

Барышев Антон Николаевич

РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА  
АНАЛИЗА ДЕФОРМАЦИОННЫХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Научный  
руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Сарбаев Борис Сафиулович**

Официальные  
оппоненты: **Лурье Сергей Альбертович**  
доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией «Неклассические модели механики композитных материалов и конструкций» Института прикладной механики РАН (ИПРИМ РАН)

**Головин Николай Николаевич**  
кандидат технических наук, старший научный сотрудник, начальник отдела АО «Корпорация «МИТ»»

Ведущая организация: АО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения»

Защита диссертации состоится «18» декабря 2019 г. в \_\_\_\_\_ на заседании диссертационного совета Д 212.141.03 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана [www.bmstu.ru](http://www.bmstu.ru)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ваш отзыв в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, учёному секретарю диссертационного совета Д 212.141.03.

Учёный секретарь  
диссертационного совета Д 212.141.03  
к.т.н., доцент

Мурашов М.В.

## **Общая характеристика работы**

**Актуальность темы.** Высокотемпературные композиционные материалы (ВКМ) находят широкое применение в конструкциях современных летательных аппаратов (ЛА). Их высокие физико-механические характеристики и стойкость к воздействию температуры в сочетании с невысокой плотностью позволяют создавать лёгкие конструкции, не требующие дополнительной тепловой защиты.

Широко распространены материалы на основе углеродных, кварцевых волокон и термостойких связующих. В зависимости от назначения изделия и условий его функционирования применяются объёмно-армированные материалы, материалы на основе плетёного каркаса или материалы с тканым наполнителем. Для выполнения расчётов напряжённо-деформированного состояния и оценки несущей способности необходимы модель деформирования и критерий прочности, корректно описывающие поведение материала. Несмотря на развитие методов микромеханического анализа, определение физико-механических характеристик материалов в основном осуществляется экспериментальным путём, а для углерод-углеродных (УУКМ) и углерод-керамических (УККМ) композитов эксперимент в настоящее время является единственным достоверным источником данных ввиду особенностей технологического процесса их получения. Методики экспериментов хорошо отработаны и стандартизованы практически для всех видов напряжённого состояния, за исключением трёхосного растяжения, в условиях которого могут работать изделия из объёмно армированного материала, например, при неравномерном нагреве. Полное экспериментальное исследование является длительным и дорогостоящим процессом, поэтому его объём должен быть по возможности минимален. Актуальной является разработка метода комплексного исследования, включающего экспериментальное определение минимального количества необходимых физико-механических характеристик и построение на их основе моделей деформирования и критериев прочности, учитывающих особенности структуры и поведения конкретного материала.

**Целью диссертационной работы** является разработка метода исследования физико-механических характеристик новых композиционных материалов, включающего экспериментальное исследование, построение модели нелинейного деформирования и критерия прочности с учётом особенностей поведения материала, его структуры и условий функционирования изделия.

**Для реализации цели решаются следующие задачи:**

1. Экспериментально исследованы механические характеристики композиционного материала с тканым наполнителем, углерод-углеродного объёмно армированного материала структуры 4ДЛ и углерод-керамического композиционного материала с плетёным каркасом.
2. Для исследованных материалов с учётом их структуры и симметрии свойств предложены критерии прочности.
3. На основе эндохронной теории построена модель пластического

деформирования композиционных материалов с тканым наполнителем, включающая сокращенное количество параметров.

4. Обеспечена возможность использования разработанной модели в расчётах напряжённо-деформированного состояния конструкций методом конечных элементов.

**Методы исследования.** Физико-механические характеристики материала с тканым наполнителем определялись в плоскости армирования и в поперечном направлении на образцах-лопатках, образцах-полосках, образцах Иосипеску, призматических образцах и балках. Для оценки соответствия характеристик материала образцов и материала натурального изделия испытаны криволинейные образцы-свидетели. Физико-механические характеристики УУКМ структуры 4ДЛ при сложном напряжённом состоянии определялись на кубических образцах и образцах для испытаний на трехосное растяжение. Исследование УККМ с плетёным каркасом осуществлялось на трубчатых образцах с применением приспособлений, позволяющих создавать различные виды напряжённого состояния.

Эксперименты выполнены с применением испытательных машин Zwick/Roell Z100, Instron 8801, Heckert FP10/1, EU-40, ЦДМУ-30, тензометрических измерительных систем СТММ, бесконтактных датчиков деформаций LaserXtens, VideoXtens. Для испытаний криволинейных образцов, трубчатых образцов и образцов УУКМ при трёхосном напряжённом состоянии применялись разработанные оригинальные экспериментальные установки и оснастка.

Для описания разрушения исследованных материалов использовались феноменологические критерии прочности. Для двух материалов, являющихся ортотропными, доказана применимость широко распространённых критериев прочности. Структура УУКМ 4ДЛ проанализирована с точки зрения кристаллографии, класс материала определён как гексагонально-трапецоэдрический. В соответствии с принципами Неймана и Кюри для материала предложен инвариантно-полиномиальный критерий шестой степени, учитывающий симметрию структуры материала.

