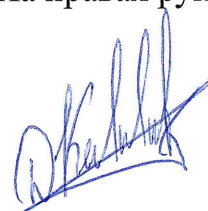


На правах рукописи



Калинин Дмитрий Владимирович

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЁТА ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В  
ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ  
ПЛАНЕТАРНЫХ РЕДУКТОРОВ ТРДД**

Специальность 01.02.06 – Динамика, прочность машин,  
приборов и аппаратуры

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в государственном научном центре Российской Федерации, Федеральном автономном учреждении «Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова»

**Научный руководитель:** доктор технических наук, профессор  
**Темис Юрий Моисеевич**

**Официальные  
оппоненты:**

**Насонов Дмитрий Александрович**  
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник отдела виброакустики машин, федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук»

**Федорченко Дмитрий Геннадьевич**  
кандидат технических наук, главный конструктор, акционерное общество «Металлист-Самара»

**Ведущая  
организация:**

Производственный комплекс «Салют» акционерного общества «Объединенная двигательная корпорация», г. Москва.

Защита диссертации состоится «13» октября 2021 г. в 14 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.03 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1, Зал Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ([www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru)) Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана. Телефон для справок: +7 (499) 263-65-39.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.т.н., доцент



Мурашов  
Михаил Владимирович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Планетарные редукторы привода вентилятора применяются в современных авиационных турбореактивных двухконтурных двигателях (ТРДД) для обеспечения снижения удельного расхода топлива за счёт повышения степени двухконтурности двигателя, а также снижения его уровня шума путём уменьшения частоты вращения вентилятора. Одной из наиболее сложных проблем при проектировании и расчете высоконагруженных планетарных редукторов (мощность редуктора ТРДД с тягой 12-14 тс достигает 20-30 МВт при массе 240-320 кг) является оценка динамических нагрузок, возбуждаемых в зацеплениях зубчатых колес, и вызывающих высокочастотные вибрации во всем двигателе, которые могут приводить к разрушению лопаток и дисков турбин. Для снижения динамических нагрузок в зубчатых передачах планетарных редукторов применяются такие конструктивные решения, как профильная модификация зубьев, выбор податливых типов крепления опор центральных зубчатых колес, подбор чисел зубьев колес редуктора и их параметров, обеспечивающий взаимную компенсацию кинематических погрешностей. Качественные динамические математические модели зубчатых передач и планетарного редуктора позволяют разрабатывать методики выбора оптимальных конструктивных параметров зубчатых колес, обеспечивающих его минимальную виброактивность и увеличенные ресурсные показатели. Разработка современных систем диагностики авиационных трансмиссий, основанных на измерении сигналов вибраций и кинематической погрешности, требует создания моделей диагностических признаков, позволяющих прогнозировать развитие дефектов в наиболее ответственных деталях трансмиссии. Необходимость качественной оценки динамического состояния трансмиссии и расчета долговечности передач планетарных редукторов ТРДД определяет **актуальность** задачи разработки динамических моделей зубчатых передач и планетарных редукторов, что, в свою очередь, позволит разработать способы снижения их виброактивности и методы выбора оптимальных конструктивных параметров.

### **Степень разработанности темы.**

В стандартах по расчету зубчатых передач на прочность ISO 6336, DIN 3990, ГОСТ 21354-87 предлагается приближенно определять коэффициенты усиления нагрузок на резонансных режимах для одной зубчатой передачи. Динамические нагрузки в механических системах планетарных редукторов, многопоточных передач и трансмиссий, характеризуемых набором присоединенных масс системы, податливостью опор и соединительных элементов, при проектировании и расчете авиационных трансмиссий оцениваются без учета этих конструктивных особенностей. Описываемые в западной литературе динамические модели планетарных механизмов сложны в реализации и требуют большого объёма экспериментальных данных, необходимых для определения податливостей элементов трансмиссии и зацепления зубьев. Отсутствуют верифицированные методики выбора геометрических параметров микрогеометрии зубьев, в том числе

параметров профильной модификации, а также выбора конструктивных решений в редукторах, обеспечивающих снижение динамических нагрузок. Создание и развитие надежных систем диагностики технического состояния вертолетных редукторов и авиационных трансмиссий затрудняется недостаточным исследованием физической взаимосвязи между деградационными процессами в зацеплениях зубчатых передач и характеристиками их вибрационного состояния.

**Цель работы** - совершенствование методов расчета динамических нагрузок, прогнозирования уровней вибраций и способов выбора оптимальных конструктивных параметров зубчатых передач высоконагруженных планетарных редукторов ТРДД и вертолетных трансмиссий на основе разработанной динамической модели планетарного механизма.

**Объектом исследования** являются планетарные редукторы авиационных трансмиссий: редукторы привода вентилятора ТРДД и главные редукторы вертолетов.

**Задачи исследования:**

1. Разработка и экспериментальное подтверждение математической модели колебаний пары зубчатых колес с учетом влияния податливости опор, кинематической погрешности и трения в зацеплении на динамические нагрузки.
2. Разработка и программная реализация универсальной динамической модели планетарного редуктора на основе принятой математической модели динамики зубчатой передачи.
3. Разработка методики выбора параметров профиля зубчатых колес и конструктивных элементов планетарных редукторов в обеспечении снижения уровней динамических нагрузок и вибраций.
4. Экспериментальная оценка эффективности разработанной методики выбора параметров профильной модификации авиационных зубчатых колес.

**Научная новизна:**

1. Разработана динамическая модель зубчатой передачи, уточняющая взаимосвязь между геометрическими параметрами зубьев колес и уровнями, а также частотным составом динамических нагрузок в зацеплении.
2. Теоретически обосновано и экспериментально установлено существование и влияние разрывных колебаний зубчатых колес, возникающих на резонансных и субрезонансных частотах, на максимальные значения динамических нагрузок в зацеплении зубчатых колес.
3. Предложен метод выбора параметров профильной модификации авиационных зубчатых колес, позволяющий снизить уровни вибраций и шума в зубчатых передачах.
4. Впервые смоделированы динамические процессы в зацеплении зубчатых колес с дефектами. Показано влияния начального развития усталостной трещины в ножке зуба на кинематическую погрешность и вибрации в передаче.
5. Установлена взаимосвязь между процессом развития усталостной трещины в ножке зуба и изменением параметров сигналов вибраций, подтвержденная результатами экспериментального исследования.

**Теоретическая значимость** диссертации заключается в описании влияния кинематической погрешности зацепления, геометрических параметров зубьев и условия потери их контакта при резонансных колебаниях на уровни и спектральный состав динамических нагрузок. Установлена физическая взаимосвязь между вибрационным портретом передачи и присутствием дефектов в зубчатых колесах.

**Практическая значимость** проведенного исследования заключается в уточнении расчетного прогнозирования уровней динамических напряжений и частотного состава сигналов вибраций в зубчатых передачах планетарных механизмов. Динамическая модель зубчатого зацепления и планетарного редуктора реализована в виде программы «GearDyn», которая применяется в ФАУ «ЦИАМ им. П.И. Баранова» при проведении расчетов на прочность зубчатых колес трансмиссий вертолетов и редукторов авиационных двигателей.

Сформированы рекомендации по выбору параметров профильной модификации для зубчатых колес авиационных трансмиссий и редукторов вертолетов, обеспечивающие снижение их динамической нагруженности и виброактивности, реализованные в разработанном программном комплексе.

