

*На правах рукописи*

Ганыш Святослав Мирославович

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ, ВЫПОЛНЕННЫХ ИЗ СПЛАВОВ С ЭФФЕК-  
ТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ**

Специальность 01.02.06

«Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва – 2020

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Гаврюшин Сергей Сергеевич**

Официальные оппоненты: **Мовчан Андрей Александрович**, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела механики адаптивных и композиционных материалов и систем ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва  
**Малинин Владислав Георгиевич**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Инженерной графики и механики» ФГБОУ ВО Орловский государственный аграрный университет имени Н.В. Парахина

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Московский энергетический университет (национальный исследовательский университет)»

Защита диссертации состоится «09» декабря 2020 г. в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.03 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр. 1.

Ваш отзыв в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просьба направлять по указанному адресу ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.03.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана [www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru).

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.141.03,  
кандидат технических наук

Мурашов  
Михаил Владимирович

### **Актуальность темы исследований.**

В настоящее время в промышленности наблюдается повышенный интерес к разработке интеллектуальных (smart) материалов и создания на их основе технических систем и конструкций с адаптивными возможностями. Эта тенденция активно проявляется при совершенствовании сенсорных и актюаторных компонентов датчиков, исполнительных механизмов, микроконтроллеров и т.п. В этом ряду важное место занимают элементы технических систем, выполненные из сплавов с эффектом памяти формы (СПФ), обладающие уникальными свойствами и характеристиками, к числу которых относятся: способность реагировать на изменение температурного поля и изменять свое фазовое состояние при достижении пороговых значений температур, способность восстанавливать исходную форму, способность запасать механическую энергию. Представленные выше свойства позволяют элементам, изготовленным из СПФ, выполнять разнообразные функции датчиков и исполнительных механизмов, что с учетом требований к миниатюризации конструкции обеспечивает им конкурентное преимущество.

Процесс деформирования упругих элементов, выполненных из СПФ, весьма сложен и зависит как от физико-механических параметров материала, так и от истории нагружения и текущих значений параметров термосилового нагружения. К параметрам нагружения относятся температура и усилия, действующие на элемент. На процесс деформирования влияет не только история изменения температуры и усилий, но и первоначальное фазовое состояние материала. В связи с вышесказанным, расчет упругих элементов, выполненных из СПФ, является сложной задачей.

Исторически первые элементы, выполненные из СПФ, представляли собой элементы в форме стержней. Анализируя комплекс проблем, связанный с разработкой и применением упругих стержневых элементов, выполненных из СПФ, следует признать, что, несмотря на относительную простоту геометрии объектов, предложенные математические модели не получили воплощение в виде прикладных методик, пригодных для инженерных расчетов. Следует отметить, что если процесс изотермического деформирования упругих элементов представлен в литературе довольно широко, то процесс деформирования в условиях изменяющейся температурной нагрузки исследован недостаточно. Краевые задачи и вопросы проектирования упругих элементов, работающих при больших перемещениях, рассматриваются в ограниченном количестве узкоспециализированных работ.

Таким образом, разработка фундаментальных основ расчета и проектирования упругих элементов, выполненных из СПФ, относится к числу актуальных проблем механики деформированного твердого тела. В силу объективной сложности определяющих соотношений, связывающих внутренние, зависящие от фазового состава характеристики материала и внешние термосиловые воздействия, разработка методов и алгоритмов анализа процессов деформирования таких элементов является актуальной задачей.

### **Цель и задачи работы.**

Целью работы является разработка методики расчета и проектирования

упругих элементов в форме винтовых цилиндрических и плоских пружин, выполненных из СПФ.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи:

1. Провести критический анализ математических моделей и существующих подходов, используемых для описания процессов деформирования упругих элементов, выполненных из СПФ;

2. На основе выбранных математических моделей разработать методику и алгоритмы анализа процессов деформирования конструкций с исполнительными элементами в форме винтовых цилиндрических и плоских пружин;

3. Реализовать разработанную методику и алгоритмы в форме комплекса прикладных программ, предназначенных для расчета и проектирования исполнительных элементов, выполненных из СПФ;

4. Провести тестирование разработанных программ и проверку достоверности получаемых с их помощью результатов путем сопоставления с экспериментальными данными и результатами расчетов, представленными в работах других авторов;

5. Применить разработанную методику для решения практических задач по созданию новых и совершенствованию существующих конструкций с упругими элементами, выполненными из СПФ.

#### **Научная новизна работы.**

1. Разработаны методика и алгоритмы численного анализа процессов нелинейного деформирования упругих элементов в форме винтовых цилиндрических и плоских пружин, выполненных из СПФ, которые работают при больших перемещениях и позволяют совершенствовать существующие и создавать новые конструкции;

2. Предложен прием учета изменения фазового состава сплава с помощью дополнительных внутренних силовых факторов и процедуры построения зависимостей дополнительных внутренних силовых факторов от параметров термомеханического нагружения;

3. Создан авторский программный комплекс, позволяющий определять рациональные параметры упругих элементов, необходимые для получения требуемых характеристик изделия;

4. Получены результаты, объясняющие влияние физико-механических параметров материала и геометрических размеров конструкции на процесс нелинейного деформирования упругих элементов, выполненных из СПФ.

**Теоретическая значимость** диссертационной работы состоит в разработке методики расчета стержневых упругих элементов в форме винтовых цилиндрических и плоских пружин, выполненных из СПФ. Предложенная теория внедрена в программу дисциплины «Расчет упругих элементов машин и приборов» кафедры прикладной механики МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Практическая значимость** диссертационной работы состоит в разработке алгоритмов и программного обеспечения для расчета упругих элементов, выполненных из СПФ. Предложенные алгоритмы и программное обеспечение используются научно-производственным предприятием «Салют».

### **Методы исследования.**

В работе используется феноменологическая модель материала, описывающая поведение СПФ с помощью диаграммы фазовых переходов. Анализ процессов нелинейного деформирования проводится на основе уравнений механики деформируемого твердого тела, описывающих большие перемещения при плоском изгибе стержней и большие перемещения элементов в форме винтовых цилиндрических пружин.

При решении краевых задач для систем нелинейных дифференциальных уравнений, зависящих от параметров, использовались методы численного интегрирования, численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений и метод конечных элементов.

На защиту **выносятся** следующие **положения** диссертации, обладающие элементами научной новизны:

1. Математические модели, предназначенные для решения задач расчета и проектирования конструкций, использующих упругие элементы в форме плоских и винтовых цилиндрических пружин, выполненных из СПФ и работающих при больших перемещениях;

2. Алгоритмы учета эффекта изменения фазового состава сплава, построенные посредством введения в разрешающие уравнения дополнительных (фиктивных) внутренних силовых факторов, зависящих от истории термосилового нагружения;

3. Методика расчета, реализованная в форме авторского программного комплекса, позволяющая определять и назначать рациональные значения физико-механических и геометрических параметров конструкций, выполненных из СПФ с целью получения требуемых упругих характеристик изделия;

4. Новые экспериментальные и теоретические результаты, объясняющие влияние физико-механических и геометрических параметров на процесс нелинейного деформирования упругих элементов, выполненных из СПФ.

**Степень достоверности и апробация результатов работы.** Достоверность разработанной методики подтверждается теоретическим обоснованием содержащихся в ней предположений и гипотез. Методика и алгоритмы численной реализации и пользовательский программный продукт были апробированы на решении ряда тестовых задач: полученные результаты согласуются с известными результатами в литературе. Достоверность результатов экспериментов обеспечивается выполнением измерений на требуемом количестве образцов и последующей статистической обработкой данных, использованием методических рекомендаций, позволяющих снизить погрешность измерений до достоверного уровня, и проведением контрольных измерений.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы докладывались и были одобрены на Международной научно-практической конференции «Фундаментальные проблемы создания и поддержки высокотехнологичных производств», посвященной 25-летию создания факультета «Робототехника и комплексная автоматизация» в МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 2012 г.); на XIX Международном Симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова

(Ярополец, 2013 г.); на Международной научной конференции «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященной 75-летию Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (Москва, 2013 г.); на XX Международном Симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Кременки, 2014 г.); на II Международной конференции «Живучесть и конструктивное материаловедение» (SSMS-2014) (Москва, 2014 г.); на XXVII Международной инновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов «МИКМУС 2015» (Москва, 2015 г.); на VIII Международном научном симпозиуме «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела», посвященной 85-летию со дня рождения профессора В.Г. Зубчанинова (Тверь, 2015 г.); на II Всероссийской научно-технической конференции «Механика и математическое моделирование в технике», посвященной юбилеям основателей кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, профессоров С.Д. Пономарева, В.Л. Бидермана, К.К. Лихарева, Н.Н. Малинина, В.А. Светлицкого (Москва, 2017 г.); на XXV Международном Симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Вятчи, 2019 г.); на XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 работ, из них 5 статей в рецензируемых журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК РФ для публикации результатов исследований.

