

На правах рукописи

Мурашов Михаил Владимирович

**Численное моделирование термомеханического контакта  
упрочненных шероховатых поверхностей**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

доктора технических наук

Москва – 2020

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Официальные оппоненты: **Матвиенко Юрий Григорьевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук», заслуженный деятель науки Российской Федерации

**Матюнин Вячеслав Михайлович**, доктор технических наук, профессор кафедры технологии металлов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**Попов Виктор Михайлович**, доктор технических наук, профессор кафедры электротехники, теплотехники и гидравлики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет» (г. Казань)

Защита состоится «31» марта 2021 г. в 14.30 на заседании диссертационного совета Д 212.141.03 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, ул., 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1. Ваш отзыв на автореферат в 2-х экземплярах, заверенных печатью, просим направлять по указанному адресу.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана и на сайте [www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru). Телефон для справок: +7(499)263-66-39

Автореферат разослан « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.т.н., доцент

Сорокин  
Федор Дмитриевич

## **Общая характеристика работы**

### **Актуальность темы.**

Определение температурного состояния составных конструкций при постоянно повышающейся точности в машиностроении является актуальной задачей. Температурное поле составных конструкций из высокотеплопроводных материалов существенно зависит от тепловой проводимости контактов.

Индивидуальные значения тепловой контактной проводимости конкретного контакта требуются, как правило, для систем с наличием критических для передачи теплоты и теплового состояния конструкции контактов. Обычно это объекты точного приборостроения, авиационной, космической, электронной и атомной промышленности. Например, в научных космических аппаратах есть сложные конструкции с термостабилизацией на уровне нескольких десятков мК. Подобные требования налагаются и на тепловой режим конструкций платформенных инерциальных систем наведения ракет-носителей.

Ванг и Жао сообщают, что оценка тепловой контактной проводимости всегда являлась проблемной областью в исследованиях по теплообмену. Модель, дающая максимально достоверные результаты по контактному теплообмену, необходима в первую очередь на этапе проектирования будущей конструкции. Для теоретических же исследований требуется модель контакта шероховатых тел, охватывающая на современном уровне понимания все имеющие место при контактировании физические процессы.

**Степень разработанности темы.** Изучением контактной теплопроводности занимаются уже более 100 лет. До 70-х годов прошлого века это были в основном экспериментальные исследования, результаты которых обобщали эмпирическими формулами. Особенно значительные результаты были получены Шлыковым Ю.П., Поповым В.М., Демкиным Н.Б., Микиком Б.Б., Йовановичем М.М. Разработан ряд моделей проводимости тепла через дискретный контакт (M. Bahrami, M.M. Yovanovich, J.R. Culham, 2005; M. Ciavarella, V. Delfino, G. Demelio, 2006; M.K. Thompson, 2007; S. Lee, Y.H. Jang, W. Kim, 2008).

С другой стороны, одним из препятствий на этом пути является ограниченность и недостаточность возможностей экспериментального исследования контактного взаимодействия. Дополнительные трудности создают высокая стоимость и длительность экспериментов.

Для предсказания теплового состояния требуется учитывать структуру шероховатости контактирующих поверхностей и особенности теплообмена в зоне контакта микронных размеров. Необходимым становится моделирование деформирования отдельных выступов шероховатости.

Значительное развитие решение контактных задач в упругой постановке получило в работах Мухелишвили Н.И., Штаермана И.Я., Галина Л.А., Горячевой И.Г., Александрова В.М., Тарлаковского Д.В. Существенный вклад в создание моделей дискретного контакта внесли такие выдающиеся ученые

как И.Г. Горячева, В.М. Александров, Н.Б. Демкин. За рубежом широкое распространение получили модели Арчарда Дж.Ф., Гринвуда Дж.Э. и Вильямсона Дж.Б.П., Персона Б.Н.Дж.

Отметим, что сама численная реализация нелинейных моделей контакта, учитывающих структуру шероховатой поверхности, представляет значительные трудности. Они обусловлены как трудностями сходимости нелинейного решения, так и множеством сеточных параметров, существенно влияющих на результаты.

Трудность в обеспечении надежного контактного теплообмена – основные его параметры (шероховатость, коэффициент трения в резьбе болтов и т.д.) лежат в микрообласти и обычно не измеряются и не контролируются на производстве. Основным препятствием тут является не решенная до сих пор проблема математического представления шероховатости.

Поэтому необходима модель термомеханического контакта, отражающая влияние на контактирование особенностей имеющегося профиля шероховатости и неравномерное распределение свойств материала в приповерхностных слоях. Многослойные контактные задачи в упругой постановке рассматривались в работах Воровича И.И., Айзиковича С.М., Александрова В.М., Галина Л.А., Горячевой И.Г. и других. Необходимость этих многослойных моделей была обусловлена стремлением рассматривать тела с покрытиями и процессы с физико-химическими превращениями приповерхностного материала. Любой из слоев часто предполагался однородным или, например, с неоднородным распределением модуля упругости либо коэффициента Пуассона по глубине. Но, даже в простом случае контакта однородных металлических тел при комнатной температуре пластические свойства приповерхностного материала изменяются при контактной деформации и модель должна включать возможность изменения этих свойств в пространстве внутри слоя.

Ключевая задача - разработка достоверной методики предсказания параметров контактного теплообмена, до настоящего времени не решена. Этим объясняется высокая актуальность настоящей диссертационной работы.

До сих пор в моделях тепловых контактов не учитываются наклеп поверхности, размерный эффект при внедрении неровностей и влияние микрошероховатости. В первую очередь существует необходимость прояснения физики процесса контактного теплообмена.

**Целью работы** является создание и исследование модели, позволяющей получение числовых значений площади фактического контакта шероховатых тел, и метода численного моделирования теплопроводности через контакт твердых шероховатых тел.

**Объектом исследования** в диссертационной работе является процесс теплового контакта шероховатых тел.

**Для достижения поставленной цели были решены следующие основные задачи:**

1. Оценка влияния тепловой проводимости контактов на примере

- конструкции точного машиностроения.
2. Анализ поведения материала поверхностного слоя при деформировании.
  3. Разработка метода учета наклепа и размерного эффекта внедрения в решении задачи деформирования неровностей.
  4. Разработка методов, конечно-элементных моделей и алгоритмов для расчета теплопроводности через контакт твердых шероховатых тел.
  5. Постановка и решение задачи определения температурных полей контактирующих шероховатых тел.
  6. Выявление особенностей численного решения задачи определения температурного поля контактирующих тел.
  7. Оценка влияния теплового расширения на температурное состояние контактирующих шероховатых тел.

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач использовались: методы теории тепломассообмена, механики деформируемого твердого тела, аналитической геометрии, методы проведения вычислительного эксперимента, метод конечных элементов и методы численного решения уравнений, экспериментальные методы определения и идентификации механических свойств материалов.

**Научная новизна работы** состоит в том, что в ней получены новые научные результаты:

- Построена новая модель теплового контакта двух шероховатых тел с учетом упрочения поверхностного слоя.
- Представлены причины и дана оценка влиянию формы элементов шероховатости на деформирование и теплопроводность.
- Впервые на основе проведенного эксперимента по индентированию и последующего сравнения с математической моделью определены пластические свойства одного из выступов шероховатости поверхности детали, включая параметры размерного эффекта при индентировании. Разработанный метод позволяет получить пластические свойства материала выступов шероховатости, необходимые для решения задачи термомеханического контакта, получить которые другим способом невозможно.
- Проведенное численное исследование показало существенное влияние шероховатости второго уровня на площадь фактического контакта и тепловую контактную проводимость только при учете в модели размерного эффекта внедрения.
- Предложен метод учета поверхностных свойств в расчетах контактного деформирования конечно-элементными программами. Это позволило впервые получить зависимости площади фактического контакта от номинального давления упрочняющихся поверхностей с разными уровнями шероховатости с учетом размерного эффекта.
- На основе численного моделирования для выбранной шероховатости и свойств материала впервые получены количественные оценки изменения площади фактического контакта при сдвиге поверхностей друг

относительно друга, обусловленном тепловым расширением.

- Установлен ряд особенностей процесса контактирования, а именно: нелинейное поведение контактирующих поверхностей при большом числе пятен и вблизи тесного контакта; неравномерность распределения контактного давления по пятну контакта; возможность появления областей пониженных напряжений вблизи поверхности; изменение теплового потока в обратную сторону внутри не контактирующих элементов шероховатости; изменение тепловой проводимости вершины, углубившейся при контакте в более мягкий материал.

**Достоверность результатов**, представленных в диссертации, основана:

1. на строгости математического построения описанных моделей исследуемых теплофизических и механических процессов;
2. на проведенных численных экспериментах для тел простой формы;
3. на сравнении полученных результатов расчетов с данными численных и экспериментальных исследований других авторов;
4. обоснованность сделанных выводов подтверждается воспроизводимостью проведенных экспериментальных исследований и их согласием с современными теоретическими представлениями;
5. достоверность подтверждается использованием при анализе механических процессов фундаментальных законов механики сплошных сред и хорошо апробированных пакетов программ при проведении численных расчетов;
6. модель теплового контакта разработана с использованием опыта создания моделей другими исследователями. Моделей поверхности, учитывающих упрочнение, немного.

**Теоретическая значимость** диссертационного исследования состоит в выявлении и количественной оценке влияния на тепловую контактную проводимость поверхностного упрочнения, формы выступов и размерного эффекта внедрения.

**Практическая значимость работы.** Полученные в работе результаты дают более глубокие представления о поведении контактирующих элементов шероховатости.

Предложенный метод определения с учетом шероховатости и поверхностного упрочнения температурных полей контактирующих тел позволяет более адекватно рассчитывать тепловое состояние составных конструкций. Применимость метода продемонстрирована на модельном примере.

Использование построенной модели теплового контакта позволяет проводить более глубокий анализ физических процессов при контактировании.

Разработаны программы на языке APDL, позволяющие в программном комплексе ANSYS учитывать изменение поверхностных свойств материалов.

Предложены пути преодоления вычислительных трудностей, возникающих при расчете моделей контакта шероховатых тел.

Разработанные методы, модели и алгоритмы для задачи тепловой

проводимости в области контакта формируют необходимые предпосылки к созданию автоматизированной программы для использования в инженерной практике, что позволит оценивать температурное состояние ряда конструкций на этапе проектирования и учесть в расчетах особенности структуры поверхностей с искусственной шероховатостью.

**На защиту выносятся следующие основные положения:**

- модель термомеханического контакта двух шероховатых тел должна учитывать упрочнение поверхностного слоя и размерный эффект внедрения;
- форма элементов шероховатости упрочненной поверхности определяюще влияет на деформирование и теплопроводность;
- разработанный численно-экспериментальный метод восстановления пластических свойств элементов шероховатости упрочненной поверхности и параметров размерного эффекта для детали из материала АД1;
- существенное влияние шероховатости второго уровня на площадь фактического контакта и контактную тепловую проводимость только при учете в модели размерного эффекта внедрения;
- разработанные модели и метод учета поверхностных свойств в расчетах конечно-элементными программами контактного деформирования шероховатых тел;
- незначительность изменения площади фактического контакта и размера зазора при микронных сдвигах от теплового расширения;
- наличие и значение выявленных особенностей процесса контактирования, а именно: нелинейного поведения контактирующих поверхностей при большом числе пятен и вблизи тесного контакта; неравномерности распределения контактного давления по пятну контакта; возможности появления областей пониженных напряжений вблизи поверхности; изменения теплового потока в обратную сторону внутри не контактирующих элементов шероховатости; изменения тепловой проводимости вершины, углубившейся при контакте в более мягкий материал.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: Школах-семинарах молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева, Санкт-Петербург, Жуковский, 2007, 2009; Третьей международной конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов», Москва, 2009; научных семинарах кафедры прикладной математики МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, 2009, 2015; Международной конференции по теплообмену ИТТС14, Washington, DC, USA, 2010; пятой Российской национальной конференции по теплообмену, Москва, 2010; научном семинаре лаборатории механики прочности и разрушения материалов и конструкций Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 2013; XXVI Международной инновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов МИКМУС-2014, Москва, 2014; XI и XII Всероссийских съездах по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 2015, Уфа, 2019;

Межкафедральных семинарах по прикладной и теоретической механике и численным методам моделирования МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, 2016, 2019; научных семинарах «Механика фрикционного взаимодействия» Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 2017, 2019; XXIV, XXV, XXVI Международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, Вятчи, 2018, 2019, 2020; The 2nd International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC 2018), Moscow, 2018; The Second International Conference of Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education (AIMEE2018), Moscow, 2018; VII Международном научном семинаре «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы», Москва, 2018; The 3rd International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC 2019), Saint Petersburg, 2019; научно-техническом совете отдела прочности, живучести и безопасности машин Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, 2020.

