

На правах рукописи

ЛАПИН Алексей Владимирович

**Аналитический синтез модального управления угловым движением
космических аппаратов на участке спуска при не полностью измеряемом
векторе состояния**

Специальность 05.13.01 –
Системный анализ, управление и обработка информации
(в технических системах)

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'А.В. Лапин', is located in the lower-left quadrant of the page.

Москва, 2020 г.

Работа выполнена на кафедре систем автоматического управления в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана).

Научный руководитель: д. т. н., профессор
Зубов Николай Евгеньевич
МГТУ им. Н. Э. Баумана,
профессор кафедры систем автоматического управления

Официальные оппоненты: д. т. н., профессор
Дивеев Асхат Ибрагимович
Федеральный исследовательский центр «Информатика
и управление» РАН (ФИЦ ИУ РАН),
заведующий сектором проблем кибернетики

д. т. н., профессор
Косьянчук Владислав Викторович
Федеральное государственное унитарное предприятие
«Государственный научно-исследовательский
институт авиационных систем» (ФГУП «ГосНИИАС»),
Заместитель генерального директора

Ведущая организация: Акционерное общество «Центральный научно-
исследовательский институт машиностроения»
(АО «ЦНИИмаш»)
141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Пионерская, д. 4

Защита состоится 22 декабря 2020 года в 16 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при МГТУ им. Н. Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, Госпитальный пер., д. 10, ауд. 613м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://www.bmstu.ru> МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, МГТУ им. Н. Э. Баумана, учёному секретарю диссертационного совета Д 212.141.02.

Автореферат разослан « ___ » _____ 2020 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 212.141.02,
к. т. н., доцент



И. В. Муратов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Современные бортовые алгоритмы управления движением космических аппаратов (КА) базируются на численных методах. В теории автоматического управления в основе синтеза бортовых алгоритмов лежит теория линейных динамических систем (ЛДС). Но и в ней преобладают численные решения. Качественно новые результаты – в аналитическом синтезе регуляторов на базе матричного подхода к модальному управлению.

В настоящее время в задачах модального управления с векторным входом нет исчерпывающих решений. Существующие аналитические методы модального управления при неполной информации о векторе состояния применимы лишь к ограниченному классам управляемых ЛДС и исполнительных органов (ИО). Решения громоздки и часто не обеспечивают нужного качества переходных процессов (ПП).

При неполной информации о векторе состояния обычно используются динамические наблюдатели, которые строятся для стационарных ЛДС и непрерывных ИО (например, маховиков) или релейных ИО с постоянными длительностями импульсов (например, двигателей, работающих не менее такта). Алгоритмы с такими наблюдателями не обеспечивают нужного быстродействия и точности оценок, как минимум, в двух видах задач: *приведение ориентации КА на релейных ИО с переменными длительностями импульсов и поддержание ориентации КА по нестационарным линейным моделям*. Требуется доработка алгоритмов с наблюдателями или использование других типов обратной связи.

Указанные задачи имеют место соответственно при построении орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск и стабилизации спускаемого аппарата (СА) в атмосфере Земли. Быстрота и точность управления на этих участках без увеличения расхода топлива важны для перспективных транспортных пилотируемых кораблей (ТПК).

Задача быстрого и точного построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск актуальна в нештатных ситуациях (НШС) для экстренного схода КА с орбиты и посадки в заданном районе. Существующий алгоритм с выставкой местной вертикали, определением угла курса и трёхосной коррекцией (более 360 с) эффективен при штатной работе для медленных орбитальных процессов, но в режиме НШС недопустим по быстродействию. Т.к. нелинейная модель объекта здесь характеризуется малыми возмущениями (гравитационный момент), с учётом особенностей релейных ИО применение линейных и нелинейных наблюдателей почти эквивалентно. А нелинейные наблюдатели (Арановский С. В., Краснова С. А.) строятся значительно сложнее.

Актуальность задачи стабилизации СА в программном балансировочном положении обусловлена переходом пилотируемых программ России на космодром Восточный и повышением требований к точности посадки СА, которая обеспечивается не только управлением движением центра масс (ЦМ), но и зависит от точности управления ориентацией. Штатный алгоритм направлен на отслеживание программного угла крена и гашение угловых скоростей. Т.к. в балансировочное положение по углам атаки и скольжения СА приводится лишь за счёт статической устойчивости, точность стабилизации углового положения СА (не лучше 3°) при

спуске в верхних слоях атмосферы (управление наиболее эффективно) недостаточна для обеспечения высокоточной посадки, независимо от числа переворотов по крену.

Степень разработанности темы. Бортовые алгоритмы исследуемых задач и аналитические методы модального управления существуют: построение орбитальной ориентации КА – Богачёв А. В., Бранец В. Н., Сумароков А. В.; стабилизация СА в атмосфере – Евдокимов С. Н., Комарова Л. И., Кудрявцев С. И.; аналитические методы модального управления – Зубов Н. Е., Микрин Е. А., Рябченко В. Н.

Для решения актуальной задачи повышения быстродействия и точности указанные алгоритмы и методы требуют совершенствования.

Целью диссертационной работы является сокращение времени построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск с околоземной орбиты и повышение точности стабилизации СА в программном балансировочном положении при движении в верхних слоях атмосферы, без увеличения расхода топлива, за счёт расширения возможностей аналитического синтеза модальных регуляторов при не полностью измеряемом векторе состояния.

Для достижения цели были решены следующие **научно-технические задачи**:

- анализ штатных алгоритмов управления угловым движением КА на орбитальном участке и на участке спуска с околоземной орбиты на предмет удовлетворения повышенным требованиям по быстродействию и точности;
- сравнительный анализ существующих аналитических методов модального управления при неполной информации о векторе состояния, выявление их недостатков и возможностей применения к рассматриваемым задачам;
- разработка модификаций методов модального управления при неполной информации о векторе состояния, расширяющих класс ЛДС и ИО, для которых можно аналитически синтезировать модальное управление с выполнением требований к качеству ПП: устойчивости, точности, робастности и др.;
- приведение ориентации КА на релейных ИО с переменными длительностями импульсов (при неполной информации о векторе состояния) на примере построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса;
- поддержание ориентации КА по нестационарной линейной модели (при неполной информации о векторе состояния) на примере стабилизации СА в программном балансировочном положении при движении в атмосфере Земли.

Метод проведения исследований – расчётно-теоретический. При решении научно-технических задач использованы следующие научные разделы и методы:

- математический анализ, дифференциальные уравнения (ДУ) и их системы, аналитическая геометрия, теория матриц, экстремумы функций многих переменных;
- теория идентификации и оценивания, аналитические и численные методы модального управления, теория наблюдателей, методы оптимизации;
- численное интегрирование ДУ, программирование в MATLAB и C++.

Объектом исследований является система управления движением и навигации (СУДН) пилотируемых КА.

Предметом исследований являются бортовые алгоритмы СУДН КА, математические модели движения КА и методы модального управления.

Научная новизна полученных в работе результатов состоит в следующем:

- разработан автоматизированный алгоритм аналитического расчёта модального управления по состоянию для любых полностью управляемых (наблюдаемых) ЛДС независимо от их размерности, наличия переменных (символьных) параметров, а также от кратности полюсов; на основе этого алгоритма разработана программа в среде MATLAB, пригодная для внедрения в прикладной пакет Control System Toolbox;

- получены и доказаны обобщённые формулы Басса – Гура и Аккермана для широкого класса ЛДС с векторным входом, обеспечивающие компактный аналитический расчёт параметризованного множества регуляторов или наблюдателей по состоянию без многоуровневой декомпозиции и расширяющие аналогичное множество, получаемое путём декомпозиции;

- в ЛДС, управляемых от релейных ИО с переменными длительностями импульсов, для повышения точности оценивания предложено динамические наблюдатели строить путём выделения интервалов с постоянным управлением на вычислительных тактах (при наличии выключений ИО внутри такта), численного интегрирования ДУ в несколько итераций и, при необходимости, расчёта производных от вложенных функций численного интегрирования (способ может быть применён к непрерывным наблюдателям и к дискретным моделям);

- для основанных на подходах Ван дер Воуда аналитических методов модального управления по выходу разработаны модификации, расширяющие класс управляемых по выходу ЛДС за счёт синтеза регулятора по выходу только на нулевом уровне декомпозиции, а также за счёт назначения специальным образом на верхних уровнях (с целью обеспечения управляемости по выходу на нижних уровнях) матриц с желаемыми спектрами, неоднозначных матричных делителей нуля и единицы и компонент скелетных разложений;

- для систем с векторным входом предложен вариант получения модальных регуляторов по выходу (в частности, робастных, т.е. не зависящих от параметров объекта управления) путём параметризации множеств модальных регуляторов или наблюдателей по состоянию, найденных из определённых матричных уравнений или обобщённых формул Басса – Гура и Аккермана.

Практическая значимость работы заключается в следующих положениях.

- Предложенные модификации аналитических методов модального управления могут быть применены к синтезу регуляторов и наблюдателей в широком классе ЛДС. Такие регуляторы и наблюдатели способны обеспечивать устойчивые ПП, а благодаря получению параметризованных множеств решений, уменьшать расходы на управление и влиять на качество ПП. Кроме того, получаемые аналитические формулы позволяют отслеживать взаимные связи управляющих сигналов с фазовыми координатами и элементами параметризации.