#### **Личный вклад автора.**

Все основные результаты диссертации получены автором лично или при его непосредственном участии на всех этапах исследований.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, шести глав, общих выводов и заключения. Работа изложена на 171 листе машинописного текста, включая 153 рисунка, 2 таблицы и список литературы из 178 наименований.

### **Содержание работы**

**В первой главе** приводится обзор и анализ литературных источников, посвященных применению СПФ, математическим моделям СПФ, и расчетам и экспериментальным исследованиям упругих элементов, выполненных из СПФ.

Моделям материала микро-уровня посвящены работы А.Е. Волкова, В.А. Лихачева, В.Г. Малинина, Г.А. Малыгина, А.И. Разова, Е. Patoor и ряда других авторов. Построением термодинамических моделей занимались В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин, А.А. Мовчан, J. G. Boyd, D.C. Lagoudas, C. Lexcellent, и др. Феноменологическим моделям материала посвящены работы Н.А. Махутова, С.В. Шишкина, F. Auricchio, L.C. Brinson, S. Govindjee, E.P. Kasper, C. Liang, C.A. Rogers, K. Tanaka и др.

Задача кручения стержня, а также теоретические и экспериментальные исследования плоских и винтовых цилиндрических пружин нашли отражение в работах И.Н. Андропова, С.А. Абдрахманова, М.Ю. Деминой, Н.Р. Джаналиева,

С.А. Казариной, Т.Т. Кожошова, А.А. Мовчана, Д.В. Нуштаева, Л.С. Полугрудовой, Е.Б. Саганова, П.А. Сафронова, В.Н. Семенова, Л.Г. Сильченко, R. Aguiar, F. Auricchio, M. Elahinia, A. Eshghinejad, Y. Gillet, B. Heidari, R. Mirzaei-far, A. Ostadrahimi, N.V. Viet, W. Zaki и ряда других авторов.

Следует отметить, что в большинстве рассмотренных работ расчет упругих элементов ведется без учета больших перемещений.

**Во второй главе** приводятся основные соотношения, используемые для расчета и проектирования упругих элементов, выполненных из СПФ. Для описания поведения материала в работе используется модифицированная феноменологическая модель Бринсона, внутренними переменными в которой выступают объемная доля ориентированного мартенсита ( $\xi_S$ ), объемная доля неориентированного мартенсита ( $\xi_M$ ), объемная доля аустенита ( $\xi_A$ ).

Для **мартенситной неупругости** предполагается справедливым линейный закон разгрузки и повторного нагружения. Соотношения записываются в итерационной форме и позволяют учитывать историю нагружения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \sigma_{k+1} > \sigma_k : \\ \xi_S^{(k+1)} = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma_{k+1} \leq \sigma_{start}^{MS} \\ F_{MS}(\sigma_{k+1}, D), & \text{если } F_{MS}(\sigma_{k+1}, D) > \xi_S^{(k)} \text{ и } \sigma_{start}^{MS} < \sigma_{k+1} < \sigma_{finish}^{MS} \\ \xi_S^{(k)}, & \text{если } F_{MS}(\sigma_{k+1}, D) \leq \xi_S^{(k)} \text{ и } \sigma_{start}^{MS} < \sigma_{k+1} < \sigma_{finish}^{MS} \\ 1, & \text{если } \sigma_{k+1} \geq \sigma_{finish}^{MS} \end{cases} \\ \text{Если } \sigma_{k+1} \leq \sigma_k : \quad \xi_S^{(k+1)} = \xi_S^{(k)} \end{array} \right. \quad (1)$$

Функция  $F_{MS}(\sigma, D)$ , аппроксимирующая фазовый переход неориентированного мартенсита в ориентированный, имеет вид:

$$F_{MS}(\sigma, D) = 0.5 \cdot \cos \left[ \pi \left( \sigma - \sigma_{finish}^{MS} \right) \left( \sigma_{start}^{MS} - \sigma_{finish}^{MS} \right)^{-1} \right] + 0.5. \quad (2)$$

Используемая методика допускает применение других аппроксимаций или представление функции в виде дискретного набора точек, интерполированного с помощью полиномов. Соотношения, учитывающие различие параметров материала для растяжения и сжатия, представлены в Главе 2 диссертации.

Для **обратного мартенситного превращения** предполагается, что закон изменения объемных долей при нагреве всегда подобен базовому закону, соответствующему монотонному нагружению, которое вызывает полный фазовый переход. При построении итерационных соотношений принято, что температура всегда возрастает, а напряжение может меняться в процессе нагрева. Каждый шаг по нагрузке проводится в 2 этапа. На первом этапе делается шаг по температуре с помощью итерационных соотношений (3) и определяются новые объемные доли мартенсита и аустенита. На втором этапе определяется новое значение напряжения  $\sigma_{k+1}$ , соответствующее обновленному фазовому состоянию.

$$\xi_{SM}^{(k+1)} = \begin{cases} \xi_{SM}^{(k)}, & \text{если } T_{k+1} \leq T_{start}^{SA}(\sigma_k) \\ \xi_{SM}^{(k)} \cdot \frac{F_{T+}(T_{k+1}, \sigma_k)}{F_{T+}(T_k, \sigma_k)}, & \text{если } T_{start}^{SA}(\sigma_k) < T_{k+1} < T_{finish}^{SA}(\sigma_k), \\ 0, & \text{если } T_{k+1} \geq T_{finish}^{SA}(\sigma_k) \end{cases} \quad (3)$$

где характерные температуры  $T_{start}^{SA}$ ,  $T_{finish}^{SA}$  и функция, аппроксимирующая фазовый переход, определяются соотношениями:

$$\begin{cases} T_{start}^{SA}(\sigma) = A_s + \sigma \cdot (C_A)^{-1}; \\ T_{finish}^{SA}(\sigma) = A_f + \sigma \cdot (C_A)^{-1}; \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{T+}(T, \sigma) = 0.5 \cdot \cos \left[ \pi \left( T - T_{start}^{SA}(\sigma) \right) \left( T_{finish}^{SA}(\sigma) - T_{start}^{SA}(\sigma) \right)^{-1} \right] + 0.5. \quad (5)$$

Соотношения для *эффекта сверхупругости* и *прямого мартенситного превращения* представлены в Главе 2 диссертации.

В рамках работы рассматриваются малые деформации. Предполагается справедливость аддитивного разложения деформации на упругую и неупругую составляющие.

Для одноосного напряженного состояния используется соотношение:

$$\varepsilon = \sigma E^{-1} + \varepsilon_L \cdot \xi_S(\sigma). \quad (6)$$

Для чистого сдвига физическое соотношение имеет вид:

$$\gamma = \tau G^{-1} + \gamma_L \cdot \xi_S(\tau). \quad (7)$$

Для совместного действия касательных и нормальных напряжений в стержнях круглого поперечного сечения соотношения выбраны в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sigma E^{-1} + \varepsilon_L \cdot \xi_S(\bar{\sigma}) \cdot \sigma \cdot (\bar{\sigma})^{-1} = \sigma E^{-1} + \varepsilon_L \cdot \xi_S(\bar{\sigma}) \cdot \sigma \cdot (\sigma^2 + 3\tau^2)^{-1/2} \\ \gamma &= \tau G^{-1} + \varepsilon_L \cdot \xi_S(\bar{\sigma}) \cdot 3\tau \cdot (\bar{\sigma})^{-1} = \tau G^{-1} + \varepsilon_L \cdot \xi_S(\bar{\sigma}) \cdot 3\tau \cdot (\sigma^2 + 3\tau^2)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\bar{\sigma}$  – интенсивность напряжений.