**Публикации.** По результатам диссертации опубликована 31 работа, включая 16 статей в журналах, входящих в перечень ВАК при Минобрнауки России, и 8 работ в изданиях, индексируемых в международной базе данных SCOPUS.

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 317 страниц, 132 рисунка и 13 таблиц. Список используемой литературы содержит 467 наименований.

### Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность проведения работ, направленных на создание и исследование модели, позволяющей получение числовых значений площади фактического контакта шероховатых тел, и метода численного моделирования теплопроводности через контакт твердых шероховатых тел, дана общая характеристика диссертационной работы.

**В первой главе** показана актуальность проблемы моделирования тепловой контактной проводимости. Рассмотрены существующие теоретические и экспериментальные работы по тепловой контактной проводимости и моделям шероховатости. Приводится обзор литературы по решению задачи деформирования для различных моделей поведения материалов, в том числе с упрочнением. Рассмотрен вопрос использования опорной кривой. Определено значительное влияние шероховатости поверхности на теплообмен при обтекании поверхности газом.

В начале 20-го века выяснилось значительное влияние на температурное состояние в ряде изделий наличия контакта шероховатых поверхностей между деталями составной конструкции. Появилось понятие тепловой контактной проводимости  $\alpha_k$  как коэффициента пропорциональности между

произведением температурного напора  $T_1 - T_2$  на номинальную площадь контакта тел  $A$  и тепловым потоком  $Q$

$$Q = \alpha_k (T_1 - T_2) A.$$

За связкой  $\alpha_k A$  скрывается незнание реальных физических процессов, происходящих в зоне контакта. С начала 1930-х годов в работах Хольма Р. дана первая модель дискретного контакта и показано твердое понимание, что фактическая площадь контакта шероховатых поверхностей составляет лишь малую долю (обычно менее 1%) от номинальной площади, очерченной геометрическими размерами соприкасающихся тел. Это обстоятельство и обуславливает снижение проводимости тепла через контакт.

Экспериментальные подходы по определению контактной проводимости не дают возможности достоверно определять площадь фактического контакта и контактное давление. Эмпирические методы расчета тепловой проводимости контактов развиты в работах Шлыкова Ю.П., Попова В.М., Йовановича М.М. и других. Полученные в этих работах соотношения и результаты экспериментов дали возможность получать приближенные оценки величины теплового контактного сопротивления для широкого круга конструкций и материалов.

Исследования же данной работы актуальны из-за наличия на сегодняшний момент конструкций с требованиями по точности определения температур порядка 0,1-0,5 К, недостижимыми при приближенных оценках по имеющимся феноменологическим формулам.

Большой вклад в разработку аналитических решений задач деформирования в контакте вложили Мухелишвили Н.И., Галин Л.А., Горячева И.Г., Александров В.М., Тарлаковский Д.В. и другие. Эти решения получены как правило для контактирующих тел простой формы. Первая серьезная попытка создать модели шероховатых поверхностей в СССР делалась И.В. Крагельским в 50-х годах XX века.

Все численные расчеты и ряд экспериментальных работ подтверждают, что под воздействием контактного давления только упругий контакт вершин невозможен и происходит пластическое деформирование, а, следовательно, и упрочнение материала вершин. С введением пластичности задача кроме нелинейности от изменяющейся формы контакта также становится нелинейной по свойствам материала.

Слой материала у поверхности, подвергнутой механической обработке, имеет повышенные механические характеристики из-за наклепа. О необходимости учета упрочнения в моделях деформирования шероховатых поверхностей указывалось в работах Тейбора Д., Йовановича М.М., Мажумдара А. и Бхушана Б., Хегази А. и др. Критическим для расчета деформирования элементов шероховатости является отсутствие кривой упрочнения для элементов шероховатости микронных масштабов, так как имеющиеся справочные данные, полученные в макроэксперименте, не подходят.

**Во второй главе** рассмотрена проблема обеспечения требуемого теплового состояния комплекса командных приборов. Проведено моделирование нестационарной задачи определения средних температур системы тел, моделирующей рассматриваемый комплекс приборов. Методом конечных элементов решена задача термоупругости для определения отклонения оси акселерометра.

Для каждого элемента комплекса приборов инерциальной навигационной системы, установленных на гиросtabilизированной платформе, можно записать уравнение теплового баланса

$$c_{pn}m_{элн} \frac{dT_n}{dt} = \alpha_n(t)(T_n(t) - T_{воз}(t))A_n + \varepsilon_{эн}\sigma_0 (T_n^4(t) - T_{кор}^4(t)) A_n + q_{Vn}(t)V_n + \sum_m \alpha_{knm}(T_n(t) - T_m(t))A_{nm}$$

Аналогично записываются уравнения для среднеинтегральной температуры воздуха в полости платформы и корпуса.

Начальное условие

$$T_n(0) = T_{воз}(0) = T_{кор}(0) = T_{нач}$$

Система дифференциальных уравнений решена методом Рунге-Кутты. Контактная тепловая проводимость определялась по эмпирической зависимости Ю.П. Шлыкова, давшей при имеющихся исходных данных значения с разбросом в 2 раза. Разница в температурах при подстановке рассчитанных предельных значений контактной тепловой проводимости для разных элементов комплекса приборов приведена в Таблице 1. Видно, что существующие эмпирические подходы к оценке тепловой контактной проводимости приводят к неопределенности по температуре гироблока в 2 К, что превышает допустимый предел 1 К и требует разработки более точных методов расчета контактной теплопроводности.

Таблица 1.

Изменение температуры элементов платформы при увеличении тепловой контактной проводимости в 2 раза

| Элемент платформы | Платформа | Гироблок | Акселерометр | Газ в полости платформы | Корпус | Рамы |
|-------------------|-----------|----------|--------------|-------------------------|--------|------|
| $\Delta T, K$     | 1         | 2        | 1            | <1                      | <1     | <1   |

Кроме того, проведены расчеты несвязанной термомеханической задачи для конечно-элементной модели объекта, содержащего плату с приборами, скрепленную с первой рамой. Определено, что смещение оси акселерометра достигает существенного для конструкции значения и значительно зависит от температурного состояния конструкции и теплового расширения.

**В третьей главе** описана постановка задачи теплового контакта шероховатых поверхностей. Рассмотрены математическая модель и метод решения, геометрическая модель, использованная модель пластичности и физическая тепловая модель.

В целом предлагаемый в данной работе метод решения задачи

термомеханического контакта представлен на блок-схеме Рис.1.

Сущность предложенного метода составляет использование в термомеханическом расчете конструкции зависимостей тепловой проводимости контактов от давления, полученных по столбиковой микромодели. При этом пластические свойства материала слоев микромодели, включая параметры для учета размерного эффекта внедрения, и форма её поверхности берутся из анализа результатов сканирования и индентирования поверхности детали или ее аналогов.

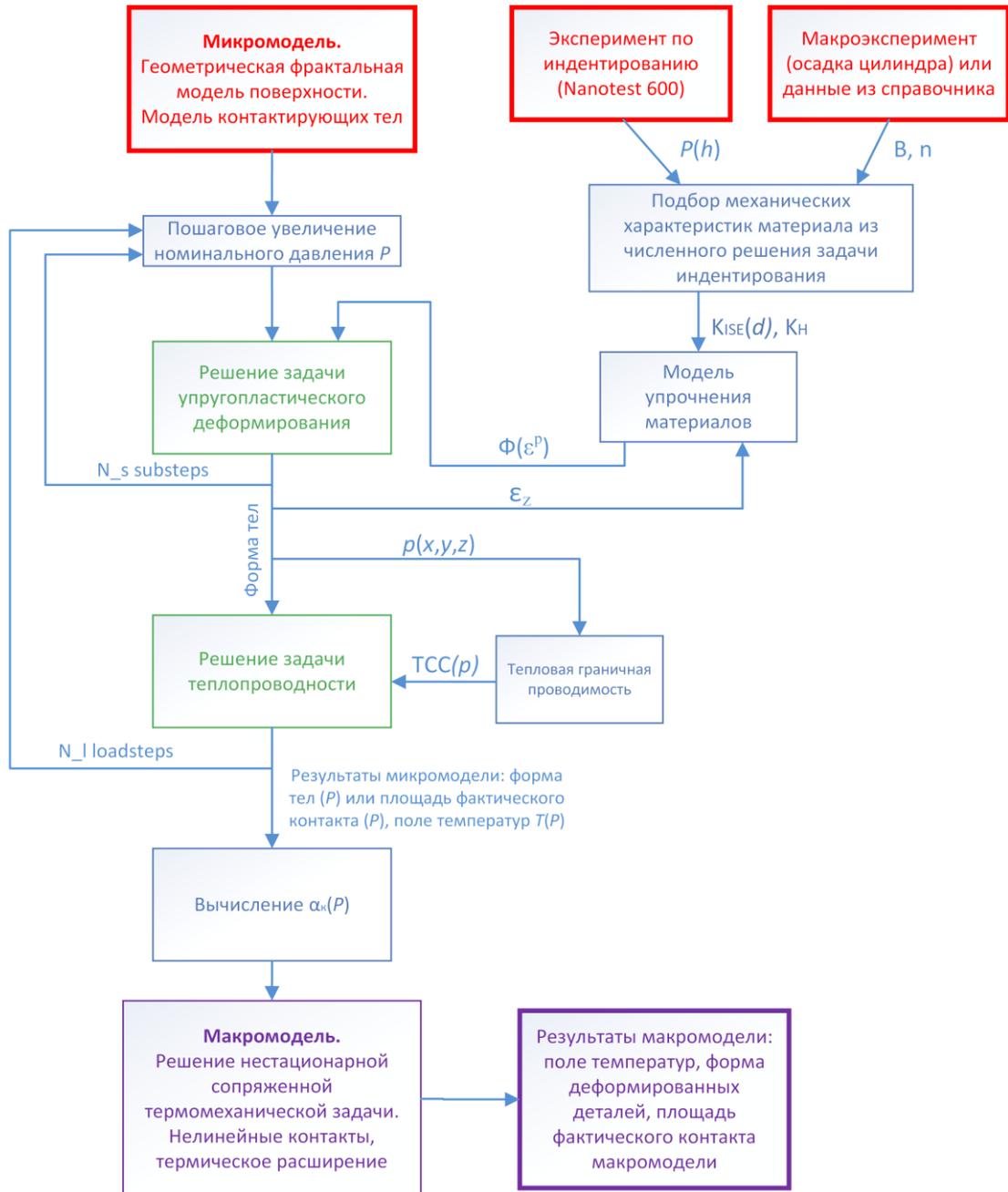


Рис.1. Блок-схема метода решения задачи термомеханического контакта

Микромодель представляет собой два контактирующих тела  $N$  и  $O$  произвольной формы объемом  $V^N$  и  $V^O$ , ограниченные поверхностями  $S^N$  и  $S^O$ , соответственно (Рис.2). Обозначим через  $S_1^N, S_2^N, S_3^N, S_4^N$  части поверхности  $S^N = S_1^N \cup S_2^N \cup S_3^N \cup S_4^N$ , и  $S_1^O, S_2^O, S_3^O, S_4^O$  части поверхности  $S^O = S_1^O \cup S_2^O \cup S_3^O \cup S_4^O$

$S_4^O$ . Последовательно решаем квазистационарную задачу первоначального деформирования области контакта под действием номинального давления. Полученную форму тел переносим как исходную в стационарную задачу теплопроводности. На поверхность  $S_1^N$  тела N действует номинальное давление  $P$ . Поверхность  $S_1^O$  закреплена от перемещений по оси  $z$ , а поверхности  $S_2^N$  и  $S_2^O$  закреплены от перемещений в ортогональных им направлениях. Материалы тел считаются однородными и изотропными.