- Аналитические алгоритмы совместного синтеза непрерывного модального регулятора и различных модальных наблюдателей (непрерывного или дискретного, полного или пониженного порядков) при учёте особенностей работы ИО с переменными длительностями импульсов позволяют по сравнению со штатными циклограммами снизить длительность построения орбитальной ориентации КА при отсутствии измерения угла рыскания. Использование дискретных наблюдателей

способствует достижению высокой точности поддержания орбитальной ориентации. А непрерывный редуцированный наблюдатель позволяет путём простых скалярных вычислений (без численного интегрирования ДУ, многоитерационного построения и линеаризации дискретных моделей) достичь приемлемых (хоть и несколько уступающих дискретным наблюдателям) показателей по быстродействию и точности независимо от характера управления (наличия или отсутствия переменных по длительности управляющих импульсов).

• Аналитические алгоритмы модального управления по выходу, основанные на модификации подходов Ван дер Воуда, а также параметризации модального управления по состоянию, способствуют повышению точности поддержания ориентации СА в балансировочном положении при спуске в атмосфере Земли по сравнению со штатным алгоритмом, направленным, в основном, на демпфирование угловых скоростей. При этом комбинированный робастный модальный алгоритм с оптимальным по времени переворотом по крену (при ограничении расхода топлива на переворот) не зависит от переменных параметров движения СА и не требует повышения затрат топлива ни в режиме стабилизации, ни при выполнении переворотов по крену.

Достоверность полученных результатов подтверждается:

- использованием ранее доказанных фундаментальных результатов;
- сопоставлением с результатами исследования штатных СУДН КА;
- сравнением с результатами работы других широко известных методов;
- анализом существенных факторов, влияющих на исследуемые процессы;
- проверкой разработанных алгоритмов на стенде ТПК «Союз».

Реализация результатов работы. Материалы диссертации использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках Госзадания Минобрнауки РФ в учебном процессе кафедры систем автоматического управления МГТУ им. Н. Э. Баумана. Разработанные методы модального управления использованы в лекциях и семинарах по дисциплине «Теория автоматического и автоматизированного управления». Алгоритмы управления движением КА внедрены в курс лекций по дисциплине «Системы ориентации и управления движением космических аппаратов».

Апробация работы проведена на следующих российских и международных научно-технических конференциях (НТК):

1. XIX НТК молодых учёных и специалистов РКК «Энергия» (Королёв, 2011);
2. XXXVII Академические чтения по космонавтике (Москва, 2013);
3. 56-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2013);
4. XX НТК молодых учёных и специалистов РКК «Энергия» (Королёв, 2014);
5. XLII Академические чтения по космонавтике (Москва, 2018);
6. XLIII Академические чтения по космонавтике (Москва, 2019);
7. Международная молодёжная НТК «Аэрокосмические технологии» (Реутов, 2019);
8. Международная НТК «Автоматизация» (Сочи, 2019);
9. XLIV Академические чтения по космонавтике (Москва, 2020).

Личный вклад и публикации. Результаты, приведённые в диссертации, получены автором лично. По теме диссертации автором опубликовано 22 научные работы, из них 14 работ – в изданиях из Перечня ВАК, Web of Science или Scopus.

Положения, выносимые на защиту

1. Предложены способы модального управления по оценке состояния от релейных ИО с переменными длительностями импульсов. Дискретная модель строится по непрерывному аналогу в несколько итераций интегрирования и линеаризуется через производные многократно вложенной функции.
2. Предложены модификации прямого и дуального подходов Ван дер Воуда, расширяющие класс ЛДС, для которых можно аналитически синтезировать модальное управление по выходу. Модификации содержат следующие аспекты.
 - 2.1. Регулятор по выходу строится только на нулевом уровне декомпозиции.
 - 2.2. Управляемость по выходу достигается за счёт всех уровней декомпозиции.
 - 2.3. Неоднозначно назначаемые матрицы параметризуются для получения желаемого вида матрицы регулятора по выходу.
3. Разработан альтернативный подходам Ван дер Воуда параметрический подход к модальному управлению по выходу через множество регуляторов (наблюдателей) по состоянию. Подход основан на следующих положениях.
 - 3.1. Получены и доказаны аналитические *обобщённые формулы Басса – Гура и Аккермана*, позволяющие без декомпозиции находить общее решение задачи модального управления по состоянию для широкого класса ЛДС с векторным входом.
 - 3.2. Обобщённые параметры дают возможность синтезировать *робастные* регуляторы по выходу (не зависящие от ряда коэффициентов ЛДС), актуальные для ЛДС с переменными коэффициентами.
4. С помощью предложенных модификаций аналитических методов модального управления при неполной информации о векторе состояния решена задача уменьшения времени построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск без увеличения расхода топлива.
5. С помощью предложенных модификаций аналитических методов модального управления при неполной информации о векторе состояния решена задача повышения точности стабилизации СА при спуске в атмосфере Земли без увеличения расхода топлива.

Объём и структура работы. Структура: введение, три главы, заключение и приложение. Всего страниц 224, рисунков 53, таблиц 23, пунктов литературы 115.

Содержание работы

Во **введении** описаны актуальность и степень разработанности темы, цель и задачи исследования, методы, объект и предмет исследований, научная и практическая значимость, достоверность и реализация результатов работы, её апробация, личный вклад и публикации автора, положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена постановке задач управления угловым движением КА на спуске, обзору штатных методов их решения и существующих аналитических методов модального управления при неполной информации о векторе состояния. Описаны математические модели для сравнения алгоритмов управления.

Задача построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск штатно решается согласно циклограмме (Рис. 1). Такое

длительное построение ориентации недопустимо в случае НШС, когда необходим быстрый сход КА с орбиты с посадкой в заданном районе.

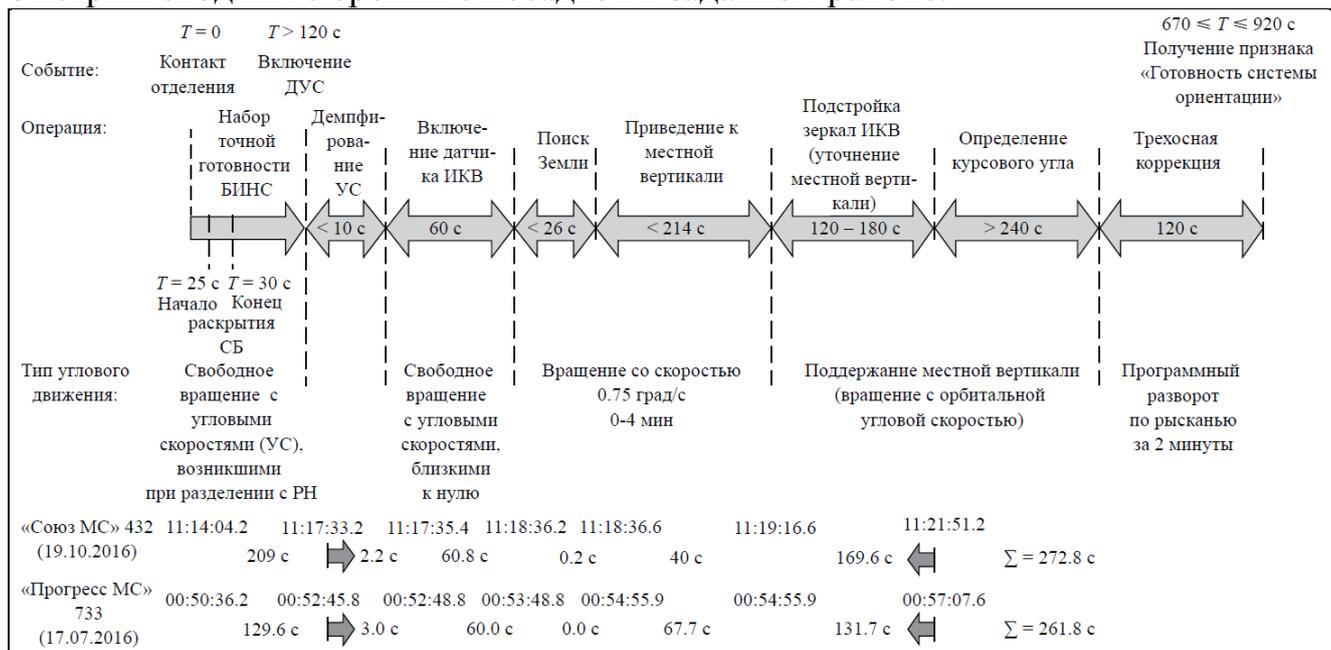


Рис. 1. Циклограмма штатного построения орбитальной ориентации

Имеется: релейные реактивные двигатели (РД) с переменными длительностями импульсов; измерения углов крена и тангажа от инфракрасной вертикали и вектора угловой скорости с датчика угловых скоростей (ДУС). Требуется: уменьшить, насколько возможно, длительность ПП, не ухудшив точность стабилизации.

Задача стабилизации СА в атмосфере Земли штатно решается с помощью эмпирического управления. Точности стабилизации (Таблица 1) недостаточно для высокоточной посадки СА перспективных ТПК на космодром Восточный. В таблице: δ_{\max}^{trn+} – максимальные отклонения по окончании ПП (через 30 с после последнего переворота по крену), δ_{avr}^{all} – средние отклонения за всё время управления и \bar{Q}_{alg0}^{BT2} – общий расход на штатном алгоритме.