**Дополнительные внутренние силовые факторы.** Для учета эффекта изменения фазового состава в стержневых системах вводятся дополнительные внутренние силовые факторы: момент памяти формы при изгибе  $M_{изг}^{SMA}$ , момент памяти формы при кручении  $M_{кр}^{SMA}$ , усилие памяти формы  $N^{SMA}$ . Они являются виртуальными (фиктивными) внутренними силовыми факторами, вызывающими те же деформации, что и фазовые превращения. Дополнительные внутренние силовые факторы позволяют учитывать эффект памяти формы интегрально для всего поперечного сечения. Соотношения для дополнительных внутренних силовых факторов были получены в предположении о линейном распределении деформаций по сечению стержня и справедливости соотношений (6)-(8). Для задачи кручения стержня круглого поперечного сечения соотношения имеют вид:



$$M_{кр}^{SMA} = 2\pi \cdot G \cdot \gamma_L \cdot \int_0^{\frac{d}{2}} \xi_S(r) \cdot r^2 dr; \quad (9)$$

$$\theta = (M_{кр} + M_{кр}^{SMA}) \cdot (GI_{кр})^{-1}. \quad (10)$$

Для задачи изгиба стержня с сечением, обладающим двумя и более осями симметрии, соотношения имеют вид:

$$M_{изг}^{SMA} = E\varepsilon_L \cdot \int_A \xi_S(y) \cdot y dA; \quad (11)$$

$$\Delta \varphi = (M_{изг} + M_{изг}^{SMA}) \cdot (EI_{изг})^{-1}. \quad (12)$$

Соотношения, учитывающие разнсопротивляемость материала в задаче изгиба, представлены в Главе 2 диссертации.

Для задачи растяжения-сжатия соотношения имеют вид:

$$N^{SMA} = E\varepsilon_L \cdot \int_A \xi_S(y) \cdot dA; \quad (13)$$

$$\varepsilon_0 = (N + N^{SMA}) \cdot (EA)^{-1}. \quad (14)$$

**Соотношения для расчета упругих элементов.** Дополнительные внутренние силовые факторы позволяют учесть фазовые превращения в существующих соотношениях механики стержней. Для расчета плоских пружин в области малых перемещений используется конечно-элементное соотношение:

$$\left( \frac{EI_{изг}}{L^3} \right) \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \cdot \{a\} = \{F\} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{изг}^{SMA} \\ 0 \\ M_{изг}^{SMA} \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

Для расчета плоских пружин, работающих при больших перемещениях, применяется система нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{ds_0} = (1 + \varepsilon_0) \cos \vartheta \\ \frac{dy}{ds_0} = (1 + \varepsilon_0) \sin \vartheta \\ \frac{d\vartheta}{ds_0} = \varphi_0(s_0) + (1 + \varepsilon_0) (M_{изг} + M_{изг}^{SMA}) (EI_{изг})^{-1} \\ \frac{dU_F}{ds_0} = -q_x (1 + \varepsilon_0) \\ \frac{dV_F}{ds_0} = -q_y (1 + \varepsilon_0) \\ \frac{dM_{изг}}{ds_0} = -(m + V_F \cos \vartheta - U_F \sin \vartheta) \cdot (1 + \varepsilon_0) \end{array} \right. . \quad (16)$$

Система (16) дополняется соотношением для осевой деформации  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon_0 = (U_F \cos \vartheta + V_F \sin \vartheta) \cdot (EA)^{-1} + N^{SMA} \cdot (EA)^{-1}. \quad (17)$$

Для расчета винтовых цилиндрических пружин растяжения-сжатия, работающих при больших перемещениях, в случае свободного закрепления используется система нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2EI_{изг} \cdot [\cos^2(\alpha) \cdot D^{-1} - \cos^2(\alpha_0) \cdot D_0^{-1}] = -0.5 \cdot FD \sin(\alpha) - M_{изг}^{SMA}; \\ GI_{кр} \cdot [\sin(2\alpha) \cdot D^{-1} - \sin(2\alpha_0) \cdot D_0^{-1}] = 0.5 \cdot FD \cos(\alpha) + M_{кр}^{SMA}; \end{cases} \quad (18)$$

$$\lambda = l \cdot [\sin(\alpha) - \sin(\alpha_0)]. \quad (19)$$

Для расчета винтовых цилиндрических пружин растяжения-сжатия в области малых перемещений используется конечно-элементное соотношение:

$$\left( \frac{Gd^4}{8D^3i} \right) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -2M_{кр}^{SMA} \cdot D^{-1} \\ 2M_{кр}^{SMA} \cdot D^{-1} \end{Bmatrix}. \quad (20)$$

Учет неравномерности распределения деформаций в сечении витка пружины представлен в Главе 2 диссертации.

**В третьей главе** приводится методика экспериментального построения зависимостей дополнительных внутренних силовых факторов от внутренних силовых факторов и температуры.

В работе проведена серия экспериментов с партией образцов круглого поперечного сечения. Были построены экспериментальные зависимости максимальной сдвиговой деформации от крутящего момента в зоне стабильности мартенсита. Зависимости для максимальной сдвиговой деформации  $\gamma_{\max} = f(M)$  пересчитываются в зависимости для момента памяти формы при кручении от крутящего момента (Рис. 1) с помощью соотношения:

$$(M_{кр}^{SMA})_k = G \cdot W_{кр} \cdot f(M_k) - M_k. \quad (21)$$

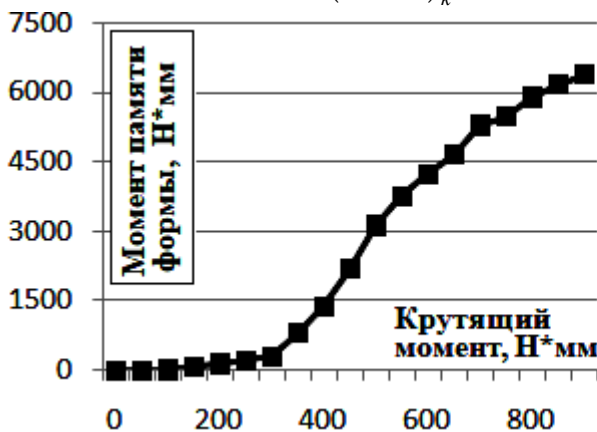


Рис. 1. Зависимость момента памяти формы от крутящего момента ( $T=15^{\circ}\text{C}$ )

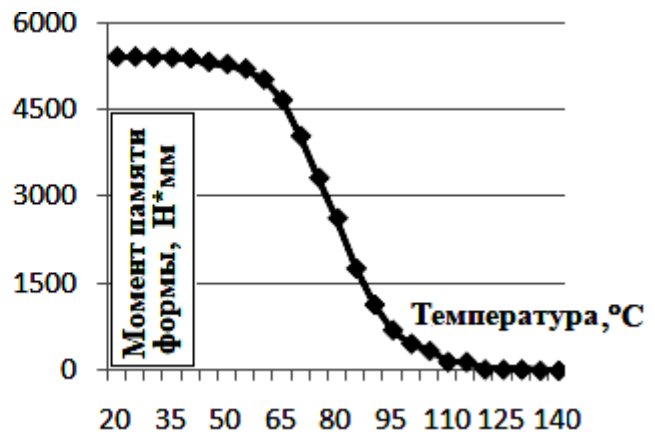


Рис. 2. Зависимость момента памяти формы от температуры ( $M^*=700 \text{ Н*мм}$ )

Также в работе были построены экспериментальные зависимости максимальной сдвиговой деформации от температуры при постоянных значениях крутящего момента. Зависимости для максимальной сдвиговой деформации  $\gamma_{\max} = f(T, M)$  пересчитываются в зависимости для момента памяти формы при кручении от температуры (Рис. 2). Пересчет проводится по соотношению (22),

полученному с помощью допущения, что закон изменения момента памяти формы от температуры пропорционален закону изменения объемных долей мартенсита при нагреве.

$$\left(M_{кр}^{SMA}\right)_k = \frac{G_A \cdot W_{кр} \cdot f(T_k, M^*) - M^*}{1 + (G_A - G_M) \cdot \left(M_{кр}^{SMA}\right)_{\max}^{-1} \cdot W_{кр} \cdot f(T_k, M^*)}, \quad (22)$$

где,  $M^*$  – крутящий момент, которым предварительно нагружался стержень,  $\left(M_{кр}^{SMA}\right)_{\max}$  – момент памяти формы до начала фазовых превращений при нагреве (соответствующий крутящему моменту  $M^*$ ).