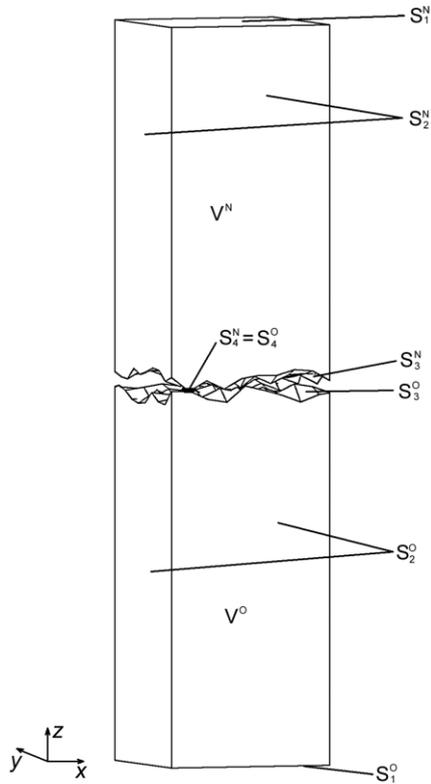


Рис.2. К постановке задачи теплового контакта

рассчитывается с учетом уменьшения высоты тел от сжатия как  $R_{NO} = \frac{(\lambda_N^{(T)} + \lambda_O^{(T)}) \left( \delta - \frac{u_z}{2} \right)}{\lambda_N^{(T)} \lambda_O^{(T)}}$ , где  $\lambda_N^{(T)}$ ,  $\lambda_O^{(T)}$  – коэффициенты теплопроводности тел;  $\delta$  – высота тела;  $u_z$  – смещение по оси  $z$  узлов верхней поверхности тела N.

Тогда проводимость через шероховатый контакт можно рассчитать по формуле:

$$\alpha_k = \left( \frac{T_1 - T_2}{\alpha_N (T^N - T_1)} - \frac{(\lambda_N^{(T)} + \lambda_O^{(T)}) \left( \delta - \frac{u_z}{2} \right)}{\lambda_N^{(T)} \lambda_O^{(T)}} \right)^{-1}$$

В области смятия, то есть между фактически контактирующими поверхностями  $S_4^N$  и  $S_4^O$ , происходит кондуктивный теплообмен. Тепловой контакт в этой области считался близким к идеальному, и тепловая граничная проводимость задавалась в виде зависимости  $\alpha_r(p) = k_r * p$ , где  $k_r = 1,8 \frac{\text{Вт}}{\text{К}\cdot\text{Н}}$ ,  $p$  – контактное давление на конечном элементе.

Математическая формулировка квазистатической задачи включает следующие соотношения. Уравнения равновесия

Среда с постоянной температурой  $T^N$  равномерно действует на поверхность  $S_1^N$  и другая среда с постоянной температурой  $T^O$  равномерно действует на поверхность  $S_1^O$ . Между телами и средами происходит конвективный теплообмен с параметрами: на поверхности  $S_1^N$   $\alpha_N = 5000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T^N = 330 \text{ К}$ , а на  $S_1^O$   $\alpha_O = 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T^O = 273 \text{ К}$ . Поверхности  $S_2^N$ ,  $S_3^N$ ,  $S_2^O$  и  $S_3^O$  теплоизолированы. Передача тепла излучением не учитывается.

Термическое сопротивление модели  $R_m$  будет суммой термического сопротивления тел N и O  $R_{NO}$  и термического сопротивления контакта R

$$R_m = R_{NO} + R,$$

где  $R = \frac{1}{\alpha_k}$ ,  $R_m = \frac{(T_1 - T_2)}{\alpha_N (T^N - T_1)}$ ;  $T_1$ ,  $T_2$  – среднее значение температуры на поверхностях  $S_1^N$  и  $S_1^O$ .

Термическое сопротивление тел N и O  $R_{NO}$

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} = 0,$$

где  $\sigma_{ji}$  – компоненты тензора напряжений, Па.

Используется теория течения. Последовательно рассматривается  $n$  равновесных состояний или шагов нагружения ( $n=N_l \cdot N_s$ , рис.1). Конфигурация на каждом малом шаге нагружения корректируется. В таком случае при значительной пластической деформации геометрия меняется сильно, но за счет малых изменений от шага к шагу.

Соотношения Коши для компонент тензора деформации

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Приращения компонент тензора деформаций формируем, используя аддитивный подход

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^E + d\varepsilon_{ij}^P + d\varepsilon_{ij}^T,$$

где  $d\varepsilon_{ij}^E$ ,  $d\varepsilon_{ij}^P$ ,  $d\varepsilon_{ij}^T$  – соответственно упругая, пластическая и обусловленная тепловым расширением части приращения компонент тензора деформации.

Связь между напряжениями и приращениями деформаций зададим в форме

$$d\sigma_{ij} = c_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^P - d\varepsilon_{kl}^T),$$

где  $c_{ijkl}$  – компоненты тензора коэффициентов упругости.

Закон течения упруго-идеально-пластического материала

$$d\varepsilon_{ij}^P = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda,$$

где  $f$  – пластический потенциал,  $d\lambda$  – функция пластичности или неопределенный множитель, меняющийся в процессе пластического нагружения, 1/Па.

Соотношение для приращения компонент тензора деформации от теплового расширения

$$d\varepsilon_{ij}^T = \alpha^{(T)} (T - T_0),$$

где  $\alpha^{(T)}$  – коэффициент линейного теплового расширения,  $T_0$  – температура естественного состояния.

В качестве условия начала пластичности используется критерий текучести Мизеса

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\Phi(\varepsilon^P)^2,$$

где  $\Phi(\varepsilon^P)$  – задаваемая функция кривой упрочнения материала, отражающая изменяющийся предел текучести при простом сжатии,  $\varepsilon^P$  – накопленная пластическая деформация.

Силовое граничное условие

$$\sigma_{33} = P, \text{ на } S_1^N.$$

Кинематические граничные условия

$$u_i(x_3) = 0, \text{ на } S_1^O, \\ u_1(x_2) = 0, u_2(x_1) = 0, \text{ на } S_2^N + S_2^O,$$

где  $u_i$  — компоненты вектора перемещений.

Контактные граничные условия запишем в форме Герца-Синьорини-Моро

$$u_n \geq 0, p < 0, pu_n = 0, \quad \text{на } S_3^N, S_4^N, S_3^O, S_4^O,$$

где  $u_n$  — расстояние между контактирующими поверхностями. Эти условия включаем в общую систему уравнений с использованием расширенного метода Лагранжа.

Сформулированной выше физической модели отвечают уравнения теплопроводности для тел N и O и граничные условия на поверхностях  $S_1^N, S_2^N, S_3^N, S_4^N, S_1^O, S_2^O, S_3^O, S_4^O$  и  $S_4^O$ , записанные в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_N^{(T)} \Delta T &= 0, \\ \lambda_O^{(T)} \Delta T &= 0, \\ -\lambda_N^{(T)} \frac{\partial T}{\partial n} &= \alpha_N (T_w^N - T^N), \quad \text{на } S_1^N \\ \frac{\partial T}{\partial n} &= 0, \quad \text{на } S_2^N, S_3^N, S_2^O, S_3^O \\ -\lambda_O^{(T)} \frac{\partial T}{\partial n} &= \alpha_O (T_w^O - T^O), \quad \text{на } S_1^O \\ -\lambda_N^{(T)} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_4^N} &= \alpha_T(p) (T_w^N - T_w^O) = -\lambda_O^{(T)} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_4^O}, \end{aligned}$$

где  $n$  — внешняя единичная нормаль к поверхности;  $T_w^N$  и  $T_w^O$  — средние по поверхностям  $S_3^N + S_4^N$  и  $S_3^O + S_4^O$  температуры.

Задача решалась методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Представительными элементами контактирующих тел N и O будем считать два прямоугольных параллелепипеда с размерами  $90 \times 90 \times 1125$  мкм, неидеальным контактом неровных внутренних поверхностей и гладкими внешними поверхностями (Рис.3). Высота тел  $\delta = 1125$  мкм выбрана на основе предварительных вычислений так, чтобы на верхней и нижней поверхностях перемещения и температуры были распределены достаточно равномерно. Газ в зазорах неидеального контакта отсутствует. Принято  $Rz = 7$  мкм.

**В четвертой главе** дан обзор методов моделирования профиля шероховатой поверхности. Приводятся тестовые задачи для определения влияния формы поверхности на величину деформации — численное и экспериментальное исследование сжатия цилиндра, смятия выступа на параллелепипеде, смятия усеченной и сдвоенной пирамид. Описывается эксперимент по наноиндентированию в выступ шероховатости и моделирование этого процесса методом конечных элементов. Описывается методика восстановления свойств, в том числе учитывающих размерный эффект внедрения. Описывается разработанная конечно-элементная модель шероховатой поверхности тела.

В 1950-х-1990-х годах появились три «усложненные» модели поверхности: стохастическая (по Гауссу), фрактальная, многоуровневая (синусоидальная). Адекватность или границы применения у них пока не определены, в первую очередь из-за запаздывания моделей индивидуального деформирования вершин. В развитии таких моделей главную роль играют

работы по микро- и нано- моделированию деформирования и теплопроводности измеренных профилометром поверхностей, а также работы в области индентирования, как имитации взаимодействия выступов.

В данной работе шероховатая поверхность моделей сформирована на основе фрактального подхода на базе масштабированной фрактальной функции Веерштрасса-Мандельброта. На поверхности более больших выступов шероховатости существуют малые неровности, называемые микрошероховатостью или выступами более высокого уровня. Контактующие поверхности с шероховатостью первого уровня формируются следующим образом. На ровную поверхность наносится равномерная сетка первичных узлов с шагом 10 мкм, которые сдвигаются по нормали к поверхности (то есть вдоль оси  $z$ ) в соответствии с масштабированной функцией Веерштрасса-Мандельброта. Параметры функции  $L=0,09$  мм,  $G=1 \times 10^{-6}$  мм,  $D=2,3$ ,  $\gamma=1,5$ ,  $M=10$ ,  $n_{\max}=17$ ,  $Ls=1 \times 10^{-2}$  мм подобраны так, чтобы обеспечить  $Rz=7$  мкм. Далее на каждой клетке из четырех узлов средствами ANSYS формируются поверхности.

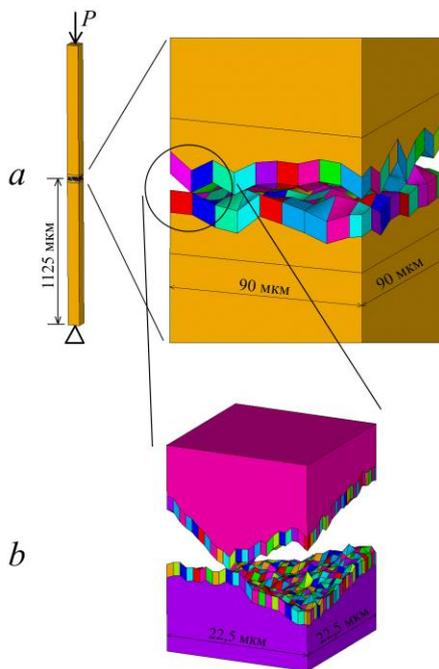


Рис.3. Слои на поверхности тел с объемами индивидуальных свойств материала: *a* – в случае шероховатости первого уровня, *b* – часть модели с шероховатостью второго уровня

Модель с шероховатостью второго уровня ввиду большей вычислительной стоимости представляет собой 1/16 часть (по номинальной площади), размерами  $22,5 \times 22,5 \times 31$  мкм, вырезанную из модели с шероховатостью первого уровня в области образования первого пятна контакта, как показано на Рис.3. Закрепление модели было аналогично модели с шероховатостью первого уровня. Сверху прикладывалось номинальное давление  $16P$  для возможности сравнения абсолютных значений площадей фактического контакта обеих моделей, с учетом того, что в рассматриваемом диапазоне номинальных давлений (до  $P=3$  МПа) зона контакта не распространялась за пределы области, взятой в модель с шероховатостью второго уровня. Шероховатость второго уровня получается нанесением дополнительных неровностей на поверхности шероховатости первого уровня.