Разработан и экспериментально подтвержден диагностический признак развития усталостной трещины во впадине зубьев колес, в настоящее время внедряемый в бортовую систему вибродиагностики трансмиссий вертолетов.

**Методы исследований.** При моделировании зубчатых колес методом конечных элементов (МКЭ) в динамической постановке использовалась неявная схема интегрирования. Численное решение системы дифференциальных уравнений гибридной динамической модели зацепления проводилось с использованием методов Рунге-Кутты 4-го и 5-го порядков. Разработанная динамическая модель алгоритмически реализована в виде программы, написанной на языке программирования C#. Экспериментальное исследование динамических характеристик цилиндрических зубчатых колес проводилось на аттестованном стенде У-394.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Гибридная динамическая модель зубчатой передачи, учитывающая профильную модификацию зубьев, трение в зацеплении, кинематическую и технологическую погрешности зацепления.

2. Гибридная динамическая модель планетарного механизма, учитывающая податливости опор зубчатых колес, параметры зацепления и конструктивные особенности редуктора.

3. Методика выбора параметров профильной модификации зубьев колес по критерию их минимальной динамической нагруженности.

4. Результаты экспериментальной оценки влияния профильной модификации зубьев цилиндрических колес на динамические нагрузки и уровни вибраций в широком диапазоне частот вращения зубчатых колес.

5. Результаты экспериментального исследования развития усталостной трещины в процессе работы зубчатой передачи с выявлением показателей в сигнале вибраций, свидетельствующих о начале деградационного процесса.

**Достоверность основных научных результатов** обоснована тем, что теоретические положения и гипотезы выведены из фундаментальных законов механики, а полученные результаты удовлетворительно согласуются с результатами проведенных экспериментальных исследований.

#### **Апробация работы.**

Основные результаты диссертации докладывались на международной конференции «MSM2014» (г. Ополе, Польша, 2014), на международной конференции «14th IFToMM World Congress» (г. Тайбэй, Тайвань, 2015 г.), на международном научном симпозиуме «Гидродинамическая теория смазки - XXI» (г. Орел, 2016 г.), на научно-технических конгрессах по двигателестроению «НТКД-2016» и «НТКД-2018» (г. Москва, 2016 г. и 2018 г.), Международной конференции «Проблемы и перспективы развития двигателестроения» (г. Самара, 2016), на международном конгрессе по авиационным наукам ICAS 2018 (г. Бело-Оризонте, Бразилия, 2018 г.), международной конференции по зубчатым передачам «International Conference on Gears 2019» (г. Мюнхен, Германия, 2019).

**Публикации.** Основные результаты исследований по теме диссертации представлены в 17 публикациях, включая 8 статей в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ, и 4 – в сборниках трудов международных конференций, индексируемых Scopus. Оформлены патенты РФ на изобретение «Планетарный редуктор силовой установки» №2655968 и полезную модель «Бесступенчатая механическая трансмиссия транспортного средства» №142189, а также свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016662492 «Программа для расчёта динамической нагруженности авиационных приводов» («GearDyn», авторы: Д.В. Калинин, Е.В. Кожаринов).

**Личный вклад соискателя.** Все изложенные в диссертации исследования, включая разработку математических моделей, разработку программы для ЭВМ, подготовку эксперимента, разработку РКД испытуемых зубчатых колес и обработку результатов эксперимента, осуществлены соискателем лично. Заимствованный материал отмечен ссылками в тексте диссертации.

**Структура и объём диссертации.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, перечня сокращений, списка использованных источников из 120 наименований, изложена на 196 страницах, содержит 86 рисунков и 5 таблиц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования, раскрыта научная новизна, практическая значимость исследования и основные положения, выносимые на защиту, а также приведены сведения об апробации работы и публикациях.

**В главе 1** приведен обзор научно-технической литературы, посвященной описанию вопросов динамики зубчатых передач и планетарных механизмов, анализ направлений развития динамических моделей планетарных редукторов и уточнены задачи исследования. Проанализированы основные виды дефектов авиационных двигателей и трансмиссий вертолетов, обусловленных высокими



динамическими нагрузками в зацеплениях зубчатых колес. Известны случаи разрушения дисков компрессора при эксплуатации авиационных двигателей с редукторным приводом винтов (вентиляторов), вызванные резонансными колебаниями, возбуждаемыми плотным спектром вибраций в зубчатых передачах планетарного редуктора. Проявление такого вида нерасчетных дефектов приводит к увеличению времени доводки двигателя. Причиной повышенного возбуждения в зубчатых передачах являлась завышенная глубина фланка на зубьях сателлитов редуктора. Решением проблемы снижения уровней возбуждаемых в редукторе вибраций является, в том числе, выбор оптимальных параметров профильной модификации зубьев редуктора на основе проведенных натурных экспериментальных исследований.

В качестве основных источников возбуждения колебаний в системе зубчатых передач в проводимых с начала 1930-х годов исследованиях выделялись: погрешность зацепления (накопленная погрешность шага, профильная погрешность зубьев); ударное взаимодействие при кромочном контакте зубьев, вызванном отклонением их геометрии от теоретической в результате деформаций под нагрузкой; переменная жесткость зацепления, вызванная попарным нахождением в контакте различного числа контактируемых зубьев, сила трения в зацеплении и др.

В работах А.И. Петрусевича, М.Д. Генкина и, далее развитых Б.Ф. Шорром, в качестве основного источника возбуждения рассматриваются ударные процессы в зацеплении зубьев в соответствии с ударным методом оценки динамических нагрузок. О.И. Косарев в качестве основного источника возбуждения колебаний рассматривает кинематическое возбуждение параметрических колебаний, обусловленное переменной жесткостью зацепления и технологическими погрешностями в зацеплении, создающими дополнительное кинематическое возбуждение. Такой подход условно называют вибрационным методом расчёта динамических нагрузок в зацеплении. Математический аппарат этого метода был развит в работах Н.А. Ковалева и Б.М. Абрамова, где показана возможность существования разрывных параметрических колебаний в зацеплении зубьев. Однако получение точного решения дифференциальных уравнений в данном методе возможно только при значительных приближениях, одним из которых является представление жесткости зацепления в виде гармонической или пульсирующей кусочно-линейной функции. Значительный вклад в повышение точности моделирования процесса зацепления и анализа податливости зубьев был внесен В.Л. Дорофеевым.

Динамические модели передач с сосредоточенными параметрами в виде двух дисков, соединенных упругодемпфирующей связью, рассмотрены в работах А. Kahraman и R. Parker. Источником возбуждения в таких системах является статическая кинематическая погрешность (или трансмиссионная ошибка), которая включает в себя все факторы, приводящие к отклонению относительного углового положения колес от номинального, в том числе и деформации зубьев под нагрузкой. Точность этих моделей ограничена использованием приближенных

аналитических зависимостей для описания функции жесткости зацепления и влияния на нее конструктивных параметров зацепления.

В работах Э.Л. Айрапетова и М.Д. Генкина, посвященных исследованию динамики планетарных редукторов, предложен метод динамических податливостей, предполагающий разбиение динамической системы планетарного механизма на подсистемы, связанные условиями совместных деформаций в местах соединения подсистемы с сосредоточенными параметрами и подсистемы с распределенными параметрами для модели венцовой шестерни. В данных работах недостатком динамической модели планетарного механизма также является упрощенное моделирование функции жесткости зацепления, при котором невозможно проследить взаимосвязь между параметрами зацепления и уровнем динамических нагрузок в планетарном механизме, а также большое число неизвестных данных о податливости элементов системы.