**В четвертой главе** представлены алгоритмы построения зависимостей дополнительных внутренних силовых факторов от внутренних силовых факторов и температуры.

Рассмотрим алгоритм справедливый для совместного растяжения и изгиба

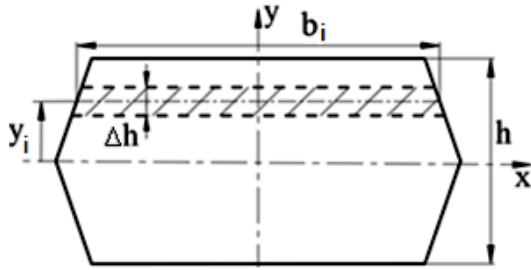


Рис. 3. Дискретизация поперечного сечения стержня

стабильности мартенсита. Сечение разбивается на  $2n$  подсечений (слоев). Будем считать, что в пределах слоя напряженно-деформированное состояние постоянно. Для построения одной точки зависимостей  $M_{изг}^{SMA}(N, M_{изг})$  и  $N^{SMA}(N, M_{изг})$  выполняется следующая

последовательность действий:

- Задаемся значениями деформаций  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  на верхнем и нижнем краю сечения соответственно, затем в предположении о линейном распределении деформаций по сечению находим деформацию в каждом из слоев;
- С помощью соотношения (1) определяем величины объемных долей ориентированного мартенсита в каждом из слоев;
- С помощью соотношений (23), (24) определяем величины момента памяти формы при изгибе и усилия памяти формы;

$$M_{изг}^{SMA} = E \cdot \varepsilon_L \cdot \sum_{i=1}^{2n} b_i \cdot \xi_S(|\varepsilon_i|) \cdot \text{sign}(\varepsilon_i) \cdot y_i \cdot \Delta h; \quad (23)$$

$$N^{SMA} = E \cdot \varepsilon_L \cdot \sum_{i=1}^{2n} b_i \cdot \xi_S(|\varepsilon_i|) \cdot \text{sign}(\varepsilon_i) \cdot \Delta h. \quad (24)$$

- С помощью соотношений (12), (14) определяем изгибающий момент и нормальное усилие. Другие алгоритмы для изотермического нагружения представлены в Главе 4 диссертации.

Рассмотрим алгоритм построения зависимости дополнительных внутренних силовых факторов от температуры при нагреве на примере кручения стержня круглого поперечного сечения. Пусть стержень, находящийся в мартенситном состоянии, нагружен некоторым крутящим моментом  $M_{кр}$ , в резуль-

тате действия которого в сечении возник момент памяти формы  $M_{кр}^{SMA}$ . Сечение разбивается на  $n$  кольцевых подсечений (слоев). Для получения одной точки зависимости  $M_{изг}^{SMA}(T)$  выполняется следующая последовательность действий:

- По соотношениям (3) определяем объемные доли S-мартенсита и М-мартенсита в каждом из слоев на следующем температурном шаге;

- По соотношениям (25), (26) определяем модули сдвига отдельных слоев  $G(r_i, T_{k+1})$  и модуль сдвига всего сечения  $G_{\Sigma}(T_{k+1})$  на следующем шаге;

$$(G(r_i, T_{k+1}))^{-1} = (G_M)^{-1} \cdot [\xi_M(r_i, T_{k+1}) + \xi_S(r_i, T_{k+1})] + (G_A)^{-1} \cdot [1 - \xi_M(r_i, T_{k+1}) - \xi_S(r_i, T_{k+1})]; \quad (25)$$

$$G_{\Sigma}(T_{k+1}) = \sum_{i=1}^n \left[ G(r_i, T_{k+1}) \cdot A_i \cdot (A_{\Sigma})^{-1} \right], \quad (26)$$

где  $A_i$  – площадь  $i$ -го слоя,  $A_{\Sigma}$  – площадь всего сечения.

- По соотношению (27) определяем момент памяти формы на следующем шаге;

$$(M_{кр}^{SMA})_{k+1} = 2\pi \cdot G_{\Sigma}(T_{k+1}) \cdot \gamma_L \cdot \sum_{i=1}^n \xi_S(r_i) \cdot r_i^2 \cdot \Delta r. \quad (27)$$

- По значениям  $M_{кр}$ ,  $(M_{кр}^{SMA})_{k+1}$  и  $G_{\Sigma}(T_{k+1})$ , с учетом линейного распределения деформаций по сечению, по соотношениям (7), (10) определяем деформацию и напряжение в каждом слое на следующем температурном шаге.

Для прямого мартенситного превращения «ступенчатое» движение может приводить к некорректным результатам, поэтому на каждом температурном шаге организуется итерационный процесс, позволяющий определить напряженно-деформированное состояние, соответствующее новой температуре:

- По значениям на предыдущем шаге предсказывается сдвиговая деформация на максимальном радиусе;

- По соотношению (28) вычисляется невязка между предсказанной деформацией и деформацией, соответствующей моменту памяти формы.

$$\Delta\gamma = \left| \gamma_{\max}(T_{k+1}) - \left[ (M_{кр}^{SMA})_{k+1} + M_{кр} \right] \cdot (G_{\Sigma}(T_{k+1}) \cdot W_{кр})^{-1} \right|. \quad (28)$$

Следует отметить, что такой подход применим и для обратного мартенситного превращения, дает более точный результат, чем «ступенчатое» движение, однако требует больших вычислительных затрат. Подробнее алгоритм для прямого мартенситного превращения представлен в Главе 4 диссертации.

**В пятой главе** проводится численное моделирование простейших упругих элементов, выполненных из СПФ.

На Рис. 4 представлены результаты решения задачи изотермического кручения стержня круглого поперечного сечения в зоне стабильности мартенсита, полученные для следующих параметров:  $E_M=20000\text{МПа}$ ,  $E_A=35000\text{МПа}$ ,  $\mu_A=\mu_M=0.33$ ,  $\varepsilon_L=0.041$ ,  $\sigma_S=25\text{МПа}$ ,  $\sigma_f=78\text{МПа}$ ,  $C_M=6.32\text{МПа}^{\circ}\text{C}$ ,  $C_A=6.73\text{МПа}^{\circ}\text{C}$ ,  $M_S=48.4^{\circ}\text{C}$ ,  $M_f=43.9^{\circ}\text{C}$ ,  $A_S=68^{\circ}\text{C}$ ,  $A_f=73.75^{\circ}\text{C}$ ,  $d=1\text{мм}$ .

На Рис. 5, Рис. 6 представлены результаты, полученные для задачи нагрева при постоянном крутящем моменте:  $M=5\text{ Н*мм}$ . На Рис. 7, Рис. 8 представ-

лены результаты, полученные для задачи охлаждения ( $M=5 \text{ Н*мм}$ ).