Для выяснения влияния самого наличия этих неровностей и их формы на величину сближения поверхностей и, следовательно, на площадь фактического контакта при конечно-элементном моделировании рассмотрим ряд модельных задач.

Сравним поведение при сжатии двух тел. Первое тело с плоской верхней поверхностью. Второе на верхней поверхности имеет прямоугольные

выступы, имитирующие выступы шероховатости. Ввиду симметрии в качестве периодически повторяющихся представительных элементов для первого и второго тела могут быть использованы параллелепипеды размерами  $0,05 \times 0,05 \times 0,5$  м. На верхней поверхности модели второго тела расположен выступ в виде прямоугольного параллелепипеда  $0,03 \times 0,03 \times 0,01$  м (Рис.4), представляющий четвертую часть от полного выступа.

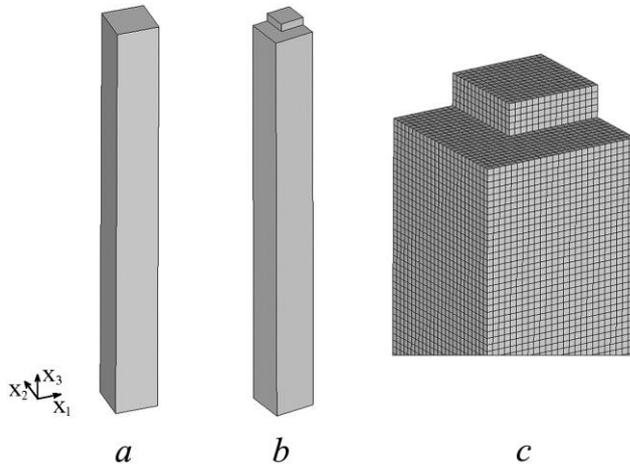


Рис.4. Вид геометрической модели первого *a* и второго *b* тел и верхней части конечно-элементной модели второго тела *c*

Схема нагружения для второго тела показана на Рис.5. Материал тел медь М2 деформируется упругопластически с изотропным упрочнением. На верхнюю поверхность тел давит плоский недеформируемый пуансон в виде параллелепипеда  $0,3 \times 0,3 \times 0,1$  м с давлением  $P$ .

Рассчитанные эквивалентные деформации в области выступа достигают величин более 2, что говорит о существенном наклепе в этой зоне.

После полного смятия выступа второе тело превратилось

в такое же по форме, как и первое тело, только увеличенное по высоте с учетом

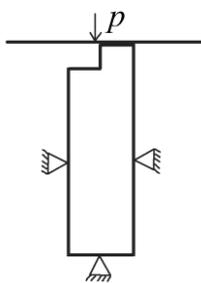


Рис.5. Схема нагружения для второго тела

объема сплюсненного выступа (Рис.6). Решение показало, что при условии отсутствия у деформируемого материала свободного пространства для перемещения в боковых направлениях, напряженно-деформированное состояние модели в целом соответствует неравномерному всестороннему сжатию и выступы на такой поверхности при определенном давлении полностью сминаются. При этом поверхность заметно упрочняется. Как правило это может происходить при плотных контактах близких к идеальному, когда площадь фактического контакта приближается к 80-90% от номинальной.

Но у выступов шероховатости реальной поверхности если контакт не плотный есть пространство куда перемещаться в боковом направлении, так как контактирование вершин происходит последовательно, а не одновременно. Тогда напряженно-деформированное состояние выступов шероховатости не будет состоянием неравномерного всестороннего сжатия. Поэтому полного смятия выступов неровной поверхности происходить не будет.

Экспериментально подтверждается, что при давлении плоским полированным пуансоном в негладкую поверхность борозды, канавки и, тем более, трещины в поверхности остаются даже при значительных пластических деформациях всего тела. Могут ли выглаживаться выступы на выступах? Нет,

так как при расплющивании малого выступа всегда у материала нижежащего большого выступа есть куда перемещаться и неровность в какой-то мере будет сохраняться. В подтверждение рассмотрим две модельных задачи деформирования пирамид из меди М2 (Рис.7). Простая усеченная пирамида представляет собой модель выступа шероховатости, а сдвоенная – модель выступа, содержащего выступы более высокого уровня. На пирамиды действует плоский пуансон, аналогично предыдущей задаче.

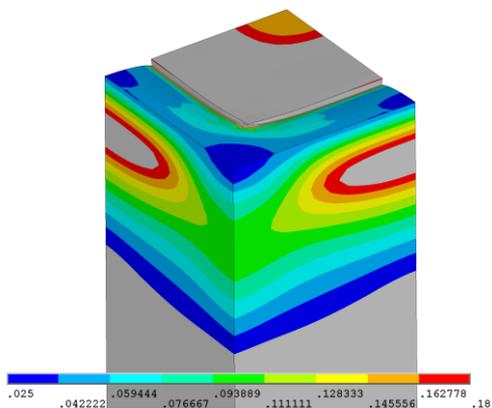


Рис.6. Распределение эквивалентных пластических деформаций, соответствующее значительному упрочнению материала

глубина седловины составила более 30% от начальной.

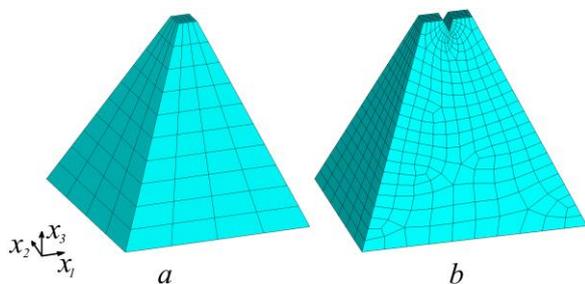


Рис.7. Конечно-элементное разбиение моделей: *a* – пирамида, *b* – сдвоенная пирамида

Полученное в расчетах повышенное упрочнение материала в более близких к вершине пирамиды рядах конечных элементов по отношению к материалу нижежащих рядов показывает потенциальную возможность сохранения негладкого рельефа при дальнейшем деформировании пирамиды. Для сдвоенной пирамиды после приложения полной нагрузки и смятия на величину около 25% по высоте видно, что независимо от величины давления углубление на вершине – седловина – остается и создает устойчивый зазор между пуансоном и деформируемой поверхностью. Конечная

Итак, предположение о наличии идеального контакта в области смятия вершин ошибочно. Из-за наличия шероховатости второго и более высоких уровней, а также упрочнения, материал вершин полностью не сминается. Поэтому многоуровневое описание шероховатости можно считать более близко характеризующим процессы в контакте.

Контактное давление в расчетах на 1-2 порядка превосходит предел текучести, что говорит о несоответствии модели поведения материала моделируемому процессу. Необходимо ввести упрочнение с масштабным фактором.

Кроме того, в разрабатываемых моделях деформирования контактирующих поверхностей неясной оставалась возможность применения механических характеристик материала, получаемых при испытании образцов размером порядка нескольких сантиметров (макроэксперимент), для расчета деформирования выступов шероховатости микронных размеров (вычислительный микроэксперимент), на что указывал Дж.Э. Гринвуд еще в

1966 году. Для разрешения этого вопроса проведено сравнение поведения выступа шероховатости (глубины проникновения в него индентора) при физическом эксперименте и при численном расчете со свойствами материала выступа, взятыми из макроэксперимента (сжатие цилиндрического образца диаметром 20 мм). Внедрение индентора в выступ шероховатости, с одной стороны, формирует напряженно-деформированное состояние отличное от ситуации при вдавливании индентора в гладкую поверхность, а с другой, может являться моделью взаимодействия выступов шероховатости в реальном контакте. Большой вклад в изучение поверхности методом индентирования внесли Оливер У., Фарр Дж., Головин Ю.И., Матюнин В.М., Матлин М.М. и другие. Однако, внедрения в отдельный выступ шероховатости ранее не проводилось, в том числе из-за опасности выхода из строя инструмента при работе с крупными неровностями.

По результатам макроэксперимента А.В. Власова (МГТУ им. Н.Э. Баумана) по испытанию на сжатие партии образцов из алюминия технического АД1 получена усредненная по партии образцов кривая упрочнения «напряжение течения  $\sigma_s$  - логарифмическая деформация  $\varepsilon_l$ » (Рис.8).

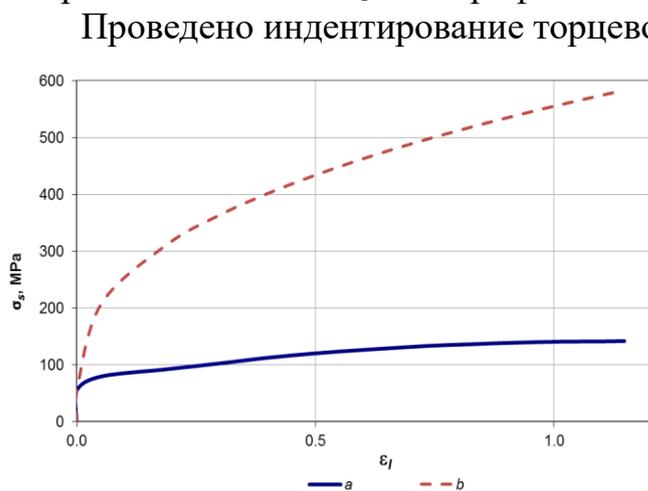


Рис.8. Кривая упрочнения для материала АД1: *a* - по результатам макроэксперимента на сжатие; *b* - скорректированная для поверхностного шероховатого слоя

индентированием полировки не выполнялось.

Определенная при индентировании максимальная глубина погружения составила 2,797 мкм. До и после наноиндентирования проведено пространственное сканирование поверхности с разрешением 0,15 мкм. Из отсканированной области был выбран участок 40×70 мкм около точки внедрения индентора и данные сканирования были введены в программный комплекс конечно-элементных расчетов ANSYS (Рис.9). Вторым этапом был проведен эксперимент по индентированию в плоскость. Для этого поверхность использованного ранее образца была отполирована до величины  $R_{max}=0,1$  мкм и  $R_z=0,01$  мкм на полуавтоматическом шлифовально-полировальном

Проведено индентирование торцевой поверхности образца из той же партии, что и в макроэксперименте. Физический эксперимент проводился Ю.В. Корневым (Институт прикладной механики РАН) на приборе NanoTest 600 фирмы Micro Materials с погружением индентора Берковича в выступы шероховатости при максимальной нагрузке  $P_{max}=100$  мН. Чтобы впервые изучить поведение выступа шероховатости реальной поверхности, обычно выполняемой перед

станке TegraPol-11 фирмы Struers (Дания). Оценочная величина снятого слоя до 40 мкм, что соответствует глубине наклепа для алюминия. Результаты обоих экспериментов приведены на Рис.10.

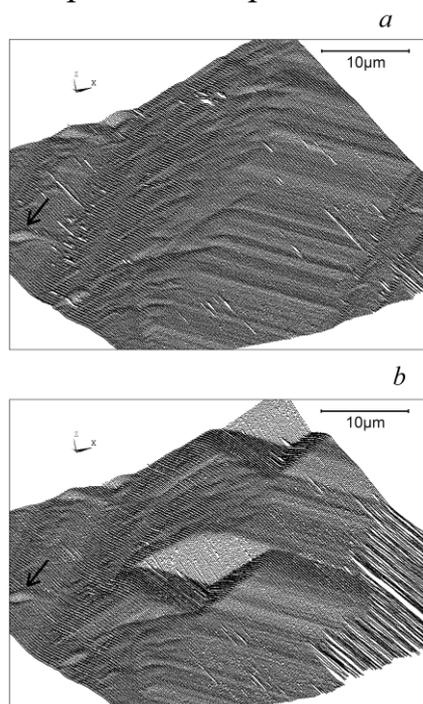


Рис.9. Результаты сканирования: *a* - до индентирования, *b* - после индентирования

Компьютерная модель представляет собой цилиндр 20×20 мм, размерами соответствующий всему образцу (Рис.11). В месте внедрения индентора поверхность цилиндра размером 40×70 мкм создана шероховатой с рельефом, повторяющим поверхность образца в этом месте, отсканированную до индентирования. В эту поверхность внедряется пирамида, моделирующая индентор. По проведенным оценкам здесь можно пренебречь шероховатостью индентора, влиянием радиуса скругления кончика индентора, оксидной пленки и величины модуля упругости индентора. Трение между индентором и поверхностью влияет на глубину погружения незначительно, однако было учтено.

