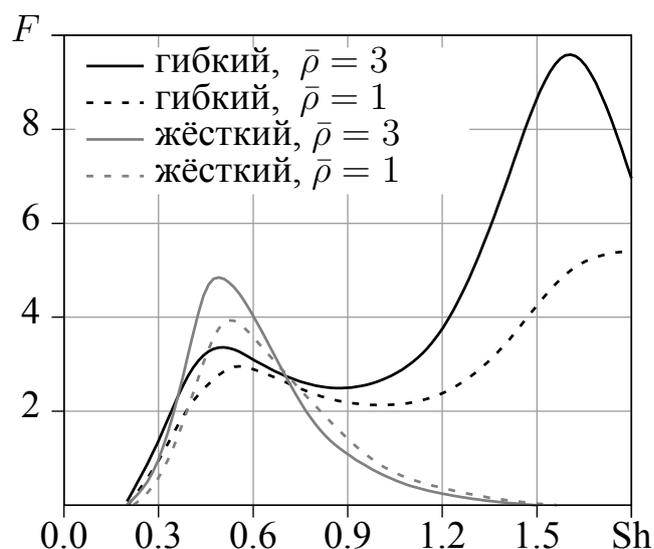


Рис. 9. Зависимость пропульсивной силы (тяги) от числа Струаля Sh для одностепенного (жёсткого) и трёхзвенного (гибкого) профилей

Основные результаты и выводы

Разработана математическая модель взаимосвязанного движения жидкости и системы профилей с кинематическими и упругими связями, а также гибких тел, состоящих из шарнирно связанных недеформируемых секций. На этой теоретической основе построен обобщённый безытерационный алгоритм бессеточного численного решения сопряжённых задач при взаимодействии систем профилей с вязкой жидкостью. Доказано, что задача обтекания тела, состоящего из шарнирно связанных секций, имеющих общие участки контуров, может быть сведена к задаче обтекания изолированных профилей и решена с использованием программных модулей для профилей с замкнутыми границами. Создан многофункциональный программный комплекс «Vvflow», позволяющий моделировать широкий класс двумерных задач нестационарной гидродинамики и гидроупругости бессеточным лагранжевым методом вязких вихревых доменов (ВВД). В результате методических исследований реализованной бессеточной вычислительной технологии получены приближённые аналитические оценки для схемной вязкости, установлен «бессеточный» аналог числа Куранта, харак-

теризующий устойчивость алгоритма ВВД, оценена численная сходимость в зависимости от принятого уровня дискретизации. С помощью разработанного программного комплекса исследован цикл задач динамики и гидродинамики, демонстрирующих эффективность и широкие возможности разработанного кода. Результаты тестирования комплекса «Vvflow» на ряде примеров решения содержательных задач, имеющих экспериментальные аналоги, позволяют сделать вывод о том, что разработанная вычислительная технология является эффективным исследовательским инструментом в области нестационарной гидродинамики и динамики систем тел в сопротивляющейся среде.