R. Parker и H. Lin оценивают колебательные процессы в планетарных редукторах с помощью моделирования МКЭ в динамической постановке с использованием разработанных двумерных конечно-элементных решателей, ориентированных на моделирование зацепления зубьев. Однако такие модели требуют существенного объема вычислений и временных затрат, поэтому могут быть использованы только для плоских моделей механизмов и не позволяют решать задачи оптимизации конструкции.

На основе проведенного анализа научных работ по рассматриваемой проблеме уточнены задачи исследования, приведённые во введении.

**В главе 2** разработана динамическая модель цилиндрической зубчатой передачи, исследовано влияние основных источников возбуждения колебаний в зубчатых колесах на динамические нагрузки в зацеплении. Представлен способ выбора оптимальных параметров профильной модификации зубчатых колес, а также методика расчета динамических напряжений в зубьях. Предложено использовать метод конечных элементов для качественного расчета характеристик жесткости зацепления и напряженно-деформированного состояния зубчатых колёс.

Цилиндрическая зубчатая передача представляется как механическая система с 6-ю степенями свободы, состоящая из:

- двух зубчатых колес в виде жестких дисков массой  $m_1$  и  $m_2$  и моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$  соответственно и соединенными упруго-демпфирующей связью с переменной жесткостью  $k_z(t)$ , направленной вдоль линии зацепления зубьев;
- подшипниковых опор валов зубчатых колес, характеризуемых жесткостями  $k_{bx}$  и  $k_{by}$  в соответствии с направлениями выбранной ортогональной системы координат для каждого колеса.

В модели учитываются и подробно анализируются несколько источников возбуждения вынужденных колебаний в системе: переменная жесткость зацепления, переменная по направлению и величине сила трения в зацеплении, составляющая кинематической погрешности, обусловленная отклонениями в геометрии зубьев при изготовлении и монтаже.



Система зубчатых колес уравновешена приложенными в противоположных направлениях к колесам крутящими моментами  $M_1$  и  $M_2$  соответственно (Рисунок 1).

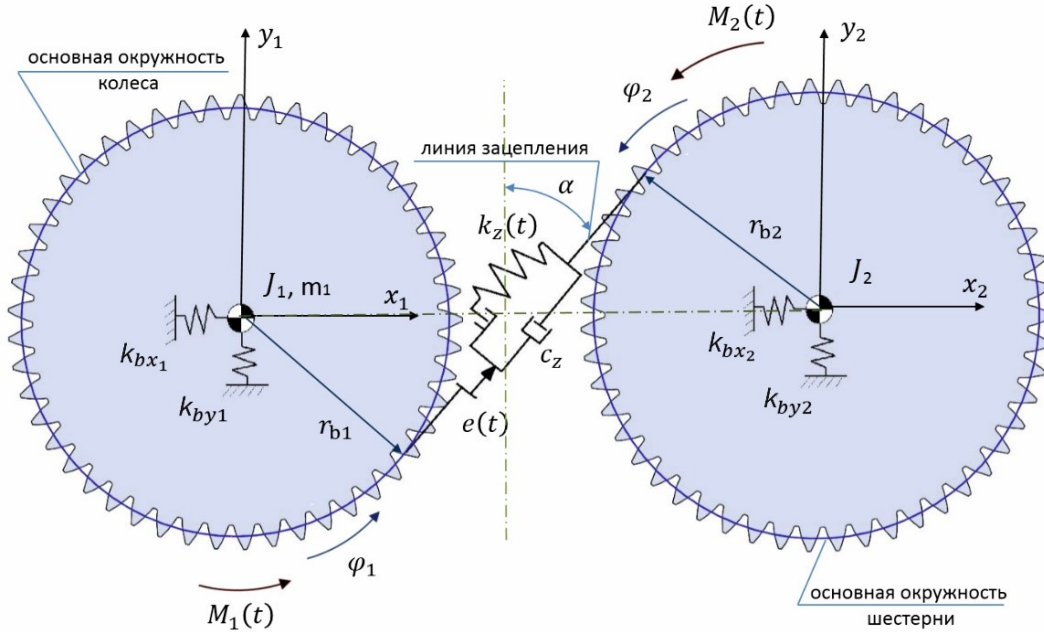


Рисунок 1. Схема динамической модели пары зубчатых колес

Система уравнений Лагранжа, описывающая колебания зубчатых колес с учетом действия сил трения и суммарного момента трения в матричной форме имеет вид (1):

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K(t, q)]\{\dot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} = \{F(t)\} + \{F_{fr}(t, q)\} \quad (1)$$

где  $[M] = \text{diag}[J_1, J_2, m_1, m_2, m_1, m_2]$  – диагональная матрица инерции, элементами которой являются моменты инерции и массы зубчатых колес;  $[K(t, q)]$  – симметричная матрица жесткости, имеющая вид:

$$[K(t, q)] = \begin{bmatrix} r_{b1}^2 k_z(t) & r_{b1} r_{b2} k_z(t) & r_{b2}^2 k_z(t) & & & & \\ r_{b1} r_{b2} k_z(t) & r_{b2}^2 k_z(t) & r_{b1}^2 k_z(t) & & & & \\ r_{b1} k_z(t) \sin \alpha & r_{b2} k_z(t) \sin \alpha & k_{bx1} + k_z(t) \sin^2 \alpha & & & & \\ -r_{b1} k_z(t) \sin \alpha & -r_{b2} k_z(t) \sin \alpha & -k_z(t) \sin^2 \alpha & k_{bx2} + k_z(t) \sin^2 \alpha & & & \\ r_{b1} k_z(t) \cos \alpha & r_{b2} k_z(t) \cos \alpha & k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha & -k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha & k_{by1} + k_z(t) \cos^2 \alpha & & \\ -r_{b1} k_z(t) \cos \alpha & -r_{b2} k_z(t) \cos \alpha & -k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha & k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha & -k_z(t) \sin^2 \alpha & k_{by2} + k_z(t) \cos^2 \alpha & \end{bmatrix} \quad (2)$$

*symmetry*

-  $[C]$  – матрица демпфирования, формируемая по аналогии с матрицей жесткости  $[K(t, q)]$ ;  $\{q\} = \{\varphi_1, \varphi_2, x_1, x_2, y_1, y_2\}^T$  – вектор-столбец обобщенных координат системы, которыми являются углы поворота, горизонтальные и вертикальные перемещения центров масс колес.

Параметр, характеризующий вязкое демпфирование в зацеплении зубьев в системе уравнений (1), представлен через коэффициент демпфирования  $\zeta$ :

$$c_z = 2\zeta \sqrt{\frac{k_z}{\frac{r_{b1}^2}{J_1} + \frac{r_{b2}^2}{J_2}}} \quad (3)$$

Величина коэффициента демпфирования выбирается на основе экспериментальных данных NASA  $\zeta = 0,1$ .

Переменная жесткость упругой связи  $k_z = f(t, q)$  имитирует жесткость зацепления колес, которая является периодической функцией времени, и изменяется в соответствии с количеством находящихся в зацеплении пар зубьев. На Рисунке 2 представлена конечно-элементная модель пары зубчатых колес, а результаты вычисления жесткости зацепления при различных нагрузках на Рисунке 3.