В результате моделирования максимальная глубина погружения индентора в материал со свойствами из макроэксперимента составила 4,406 мкм (Рис. 10, 12*a*), что на 56% больше чем в физическом эксперименте. Таким образом, наклеп поверхностного слоя существенно меняет поведение материала.

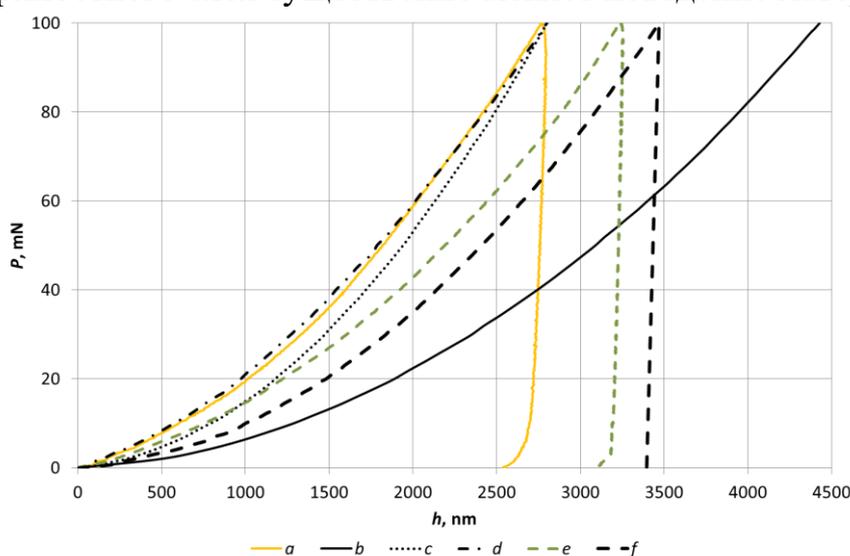


Рис.10. Зависимость глубины погружения  $h$  от нагрузки на индентор  $P$ . Шероховатая поверхность: физический эксперимент – *a*, конечно-элементный расчет – *b*, расчет со скорректированной кривой упрочнения – *c*, расчет с дополнительным учетом размерного эффекта – *d*. Полированная поверхность: физический эксперимент – *e*, конечно-элементный расчет – *f*

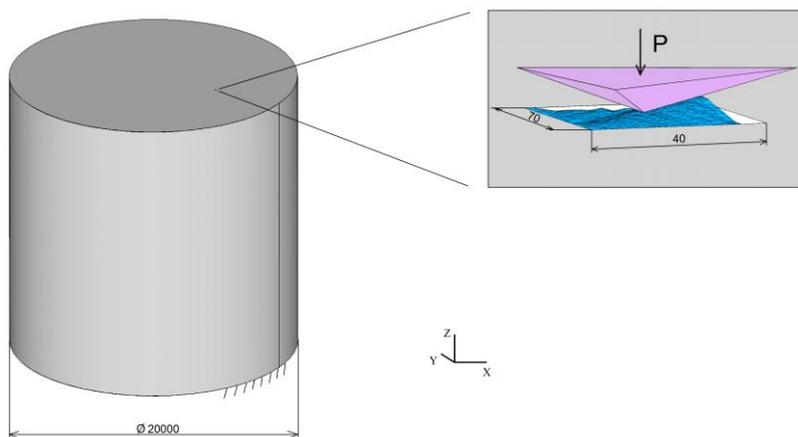


Рис.11. Модель образца с индентором (размеры в мкм)

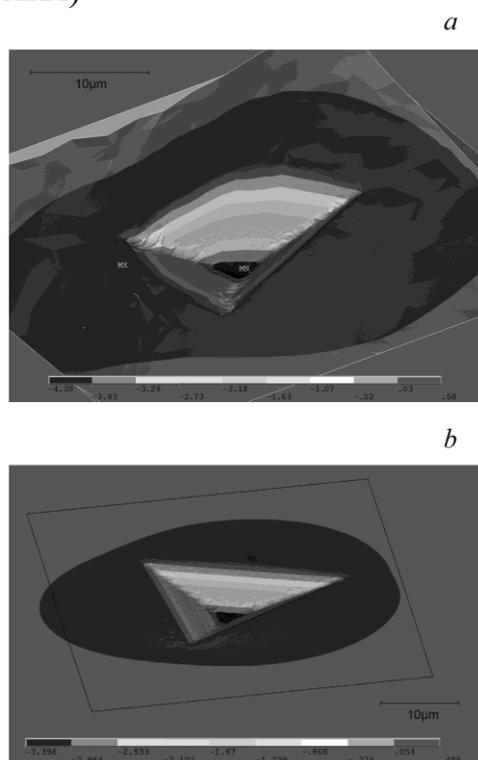


Рис.12. Рассчитанное перемещение по оси  $z$  при внедрении индентора:  $a$  – в шероховатую поверхность без коррекции свойств материала,  $b$  – в плоскость после разгрузки

$h_{\max}=2,799$  мкм, получаем  $l_{\max}=3h_{\max} \tan 65,27^\circ=18,24$  мкм и  $B^*=2135,4 \text{ МПа} \cdot \text{мкм}^{1/2}$ . Так как в ANSYS нет функции модификации свойств материала в процессе расчета, то была написана программа на языке APDL, принудительно задающая модифицированные по формуле (1) свойства материала на каждом шаге нагружения. Принято, что до углубления в 40 нм расчет выполняется без учета ISE по свойствам материала при проникновении

Кривая упрочнения из макроэксперимента была заменена кривой, рассчитанной по формуле Людвига с  $B=85$  МПа и  $n=0,4$ . Циклом расчетов подобраны новые параметры кривой упрочнения для упрочненного поверхностного слоя

$B=500$  МПа и  $n=0,4$  при которых с достаточной точностью совпадают расчетная и экспериментальная глубины погружения индентора (Рис.8,10). Однако замечено, что при любых коэффициентах  $B$  и  $n$  кривая нагружения  $P(h)$  проходит в целом существенно выше расчетной (Рис.10). При отсутствии внутренних напряжений это можно объяснить влиянием размерного эффекта при индентировании (Indentation Size Effect — ISE). Для учета ISE часто подходящим является масштабный коэффициент  $1/\sqrt{l}$ . Можно записать выражение подобное зависимости Холла-Петча

$$\sigma = \sigma_T + \frac{B^*}{\sqrt{l}} \varepsilon^{Pn}, \quad (1)$$

где  $B^* = B\sqrt{l_{\max}}$  – модифицированная константа,  $l$  – характерный размер, за который принята высота треугольника проекции отпечатка индентора Берковича ( $l_{\max}$  – значение  $l$  для максимального углубления индентора). Здесь размеры  $l$  и  $l_{\max}$  подставляются в мкм. Зная максимальную величину углубления

на 40 нм. Число шагов нагружения выбиралось 200 при не менее чем четырех итерациях на каждом шаге. Проведя расчет, получили кривую  $P(h)$  с высокой степенью совпадающую с экспериментальной (Рис.10).

Проведено компьютерное моделирование внедрения индентора в плоскость. Использовалась кривая упрочнения из макроэксперимента. Результаты индентирования приведены на Рис.10 и 12b. Глубина погружения до разгрузки составила 3,469 мкм и после разгрузки 3,396 мкм. Рассогласование с физическим экспериментом индентирования в плоскую поверхность составило 6,5%, что свидетельствует о небольшой степени наклепа, имеющей место после полировки, а также о корректности компьютерного моделирования. На кривой  $P(h)$  физического эксперимента также заметно присутствие ISE, так как она более круто, чем в численном моделировании поднимается вверх в начале нагружения.

Итак, прямая подстановка свойств из макроэксперимента приводит к ошибке в результатах расчета при моделировании деформирования выступа шероховатости. При экспериментальном исследовании типовая процедура подготовки образца к индентированию (полировка) уничтожает информацию о механических свойствах выступов. Поэтому для восстановления кривой упрочнения элементов шероховатости необходимо проводить как индентирование, так и численное моделирование с учетом топологии шероховатой поверхности.

В работе предложена модель поверхности, которая включает четыре слоя с различными свойствами материалов (Рис.13):

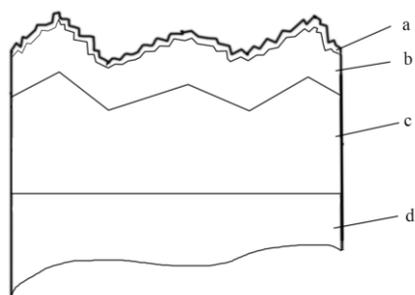


Рис.13. Структура модели шероховатого тела: a – размерно-эффективный слой микровыступов; b – размерно-эффективный слой выступов шероховатости; c – наклепанный слой; d – слой объемного материала

1. Слой объемного материала
2. Упрочненный слой
3. Размерно-эффективный слой выступов шероховатости первого уровня
4. Размерно-эффективный слой выступов шероховатости второго уровня. Выделение слоя не связано с различием свойств материала – этого различия нет. Его цель – сохранить форму поверхности для правильного вычисления площади фактического контакта.

Расчетные формулы для каждого слоя определяются следующим образом.

#### 1. Слой объемного материала

Напряжение текучести рассчитывается по формуле Людвига

$$\sigma = \sigma_T + B\varepsilon^{P^n},$$

где  $B$  и  $n$  определяются аппроксимацией кривой нагружения при эксперименте на сжатие. Для

материала АД1 по свойствам макроэксперимента величина константы  $B$  составила 85 МПа при  $n=0,4$ .

#### 2. Упрочненный слой

Напряжение рассчитывается по формуле

$$\sigma = \sigma_T + K_H B \varepsilon^{P^n},$$

где  $K_H$  – коэффициент упрочнения слоя. Например, для выступа шероховатости образца алюминия АД1 при углублении до 2,799 мкм определено  $K_H=5,88$ . Следует отметить отсутствие зависимости получаемых свойств материала от типа индентора.

### *3. Размерно-эффективный слой выступов шероховатости*

Для учета ISE предлагается формула, подобная зависимости Холла-Петча и давшая хорошее соответствие с результатами эксперимента

$$\sigma = \sigma_T + K_{ISE} K_H B \varepsilon^{P^n}, \quad (2)$$

где  $K_{ISE}$  – коэффициент размерного упрочнения  $K_{ISE} = \sqrt{\frac{h_{max}}{h}}$ ,  $h$  – характерный размер, за который принята глубина погружения поверхностных узлов при деформировании,  $h_{max}$  – максимальное углубление индентора. В данной работе кривая упрочнения пересчитывается в диапазоне углублений от 40 нм до 2,799 мкм. Для начального момента коэффициент размерного упрочнения выступов из материала АД1 равен  $K_{ISE}^{max} = \sqrt{2,799/0,04}=8,37$ , уменьшаясь по мере внедрения до 1.

Для каждого выступа свойства материала определяются индивидуально в зависимости от его смятия, то есть для каждого выступа создается свой объем материала. Эти объемы образуют сплошной слой у поверхности тела (Рис.3).

### *4. Размерно-эффективный слой выступов шероховатости второго уровня*

Расчет также ведется по (2). Для каждого микровыступа создается свой объем.

Для модели шероховатости первого уровня был построен размерно-эффективный слой. Для модели шероховатости второго уровня отдельно геометрически выделялся один размерно-эффективный слой, а свойства объемного материала менялись в соответствии с (2), имитируя размерно-эффективный слой выступов шероховатости первого уровня (Рис.3). Глубина размерно-эффективного слоя для шероховатости первого уровня принята 10 мкм и для шероховатости второго уровня 2 мкм.