Рис. 4. Зависимости для момента памяти формы, крутки и распределение напряжений по сечению при различных значениях  $M_{кр}$

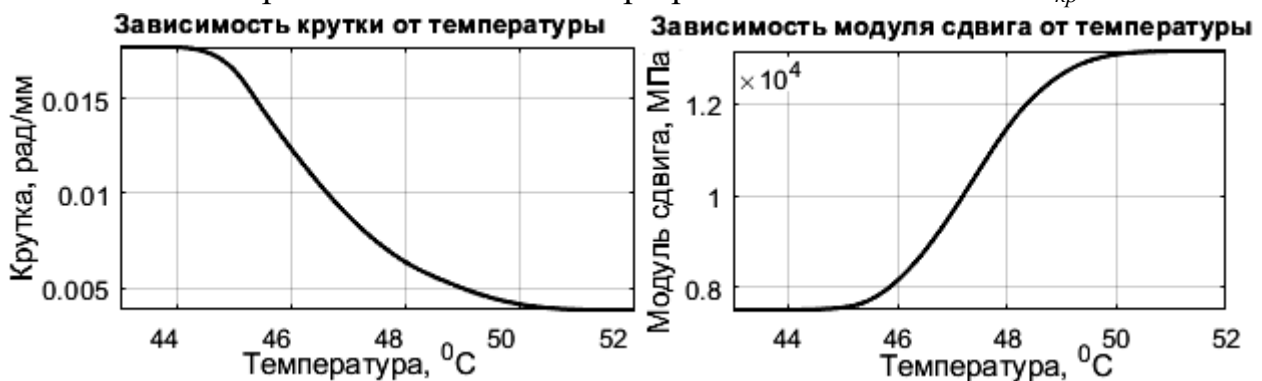


Рис. 5. Зависимость крутки и модуля сдвига от температуры (нагрев)

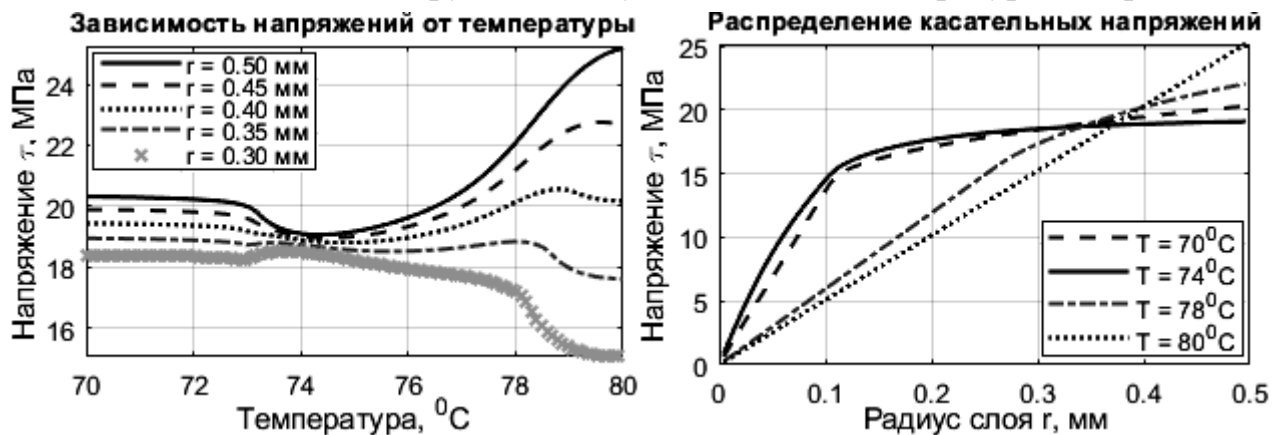


Рис. 6. Распределение касательных напряжений по сечению стержня и зависимость касательных напряжений от температуры (нагрев)

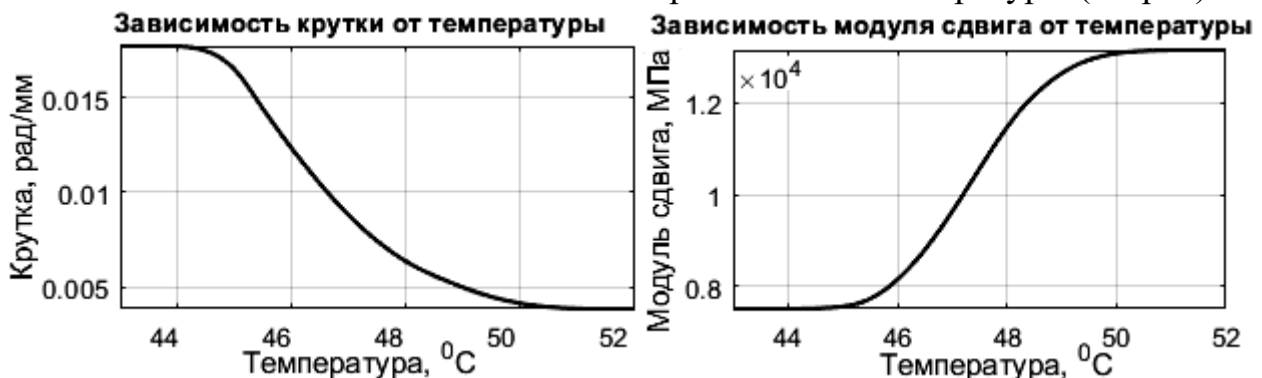


Рис. 7. Зависимость крутки и модуля сдвига от температуры (охлаждение)

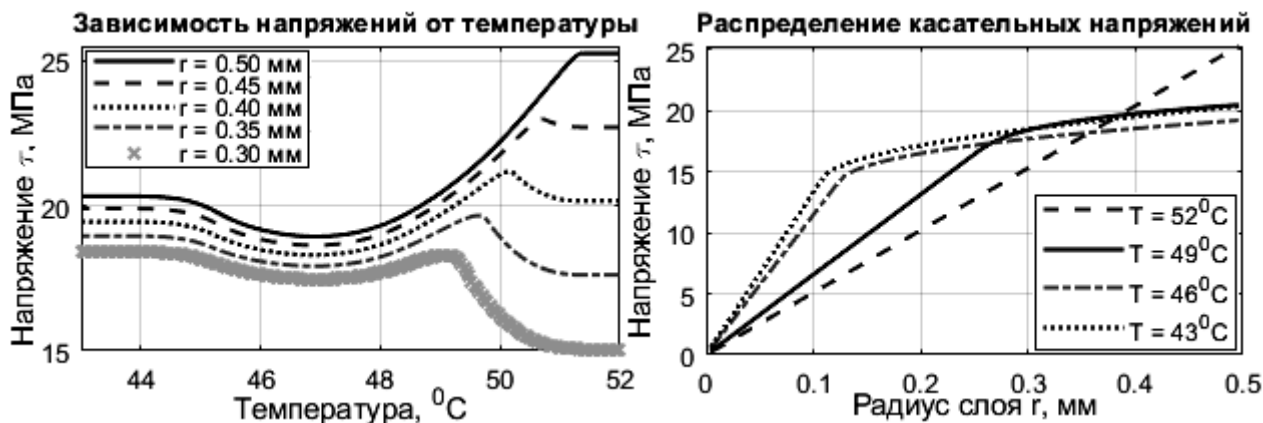


Рис. 8. Распределение напряжений по сечению стержня и зависимость напряжений от температуры (охлаждение)

Зависимость для момента памяти формы при кручении может быть использована не только для монотонно возрастающего крутящего момента. В случае разгрузки и повторного нагружения момент памяти формы на следующем шаге определяется с помощью соотношения (29). Для задач изгиба и растяжения могут быть построены аналогичные соотношения.

$$(M_{кр}^{SMA})_{k+1} = \begin{cases} M_{кр}^{SMA}(M_{кр}^{k+1}), & \text{если } M_{кр}^{SMA}(M_{кр}^{k+1}) > (M_{кр}^{SMA})_k \\ (M_{кр}^{SMA})_k, & \text{если } M_{кр}^{SMA}(M_{кр}^{k+1}) \leq (M_{кр}^{SMA})_k \end{cases}. \quad (29)$$

На Рис. 9 представлены результаты, полученные с помощью метода конечных элементов, для задачи изотермического изгиба шарнирно-опертой балки, а также теоретические и экспериментальные результаты, полученные в работах Y. Gillet (1994 г.). Расчет проводился для следующих геометрических параметров и параметров материала:  $L = 24.96 \text{ мм}$ ,  $B = 2.9 \text{ мм}$ ,  $H = 0.95 \text{ мм}$ ,  $E_M = E_A = 73200 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_s = 371 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_f = 613.3 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_L = 0.016$ .