Таблица 1

Математические ожидания параметров движения СА при управлении по штатному алгоритму с двумя переворотами по крену

| Канал | Точность стабилизации | | | | Расход (ед. \bar{Q}_{alg0}^{BT2}) | |
|----------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|--------------------------------------|--------------|
| | по углам (°) | | по скоростям (град/с) | | в канале | общий |
| | δ_{\max}^{trn+} | δ_{avr}^{all} | δ_{\max}^{trn+} | δ_{avr}^{all} | | |
| Крен | 2.463 | 6.466 | 1.211 | 1.299 | 0.648 | 1.000 |
| Рысканье | 0.937 | 1.010 | 2.890 | 1.754 | 0.158 | |
| Тангаж | 1.790 | 1.166 | 6.493 | 2.158 | 0.194 | |

Имеется: аналогичные релейные РД; измерения угла крена с гироскопического измерителя углов (ГИУ) и вектора угловой скорости с ДУС. Требуется: повысить, насколько возможно, точность стабилизации СА, не увеличив расход топлива.

Аналитические методы модального управления при неполной информации о векторе состояния независимо от типа обратной связи (по оценке, производной состояния или по выходу) используют модальное управление по состоянию.

Известный аналитический метод модального управления по состоянию (В. Н. Рябченко, Н. Е. Зубов) – полного размещения полюсов (ПП) – не алгоритмизирован. Его программное применение (в MATLAB) затруднено. В методе мало возможностей параметризации, актуальной, если кроме размещения полюсов надо уменьшить норму матрицы регулятора, обнулить ряд коэффициентов, построить регулятор по выходу.

При неполной информации о векторе состояния в основном используют обратную связь по оценке состояния, причём регулятор и наблюдатель полного порядка строят по непрерывной модели. Это допустимо, если линейный объект стационарный или нестационарность вызвана переменными компонентами вектора состояния при потактовой линеаризации, а ИО работают с постоянными импульсами, равными шагу дискретизации управления. В других случаях высокую точность оценок в реальном масштабе времени получить затруднительно.

В задаче построения орбитальной ориентации КА объект управляется от ИО с переменными длительностями импульсов. Необходимо исследовать применение редуцированного наблюдателя, а также учёта особенностей ИО в наблюдателе и дискретной линейной модели.

В задаче стабилизации СА в атмосфере Земли нестационарность потактово линеаризованной модели углового движения вызвана стохастическим параметром движения ЦМ (скоростным напором). Для повышения точности управления при небольших вычислениях следует отказаться от наблюдателей. Т.к. управление по производной состояния требует гладкости, выбрано управление по выходу. Существующий аналитический алгоритм подразумевает выполнение условий управляемости по выходу и расчёт матриц с желаемыми спектрами на всех уровнях декомпозиции. Это усложняет решение или вовсе не позволяет получить управляемость по выходу на 0-ом уровне. Также при использовании на верхних уровнях строгих формул расчёта снижены возможности параметризации и получения робастных (не зависящих от переменных коэффициентов объекта) решений.

Во **второй главе** описаны полученные автором модификации аналитических методов модального управления при неполной информации о векторе состояния.

Разработан автоматизированный алгоритм модального управления по состоянию и выходу для MATLAB. В диссертации алгоритмы относятся к модальным регуляторам и наблюдателям. В автореферате описаны только «прямые» варианты.

Получены и доказаны обобщённые формулы Басса – Гура и Аккермана для широкого класса ЛДС с векторным входом: матрицы $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ таковы, что $k = n/m \in \mathbb{N}$, а матрица $\mathbf{U}_{\mathbf{B}(\cdot, 1:n)}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = [\mathbf{B} \mid \mathbf{A}\mathbf{B} \mid \dots \mid \mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}]$, составленная из первых n столбцов матрицы управляемости Калмана $\mathbf{U}_{\mathbf{B}}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$, обратима.

В отличие от других обобщений эти явные аналитические формулы не требуют дополнительных численных расчётов. За счёт расширенной параметризации формулы позволяют без декомпозиции получать счётные множества регуляторов по состоянию и выполнять для них дополнительные требования, помимо размещения полюсов.

Обобщённая формула Басса – Гура имеет вид

$$\mathbf{K}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = (\mathbf{P}^{*T_{m \times m}} - \mathbf{P}^{T_{m \times m}}(\mathbf{A}, \mathbf{B}))(\mathbf{U}_{\mathbf{B}(\cdot, 1:n)}(\mathbf{A}, \mathbf{B})\mathbf{T}_2(\mathbf{A}, \mathbf{B}))^{-1},$$

где $\mathbf{T}_{m \times m}$ – операция транспонирования по блокам $m \times m$,

$$\mathbf{P}^* = [\mathbf{P}_0^* \mid \mathbf{P}_1^* \mid \dots \mid \mathbf{P}_{k-1}^*]^{T_{m \times m}}; \mathbf{P}_0^*, \mathbf{P}_1^*, \dots, \mathbf{P}_{k-1}^* \in \mathbb{R}^{m \times m};$$

$$\det(\mathbf{P}_0^* + \phi \mathbf{P}_1^* + \dots + \phi^{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^* + \phi^k \mathbf{I}_m) = \prod_{i=1}^n (\phi - \phi_i), \quad \underbrace{\{\phi_1, \dots, \phi_n\}}_{\Lambda^*} - \text{заданный спектр};$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = [\mathbf{P}_0 \mid \mathbf{P}_1 \mid \dots \mid \mathbf{P}_{k-1}]^{T_{m \times m}} = -\mathbf{U}_{\mathbf{B}(\cdot, 1:n)}^{-1} (\mathbf{A}, \mathbf{B}) \mathbf{A}^k \mathbf{B}; \mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_{k-1} \in \mathbb{R}^{m \times m};$$

$$\mathbf{T}_2(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2 & \dots & \mathbf{P}_{k-1} & \mathbf{I}_m \\ \mathbf{P}_2 & \ddots & \ddots & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_{k-1} & \mathbf{I}_m & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times m} & \dots & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \end{bmatrix};$$

Обобщённая формула Аккермана имеет вид

$$\mathbf{K}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sum_{i=0}^k \left(\mathbf{P}_i^* \underbrace{[\mathbf{0}_{m \times m} \mid \dots \mid \mathbf{0}_{m \times m} \mid \mathbf{I}_m]}_{k \text{ блоков}} \mathbf{U}_{\mathbf{B}(\cdot, 1:n)}^{-1} (\mathbf{A}, \mathbf{B}) \mathbf{A}^i \right). \quad (1)$$

Компоненты желаемого блочного вектора \mathbf{P}^* находятся из соотношения $\mathbf{P}_i^* = \tilde{\mathbf{P}}_i^* + \Delta \mathbf{P}_i^*$, $i = (0: k-1)$, где $\tilde{\mathbf{P}}_i^*$ – блочные коэффициенты полинома

$$\tilde{\mathbf{P}}_0^* + \phi \tilde{\mathbf{P}}_1^* + \dots + \phi^{k-1} \tilde{\mathbf{P}}_{k-1}^* + \phi^k \mathbf{I}_m = \prod_{i=0}^{k-1} (\phi \mathbf{I}_m - \mathbf{T}_{\Phi_{\mathbf{B},i}}^{-1} \Phi_{\mathbf{B},i} \mathbf{T}_{\Phi_{\mathbf{B},i}}),$$

$\Phi_{\mathbf{B},i}$ – матрицы с желаемыми спектрами, $\mathbf{T}_{\Phi_{\mathbf{B},i}}$ – матрицы преобразований подобия, $\Delta \mathbf{P}_i^*$ – добавки, не меняющие спектр Λ^* . Независимо от числа k реализуется спектр с полюсами любой кратности. Т.к. полином с коэффициентами \mathbf{P}_i^* не обязательно разложим на множители, множество решений может быть шире, чем в методе ПРП.

Разработана модификация модального управления по оценке состояния от релейных ИО с переменными длительностями импульсов. Учтено дробление тактов борта (при выключениях ИО *внутри* такта). Она применима при интегрировании ДУ непрерывных наблюдателей и построении и линеаризации дискретных моделей.

Дискретная функция $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}_d(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k^{[0:h_b]})$ для ДУ $\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{f}}_c(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}_k)$ на каждом k -ом такте длительностью h_b определяется за $m+1$ итераций на последовательных интервалах постоянства $\bar{\mathbf{u}}_{k[j]}$ ($j = (0: m)$) управления $\tilde{\mathbf{u}}_k^{[0:h_b]}$ длительностями $\Delta \tau_{k[j]}$,

а производная этой вложенной функции имеет вид $\mathbf{f}'_d{}^{\mathbf{x}_k} = \mathbf{x}'_{k+1}{}^{\mathbf{x}_k[m]} \mathbf{x}'_{k[m]}{}^{\mathbf{x}_k[m-1]} \dots \mathbf{x}'_{k[2]}{}^{\mathbf{x}_k[1]} \mathbf{x}'_{k[1]}{}^{\mathbf{x}_k}$, где