Часто считалось, что по мере приложения внешней нагрузки контактное давление вначале растёт до некоторой величины равной твердости материала и при дальнейшем сближении остается постоянным. Однако, например, для единственного пятна контакта при учете ISE после участка роста среднего контактного давления существует участок значительного спада (Рис.14), обусловленный смягчением материала по мере проникновения.

Конечно-элементное разбиение для моделей шероховатости первого и второго уровней приведены на Рис.15. Сетка конечных элементов генерировалась для обеих параллелепипедов и содержала 142507 узлов для модели с шероховатостью первого уровня и 99312 узлов для модели с шероховатостью второго уровня. Проводились расчеты на более плотных сетках, при этом результаты менялись незначительно.

**В пятой главе** рассматривается процедура решения задачи теплового

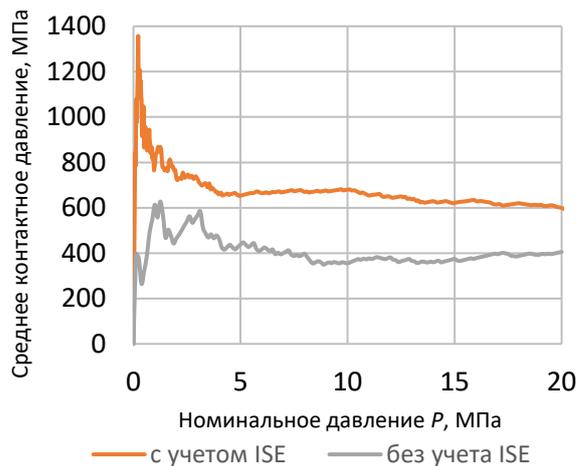


Рис.14. Среднее контактное давление в том числе допуска на проникание и величины шага нагружения. Рассмотрено

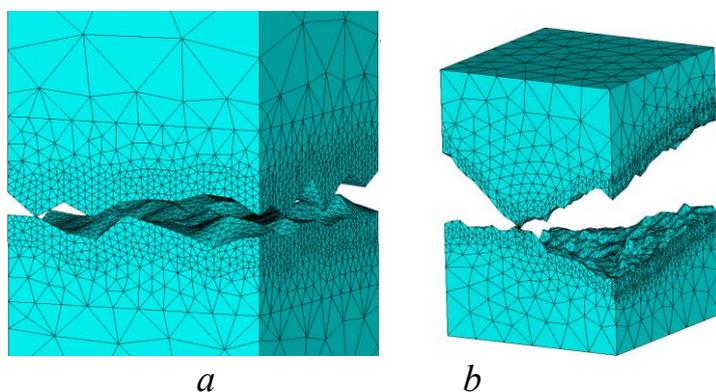


Рис.15. Конечно-элементное разбиение моделей: *a* – для шероховатости первого уровня, *b* – для шероховатости второго уровня

контактирования. Приводятся результаты решения задачи определения теплопроводности через контактирующие шероховатые тела.

Для оценки точности численного решения в программе ANSYS задачи упругопластического деформирования в данной работе проведено численное моделирование физического эксперимента по осадке цилиндрического образца из алюминия. Рассчитанное максимальное перемещение пуансона прессы отклоняется от экспериментального значения не более чем на 13%, что при множестве принятых допущений, заметно идеализирующих задачу, можно считать дополнительным подтверждением возможности проведения моделирования упругопластического деформирования в программном комплексе ANSYS.

Проведение расчетов контактирующих шероховатых поверхностей с учетом пластического поведения материалов вызывает существенные численные трудности. Провоцирующим ошибки решателя являются не только требуемые в данном классе задач пластические свойства материала и острые вершины поверхности, но и неверно заданные параметры, такие как неоднородность сетки конечных элементов, слишком крупный шаг по

шероховатых поверхностей. Возможности использования ANSYS для расчетов упругопластического деформирования показаны на тестовом сравнении результатов физического эксперимента по осадке цилиндра и численного моделирования. Даны рекомендации по выбору параметров программного комплекса ANSYS для вычисления площади фактического контакта при решении задачи деформирования, в

влияние поверхностной и боковой плотности разбиения, а также шероховатости второго уровня. Приводится решения для задачи с множеством пятен контакта при высоких давлениях. В задаче

теплопроводности рассмотрено влияние формы тела, а также различные модели

времени, начальные условия контакта и другие. Даже если не произошло преждевременного останова расчета по ошибке рассчитанная площадь фактического контакта может в разы отличаться от верного значения. В работе проведено большое количество разнообразных расчетов, анализ результатов которых позволил разработать рекомендации для устойчивого и достоверного счета.

Для определения областей контакта (contact detection) применялся метод нахождения Гауссовых точек интегрирования (Gauss integration points). Для коэффициента контактной жесткости FKN принималось значение по умолчанию равное 1. Автоматическое половинное деление шага нагрузки (Automatic bisection) должно быть включено.

Коэффициент допуска на проникание (FTOLN) по умолчанию имеет значение 0,1. В данной работе определена рекомендация использовать максимальное значение из диапазона 0,1-1 при котором только возможен расчет. Недостаточно высокое значение FTOLN при грубом разбиении приводит к заниженным в разы значениям площади фактического контакта.

Шаг нагружения нужно задавать переменным. Число шагов выбирается минимальным, потому что на точность в данном классе задач это заметно не влияет при достаточно мелком разбиении на конечные элементы. Чаще всего ошибки возникают на начальных шагах счета. При неправильном выборе шага нагружения возможна погрешность расчета до 40%.

Исследовано влияние плотности сетки конечных элементов на контактной поверхности. Пространственные искривления конечных элементов контактирующих поверхностей наряду с геометрическими погрешностями аппроксимации конечными элементами формы пятна оказывают существенное влияние на определяемую величину площади контакта. Например, для определения площади контакта с указанными погрешностями менее 1% требуется измельчение сетки, когда пятно контакта имеет до 20 и более конечных элементов в сечении.

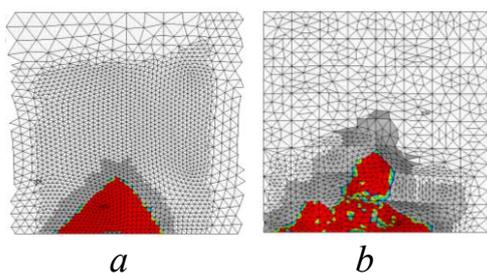


Рис.16. Одна и та же область контакта при давлении 0,5 МПа: *a* – шероховатость первого уровня, *b* – шероховатость первого и второго уровня

Расчеты с устраненными погрешностями дали лишь небольшую разницу в площадях для моделей с шероховатостью только первого и первого и второго уровней. На Рис.16 представлены результаты расчета формы пятна. Разница в площади фактического контакта поверхностей с шероховатостью второго уровня и без составила менее 4%. Таким образом, без учета предварительного наклепа и размерного эффекта включение шероховатости второго уровня, заметно усложняющее конечно-элементную модель,

в задаче деформирования нецелесообразно. По результатам расчета модельной задачи теплопроводности получено, что проведение тепла немного зависит от

формы контактирующих выступов.

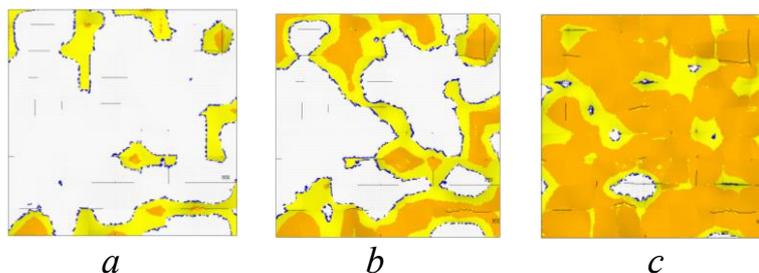


Рис.17. Пятна фактического контакта (показаны оранжевым цветом) при номинальных давлениях 10 МПа (a), 90 МПа (b), 600 МПа (c)

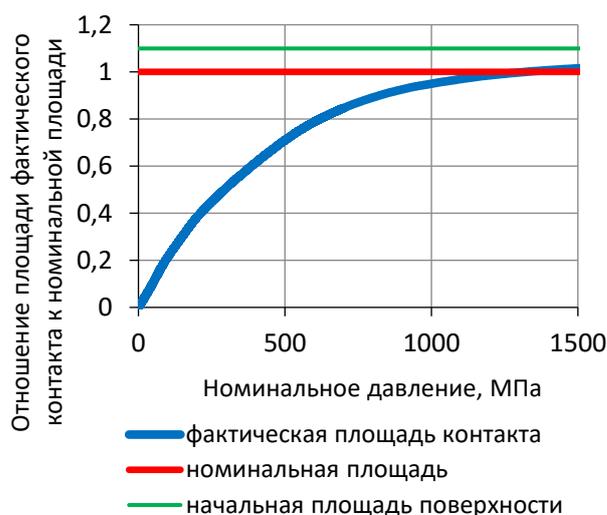


Рис.18. Изменение площади фактического контакта в диапазоне давлений до 1500 МПа для модели с шероховатостью первого уровня

площади. Далее график (Рис.18) становится заметно нелинейным. Причина снижения темпа роста площади фактического контакта в том, что материал поверхности, входя в контакт, продолжает выдерживать повышающееся давление, а площадь контакта уже не растет. Начиная с номинального давления 180 МПа, зона пластичности занимает всю модель.

На Рис.19 показано распределение контактного давления при  $P=50$  МПа. Видно, что это давление распределяется неравномерно в пределах каждого пятна. Области повышенного давления обычно располагаются по контуру пятен. Этот результат отличается от классических представлений, когда максимальное давление развивается в центре пятна и плавно снижается по направлению к краю.

Получено, что некоторые узлы при сжатии могут двигаться в обратном направлении, то есть происходит выдавливание материала в зазор. Зазор таким образом уменьшается, увеличивая проводимость, могут образовываться новые пятна контакта или увеличиваться старые, а также происходит перераспределение поля напряжений.

Пример областей контакта модели шероховатости первого уровня при номинальных давлениях до 600 МПа и без учета ISE показан на Рис.17. Площадь фактического контакта до 50 МПа практически линейно зависит от

давления (Рис.18). Доля площади фактического контакта в номинальной площади составляет при 50 МПа около 10%. Заметим, что линейное соотношение площади фактического контакта и номинального давления имеющиеся стохастические теории дискретного контакта (теория Гринвуда-Вильямсона и ее развитие) математически допускают только для крайне малых номинальных давлений и площадей. Лишь теория Персона дает линейное соотношение для площадей фактического контакта до 10-15% от номинальной

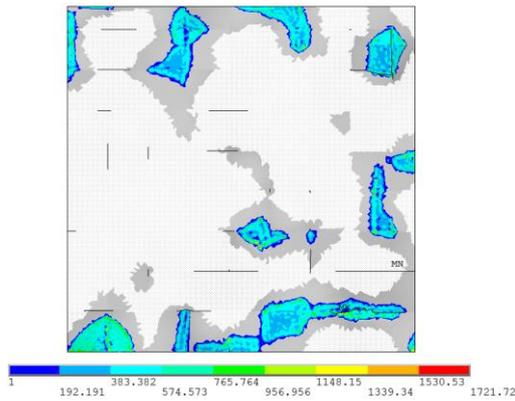


Рис.19. Распределение контактного давления при  $P=50$  МПа

При контакте неровных поверхностей в объеме материала существуют зоны как повышенных напряжений до достигнутого в упрочнении предела текучести материала, так и пониженных напряжений вплоть до нуля.

Чтобы выявить влияние размерного эффекта внедрения на результаты моделирования расчеты проводились как с учетом ISE, так и без. Зависимости площади фактического

контакта и тепловой контактной проводимости от номинального давления для модели с шероховатостью первого уровня показаны на Рис.20,21. Видно, что с учетом ISE, то есть при условии повышенной твердости выступов перед внедрением, расчетная площадь фактического контакта меньше на 40%, а контактная тепловая проводимость меньше на 30%.