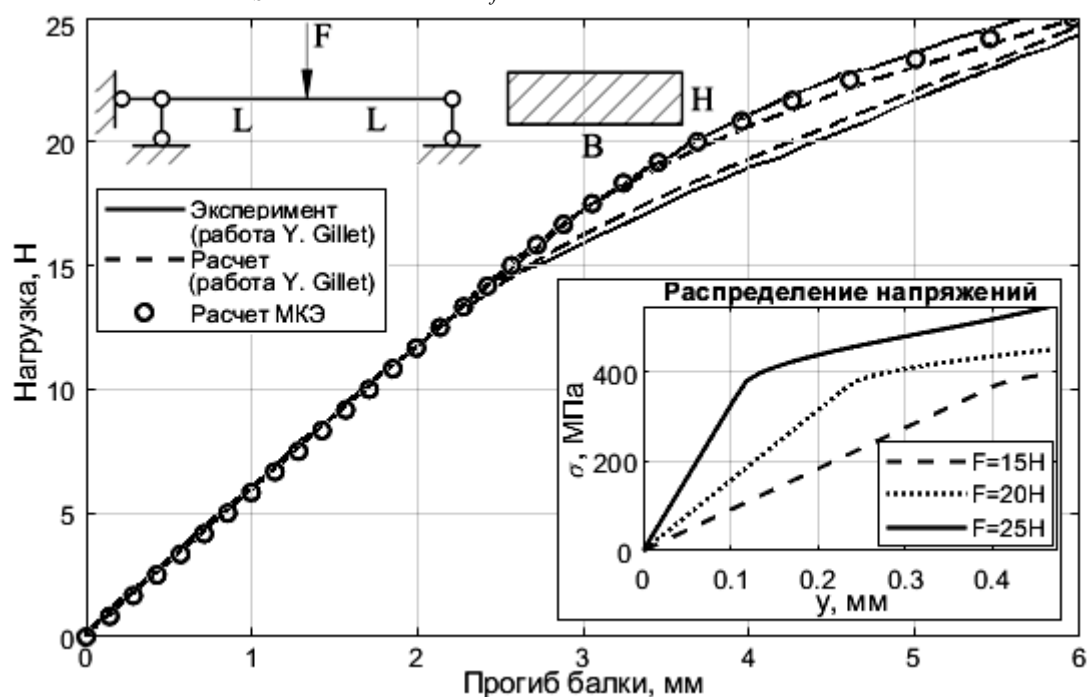


Рис. 9. Сравнение результатов с теоретическими и экспериментальными результатами в работе Y. Gillet (1994 г.)

Также в Главе 5 диссертации получены упругие характеристики для винтовых цилиндрических пружин (по соотношениям (18)-(20)), которые хорошо согласуются с экспериментальными и теоретическими зависимостями, представленными в литературе. Удовлетворительное совпадение с результатами в литературе получено также для функции распределения сдвиговых деформаций по сечению.

**В шестой главе** рассматривается расчет и проектирование конструкций, содержащих исполнительные элементы, выполненные из СПФ.

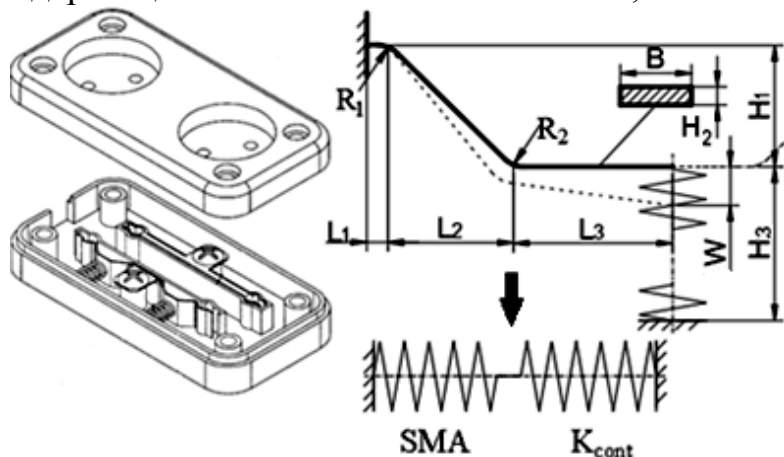


Рис. 10. Принципиальная схема предохранительного устройства

На Рис. 10 представлена схема предохранительного устройства электроприбора (патент Kim J.-L., Kim H.-C., Byun H.-W., Kim S.-M., 2013 г.) с предохранительным элементом в форме винтовой цилиндрической пружины, выполненной из СПФ. Пружина проходит предварительную нагрузку-разгрузку в зоне стабильности мартенсита,

получая некоторое остаточное удлинение. При нагреве в результате фазовых превращений остаточное удлинение снимается, а также меняется жесткость пружины, в результате пружина размыкает контакт.

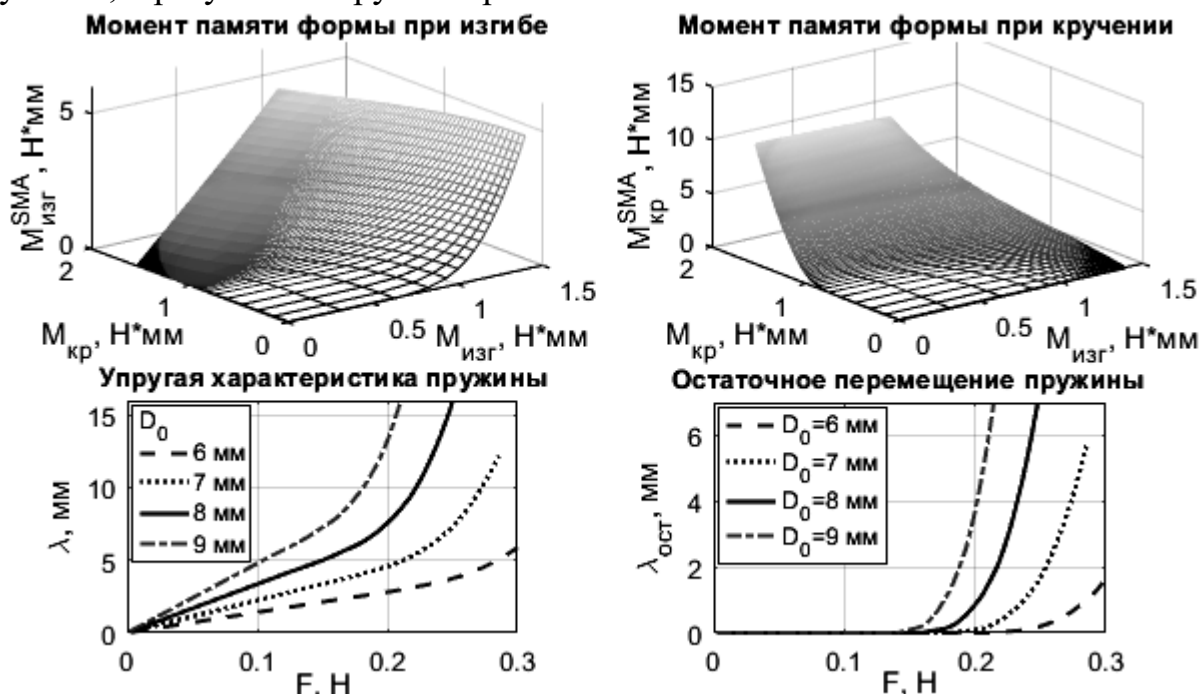


Рис. 11. Результаты для изотермического нагружения пружины

На Рис. 11 представлены результаты, полученные для винтовой цилиндрической пружины с геометрическими параметрами:  $H_0=10\text{мм}$ ,  $d=0.6\text{мм}$ ,  $i=8$ . Зависимость для остаточного удлинения пружины позволяет подобрать пружи-

ну, которая после предварительного растяжения будет высотой  $H_3$ .

Контактная пластина заменяется эквивалентной пружиной, жесткость которой может быть получена из упругой характеристики пластины (характеристику получаем с помощью системы нелинейных дифференциальных уравнений плоского изгиба стержня) методом конечных разностей. На Рис. 12 представлена зависимость жесткости пластины от перемещения точки соединения и результат совместного деформирования пластины и пружины при нагреве.