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k[1]} = \mathbf{x}(\tau_{k[1]}) = \tilde{\mathbf{f}}_{d,r}(\mathbf{x}_k, \bar{\mathbf{u}}_{k[0]}, \Delta \tau_{k[0]}), & \mathbf{x}'_{k[1]}{}^{\mathbf{x}_k} = \tilde{\mathbf{f}}'_{d,r}{}^{\mathbf{x}_k}(\mathbf{x}_k, \bar{\mathbf{u}}_{k[0]}, \Delta \tau_{k[0]}), \\ \mathbf{x}_{k[2]} = \mathbf{x}(\tau_{k[2]}) = \tilde{\mathbf{f}}_{d,r}(\mathbf{x}_{k[1]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[1]}, \Delta \tau_{k[1]}), & \mathbf{x}'_{k[2]}{}^{\mathbf{x}_k[1]} = \tilde{\mathbf{f}}'_{d,r}{}^{\mathbf{x}_k[1]}(\mathbf{x}_{k[1]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[1]}, \Delta \tau_{k[1]}), \\ \dots, & \dots, \\ \mathbf{x}_{k[m]} = \mathbf{x}(\tau_{k[m]}) = \tilde{\mathbf{f}}_{d,r}(\mathbf{x}_{k[m-1]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[m-1]}, \Delta \tau_{k[m-1]}), & \mathbf{x}'_{k[m]}{}^{\mathbf{x}_k[m-1]} = \tilde{\mathbf{f}}'_{d,r}{}^{\mathbf{x}_k[m-1]}(\mathbf{x}_{k[m-1]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[m-1]}, \Delta \tau_{k[m-1]}), \\ \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}(h_b) = \tilde{\mathbf{f}}_{d,r}(\mathbf{x}_{k[m]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[m]}, \Delta \tau_{k[m]}), & \mathbf{x}'_{k+1}{}^{\mathbf{x}_k[m]} = \tilde{\mathbf{f}}'_{d,r}{}^{\mathbf{x}_k[m]}(\mathbf{x}_{k[m]}, \bar{\mathbf{u}}_{k[m]}, \Delta \tau_{k[m]}), \end{cases} \quad (2)$$

а $\tilde{\mathbf{f}}_{d,r}(\mathbf{x}_L, \bar{\mathbf{u}}_L, h)$ – функция интегрирования ДУ. При отсутствии аналитических решений ДУ функция численного интегрирования порядка точности r имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{d,r} = \mathbf{x}_L + \sum_{i=1}^r (c_{r,i} \boldsymbol{\kappa}_i) / \sum_{i=1}^r c_{r,i}, \quad \boldsymbol{\kappa}_i = h \tilde{\mathbf{f}}_c(\mathbf{x}_L + \boldsymbol{\kappa}_{i-1}/c_{r,i}, \bar{\mathbf{u}}_L), \quad \boldsymbol{\kappa}_0 = \mathbf{0}_{n \times 1},$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_{d,r}'^{\mathbf{x}_L} = \mathbf{I}_n + \sum_{i=1}^r (c_{r,i} \boldsymbol{\kappa}_i'^{\mathbf{x}_L}) / \sum_{i=1}^r c_{r,i}, \quad \boldsymbol{\kappa}_i'^{\mathbf{x}_L} = h \tilde{\mathbf{f}}_c'(\mathbf{x}_L + \boldsymbol{\kappa}_{i-1}/c_{r,i}, \bar{\mathbf{u}}_L) (\mathbf{I}_n + \boldsymbol{\kappa}_{i-1}'^{\mathbf{x}_L}/c_{r,i}), \quad \boldsymbol{\kappa}_0'^{\mathbf{x}_L} = \mathbf{0}_{n \times n},$$

$$c_{1,1} = 1 \quad (r=1); \quad c_{2,1} = c_{2,2} = 1 \quad (r=2); \quad c_{4,1} = c_{4,4} = 1, \quad c_{4,2} = c_{4,3} = 2 \quad (r=4).$$

Для модального управления по выходу ЛДС с векторным входом рассмотрены модификации подходов Ван дер Воуда, а также параметрический подход.

В модификациях подходов Ван дер Воуда с целью расширения класса систем, для которых можно аналитически строить регуляторы по выходу, предложено:

- выполнять указанный в существующем алгоритме (по Ван дер Воуду) расчёт матрицы с желаемым спектром *только на 0-ом уровне* декомпозиции;
- матрицы с желаемыми спектрами на остальных (верхних) уровнях декомпозиции выбирать *специальным образом* (не обязательно диагональными);
- ввести *параметризацию* неоднозначных матричных делителей нуля и единицы и компонент скелетных разложений (при «вырождении» уровней).

При этом зачастую обеспечивается управляемость по выходу независимо от соотношений параметров объекта и полюсов на верхних уровнях декомпозиции.

Теорема о регуляторе по выходу на 0-ом уровне декомпозиции

Для матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ строится регулятор по выходу через регулятор по состоянию (метод РП). Матрицы с желаемыми спектрами на верхних уровнях декомпозиции *заданы*, а на 0-ом уровне через левые и правые (индексы « $\perp L$ » и « $\perp R$ ») аннуляторы и псевдообращение (индекс « $+$ ») записана матрица $\mathbf{B}_{B,0}^-$.

Пусть $\mathbf{G}_{B,0} = \mathbf{B}_{B,0}^- \mathbf{C}_0^{\perp R}$, $\mathbf{H}_{B,0} = \mathbf{B}_{B,0}^- \mathbf{A}_0 \mathbf{C}_0^{\perp R}$, причём аннулятор $\mathbf{G}_{B,0}^{\perp R}$ не существует или матрица $\mathbf{H}_{B,0} \mathbf{G}_{B,0}^{\perp R}$ нулевая. Кроме того, существует полностью наблюдаемая пара матриц $\mathbf{A}_{\Phi_{B,0}} = \mathbf{H}_{B,0} \mathbf{G}_{B,0}^+$, $\mathbf{C}_{\Phi_{B,0}} = \mathbf{G}_{B,0}^{\perp L}$, и для неё через матрицу наблюдателя $\mathbf{L}_{\Phi_{B,0}}$ найдена матрица $\Phi_{B,0} = \mathbf{A}_{\Phi_{B,0}} - \mathbf{L}_{\Phi_{B,0}} \mathbf{C}_{\Phi_{B,0}}$ с желаемым спектром на 0-ом уровне.

Тогда $\mathbf{F}_B = (\mathbf{B}_{B,0}^- \mathbf{A}_0 - \Phi_{B,0} \mathbf{B}_{B,0}^-) \mathbf{C}_0^+$ – искомая матрица регулятора по выходу.

Назначение матриц с желаемыми спектрами на верхних уровнях декомпозиции

Нескалярные матрицы с желаемыми спектрами на верхних уровнях можно параметризовать, сохраняя собственные значения на главной диагонали. Например,

$$\forall \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3 \in \mathbb{R} \quad \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 \\ \kappa_3 & \phi_2 & \kappa_1 \\ \kappa_2 & 0 & \phi_3 \end{bmatrix} = \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & \kappa_2 \\ \kappa_3 & \phi_2 & \kappa_1 \\ 0 & 0 & \phi_3 \end{bmatrix} = \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & \kappa_3 & \kappa_2 \\ 0 & \phi_2 & \kappa_1 \\ 0 & 0 & \phi_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & \kappa_3 & \kappa_2 \\ 0 & \phi_2 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & \phi_3 \end{bmatrix} = \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & \kappa_3 & 0 \\ 0 & \phi_2 & 0 \\ \kappa_2 & \kappa_1 & \phi_3 \end{bmatrix} = \text{eig} \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 \\ \kappa_3 & \phi_2 & 0 \\ \kappa_2 & \kappa_1 & \phi_3 \end{bmatrix} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}.$$

Выбор параметров может обеспечить управляемость по выходу на 0-ом уровне.

Расчёт матриц с желаемыми спектрами на верхних уровнях декомпозиции

Уравнение $\Phi_{B,0} G_{B,0} = H_{B,0}$ не всегда разрешимо относительно матрицы $\Phi_{B,0}$. Если, начиная с 1-ого уровня, не вырождаются последовательно $v_{\max} \geq 1$ уровней, появляется возможность обеспечить заданное (индекс «*») значение матрицы $G_{B,0}$ или $H_{B,0}$ через расчёт матриц с желаемыми спектрами на верхних уровнях. Идея: если $(i+1)$ -ый уровень не вырожден, то независимо от матрицы Ω_B в формуле

$$(\mathbf{B}_{B,i}^- \Omega_B)^* = \mathbf{B}_{B,i}^+ \Omega_B + (\mathbf{B}_{B,i+1}^- \mathbf{A}_{B,i+1} - \Phi_{B,i+1} \mathbf{B}_{B,i+1}^-) \mathbf{B}_{B,i}^{LL} \Omega_B$$

матрица $\Phi_{B,i+1}$ является крайним левым множителем и может быть найдена из *одностороннего* матричного уравнения. Получим такие уравнения.

Пусть $\mathbf{W}_{B,0,j} = \mathbf{A}_0^j \mathbf{C}_0^{\perp R}$, $\mathbf{W}_{B,i+1,j} = \mathbf{B}_{B,i}^{LL} \mathbf{W}_{B,i,j}$, где $i = (0: v_{\max} - 1)$, $j = (0: v_{\max})$. Тогда $\Phi_{B,0} G_{B,0} = H_{B,0} \Leftrightarrow \Phi_{B,0} \mathbf{B}_{B,0}^- \mathbf{W}_{B,0,0} = \mathbf{B}_{B,0}^- \mathbf{W}_{B,0,1}$, и на каждом i -ом уровне появляется возможность обеспечить заданное значение одной из матриц $\mathbf{B}_{B,i}^- \mathbf{W}_{B,i,j}$, где $j = (0: i+1)$, путём расчёта матрицы $\Phi_{B,i+1}$ на следующем уровне из уравнения

$$\Phi_{B,i+1} \mathbf{B}_{B,i+1}^- \mathbf{W}_{B,i+1,j} = \mathbf{B}_{B,i+1}^- \mathbf{W}_{B,i+1,j+1} - (\mathbf{B}_{B,i}^- \mathbf{W}_{B,i,j})^*$$

Эти уравнения решаются с обеспечением желаемого спектра матрицы $\Phi_{B,i+1}$ по схеме, аналогичной приведённой в теореме. Цель выбора заданных «*» значений и матриц, которым они присваиваются, – достижение управляемости по выходу (в теореме).