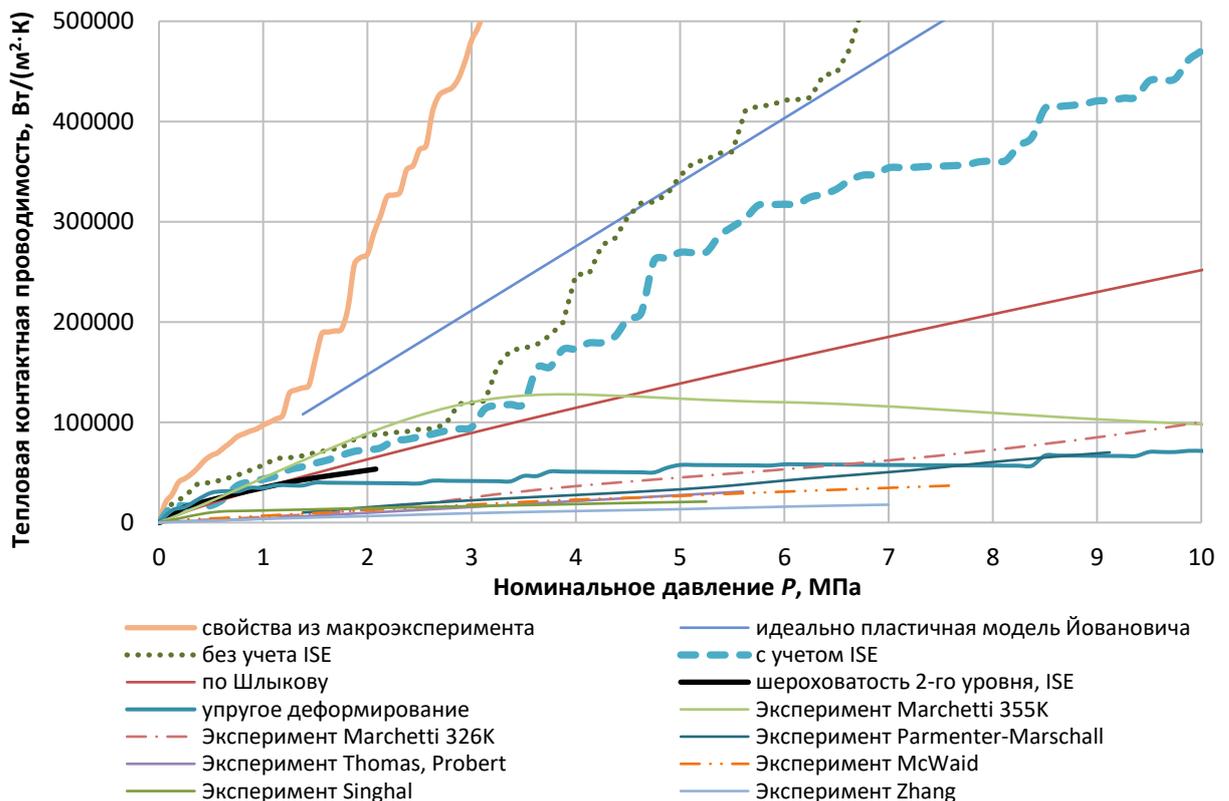


Рис.20. Изменение тепловой контактной проводимости от номинального давления

Результаты расчета с ISE можно сравнить с экспериментальными данными. Сравнение проводилось со значениями, полученными по эмпирическим формулам Ю.П. Шлыкова, обобщающим результаты экспериментов по контактному теплообмену до 1970-х годов в широком диапазоне материалов, параметров шероховатости контактирующих тел и давлений сжатия (Рис. 20). Дополнительно на полученные графики тепловой

контактной проводимости нанесены известные результаты экспериментальных работ для контакта образцов алюминия марок 6061Т6, 6061Т0, 6063 в вакууме с шероховатостью и неплоскостностью порядка 3 мкм. Видно, что экспериментальные значения тепловой контактной проводимости лежат не только ниже вычисленных значений, но и заметно ниже значений, полученных по полуэмпирической зависимости Ю.П. Шлыкова. Это еще раз подчеркивает сложность задачи, когда охватить весь диапазон условий контактирования и разнообразие материалов на сегодня не представляется возможным.

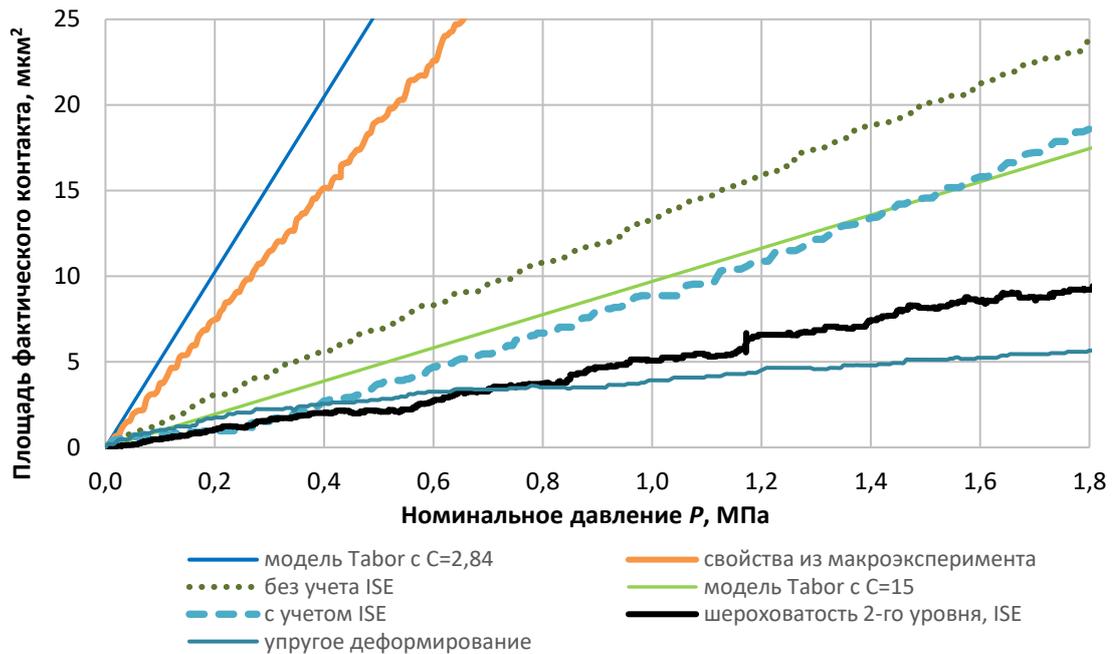


Рис.21. Изменение площади фактического контакта для модели с шероховатостью второго уровня

Для сравнения на том же графике приводятся результаты расчета по модели Йовановича, предполагающей идеально-пластическое поведение материала. Результаты расчета по упругой модели Гринвуда-Вильямсона не приведены, так как они практически совпали с экспериментальными значениями Parmenter К.Е. и Marschall Е. Упругая и идеально-пластичная модели контактов создают вилку внутри которой располагаются физически правдоподобные решения, так как в реальности деформация выступов происходит упругопластически. Полученные в данной работе результаты принципиально не выходят за указанные пределы, а с учетом ISE больше приближаются к экспериментальным значениям. Расчет с учетом шероховатости второго уровня приведет к еще большему сближению.

В то же время сравнивать численные и экспериментальные значения в данном случае не вполне корректно. Отметим также, что формула Ю.П. Шлыкова основана на допущении упругого контакта и требует номинального давления около 150 ГПа для достижения идеального контакта ( $\alpha_k=10^9$  Вт/(м²·К)). По предложенной в данной работе модели полный контакт достигается при давлении менее 1,5 ГПа. Поэтому можно считать, что формула Ю.П. Шлыкова справедлива при малых номинальных давлениях, а

представленная модель дает возможность вычисления тепловой контактной проводимости во всем диапазоне номинальных давлений вплоть до полного контакта.

Учет ISE придал большое значение включению в модель шероховатости второго уровня. Результаты расчета площади фактического контакта для модели с шероховатостью второго уровня (одна область контакта в большой модели или одно крупное пятно) до номинального давления 1,8 МПа приводятся на Рис. 21. Видно значительное уменьшение площади фактического контакта при учете ISE. Подобное уменьшение при введении шероховатости второго уровня (без ISE) отмечается в некоторых работах других авторов. Однако причиной резкого уменьшения площади в таких работах, по-видимому, является недостаточно подробное конечно-элементное разбиение в области контакта.

Аналогично можно вычислить зависимость электрической проводимости контакта от номинального давления. Был проведен расчет для модели с шероховатостью первого уровня для материала АД1 с упрочнением поверхности, но без учета размерного эффекта ISE. Сопоставление зависимости электрической проводимости от номинального давления с аналогичным графиком для тепловой контактной проводимости показало, что характер кривых абсолютно идентичен с различием только в масштабе и размерности величин. Таким образом, основные выводы по представленному в работе моделированию термомеханического контакта применимы и для аналогичного моделирования электромеханического контакта.

**В шестой главе** дается оценка важности теплового расширения в тепловых контактных задачах. Рассмотрены изменение условий контакта при макроискривлении тел под действием теплового расширения, а также вызываемые тепловым расширением взаимное смещение и изменение формы контактирующих шероховатых поверхностей.

Искривление поверхностей цилиндрических образцов из разнородных материалов может приводить к образованию значительных зазоров и к изменению теплового контактного сопротивления в процессе нагрева. При перемене образцов местами тепловое сопротивление может меняться из-за обусловленного тепловым расширением изменения величины зазора и конфигурации области контакта с центрального пятна на кольцо или наоборот.

В реальных конструкциях сложной формы будет происходить сложное и часто непредсказуемое искривление поверхностей, обусловленное кроме того текущими величинами тепловых потоков и податливостью от деформирования выступов шероховатости.

При тепловом расширении в направлении по поверхности контакта в макромасштабе происходит движение одной шероховатой поверхности относительно другой. В микромасштабе эти смещения могут приводить к дополнительному смятию неровностей, срезанию их или же, в случае низкого номинального давления и достаточно высокой прочности поверхностей, к скольжению поверхностей без заметного деформирования, но со

значительным изменением величины зазора.

Проведенный расчет при смещении тела N вдоль тела O в направлении обратном оси x на 2 мкм показал изменение площади фактического контакта на величину до 16% (Рис. 22).



Рис.22. Изменение площади контакта при смещении ( $P=10$  МПа) конструкций макромасштаба решена модельная задача расчета температурного поля сборки гироблок-платформа инерциальной навигационной системы ракеты.

Для разработанной столбиковой микромоделю теплообмена через шероховатый контакт не была показана возможность включения результатов вычисления коэффициента контактного теплообмена для шероховатых поверхностей в расчеты макромасштабных конструкций. Для демонстрации этой возможности, а также в качестве примера практической реализации разработанных методов и моделей рассмотрен расчет распределения температур для сборки гироблок-платформа, как типового узла платформенной инерциальной навигационной системы и существенно влияющего на её температурное состояние. Модель гироблока представляет собой сплошной цилиндр с фланцем, выполненный из материала сталь 20. Внутри гироблока выделяется тепло. Гироблок закреплен за фланец на квадратной платформе из алюминия АД1 четырьмя болтами М3. Половина длины стороны платформы  $L_1 = 0,06$  м. По правой стенке платформы происходит отвод теплоты с интенсивностью  $\alpha=500$  Вт/(м²·К) и температурой охладителя  $T_{\text{охл}} = 20$  °С. При расчете модели сборки учитывалось тепловое расширение.

Так как болты формируют поле контактных давлений, заметно отличающееся от равномерного, то контактная тепловая проводимость задается таблично, как функция от контактного давления  $TCC(p)$ . Эта зависимость получается из расчета по описанной ранее столбиковой микромоделю контактирующих шероховатых тел с размерами  $90 \times 90 \times 1125$  мкм с учетом ISE. Результат расчета показан на Рис. 23.

Из-за искривления цилиндрического тела гироблока от теплового расширения касание имеет место в виде узкого кольца по внешнему краю номинальной области контакта. Также непосредственно контактируют области вблизи болтов.