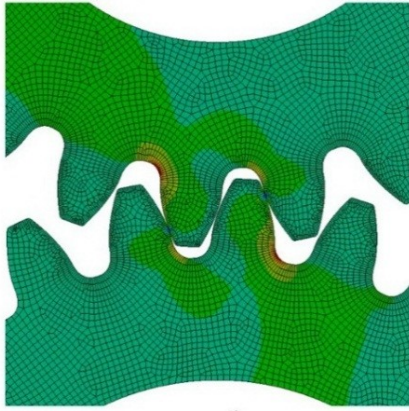


Рисунок 2. Расчет МКЭ зацепления пары колес

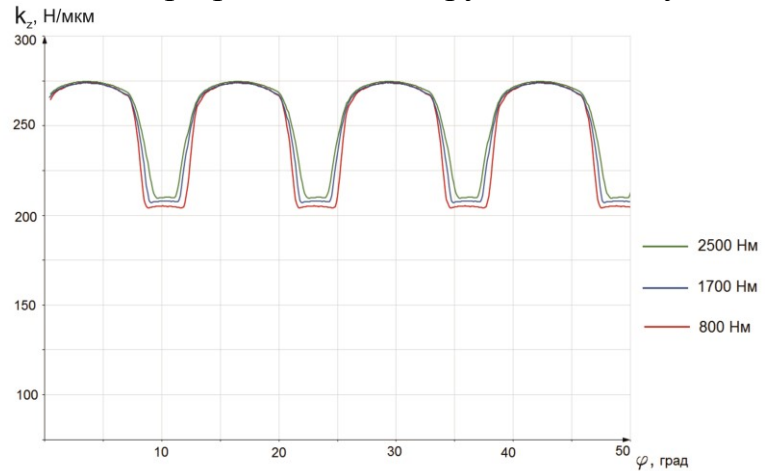


Рисунок 3. Зависимость жесткости зацепления от величины крутящего момента

По результатам анализа серии статических расчетов жесткости зацепления в рабочем диапазоне нагрузок, передаваемых передачей, обосновывается допущение о линейной связи суммарной деформации в зацеплении зубьев и передаваемой зубьями нагрузки.

Нелинейные процессы, связанные с размыканием зубьев, как при резонансных колебаниях, так и при выборе бокового зазора  $b_n$ , учитываются в матрице жесткости (2) через функцию бокового зазора  $f(\delta_{12})$  (5):

$$k_z(t)(q, t) = h(\delta_{12})\hat{k}(t), \quad (4)$$

$$h(\delta_{12}) = \begin{cases} 1, & \delta_{12} > 0, \\ 0, & -2b_n \leq \delta_{12} \leq 0 \\ -1, & \delta_{12} < -2b_n \end{cases} \quad \text{или} \quad f(\delta_{12}) = \begin{cases} \delta_{12} - b_n, & \delta_{12} > b_n, \\ 0, & -b_n \leq \delta_{12} \leq b_n \\ \delta_{12} + b_n, & \delta_{12} < -b_n \end{cases} \quad (5)$$

$$\delta_{12} = r_{b1}\varphi_1 + r_{b2}\varphi_2 + e(t) + (y_1 - y_2)\cos\alpha + (x_1 - x_2)\sin\alpha, \quad (6)$$

где  $\hat{k}(t)$  – линейная, периодически изменяющаяся жесткость зацепления;  $\delta_{12}$  – величина относительного перемещения точек пружин, имитирующих жесткость зацепления колёс вдоль линии зацепления;  $\alpha$  – угол зацепления;  $f(\delta_{12})$  – функция бокового зазора.

Вводится термин технологической кинематической погрешности, учитывающий вклад в общую функцию кинематической погрешности составляющих монтажной погрешности, накопленной погрешности шага и погрешности профиля зубьев через дополнительную гармоническую функцию  $e(\varphi_1(t))$ . В модели используется вероятностный метод формирования параметров технологической погрешности с выбором амплитуд гармоник основных и циклических компонент

на основе величин их допусков в соответствии со степенью точности изготовления (по ГОСТ 21098-82).

Переменная сила трения в зацеплении, обусловленная изменением направления скорости скольжения в контакте зубьев в течение фазы зацепления, изменением плеча момента силы трения и переменным коэффициентом граничного трения, определяемым на основе эмпирических зависимостей, рассматривается как дополнительный источник возбуждения колебаний в системе. Сила трения  $F_{fr\ i}$  в зацеплении  $i$ -й пары зубьев, имеющего граничный характер, определяется по закону сухого трения с переменным коэффициентом смешанного трения:

$$F_{fr}(t)_i = \mu(\varphi(t)) \cdot \text{sgn}(v_{\text{ск}}) \cdot F_n(t)_i \quad (7)$$

где  $\mu(\varphi(t))$  – переменный коэффициент смешанного трения в зацеплении;  $v_{\text{ск}}$  – скорость скольжения в контакте зубьев,  $F_n(t)_i$  – нормальная сила в зацеплении  $i$ -й пары зубьев, рассчитанная в квазистатической постановке методом конечных элементов.

Система дифференциальных уравнений, описывающих крутильные колебания колес, горизонтальные и вертикальные колебания их центров масс, решается численными методами Рунге-Кутты 4-го и 5-го порядков с использованием программного пакета Matlab Simulink. По результатам расчетов определяется зависимость коэффициента динамической нагруженности зубьев  $K_v$ , представляющего собой отношение максимальной динамической нагрузки, действующей на один зуб колеса  $(F_{z\ max}^k)^{dyn}$ , к максимальной статической силе, действующей на зуб в течении одного периода зацепления, от частоты вращения колес (Рисунок 4).

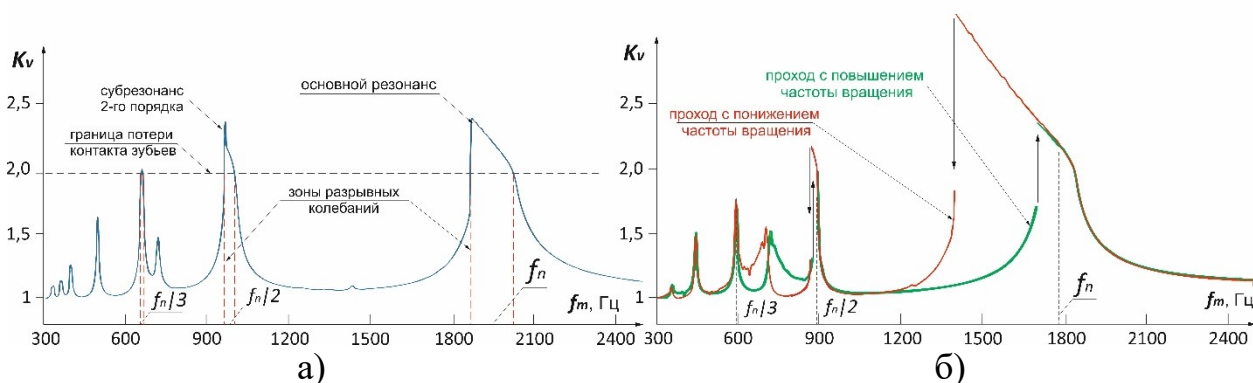


Рисунок 4. АЧХ для коэффициента динамичности нормальной силы в зацеплении по результатам расчета в Matlab Similink набором установившихся решений (а) и проходом с изменением частоты возбуждения (б)

Результаты расчетов на основе принятой модели демонстрируют определяющее влияние на уровни динамических нагрузок в области зон резонанса условия потери контакта зубьев колес. Показано, что максимальные значения нагрузок в зацеплении при резонансе ограничиваются не уровнем демпфирования в системе, а шириной зоны нелинейных разрывных колебаний зубчатых колес. При проектировании передач необходимо избегать их работы не на конкретной частоте, совпадающей с собственной частотой колебаний системы, а на диапазоне разрывных колебаний, ширина которого зависит, прежде всего, от коэффициента перекрытия передачи  $\varepsilon_\alpha$ .