В модальном управлении по выходу также допустим параметрический подход – через множество регуляторов по состоянию (обобщённые формулы Басса – Гура и Аккермана). Как и в подходе Ван дер Воуда, синтезируется регулятор по состоянию с матрицей \mathbf{K} для матриц \mathbf{A} , \mathbf{B} и при условии $\mathbf{K} \mathbf{C}^{\perp R} = \mathbf{0}_{m \times (n-l)}$ находится матрица $\mathbf{F}_B = \mathbf{K} \mathbf{C}^+$. Но ищется не одна матрица \mathbf{K} , а параметризованное множество; равенство $\mathbf{K} \mathbf{C}^{\perp R} = \mathbf{0}_{m \times (n-l)}$ обеспечивается не за счёт матрицы $\Phi_{B,0}$, а путём выбора параметров и/или желаемых полюсов. В ряде случаев находятся *робастные* решения.

Третья глава посвящена решению задач управления угловым движением КА на участке спуска с помощью предложенных модификаций. Управляющие сигналы \mathbf{u} пересчитываются в момент $\tilde{\mathbf{u}}$ релейных ИО согласно штатной бортовой логике.

Новые орбитальные алгоритмы построены по оценке состояния \mathbf{x} (наблюдения $\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}$) с разными наблюдателями: для непрерывной линейной модели наблюдатели без учёта / с учётом дробления такта полного (10 / 20) и пониженного (30) порядков; для дискретной линейной модели наблюдатели полного (40 / 50) и пониженного (60 / 70) порядков. Методы интегрирования ДУ: Рунге – Кутты (IV) / Эйлера (II).

Регулятор по состоянию во всех алгоритмах синтезирован по непрерывной модели $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_c(\mathbf{x}) + \mathbf{B} \mathbf{u}$, линеаризованной на k -ом такте вблизи оценки $\hat{\mathbf{x}}_k$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \xi_c + \mathbf{A}_c (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad \xi_c = \mathbf{f}'_c(\hat{\mathbf{x}}_k), \quad \mathbf{A}_c = \mathbf{f}''_c(\hat{\mathbf{x}}_k). \quad (3)$$

Заданные полюса на участках приведения и поддержания ориентации приняты разными (быстрота \leftrightarrow точность). Их значения выбраны из минимизации времени ПП.

Для каждого алгоритма промоделировано по 13720 процессов орбитальной ориентации с разными начальными условиями (НУ). На «худших» процессах проведено сравнение по скорости и точности (Рис. 2 и 3) и по расходу (Рис. 4).

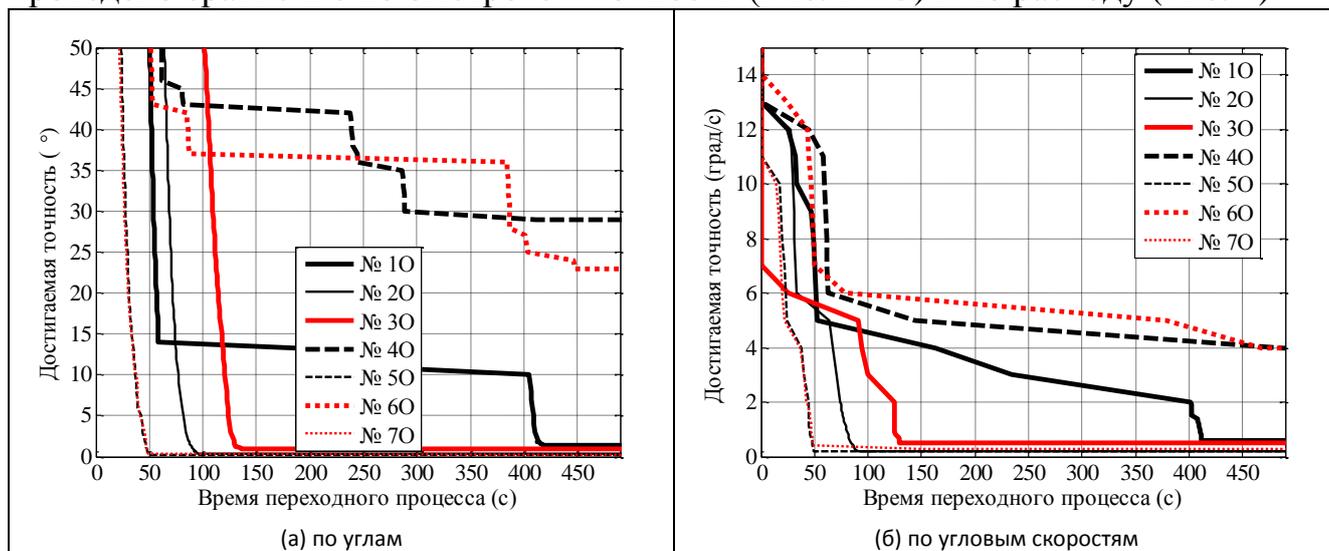


Рис. 2. Сравнение новых орбитальных алгоритмов по скорости и точности построения ориентации (мелкий масштаб)

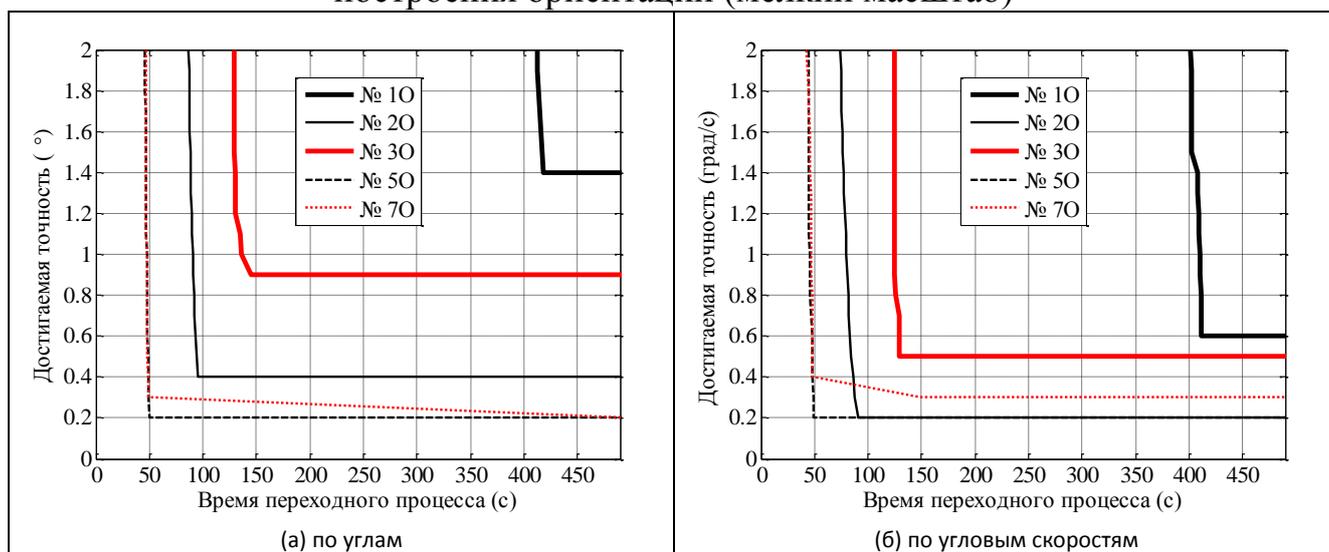


Рис. 3. Сравнение новых орбитальных алгоритмов по скорости и точности построения ориентации (крупный масштаб)

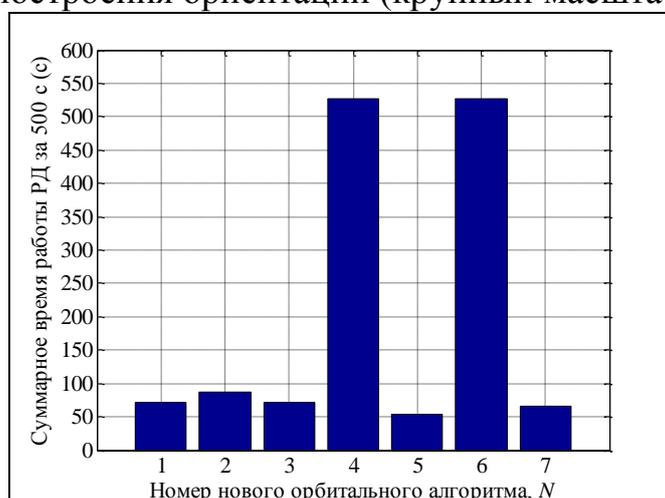


Рис. 4. Сравнение новых орбитальных алгоритмов по расходу топлива

Непрерывные наблюдатели используют модель (3) и не требуют построения других моделей. Наблюдатель 1О полного порядка без дробления такта

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(\tau) = \xi_c + \mathbf{A}_c (\hat{\mathbf{x}}(\tau) - \hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_k(0) + \mathbf{L}_{f,c} (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(\tau)), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_k, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}(h_b),$$

где τ – время от начала такта, $\mathbf{L}_{f,c}$ – матрица наблюдателя для пары матриц $(\mathbf{A}_c, \mathbf{C})$, легко синтезируется, даёт малый расход, но долгое построение и низкую точность поддержания ориентации. Помимо неучёта дробления такта, это вызвано ошибками при оценивании *измеряемых* компонент вектора состояния. При определённых НУ комбинации неточных оценок удерживают управление в зоне нечувствительности и отдаляют переход к поддержанию ориентации с увеличенными по модулю полюсами.