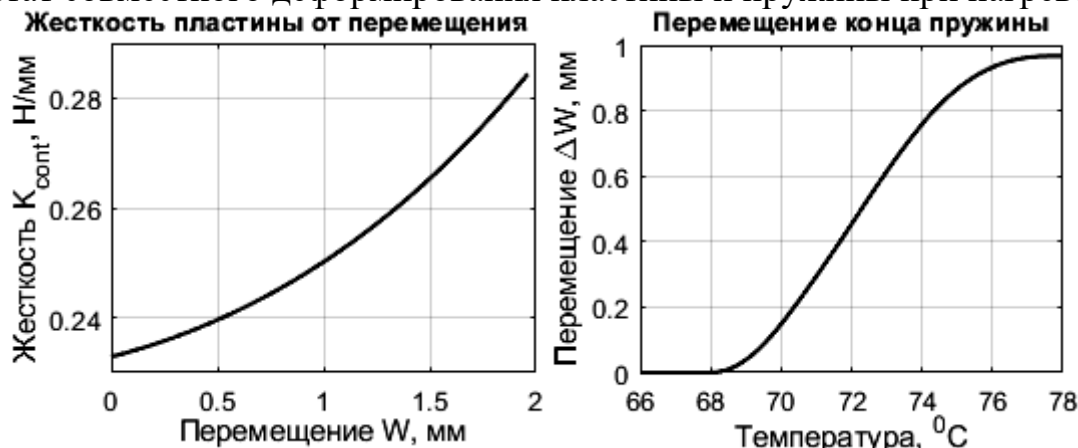


Рис. 12. Результаты для пластины и совместного деформирования

Перемещение контактной пластины после полного фазового превращения мартенсита в аустенит может быть оценено приближенным соотношением:

$$W_{\max} \approx \lambda_{\text{ост}}^{\max} \cdot \frac{G_A \cdot d^4}{8 \cdot D_0^3 \cdot i} \cdot \left[ \frac{G_A \cdot d^4}{8 \cdot D_0^3 \cdot i} + K_{\text{cont}}(0) \right]^{-1}, \quad (30)$$

где  $\lambda_{\text{ост}}^{\max}$  – остаточное удлинение пружины перед нагревом,  $K_{\text{cont}}$  – жесткость контактной пластины.

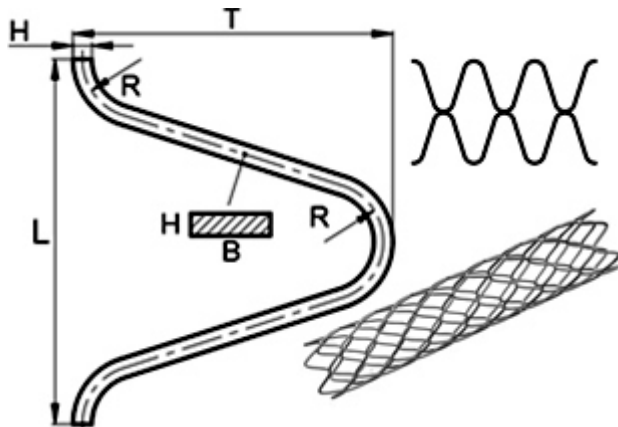


Рис. 13. Расчетная схема элемента стента

На Рис. 13 представлена расчетная схема внутрисосудистого стента, используемого в коронарной хирургии, который в первом приближении может рассматриваться как развертка цилиндрической образующей поверхности на плоскость.

Система нелинейных дифференциальных уравнений (16) решалась методом продолжения по параметру. На Рис. 14, Рис. 15, Рис. 16 представлены результаты для изотермического нагружения в зоне стабильности мартенсита и для нагрева после снятия нагрузки.

При расчете стента использовались следующие геометрические параметры и параметры материала:  $L=0.8\text{мм}$ ,  $T=0.8\text{мм}$ ,  $R=0.1\text{мм}$ ,  $B=0.07\text{мм}$ ,  $H=0.05\text{мм}$ ,  $\mu_A = \mu_M = 0.33$ ,  $E_M=20000\text{МПа}$ ,  $E_A=31000\text{МПа}$ ,  $\varepsilon_L = 0.05$ ,  $C_M=6.1\text{МПа}^\circ\text{C}$ ,  $C_A=6.9\text{МПа}^\circ\text{C}$ ,  $M_S=22.5^\circ\text{C}$ ,  $M_f=15.1^\circ\text{C}$ ,  $A_S=39.5^\circ\text{C}$ ,  $A_f=45.8^\circ\text{C}$ ,  $\sigma_S = 10\text{МПа}$ ,  $\sigma_f = 100\text{МПа}$ .



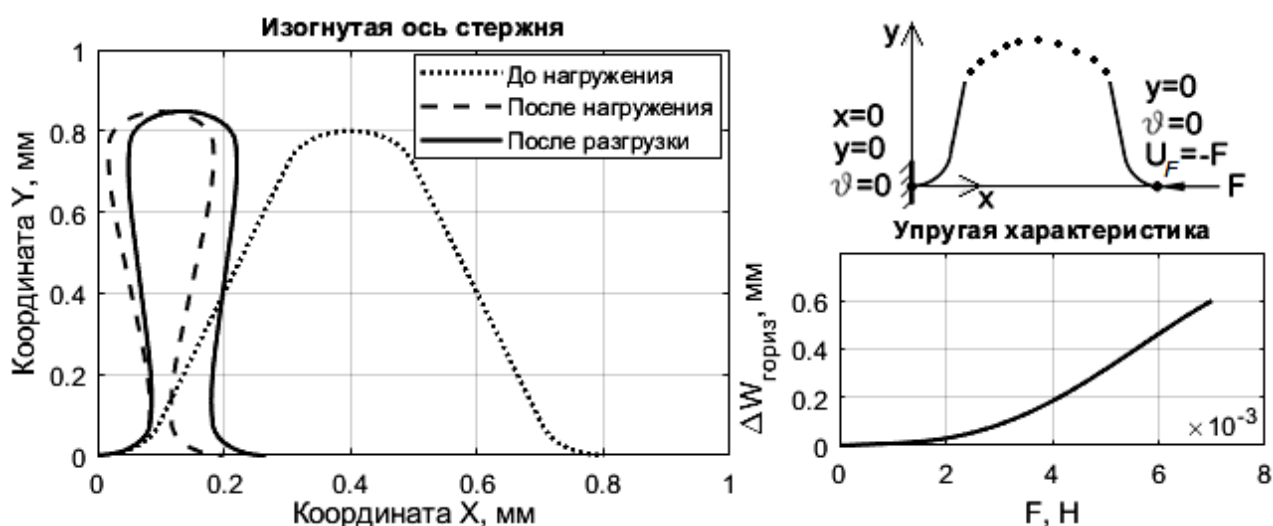


Рис. 14. Результаты расчета для изотермического нагружения стента

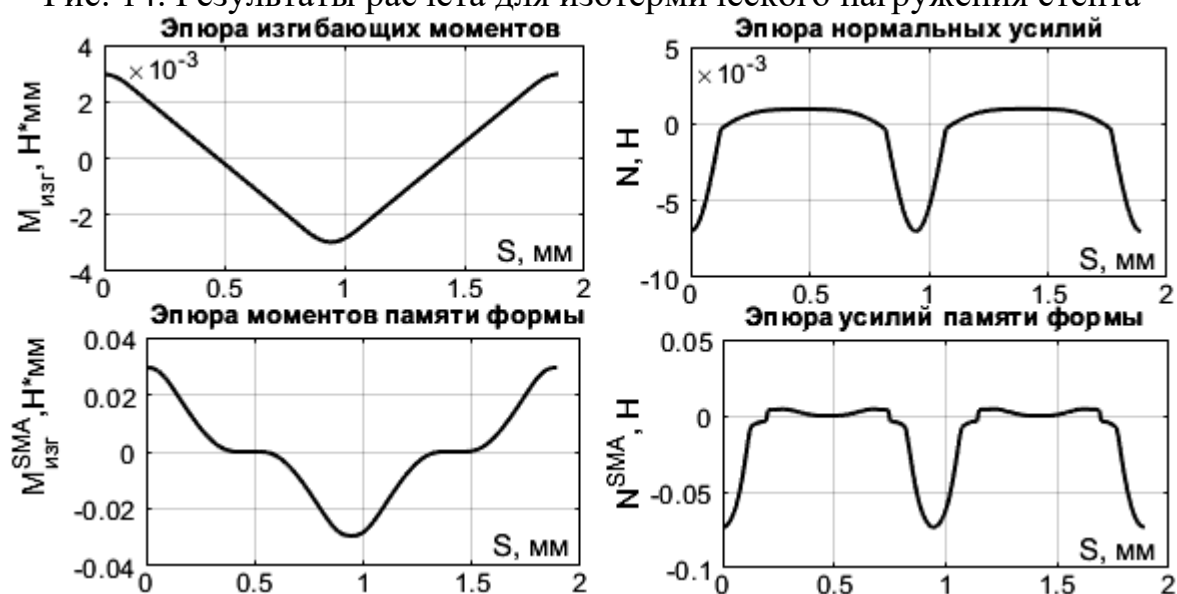


Рис. 15. Эпюры моментов и усилий ( $F=0.007$  H)