Установлено незначительное влияние переменных сил трения в зацеплении на динамику зубчатых передач, а также определено влияние параметров смазки в зацеплении на уровни вибраций в опорах зубчатых колес в зависимости от направления измерения по отношению к положению линии зацепления передачи. Показано, что теоретически возможно отслеживать изменение температуры в зацеплении зубьев, обусловленное как изменениями характеристик смазочного слоя, так и развитием деградационных процессов в передаче, по параметрам вибраций, измеряемых в направлении, ортогональном линии зацепления.

Проведена оценка влияния параметров профильной модификации зубьев на уровни нагрузок в зацеплении и предложена методика и критерий выбора их оптимальных значений. Профильная модификация зубьев (Рисунок 5,а), применяемая для улучшения качественных показателей зацепления, за счет, как снижения эффекта кромочных ударов, вызванных преждевременным входом вершины зубьев в зацепление, так и для снижения контактных напряжений при входе и выходе зубьев из контакта, учитывается в динамической модели путем вычисления функции жесткости зацепления для твердотельных моделей колес с введенной профильной модификацией (с помощью программного пакета KissSoft) (Рисунок 5,б). Расчеты показывают, что введение профильной модификации приводит к уменьшению длины рабочей зоны линии зацепления и, следовательно, к уменьшению коэффициента перекрытия передачи  $\varepsilon_\alpha$ .

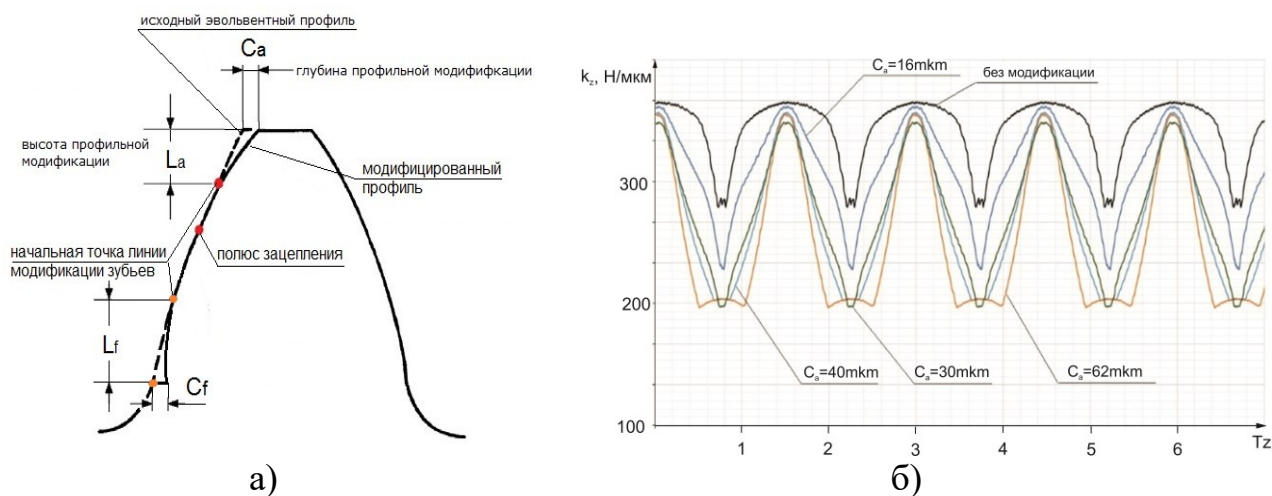


Рисунок 5. Профильная модификация зубьев (а) и результаты вычисления жесткости зацепления при различных значениях глубины линейной модификации (б)

Установлено, что для авиационных передач с высоким коэффициентом перекрытия введение модификации даже с минимальной глубиной фланка может привести к росту нагрузок в области резонансных колебаний (Рисунок 6). Показано, что выбор параметров модификации, обеспечивающих минимальное значение эффективной амплитуды спектрального разложения функции жесткости зацепления, позволяет снизить уровни динамических напряжений на субрезонансных частотах.



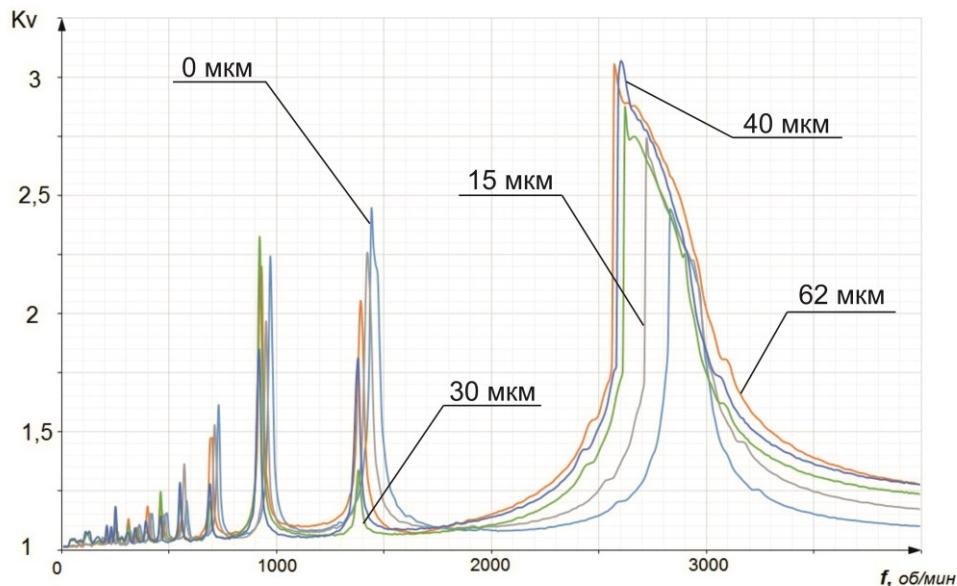


Рисунок 6. АЧХ коэффициента динамичности при различных параметрах профильной модификации

Верификация разработанной динамической модели зацепления проведена с помощью моделирования процесса зацепления МКЭ в диапазоне частот  $0 \dots 10000$  Гц в динамической постановке с использованием неявных методов.

Результаты моделирования МКЭ в динамической постановке показывают удовлетворительную сходимость с результатами моделирования гибридной математической модели зацепления, которая позволяет сократить время расчета в 15 раз в сравнении с явными методами без потери точности результатов.

Проведено моделирование зацепления зубчатых колес, имеющих трещину во впадине зубьев. Определена зависимость динамических нагрузок в зацеплении от длины трещины во впадине для уточнения методик оценки скорости роста трещин в зубчатых колесах. Показано характерное изменение спектрального состава сигнала вибронапряжений для зубчатых колес с трещиной у впадины зуба.