Наблюдатель 2О полного порядка с дроблением такта

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(\tau) = \xi_c + \mathbf{A}_c (\hat{\mathbf{x}}(\tau) - \hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_k(\tau) + \mathbf{L}_{f,c} (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(\tau)), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_k, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}(h_b)$$

благодаря численному интегрированию ДУ наблюдателя в 4 итерации при небольшом увеличении расхода повышает быстродействие и точность на порядок.

Непрерывный редуцированный наблюдатель 3О *независим от управления*:

$$\hat{\psi}_{k+1} = \hat{\psi}_k + \phi_{c,2}^{-1} (e^{\phi_{c,2} h_b} - 1) (\mathbf{C}^{\perp R+} - \mathbf{L}_{r,c} \mathbf{C}) \xi_c + \mathbf{L}_{r,c} (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k),$$

где $\phi_{c,2}$ – желаемый полюс системы с наблюдателем, соответствующий углу рысканья, $\mathbf{L}_{r,c}$ – матрица наблюдателя на 1-ом уровне декомпозиции пары матриц $(\mathbf{A}_c, \mathbf{C})$. Пять компонент вектора состояния измеряются. Оценка угла рысканья находится из простого аналитического решения ДУ наблюдателя. Этот *простой* алгоритм позволяет достичь неплохих показателей по быстродействию и точности.

Даже при учёте дробления тактов линейная непрерывная модель менее точна, чем линейная дискретная модель, где ДУ интегрируются методами высоких порядков с дальнейшей линеаризацией. В уравнения дискретных наблюдателей управление входит неявно – содержится в самой модели (без учёта и с учётом дробления такта).

Линейная дискретная модель без учёта дробления такта проста:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \xi_{d,h_b} + \mathbf{A}_{d,h_b} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k), \quad \xi_{d,h_b} = \mathbf{f}_{d,h_b} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k(0)), \quad \mathbf{A}_{d,h_b} = \mathbf{f}'_{d,h_b} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k(0)),$$

где $\mathbf{f}_{d,h_b} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k(0)) = \tilde{\mathbf{f}}_{d,IV} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k(0), h_b)$. Помимо вектора ξ_{d,h_b} , ошибки есть в матрице \mathbf{A}_{d,h_b} , по которой находятся матрицы наблюдателей \mathbf{L}_{f,d,h_b} и \mathbf{L}_{r,d,h_b} . Дискретные наблюдатели без дробления такта, полного и пониженного порядков (4О и 6О),

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \xi_{d,h_b} + \mathbf{L}_{f,d,h_b} (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k), \quad \hat{\psi}_{k+1} = (\mathbf{C}^{\perp R+} - \mathbf{L}_{r,d,h_b} \mathbf{C}) \xi_{d,h_b} + \mathbf{L}_{r,d,h_b} \mathbf{y}_{k+1}$$

характеризуются значительными колебаниями оценки угла ψ , низкой точностью и большим расходом топлива. На практике их использование нецелесообразно.

Линейная дискретная модель, учитывающая реальное управление с четырьмя интервалами постоянства внутри такта согласно методике (2),

$$\mathbf{x}_{k+1} = \xi_{d,\tau} + \mathbf{A}_{d,\tau} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k), \quad \xi_{d,\tau} = \mathbf{f}_{d,\tau} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k^{[0;h_b]}), \quad \mathbf{A}_{d,\tau} = \mathbf{f}'_{d,\tau} (\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k^{[0;h_b]}), \quad (4)$$

точнее модели (3), но требует больше вычислений: интегрирование ДУ полной модели в 4 итерации и дифференцирование 4-вложенной функции. Дискретные наблюдатели с дроблением такта, полного и пониженного порядков (5О и 7О),

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \xi_{d,\tau} + \mathbf{L}_{f,d,\tau} (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k), \quad \hat{\psi}_{k+1} = (\mathbf{C}^{\perp R+} - \mathbf{L}_{r,d,\tau} \mathbf{C}) \xi_{d,\tau} + \mathbf{L}_{r,d,\tau} \mathbf{y}_{k+1}, \quad (5)$$

где $\mathbf{L}_{f,d,\tau}$ и $\mathbf{L}_{r,d,\tau}$ – матрицы наблюдателей для пары матриц $(\mathbf{A}_{d,\tau}, \mathbf{C})$ на 0-ом и 1-ом уровнях декомпозиции, позволяют наиболее быстро строить и точно поддерживать орбитальную ориентацию. Т.к. основная вычислительная сложность не в наблюдателе (5), а в модели (4), разница по вычислениям между алгоритмами 50 и 70 невелика. С алгоритмом 50 немного лучше точность и меньше расход при равном времени ПП.

Новые алгоритмы стабилизации СА в атмосфере Земли построены по выходу с разными регуляторами: для полной линейной бортовой модели по модификациям прямого / дуального подходов Ван дер Воуда (1С / 2С); для упрощённой модели аналогичные (3С / 4С) и на основе параметрического подхода (5С).

Полная линейная модель характеризуется блочными матрицами общего вида

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{[1,1]}(t) & \mathbf{A}_{[1,2]}(t) \\ \mathbf{A}_{[2,1]}(t) & \mathbf{A}_{[2,2]}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T(t) & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где t – время от начала моделирования, \mathbf{J} – тензор инерции СА относительно ЦМ o в связанном скоростном базисе $E_v = ox_v y_v z_v$, в котором ориентированы РД.

В упрощённой линейной модели матрицы приобретают конкретный вид

$$\underline{\mathbf{A}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \underline{\mathbf{A}}_{[2,1]}(t) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{A}}_{[2,1]}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -a_{4,2}(t) & 0 \\ 0 & -a_{5,2}(t) & 0 \\ 0 & 0 & -a_{6,3}(t) \end{bmatrix} = -\tilde{q}(t) \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{4,2} & 0 \\ 0 & \bar{a}_{5,2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{6,3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\tilde{q}(t) > 0$ – приведённое значение скоростного напора; $\bar{a}_{4,2} > 0$, $\bar{a}_{5,2} > 0$, $\bar{a}_{6,3} > 0$ – константы линеаризации приведённого аэродинамического момента.

Для штатного 0С и новых алгоритмов спуска 1С – 5С промоделировано по 64 отличающихся НУ выборки из 100 стохастических процессов стабилизации без переворотов по крену. По «худшим» выборкам проведено сравнение по абсолютной точности (наибольшие отклонения по окончании ПП) (Рис. 5), средней точности (средние отклонения за всё время управления) (Рис. 6) и по расходу топлива (Рис. 7).