Проведенные расчеты показали, что вычисление площади фактического контакта с учетом теплового расширения дает величину тепловой

В седьмой главе с точки зрения конечно-элементного моделирования дан обзор основных соединений в машиностроении и возможных способов включения их в модели. В качестве примера применения разработанных моделей контакта шероховатых поверхностей микронных размеров для расчета

конструкций макромасштаба решена модельная задача расчета температурного поля сборки гироблок-платформа инерциальной навигационной системы ракеты.

проводимости контакта гироблок-платформа более чем в 6,5 раз меньше по сравнению с контактом номинальных поверхностей. Существенное влияние на тепловую контактную проводимость оказывает усилие затяжки болтов.

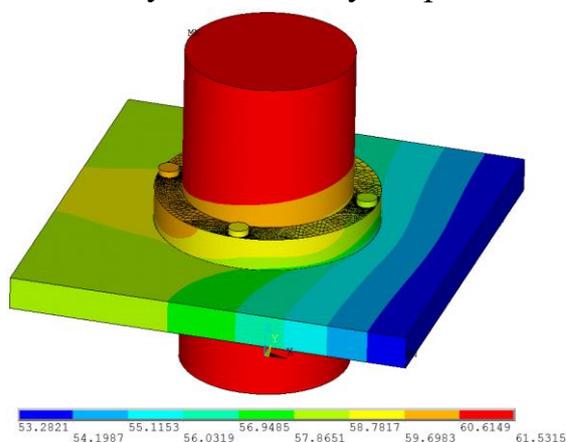


Рис.23. Распределение температур в модели сборки гироблок-платформа, °С

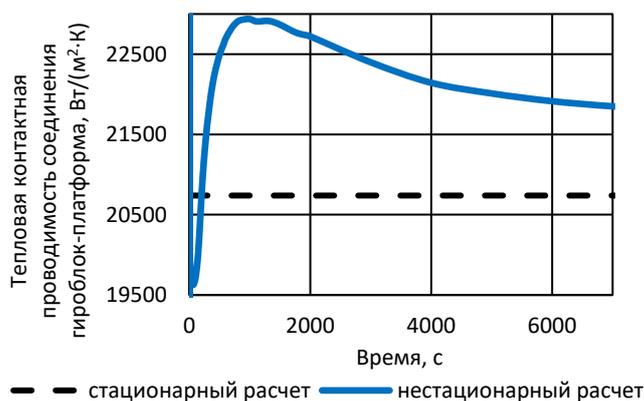


Рис.24. Изменение во времени тепловой контактной проводимости сборки гироблок-платформа

стационарное значение. Тем не менее, возможны варианты контактов, когда значение тепловой контактной проводимости долгое время не будет сходиться к стационарному или даже никогда его не достигнет, а будет иметь колебательный характер. Такое возможно, если в результате процесса теплового расширения контакт будет размыкаться. В таких случаях нестационарное поведение ответственных контактов может быть исследовано с использованием предложенных в работе конечно-элементных моделей.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. В диссертации разработана модель термомеханического контакта двух шероховатых тел с учетом упрочения поверхностного слоя. Это позволило проводить исследования непосредственно в зоне упругопластического контакта отдельных выступов шероховатости, раскрыв особенности распределения напряжений, температур и областей пятен контакта.

2. Определено, что упрочнение и первоначальная форма элементов шероховатости существенно влияют на процесс деформирования, допуская наличие незакрывающихся зазоров, снижающих площадь фактического контакта и, соответственно, тепловую контактную проводимость.
3. На основе проведенного эксперимента по индентированию и последующего сравнения с математической моделью впервые определены пластические свойства одного из выступов шероховатости поверхности детали, включая параметры размерного эффекта при индентировании. Разработанный метод позволяет получить пластические свойства материала выступов шероховатости, необходимые для решения задачи термомеханического контакта, получить которые другим способом невозможно. Использование общепринятого способа предварительной полировки поверхности перед индентированием уничтожает информацию о выступах. Индентирование без полировки в шероховатую поверхность в целом, а не в отдельный выступ, как правило, не применяется, из-за значительного варьирования результатов в зависимости от формы текущего рельефа под индентором. Кроме того, такое индентирование не даст необходимую зависимость свойств от глубины внедрения, лежащей в пределах высоты выступов.
4. По результатам расчета ряда моделей установлено, что только при учете в модели размерного эффекта внедрения шероховатость второго уровня существенно снижает площадь фактического контакта и, следовательно, тепловую контактную проводимость.
5. Разработан метод учета пластических свойств упрочненного материала поверхности в расчетах контактного деформирования шероховатых поверхностей конечно-элементными программными комплексами и разработана программа управления программным комплексом ANSYS для реализации указанного метода. Это позволило впервые получить зависимости площади фактического контакта от номинального давления упрочняющихся поверхностей с разными уровнями шероховатости с учетом размерного эффекта.
6. На основе численного моделирования для выбранной шероховатости и свойств материала впервые получены количественные оценки изменения площади фактического контакта при сдвиге поверхностей друг относительно друга, обусловленном тепловым расширением.
7. Определено неравномерное распределение контактного давления на поверхности пятен контакта. При этом установлен неочевидный факт: контактное давление оказывается на периферии пятна более высоким по сравнению с центральной частью пятна. Получены величины площади фактического контакта при большом числе пятен, вблизи тесного контакта.
8. Решение модельной задачи термомеханического контакта на примере конструкции гироблока с платформой, как узла инерциальной навигационной системы ракеты, показало применимость и работоспособность разработанных моделей и методов.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Мурашов М.В., Панин С.Д. Неизменность основного допущения моделей переноса теплоты в контактах // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 3. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/732.html> (дата обращения: 05.01.2020). (0,62 п.л./0,4 п.л.).
2. Панин С.Д., Астрахов А.В., Мурашов М.В. Особенности решения осесимметричной нелинейной нестационарной задачи теплопроводности с подвижной границей методом конечных элементов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2003. №6. С. 9–16. (1 п.л./0,7 п.л.).
3. Мурашов М.В., Науменко А.В., Сапожников А.И. Применение метода конечных элементов для исследования теплового состояния гироблока // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2004. №1. С. 3–10. (1 п.л./0,6 п.л.).
4. Мурашов М.В., Панин С.Д. Микромеханика материалов: процессы на шероховатых поверхностях // Тепловые процессы в технике. 2010. №4. С.164–168. (0,62 п.л./0,4 п.л.).
5. Сычев М.П., Мурашов М.В. Моделирование контактного сопротивления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. Специальный выпуск «Информационные технологии и компьютерные системы». 2011. С.12–18. (0,44 п.л./0,3 п.л.).
6. Мурашов М.В., Корнев Ю.В. Исследование упругопластического поведения элемента шероховатости // Журнал технической физики. 2014. Т.84, №3. С.75–81. (0,86 п.л./0,43 п.л.).
7. Мурашов М.В., Панин С.Д., Климов С.М. Численное моделирование электрической проводимости контактов шероховатых тел // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2015. №1. С.189–200. Режим доступа: <https://technomagelpub.elpub.ru/jour/article/view/389> (дата обращения: 05.01.2020). (1,5 п.л./1 п.л.).
8. Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности конечно-элементного решения задачи определения площади фактического контакта шероховатых тел // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. №4. С.19–32. (0,86 п.л./0,6 п.л.).
9. Румянцев Г.Н., Мурашов М.В. Методика расчета теплового состояния комплекса приборов // Труды ФГУП «НПЦАП». 2016. №2. С.24–31. (0,5 п.л./0,25 п.л.).
10. Мурашов М.В., Панин С.Д. О возможности полного смятия микронеровностей элементов шероховатости тел из упругопластических материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. №2. С.79–90. (0,75 п.л./0,375 п.л.).
11. Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности численного решения задачи контактного деформирования шероховатых тел в ANSYS // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. №1. С.129–142. (0,88 п.л./0,6 п.л.).

12. Мурашов М.В. Выбор параметров вычислительных алгоритмов при решении задачи контактного деформирования шероховатых тел в ANSYS // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. №1. С.111–121. (0,69 п.л.).
13. Murashov M.V., Panin S.D. Numerical modelling of contact heat transfer problem with work hardened rough surfaces // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. V.90. pp.72–80. (1,12 п.л./0,8 п.л.).
14. Murashov M.V. A Condition for Complete Flattening of Asperities in a Rough Contact // The 2nd International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC 2018). MATEC Web of Conferences. 2018. V.220. #01007. 8p. (1 п.л.).
15. Murashov M.V., Vlasov A.V. Three-dimensional finite element modelling of the cylindrical specimen upsetting // The 2nd International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC 2018). MATEC Web of Conferences. 2018. V.220. #04008. 4p. (0,5 п.л./0,25 п.л.).
16. Murashov M.V. Temperature Field Simulation of Gyro Unit-Platform Assembly Accounting for Thermal Expansion and Roughness of Contact Surfaces // In: Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2020. V.902. Springer. Cham. pp.601-616. (1 п.л.).
17. Murashov M.V. Transient thermal contact in gyro unit–platform assembly // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. V.630. No.1. 012021. 8p. (0,5 п.л.).
18. Мурашов М.В., Панин С.Д. Моделирование термического контактного сопротивления // Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену. Москва, 2010. Т.7. С.142–145. (0,5 п.л./0,3 п.л.).
19. Панин С.Д., Астрахов А.В., Мурашов М.В. Применение метода конечных элементов для решения нелинейной нестационарной задачи теплопроводности с подвижной границей // Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы: Труды 2-й Международной конференции. Москва, 2005. Ч.II. С.212. (0,06 п.л./0,02 п.л.).
20. Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности вычисления термического сопротивления в зоне контакта // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Сборник научных трудов XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева. Москва, 2007. Т.2. С.170–173. (0,5 п.л./0,25 п.л.).
21. Мурашов М.В., Панин С.Д. Микромеханика материалов: процессы на шероховатых поверхностях // Проблемы газодинамики и теплообмена в аэрокосмических технологиях: Труды XVII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева. г.Жуковский, 2009. Т.1. С.213–216. (0,5 п.л./0,35 п.л.).
22. Мурашов М.В., Панин С.Д. Деформация при контакте двух шероховатых поверхностей // Сборник материалов Третьей международной конференции

- «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов». Москва, 2009. Т.1. С.80–81. (0,25 п.л./0,2 п.л.).
23. Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance // Proceedings of the International heat transfer conference IHTC14. Washington, 2010. IHTC14-22616. V.6. pp.387–392. (0,62 п.л./0,4 п.л.).
24. Корнев Ю.В., Мурашов М.В., Торская Е.В., Бойко О.В. Исследование особенностей механического поведения наноструктурированных материалов и покрытий методом наноиндентирования // Труды XXVI Международной инновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов МИКМУС-2014. Москва, 2014. С.32–35. (0,25 п.л./0,06 п.л.).
25. Корнев Ю.В., Мурашов М.В. Особенности механического поведения наноструктурированных материалов и покрытий в экспериментах по наноиндентированию // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 2015. С.1971–1973. (0,18 п.л./0,05 п.л.).
26. Мурашов М.В. Численное моделирование термомеханического контакта с упрочнением поверхностного шероховатого слоя // Материалы XXIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Москва, 2018. Т.1. С.162–163. (0,12 п.л.).
27. Мурашов М.В. Решение термомеханической макрозадачи на основе микромоделей шероховатого контакта // Тезисы докладов VII Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». Москва, 2018. С.96–97. (0,12 п.л.).
28. Мурашов М.В. Формирование рельефа при контакте шероховатых тел // Материалы XXV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Москва, 2019. Т.2. С.115–116. (0,12 п.л.).
29. Мурашов М.В. Конечно-элементная модель теплового контакта шероховатых тел // Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. Т.3. С.934–936. (0,19 п.л.).
30. Мурашов М.В. Модель нестационарного термомеханического контакта сборки гироблок-платформа // Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. Т.3. С.937–938. (0,12 п.л.).
31. Мурашов М.В. Численное моделирование термомеханического контакта шероховатых поверхностей // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Москва, 2020. Т.1. С.172–174. (0,12 п.л.).