**Глава 3** посвящена разработке гибридной динамической модели планетарного редуктора по схеме типа «звезда», сочетающей в себе преимущества аналитических методов и точность моделирования методом конечных элементов. Рассматриваемая в модели кинематическая схема редуктора является наиболее распространенной для редукторов ТРДД и ступеней главных редукторов вертолетов с передаточным отношением менее 3,5.

Основной подсистемой динамической модели планетарного редуктора является разработанная в главе 2 динамическая модель зацепления, рассматриваемая как модуль «солнце-сателлит-эпицикл» (Рисунок 7). Динамическая модель планетарного механизма представлена как система с  $N=n+2$  сосредоточенными массами, соединенными упруго-демпфирующими связями, где  $n$  – количество сателлитов планетарного редуктора. Водило моделируется в виде жесткой неподвижной опоры, на которой установлены подшипники сателлитов. Уравнение динамики планетарного механизма с  $n$  сателлитами в матричной форме имеет аналогичный системе (1) вид, элементами которого являются:  $\{q\} = \{\varphi_s, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \varphi_r, x_s, x_1, x_2, \dots, x_n, x_r, y_s, y_1, y_2, \dots, y_n, y_r\}^T$  – вектор-столбец

обобщенных координат системы, которыми являются углы поворота, горизонтальные и вертикальные перемещения центров масс колес;  $[M]$  – диагональная матрица инерции, элементами которой являются моменты инерции и массы зубчатых колес редуктора;  $[K(t, q)]$  – симметричная матрица жесткости.

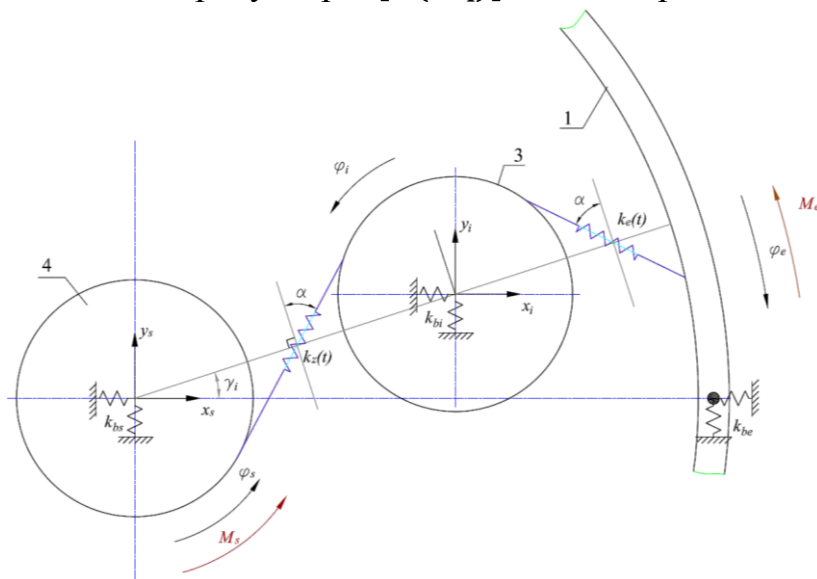


Рисунок 7. Схема динамической модели планетарного механизма

В модели учитываются податливости подшипниковых опор всех зубчатых колес редуктора. Динамическая модель планетарного редуктора позволяет исследовать влияние плавающих типов подвесок центральных колес на уровни динамических нагрузок в зацеплениях и выбирать их жесткостные характеристики в обеспечение минимальной виброактивности редуктора.

Для модели планетарного редуктора на первом этапе моделирования проводится вычисление с помощью МКЭ функций жесткости зацеплений «сателлит-солнце» и «сателлит-эпицикл», НДС колес в течении фазы зацеплений, а также жесткости опор сателлитов и корпуса водила. На основе полученных данных проводится численное решение системы дифференциальных уравнений с определением коэффициентов динамичности для зубьев колес, траектории и ускорения центров масс колес (Рисунок 8,а).

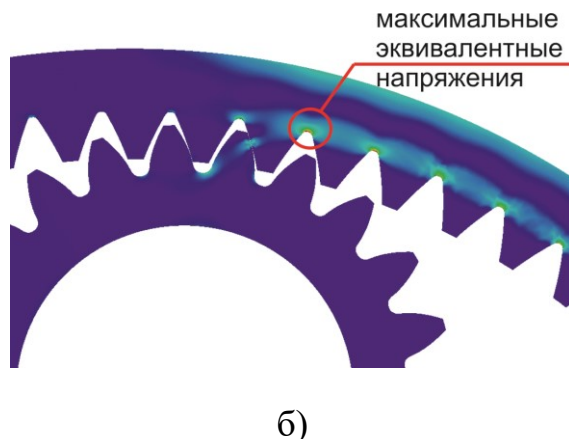
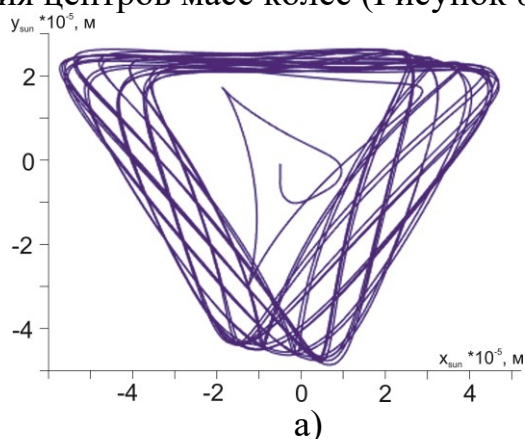


Рисунок 8. Орбита движения центра масс солнечной шестерни планетарного редуктора с 3 сателлитами (а) и распределение эквивалентных напряжений в зацеплении сателлит-эпицикл (б)

Сравнение двух вариантов сочетаний фаз зацеплений между солнечной шестерней и сателлитами в конструкции планетарного редуктора с зафиксированным водилом и плавающей подвеской солнечной шестерни показывает предпочтительность выбора схемы с синфазными зацеплениями для диапазона низких

частот вращения.

Для анализа форм колебаний элементов планетарного редуктора на основе результатов расчета в языке программирования С# написана программа «PlanGear», позволяющая визуализировать перемещения зубчатых колес в наглядном масштабе, в том числе анимировано.

Расчетом динамики зацепления планетарного редуктора неявными методами в МКЭ показано, что в авиационных конструкциях планетарных механизмов наибольшие значения динамических растягивающих напряжений могут возникать в венцовых шестернях, имеющих высокую податливость (Рисунок 8,б). Эти напряжения возникают во впадинах зубьев в местах наибольших изгибных деформаций податливого кольца венцовой шестерни при их изгибных колебаниях по собственным частотам.

В главе 4 приведены результаты экспериментальной оценки влияния профильной модификации зубьев на динамические нагрузки путем сравнения результатов динамического тензометрирования и виброметрирования разработанных экспериментальных колес, изготовленных из стали 12Х2Н4А (производство ООО «НТЦ «Редуктор»), при различных параметрах профильной модификации на аттестованном экспериментальном стенде ЦИАМ. Схема наклейки тензодатчиков на торце колеса у впадины показана на Рисунке 9.