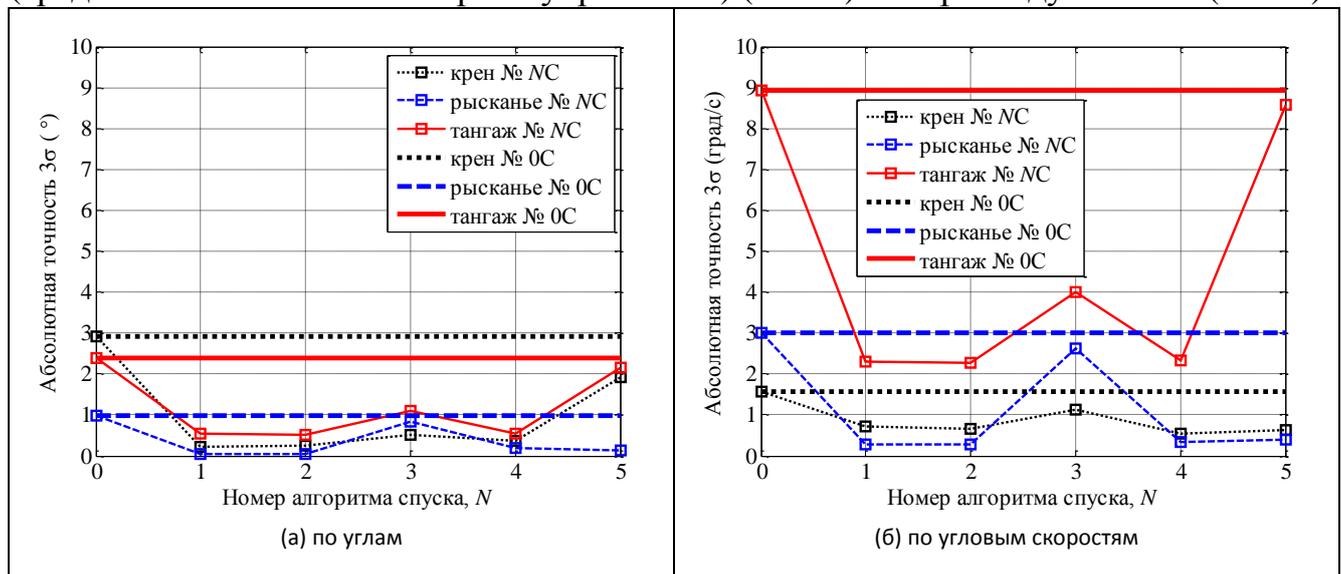


Рис. 5. Сравнение новых алгоритмов спуска по абсолютной точности стабилизации

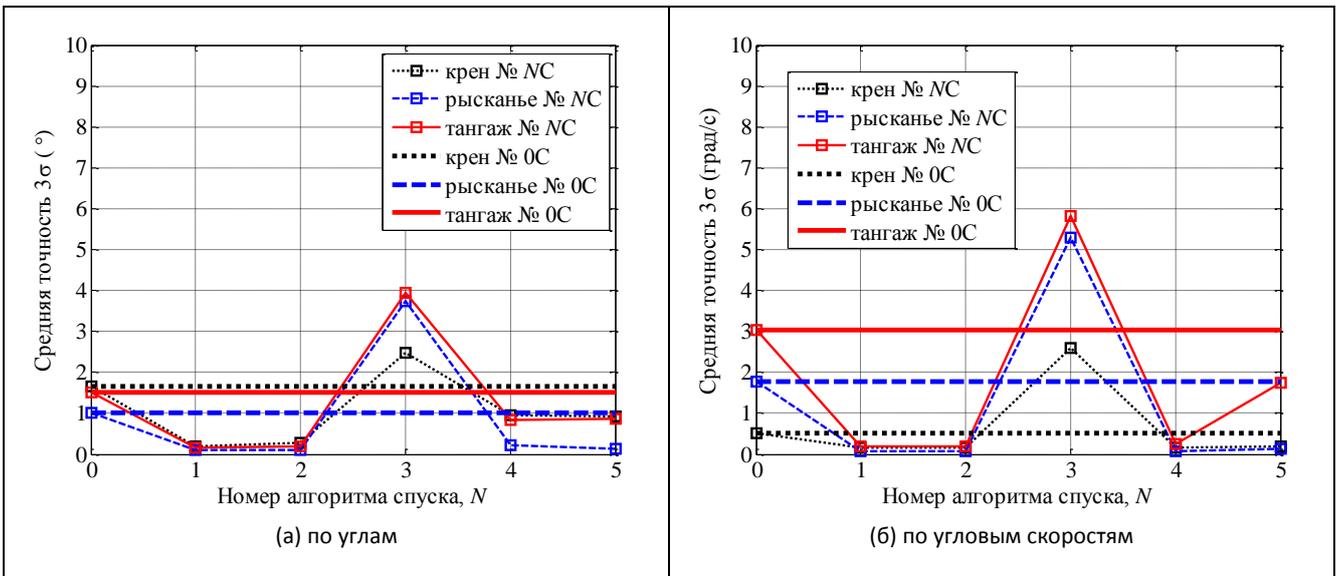


Рис. 6. Сравнение новых алгоритмов спуска по средней точности стабилизации

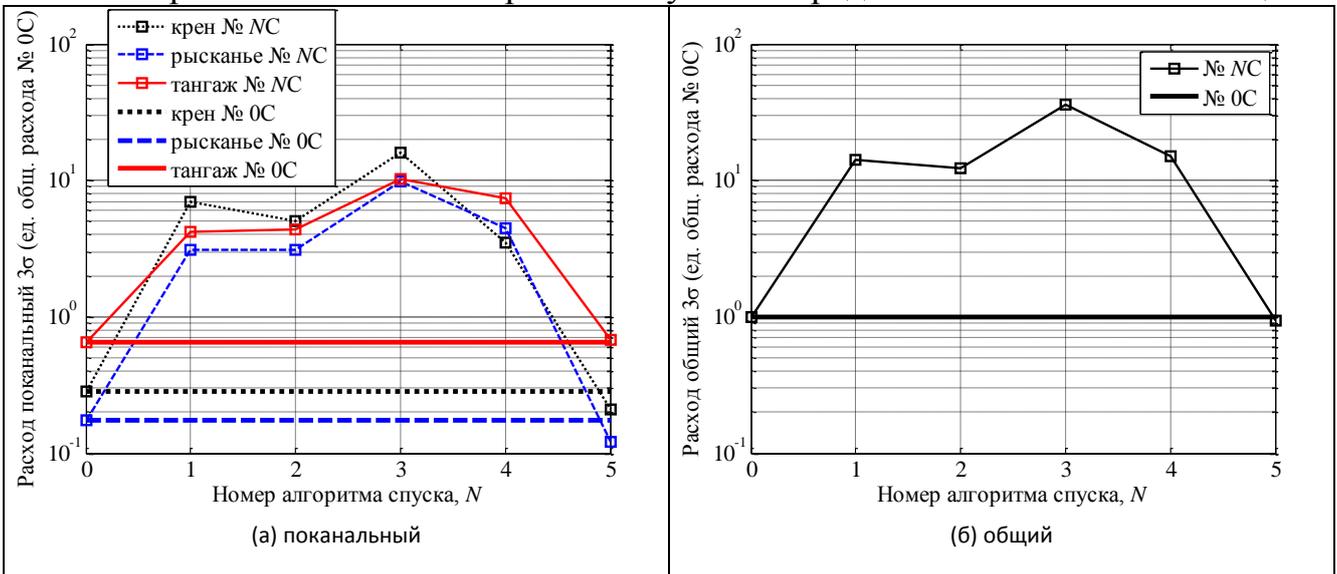


Рис. 7. Сравнение новых алгоритмов спуска по расходу топлива

Алгоритмы 1С и 2С синтезированы для полной модели (6), построенной путём численного дифференцирования на этапе, когда неизвестны значения матриц \mathbf{A} и \mathbf{C} . Имеются ограничения на соотношения между элементами матриц \mathbf{A} , \mathbf{C} и полюсами ϕ_i , $i = (1: 6)$ – малые знаменатели. Управление трудно реализуемо на релейных РД.

Недостаток алгоритма 1С (прямой подход Ван дер Воуда) – коррекция полюсов линейной модели в реальном времени для сохранения устойчивости полной модели.

В алгоритме 2С (дуальный подход Ван дер Воуда) меньше полюсов на 1-ом уровне (влияют на управляемость по выходу на 0-ом уровне) и ограничений на применимость алгоритма. В задаче спуска с 5 измерениями (+ угол рысканья) удаётся добиться устойчивого движения СА при постоянном спектре. В нашей же задаче расход топлива ниже, чем при алгоритме 1С, но спектр по-прежнему настраивается.

Невырождающиеся алгоритмы без численного расчёта производных на каждом такте можно получить, упростив записи переменных матриц \mathbf{A} и \mathbf{C} с выявлением более существенных коэффициентов и обнулением менее существенных (модель (7)).

В алгоритме 3С (прямой подход Ван дер Воуда для модели (7)) показано, как, выбирая матрицы с желаемыми спектрами на 1-ом уровне декомпозиции, обеспечить

управляемость по выходу на 0-ом уровне. Получены устойчивые процессы стабилизации СА при постоянном спектре, но усложнены перекрёстные связи между каналами управления. В условиях стохастических процессов и релейных ИО это приводит к колебаниям значений регулируемых параметров и росту расхода топлива.

В алгоритме 4С (дуальный подход Ван дер Воуда для модели (7)) с целью параметризации вместо псевдообращения использован неоднозначный матричный делитель единицы. Это позволило обнулить ряд перекрёстных связей между каналами управления в регуляторе и уменьшить расход топлива до уровня алгоритма 2С.

При использовании алгоритмов 3С и 4С (для упрощённой линейной модели) всё ещё имеет место перерасход топлива из-за перекрёстных связей между каналами управления и зависимости от стохастических коэффициентов матрицы состояния.

Для устранения названных причин синтезирован *робастный* регулятор 5С, в котором перекрёстные между каналами управления коэффициенты обнулены, а остальные коэффициенты не зависят от переменных коэффициентов матрицы \underline{A} .

Робастный регулятор синтезирован через модифицированный подход Ван дер Воуда с параметризацией: на 0-ом уровне получен регулятор по выходу, за счёт 1-ого уровня обеспечены его нужные свойства. Решены автономные задачи модального управления «крен – рысканье» и «тангаж». В 1-ой задаче для обнуления перекрёстных между каналами «крен» и «рысканье» коэффициентов составлены сложные (из-за декомпозиции) совокупности и системы уравнений и неравенств, и найдено 5 громоздких решений. Робастность регулятора по выходу получена в сопутствии обнулению перекрёстных связей. Во 2-ой задаче робастность обеспечена полюсами.

Робастное решение выведено и проще, через параметрический подход. По обобщённой формуле Аккермана (1) найдено множество регуляторов по состоянию

$$\underline{\mathbf{K}} = \underline{\mathbf{J}} \underbrace{\begin{bmatrix} m_x & \kappa - a_{4,2} & 0 & s_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y - a_{5,2} & 0 & 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z - a_{6,3} & 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}}_{[\underline{\mathbf{A}}_{[2,1]} + \underline{\mathbf{P}}_0^* | \underline{\mathbf{P}}_1^*]}, \quad \underline{\mathbf{P}}_0^* = \begin{bmatrix} m_x & \kappa & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{P}}_1^* = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix},$$

где $\kappa \in \mathbb{R}$, $s_x = -\phi_1 - \phi_2$, $m_x = \phi_1\phi_2$, $s_y = -\phi_3 - \phi_4$, $m_y = \phi_3\phi_4$, $s_z = -\phi_5 - \phi_6$, $m_z = \phi_5\phi_6$ и $\text{eig}(\underline{\mathbf{A}} - \underline{\mathbf{B}}\underline{\mathbf{K}}) = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_6\}$. Выбраны значения параметров $\kappa = a_{4,2}$, $m_y = a_{5,2}$ и $m_z = a_{6,3}$, при которых обнуляются 2-ой и 3-ий столбцы матрицы $\underline{\mathbf{K}}$, (по неизмеряемым углам скольжения и атаки). Получена матрица регулятора по выходу

$$\underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{B},rob} = \underline{\mathbf{K}}\underline{\mathbf{C}}^T = \underline{\mathbf{J}} \begin{bmatrix} m_x & s_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}, \quad (8)$$

обеспечивающая при $m_x, s_x, s_y, s_z > 0$ устойчивую систему с полюсами

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -s_x/2 - \sqrt{s_x^2/4 - m_x}, & \phi_2 &= -s_x/2 + \sqrt{s_x^2/4 - m_x}, \\ \phi_3(t) &= -s_y/2 - \sqrt{s_y^2/4 - \tilde{q}(t)\bar{a}_{5,2}}, & \phi_4(t) &= -s_y/2 + \sqrt{s_y^2/4 - \tilde{q}(t)\bar{a}_{5,2}}, \\ \phi_5(t) &= -s_z/2 - \sqrt{s_z^2/4 - \tilde{q}(t)\bar{a}_{6,3}}, & \phi_6(t) &= -s_z/2 + \sqrt{s_z^2/4 - \tilde{q}(t)\bar{a}_{6,3}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Запас устойчивости фиксирован. Робастность регулятора по выходу получена в соупутствии обнулению столбцов матрицы регулятора по состоянию.