Основные результаты диссертации отражены в работах

1. Дынников Я.А. Анализ эффектов схемной диссипации в лагранжевых вихревых методах // Труды конференции-конкурса молодых учёных. М., 2009. С. 85–91. (0.47 п.л.).
2. Дынников Я.А. Энергоэффективность самодвижения деформирующихся подводных объектов // Труды конференции-конкурса молодых учёных. М., 2011. С. 124–127. (0.25 п.л.).
3. Dynnikova G.Ya, Guvernyuk S.V., Dynnikov Ya.A. Modelling locomotion of quasi-biological objects // Proceedings of Taiwan-Russian Bilateral Symposium on Problems in Advanced Mechanics. M., 2010. С. 58–64. (0.45 п.л. / 0.15 п.л.).
4. **О стабилизации следа за круговым цилиндром, совершающим высокочастотные вращательные колебания / Я.А. Дынников [и др.] // Доклады Академии наук. 2010. Т. 432, № 1. С. 45–49. (0.4 п.л. / 0.1 п.л.).**
5. **Дынников Я.А., Дынникова Г.Я. О вычислительной устойчивости и схемной вязкости в некоторых бессеточных вихревых методах решения уравнений Навье-Стокса и теплопроводности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. Т. 51, № 10. С. 1905–1917. (1 п.л. / 0.5 п.л.).**
6. Dynnikov Ya.A. Numerical simulation of the flow-structure interaction by the VVD method // Вихри и волны: идентификация и взаимное влияние: Сборник тезисов коллоквиума Евромех 531. М., 2011. С. 36–38. (0.19 п.л.).
7. Dynnikov Ya.A. Application of the viscous vortex domains method for tadpole motion analysis // Современные проблемы интеллектуальной мехатроники, механики и управления: Труды III российско-тайваньского симпозиума. М., 2012. С. 55–57. (0.19 п.л.).
8. Дынников Я.А. Колебания физического маятника в сопротивляющейся среде // Материалы XXIV научно-технической конференции по аэродинамике. М., 2013. С. 123–124. (0.13 п.л.).
9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

- № 2013617441. Vvflow / Я.А. Дынников. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 14.08.2013.
10. Дынников Я.А. Гидродинамика открытия спойлера на аэродинамическом профиле // Труды конференции-конкурса молодых учёных. М., 2013. С. 109–116. (0.5 п.л.).
 11. **Dynnikov Ya.A., Dynnikova G.Ya. Application of viscous vortex domains method for solving flow-structure problems // Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics 2013. Zagreb, Croatia, 2013. P. 877–882. (0.4 п.л. / 0.2 п.л.).**
 12. Дынников Я.А. Программный комплекс для исследования сопряжённых задач взаимодействия тел с вязкой жидкостью // Труды конференции-конкурса молодых учёных. М., 2013. С. 133–138. (0.44 п.л.).
 13. Гувернюк С.В., Дынников Я.А., Дынникова Г.Я. О волновом механизме перестройки дорожки кармана в дальнем следе за цилиндром // Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность: Материалы международной конференции. М., 2014. С. 59–62. (0.25 п.л. / 0.08 п.л.).
 14. Dynnikov Ya.A., Dynnikova G.Ya., Guvernyuk S.V. Application of method VVD for a flow-structure interaction simulation of bodies with elastic connections // Proceedings of the 6th International Conference on Vortex Flows and Vortex Models. Nagoya, Japan, 2014. (0.3 п.л. / 0.1 п.л.).
 15. Дынников Я.А. О программной реализации бессеточного метода вязких вихревых доменов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. М., 2015. С. 71–73. (0.25 п.л.).
 16. Дынников Я.А., Дынникова Г.Я. Решение сопряжённых задач аэроупругого взаимодействия тел с потоком жидкости на основе метода вязких вихревых доменов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник трудов. Казань, 2015. С. 1253–1255. (0.19 п.л. / 0.1 п.л.).
 17. **Dynnikov Ya.A., Dynnikova G.Ya., Guvernyuk S.V. Simulation of the flexible body moving in viscous fluid // Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics 2015. Barcelona, Spain, 2015. P. 960–967. (0.5 п.л. / 0.2 п.л.).**
 18. Дынников Я.А. К расчёту машущего гибкого профиля в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2016. № 4. С. 22–30. (0.56 п.л.).
 19. **Dynnikova G.Ya., Dynnikov Ya.A., Guvernyuk S.V. Mechanism underlying Kármán vortex street breakdown preceding secondary vortex street formation // Physics of Fluids. 2016. Vol. 28, No. 5. Id. 054101. (0.75 п.л. / 0.25 п.л.).**
 20. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016613552. Программа расчёта нелинейных автоколебаний упруго-связанных тел в потоке вязкой жидкости / Я.А. Дынников, П.Р. Андронов. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 29.03.2016.