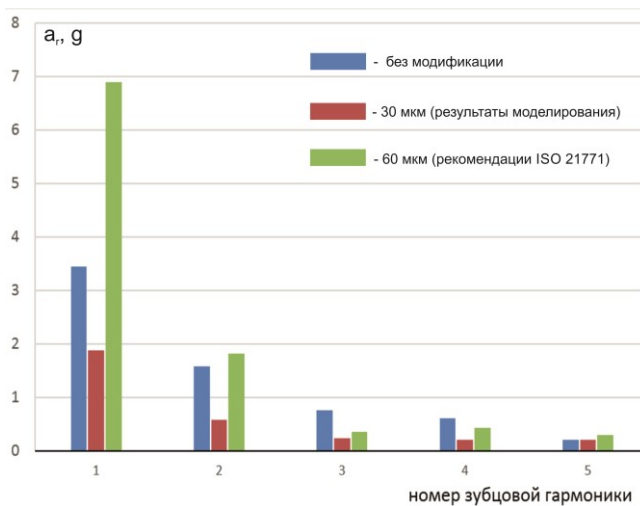
Рисунок 9. Расположение тензодатчиков на торце экспериментального зубчатого колеса



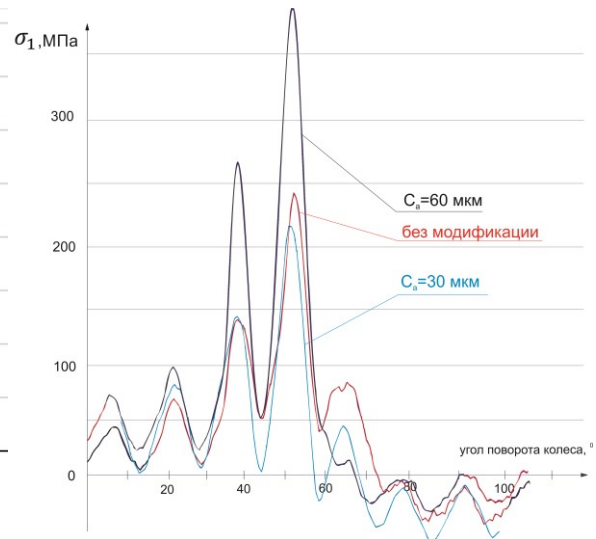
Рисунок 10. Вид усталостной трещины и подреза во впадине экспериментального зубчатого колеса

Получены подробные записи изменения динамических изгибных напряжений и вибраций в диапазоне частот вращения колес 200...7 000 об/мин. Подтверждены основные теоретические положения о характере работы зубчатой передачи при резонансных колебаниях, полученные с помощью разработанной математической модели, в том числе, явление размыкания зубьев на основной резонансной частоте. Анализ результатов испытаний колес с различными параметрами профильной модификации подтвердил эффективность разработанного способа выбора оптимальной профильной модификации: зубчатые колеса с модификацией, выбранной по результатам динамического моделирования, показали наименьший уровень возбуждаемых в зацеплении высокочастотных вибраций (Рисунок 11,а, красные столбцы).





а)



б)

Рисунок 11. Спектральный состав сигнала вертикальных вибраций (а) трех комплектов колес (резонансной режим) и результаты тензометрирования (б) при частоте вращения  $n=4000$  об/мин и нагрузке  $M=2200$  Нм

В то же время, продемонстрирован негативный эффект на динамическую нагруженность колес применения профильной модификации зубьев, выбранной по рекомендациям существующих стандартов и методик (Рисунок 11, б).

Проведено экспериментальное исследование процесса развития усталостной трещины во впадине зубьев и разрушения зуба колеса во время динамических испытаний (результаты тензометрирования представлены на Рисунке 12). Для инициирования начала развития усталостной трещины в одном зубе колеса с помощью операции электроэрозионной резки проволокой создан прорез в межзубцовой впадине глубиной 2 мм и толщиной 0,3 мм, в месте возникновения максимальных растягивающих напряжений и в направлении, перпендикулярном линии действия первых главных напряжений в данной зоне (Рисунок 10).

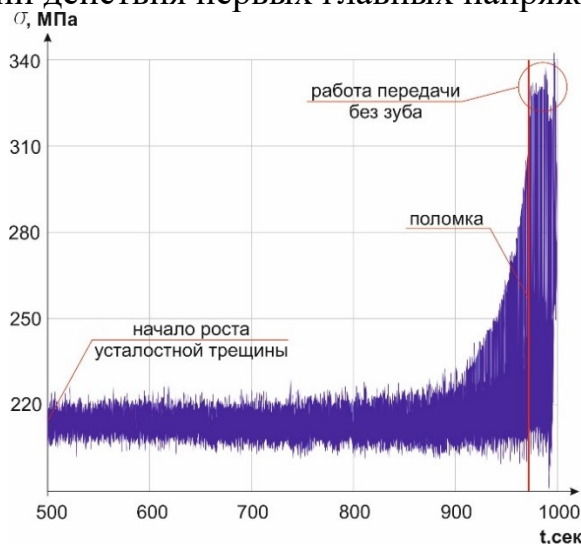


Рисунок 12. Сигнал динамических напряжений в процессе развития усталостной трещины и поломки зуба

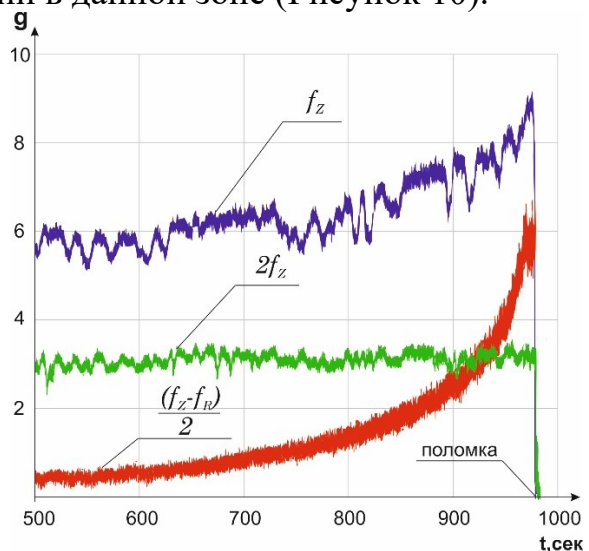


Рисунок 13. Амплитуды спектральных составляющих сигналов вибраций в процессе развития усталостной трещины и поломки зуба

По результатам обработки записей сигналов виброметрирования обнаружена кратная боковая гармоника сигнала вертикальных вибраций, амплитуда которой в процессе развития усталостной трещины увеличивается в 8 раз (Рисунок 13). Сформирован диагностический признак, с помощью которого при повторном проведении испытаний удалось обнаружить момент начала развития усталостной трещины в ходе наблюдений за сигналами вибраций в реальном времени.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

В ходе диссертационного исследования получены следующие основные результаты.

1. Разработана динамическая модель цилиндрической зубчатой передачи с 6-ю степенями свободы. Показано влияние конструктивных параметров зацепления авиационных зубчатых колес и условий их нагружения на спектральный состав и уровни динамических нагрузок в передаче. Отмечено присутствие разрывных колебаний с размыканием зубьев на резонансных режимах работы, определено влияние коэффициента перекрытия передачи на максимальные значения динамических нагрузок в зацеплении.