После статистического моделирования в алгоритме 5С с матрицей (8) выбраны такие полюса (9) по значениям констант m_x, s_x, s_y, s_z , что по сравнению со штатным алгоритмом 0С при таком же расходе вдвое повышается точность стабилизации СА.

Из-за иных, чем в штатном алгоритме, соотношений между коэффициентами матрицы регулятора (8) алгоритм 5С не применим к переворотам по крену. Изменения значений полюсов или предела измерений угловой скорости крена при выполнении переворотов – проигрыш в точности / расходе. На основе оптимизации времени переворотов (ресурс ограничен) сформирован комбинированный алгоритм 5СК.

Моделирование процессов спуска с 1 и 2 переворотами по крену показало, что и с переворотами по крену, и без них алгоритм 5СК позволяет, не увеличивая расход топлива, повысить точность стабилизации СА (Таблица 2) относительно штатной.

Таблица 2

Математические ожидания параметров движения СА при управлении по новому алгоритму 5СК с двумя переворотами по крену

| Канал | Точность стабилизации | | | | Расход (ед. \bar{Q}_{alg0}^{BT2}) | |
|-----------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|--------------------------------------|--------------|
| | по углам (°) | | по скоростям (град/с) | | в канале | общий |
| | δ_{max}^{trn+} | δ_{avr}^{all} | δ_{max}^{trn+} | δ_{avr}^{all} | | |
| <i>Крен</i> | 1.386 | 6.034 | 0.434 | 1.008 | 0.590 | 0.996 |
| <i>Рысканье</i> | 0.079 | 0.131 | 0.259 | 0.128 | 0.130 | |
| <i>Тангаж</i> | 1.344 | 0.753 | 5.203 | 1.367 | 0.276 | |

Выводы по работе

В диссертации рассмотрены вопросы сокращения времени построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск с околоземной орбиты и повышения точности стабилизации СА в программном балансировочном положении в верхних слоях атмосферы, без увеличения расхода топлива. Управление получено за счёт расширения возможностей аналитического синтеза модальных регуляторов при не полностью измеряемом векторе состояния.

Решены новые задачи аналитического синтеза модального управления угловым движением КА с повышением быстродействия и точности:

- разработаны модификации методов модального управления при неполной информации о векторе состояния, расширяющие класс ЛДС и ИО, для которых можно аналитически синтезировать модальное управление;
- синтезированы новые аналитические алгоритмы модального управления по оценке состояния орбитальной ориентацией КА перед выдачей тормозного импульса;
- синтезированы новые аналитические алгоритмы модального управления по выходу стабилизацией СА в атмосфере Земли.

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Для управления *по оценке состояния* от релейных ИО с переменными длительностями импульсов предложено строить наблюдатели *с учётом дробления* вычислительных тактов (выключений ИО внутри такта). По быстродействию и

точности предпочтительны дискретные наблюдатели. Дискретная модель строится в несколько итераций интегрирования и линеаризуется через производные вложенной функции. Точность повышена за счёт уточнения модели и учёта дробления тактов.

2. Показано, что при управлении *по выходу* важно чётко (без неопределённых блоков) задавать линейную модель во избежание ограничений на управляемость. Предложены модификации подходов Ван дер Вовда, расширяющие множество ЛДС, для которых можно строить модальное управление по выходу: регулятор по выходу строится только на 0-ом уровне декомпозиции, а верхние уровни параметризуются через матрицы с желаемыми спектрами и другие неоднозначно назначаемые матрицы.

3. Предложен параметрический синтез регулятора *по выходу* через множество регуляторов (наблюдателей) по состоянию. Доказаны обобщённые аналитические формулы Басса – Гура и Аккермана, позволяющие без декомпозиции находить общее решение задачи модального управления по состоянию для широкого класса ЛДС с векторным входом. Множество решений шире множества, полученного методом ПРП. Есть возможность синтезировать робастные (не зависящие от ряда коэффициентов ЛДС) регуляторы по выходу, актуальные для ЛДС с переменными коэффициентами.

4. Решена задача ускоренного построения орбитальной ориентации КА перед выдачей тормозного импульса на спуск. Штатное время – более 360 с. После исследования ряда новых орбитальных алгоритмов выбран алгоритм с дискретным наблюдателем полного порядка и учётом дробления тактов. Он позволяет, не увеличивая расход топлива, достичь точности ориентации 0.2° менее чем за 50 с.

5. Решена задача повышения точности стабилизации СА в программном балансировочном положении по сравнению со штатной точностью (3°) при спуске в верхних слоях атмосферы. После исследования ряда новых алгоритмов спуска выбран робастный алгоритм управления по выходу (параметрический подход). Этот алгоритм благодаря независимости регулятора от стохастических параметров матрицы состояния позволяет повысить точность стабилизации СА до 1.5° без увеличения расхода топлива. После исследования дополнений сформирован комбинированный алгоритм с оптимизацией времени переворотов по крену (ресурс топлива ограничен).

Перспективы дальнейшей разработки темы – задачи управления с меньшим числом измерений (отказы измерителей), где сумма числа управляющих входов и измеряемых выходов не превышает размерность вектора состояния. К исследованию: одновременное оценивание с идентификацией и двухточечные краевые задачи при управлении по оценке состояния, новые модификации при управлении по выходу.

Публикации по теме диссертации в рецензируемых изданиях из Перечня ВАК Минобрнауки РФ, Web of Science или Scopus:

1. Аналитическая формула вычисления регулятора для линейной SIMO-системы / А. В. Лапин [и др.] // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2020. № 1. С. 1-11. http://diffjournal.spbu.ru/pdf/mikrin_2020_1_1.pdf (0.7 п.л. / 0.5 п.л.)
2. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Микрин Е. А. Об одном методе решения задачи синтеза законов управления угловым движением возвращаемого аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 10 (22). С. 1-17. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-10-1073 (1 п.л. / 0.7 п.л.)

3. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Микрин Е. А. Применение кватернионов в модальном управлении ориентацией космических аппаратов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 10 (22). С. 1-14. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-10-1074 (0.8 п.л. / 0.6 п.л.)
4. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Микрин Е. А. Применение метода точного размещения полюсов к решению задачи приведения ориентации космического аппарата в элементах кватернионов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 3 (117). С. 3-9. (0.4 п.л. / 0.3 п.л.)
5. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Микрин Е. А. Синтез развязывающих законов управления угловым движением возвращаемого аппарата с посадочной твердотопливной двигательной установкой, обеспечивающих минимизацию времени переходного процесса // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 3. С. 161-172. DOI: 10.7868/S0002338813030189 (0.7 п.л. / 0.5 п.л.)
6. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Микрин Е. А. Стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата // Космическая техника и технологии. 2013. № 3 (3). С. 74-81. <http://energia.ru/ktt/archive/2013/03-2013/03-07.pdf> (0.5 п.л. / 0.3 п.л.)
7. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Рябченко В. Н. Аналитический алгоритм построения орбитальной ориентации космического аппарата при неполном измерении компонент вектора состояния // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 6. С. 128-138. DOI: 10.1134/S0002338819040176 (0.7 п.л. / 0.5 п.л.)
8. Зубов Н. Е., Лапин А. В., Рябченко В. Н. Аналитический синтез модального регулятора по выходу для управления ориентацией спускаемого аппарата при спуске в атмосфере Земли // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 3. С. 46-59. (0.8 п.л. / 0.6 п.л.)
9. Лапин А. В., Зубов Н. Е. Реализация в среде MATLAB аналитических алгоритмов модального управления по состоянию и выходу // Инженерный журнал: наука и инновации. 2020. № 1 (97). С. 1-16. DOI: 10.18698/2308-6033-2020-1-1950 (1 п.л. / 0.8 п.л.)
10. Оптимизация законов управления орбитальной стабилизации космического аппарата / А. В. Лапин [и др.] // Труды МФТИ. 2012. Т. 4. № 2 (14). С. 164-176. (0.8 п.л. / 0.3 п.л.)
11. Стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата по производным вектора состояния / А. В. Лапин [и др.] // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 5. С. 19-25. (0.4 п.л. / 0.2 п.л.)
12. Управление по выходу спектром линейной динамической системы на основе подхода Ван дер Воуда / А. В. Лапин [и др.] // Доклады Академии наук. 2017. Т. 476. № 3. С. 260-263. (0.3 п.л. / 0.1 п.л.)
13. Lapin A.V., and Zubov N.E., «Generalization of Bass – Gura Formula for Linear Dynamic Systems with Vector Control,» Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences, vol. 89, no. 2, pp. 41 – 64, 2020. DOI: 10.18698/1812-3368-2020-2-41-64 (1.5 п.л. / 1.4 п.л.)
14. Lapin A.V., and Zubov N.E., «Parametric Synthesis of Modal Control with Output Feedback for Descent Module Attitude Stabilization,» Proceedings of the 2019 International Russian Automation Conference, Sochi, Russia, pp. 1 – 6, 2019. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867744 (0.4 п.л. / 0.3 п.л.)