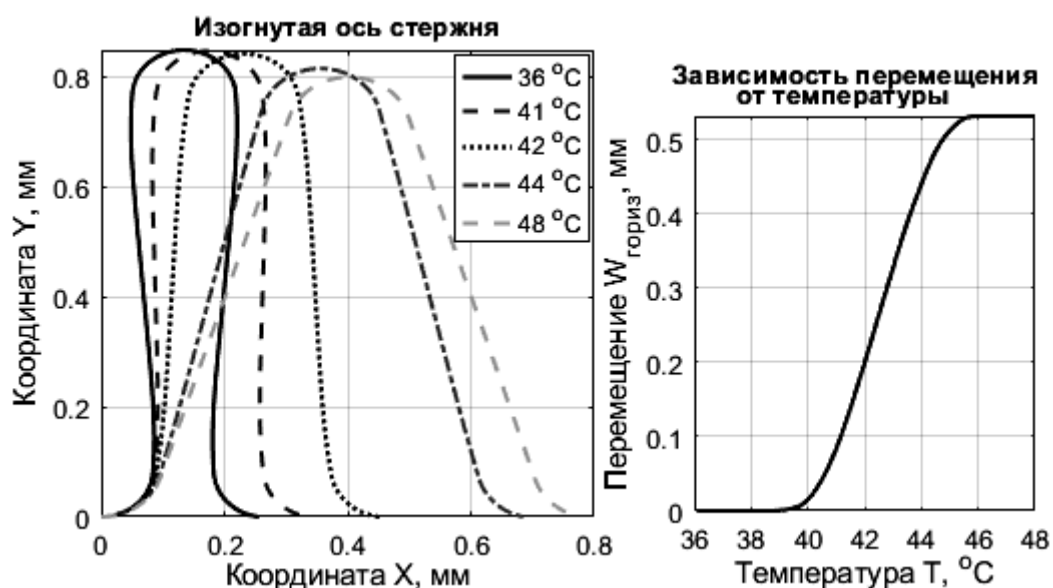


Рис. 16. Результаты расчета для нагрева стента ( $F=0$ )

Представленные в Главе 6 результаты демонстрируют эффективность предложенной методики расчета и проектирования упругих элементов из СПФ.

## **Основные результаты и выводы**

1. На основе критического анализа математических моделей и существующих подходов к описанию физико-механических свойств СПФ выбрана феноменологическая модель, пригодная для рационального описания процессов деформирования упругих элементов, выполненных из этих сплавов.

2. С использованием выбранной феноменологической модели разработаны методика и алгоритмы численного анализа упругих элементов в форме плоских и винтовых цилиндрических пружин, выполненных из СПФ, с учетом больших перемещений.

3. В рамках разработанной методики предложен прием учета эффекта фазовых превращений посредством введения дополнительных внутренних силовых факторов, а также процедуры теоретического и экспериментального определения этих факторов в процессе термосилового деформирования.

4. Предложенные численные алгоритмы и методика реализованы в форме авторского прикладного программного комплекса, предназначенного для решения широкого круга задач, возникающих при создании новых и совершенствовании существующих элементов машин и приборов.

5. Достоверность результатов, полученных с помощью авторского программного комплекса, подтверждена их сравнением с известными решениями тестовых задач и экспериментальными данными.

6. С помощью авторского программного комплекса решен ряд практических задач по расчету и проектированию конструкций, использующих упругие элементы, выполненные из СПФ. Получены новые теоретические результаты, объясняющие влияние физико-механических параметров материала и геометрии конструкции на процесс нелинейного деформирования упругих элементов, выполненных из СПФ.

7. Предложенные алгоритмы и методика продемонстрировали свою эффективность и могут быть рекомендованы для расчета и проектирования актюаторов и исполнительных элементов предохранительных механизмов, выполненных из СПФ.

8. Предложенные алгоритмы и методика могут быть распространены на случаи пространственного изгиба стержня и растяжения-сжатия фасонных пружин с учетом больших перемещений.

## **Публикации по теме диссертации**

1. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Численное моделирование процессов деформирования элемента в форме винтовой цилиндрической пружины, выполненного из материала с эффектом памяти формы. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 8. С. 15-20. (0.38 п.л. / 0.29 п.л.).

2. Ганыш С.М., Гаврюшин С.С., Андронов И.Н. Экспериментальное определение параметров диаграммы фазовых переходов для сплава с эффектом памяти формы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 11. С. 79-83. (0.31 п.л. / 0.13 п.л.).

3. Ганыш С.М. Расчет исполнительного элемента предохранительного механизма безопасной электрической розетки, выполненного из сплава с эффектом памяти формы // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. №

9(93). С. 1-15. (0.94 п.л.).

4. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Расчет элементов коммутационных и исполнительных устройств, выполненных из сплава с памятью формы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 7. С. 6-14. (0.56 п.л. / 0.42 п.л.).

5. Ганыш С.М., Гаврюшин С.С. Применение сплавов с эффектов памяти формы в предохранительных механизмах // Приводы и компоненты машин. 2019. № 3-4. С. 4-7. (0.25 п.л. / 0.19 п.л.).

6. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Численное моделирование винтовой цилиндрической пружины из сплава с эффектом памяти формы // Материалы XIX Международного Симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А.Г. Горшкова». Ярополец. 2013. Т. 1. С. 62-64. (0.19 п.л. / 0.14 п.л.).

7. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Простейшая математическая модель пространственного стержня, выполненного из сплава с памятью формы // Материалы XX Международного Симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Кременки. 2014. Т. 1. С. 48-50. (0.19 п.л. / 0.14 п.л.).

8. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Математическая модель пространственного стержня, выполненного из сплава с эффектом памяти формы // Тезисы 2-й Международной конференции «Живучесть и конструкционное материаловедение». М. 2014. С. 28. (0.06 п.л. / 0.04 п.л.).

9. Ганыш С.М., Гаврюшин С.С. Простейшая математическая модель пространственного стержня, выполненного из сплава с памятью формы // Инженерный вестник. 2014. № 10. С. 1-3. (0.19 п.л. / 0.14 п.л.).

10. Ганыш С.М., Гаврюшин С.С. Расчет и проектирование упругих элементов из сплавов с эффектом памяти формы // Механика и математическое моделирование в технике: II Всероссийская научно-техническая конференция, посвященная юбилеям основателей кафедры "Прикладная механика" МГТУ им. Н.Э. Баумана профессоров С.Д. Пономарева, В.Л. Бидермана, К.К. Лихарева, Н.Н. Малинина, В.А. Светлицкого.: Сб. науч. тр. М. 2017. С. 33-37. (0.25 п.л. / 0.19 п.л.).

11. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Построение упругих характеристик для плоских и винтовых цилиндрических пружин, выполненных из сплава с эффектом памяти формы // Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела.: Сб. науч. тр. Тверь. 2018. Т. 2. С. 21-25. (0.31 п.л. / 0.23 п.л.).

12. Ганыш С.М., Гаврюшин С.С. Расчет плоских пружин из сплава с эффектом памяти формы // Материалы XXV Международного Симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Вятчи. 2019. Т. 2. С. 53-55. (0.19 п.л. / 0.14 п.л.).

13. Гаврюшин С.С., Ганыш С.М. Расчет элементов конструкций, выполненных из сплавов с памятью формы // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики.: Сб. науч. тр. Уфа. 2019. Т. 3. С. 1307-1308. (0.12 п.л. / 0.06 п.л.).