2. На основе разработанной динамической модели зацепления предложен метод выбора параметров профильной модификации зубьев в обеспечении минимального уровня вибраций и динамических нагрузок, определен критерий выбора параметров оптимальной профильной модификации.

3. Впервые смоделированы динамические процессы в зацеплении зубьев с дефектами. Показано влияние усталостной трещины в ножке зуба на характер кинематической погрешности и состав вибраций в передаче. Предложены диагностические признаки технического состояния цилиндрических зубчатых передач.

4. Разработана гибридная динамическая модель планетарного редуктора ТРДД, учитывающая геометрические параметры зубьев и конструктивные параметры различных типов подвесок центральных колес редуктора, реализованная в виде программы на языке C#.

5. Спроектированы и изготовлены зубчатые колеса с высокой степенью точностью и профильной модификацией зубьев. Проведены динамические испытания зубчатых колес при нагрузках и частотах вращения, максимально приближенных к условиям работы авиационных передач. Подтверждено присутствие разрывных колебаний зубчатых колес на резонансных режимах. Показано негативное влияние на динамические нагрузки профильной модификации с параметрами, рассчитанными по рекомендациям действующих стандартов.

6. Проведено экспериментальное исследование влияния усталостной трещины у ножки зуба на уровни и состав вибраций в передаче. Сформирован диагностический признак, экспериментально подтвержденный выявлением начала развития усталостной трещины в зубчатом колесе в процессе его работы на основе анализа сигнала виброускорений на корпусе редуктора.

Направлением дальнейших исследований может быть разработка универсальной динамической модели планетарного редуктора для анализа динамических процессов в редукторах различных кинематических схем, в том числе и дифференциальных редукторах ТРДД и ТВВД, а также главных редукторов вертолетов.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Калинин Д.В., Темис Ю.М. Моделирование нелинейных колебаний цилиндрических зубчатых передач авиационных приводов // Вестник СГАУ, Том 14, №3, Ч.1. 2015. С. 193 - 202. (0.51 п.л. / 0.35 п.л.).
2. Калинин Д.В. Динамический анализ зубчатой передачи // Известия МГТУ «МАМИ» № 3(25), т. 4. 2015. С. 84 - 93. (0.52 п.л. / 0.52 п.л.).
3. Калинин Д.В. Нелинейные колебания в планетарных редукторах с податливыми опорами центральных колес // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. № 10. 2016. С. 69–84. (0.62 п.л. / 0.62 п.л.).
14. Калинин Д.В., Темис Ю.М. Динамическая модель планетарного редуктора ТРДД // «Известия высших учебных заведений. Машиностроение» № 3 (684). 2017. С. 66–75. (0.51 п.л. / 0.38 п.л.).
5. Калинин Д.В., Темис Ю.М. Анализ влияния сил трения в зацеплении на динамические нагрузки в зубчатых передачах // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. #6/ [699]. 2015. С. 32–43. (0.57 п.л. / 0.42 п.л.).
6. Калинин Д.В., Калинин Я.В. Разработка схемы двухступенчатой трансмиссии для перспективного скоростного вертолета // Вестник Московского авиационного института. МАИ, Т.23. №1. 2016. С. 38–46. (0.44 п.л. / 0.22 п.л.).
7. Kalinin D., Golovanov V., Temis J., Magerramova L. Dynamic model for planetary gear sets of geared turbofan jet engines // 31st Congress of the international council of the aeronautical sciences: Proc. International conference. 2018. 7 p. (0.40 п.л. / 0.24 п.л.).
8. Kalinin D., Temis Y., Kozharinov E. Simulation of gears systems with dynamic analysis // 14th IFToMM World Congress: Proc. International conference. Taipei, Taiwan. 2015. Paper OS6-029. 5 p. (0.50 п.л. / 0.30 п.л.).
9. Kalinin D., Kozharinov E. Optimal high-speed helicopter transmission designs // 28th congress of the international council of the aeronautical sciences 2012, Brisbane, Australia. 2012. 5 p. (0.38 п.л. / 0.19 п.л.).
10. Kalinin D., Temis Y. Problems of non-linear torsion vibration of geared systems // 10th International Conference mechatronic systems and materials, Abstracts, Opole, 7-10 July 2014, Opole university of technology. 2014. 6 p. (0.50 п.л. / 0.35 п.л.).
11. Калинин Д.В., Кожаринов Е.В., Панов С.А. Бифуркационные процессы в зубчатых передачах // Международный форум двигателестроения: матер. научн.- тех. конгресса по двигателям. 2014. С. 97–99. (0.12 п.л. / 0.05 п.л.).

12. Калинин Д.В., Туманов Н.В., Воробьева Н.А., Калашникова А.И., Кожаринов Е.В. Комплексная фрактодиагностика авиационных конических зубчатых колес. Журнал «Заводская лаборатория. Диагностика материалов». 2018. Т. 84. № 2. С. 55–63. (0.49 п.л. / 0.11 п.л.).
13. Калинин Д.В., Кожаринов Е.В. Исследование влияния жёсткости диафрагмы и венца авиационных зубчатых колёс на качественные показатели зацепления // Научно-технический конгресс по двигателестроению (НТКД-2016).: Тез. докл. Междунар. конф. Москва. 2014. С. 121–124. (0.22 п.л. / 0.11 п.л.).
14. Кожаринов Е.В., Калинин Д.В., Темис Ю.М. Математическое моделирование в комплексной проблеме управления качественными показателями авиационных приводов // Сборник материалов мини-конгресса ЦИАМ. "Математическое моделирование и проектирование в авиадвигателестроении". г. Рыбинск. 2016. С. 62–72. (0.56 п.л. / 0.17 п.л.).
15. Калинин Д.В., Петров Н.И., Лаврентьев Ю.Л. Оценка долговечности подшипников опор сателлитов планетарных редукторов авиационных двигателей с учетом их динамической нагруженности // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. № 3 (720). 2020. С. 75–83. (0.46 п.л. / 0.12 п.л.).
16. Калинин Д.В. Исследование влияния профильной модификации на динамические нагрузки в авиационных зубчатых передачах // Сборник тезисов всероссийской научно-технической конференции молодых учёных и специалистов «Авиационные двигатели и силовые установки», издательство ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова». 2019. С. 195–196. (0.23 п.л. / 0.23 п.л.).
17. Kalinin D.V. Influence of Tooth Profile Modification on Planetary Gear Sets Dynamic // Materials of the International Conference on Gears 2019, VDI-Berichte 2355. 2019. P. 777–783. (0.40 п.л. / 0.40 п.л.).
18. Бесступенчатая механическая трансмиссия транспортного средства: патент №142189 РФ / Д.В. Калинин заявл. 06.02.2014; опубл. 20.06.2014. (0.39 п.л. / 0.39 п.л.).
19. Планетарный редуктор силовой установки: патент №2655968 РФ Планетарный редуктор силовой установки» / Д.В. Калинин, Е.В. Кожаринов, В.В. Голованов заявл. 20.06.2017; опубл. 30.05.2018. Бюлл. №16. (0.55 п.л. / 0.41 п.л.).

Подписано в печать 26.07.2021 г.  
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать цифровая.  
Объём 1,0 усл. печ. л. Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии издательства «Центральный институт  
авиационного моторостроения имени П.И. Баранова»  
111116, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 2  
тел. +7(499)763-61-67, e-mail: info@ciam.ru