При разработке математической модели деформирования ВКМ с тканым наполнителем применён эндохронный подход, не требующий введения понятия поверхности нагружения. Численный алгоритм подбора значений материальных параметров модели деформирования реализован на языке FORTRAN.

Для расчёта напряжённо-деформированного состояния тонкостенных элементов конструкций использован конечно-элементный комплекс Abaqus, дополненный реализованным в соответствии с руководством пользователя алгоритмом, описывающим модель нелинейного деформирования материала.

**Научная новизна** работы состоит в следующем:

1. Получены новые сведения о физико-механических характеристиках высокотемпературных композиционных материалов: материала с тканым наполнителем на основе кварцевой ткани, УККМ на основе плетёного каркаса, объёмно армированного УУКМ структуры 4ДЛ.

2. Предложена усовершенствованная конструкция образца для

испытаний на равномерное трёхосное растяжение.

3. Для УУКМ структуры 4ДЛ на основе экспериментальных данных построен инвариантно-полиномиальный критерий прочности, учитывающий особенности его структуры.

4. Предложена модель пластического деформирования композиционных материалов с тканым наполнителем на основе эндохронной теории пластичности.

**Достоверность и обоснованность результатов.** Достоверность экспериментальных данных обеспечивается высоким метрологическим обеспечением экспериментов, использованием аттестованного измерительного оборудования, сопоставлением результатов экспериментов и численного моделирования, сравнением экспериментальных результатов, полученных на образцах различного типа. Обоснованность модели пластического деформирования подтверждается сравнением результатов моделирования с результатами контрольных экспериментов.

**Практическая значимость работы** состоит в разработке:

1. Методик экспериментального определения прочностных характеристик композиционных материалов при сложном напряжённом состоянии и разработке соответствующего экспериментального оборудования.

2. Критериев прочности и модели пластического деформирования, учитывающих особенности структуры и характера деформирования композиционных материалов.

3. Комплекса программ и алгоритмов для определения параметров модели пластического деформирования и её применения в расчётах напряжённо-деформированного состояния конструкций с использованием стандартных расчётных пакетов.

**Результаты, выносимые на защиту:**

1. Методики определения характеристик композиционных материалов при сложном напряжённом состоянии, полученные экспериментальные данные.

2. Модели разрушения и деформирования композиционных материалов, а также алгоритмы определения параметров моделей.

3. Элементы программного обеспечения для выполнения расчётов конструкций в физически нелинейной постановке.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международной конференции РКТ-2013 (г. Москва, 2013 год), Всероссийской научно-технической конференции «Механика и математическое моделирование в технике», посвящённой 100-летию со дня рождения В.И. Феодосьева (г. Москва, 2016 год), IX Всероссийской конференции молодых учёных и специалистов «Будущее машиностроения России» (г. Москва, 2016 год), конференции «Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества» (г. Суздаль, 2015 год, 2016 год), международном форуме «Ключевые тренды в композитах: наука и технологии» (г. Москва, 2018 год).

**Реализация работы.**

Результаты диссертационной работы использованы в АО «Композит» и АО «ВПК «НПО машиностроения».

**Публикации.** По тематике диссертационной работы опубликовано 6 научных работ, в том числе 4 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, и 1 патент на изобретение.

**Структура и объём диссертации.** Работа состоит из введения, четырёх глав, выводов, списка литературы и приложений. Она изложена на 157 листах машинописного текста, содержит 67 рисунков, 18 таблиц. Библиографический список включает 166 наименований.

### Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность исследования, сформулирована цель работы, практическая значимость и научная новизна, сформулированы задачи, решаемые в ходе выполнения работы, дана её краткая характеристика.

**В первой главе** рассматриваются следующие вопросы:

1. Применение высокотемпературных композиционных материалов в конструкциях летательных аппаратов
2. Исследование физико-механических характеристик материалов.
3. Построение математических моделей разрушения и деформирования композиционных материалов.
4. Методы расчёта напряжённо-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов.

Элементы конструкции ЛА, перемещающихся с высокими скоростями в атмосфере, подвергаются интенсивному нагреву. Применение ВКМ позволяет создавать конструкции, имеющие меньшую массу и габариты по сравнению с конструкциями из нетермостойких материалов с теплозащитой. В конструкциях ЛА широко применяются ВКМ на основе тканых наполнителей, плетёных и объёмных каркасов. Характеристики полимерных связующих не позволяют использовать их в условиях высоких температур, поэтому ВКМ изготавливаются на основе углеродных, углерод-керамических и керамических матриц. Углеродные матрицы обладают высокой термостойкостью, но окисляются в воздушной среде при температурах выше 500°C, поэтому требуют применения защитных покрытий. Углерод-керамические матрицы отличаются более высокой окислительной стойкостью. Исследованиям ВКМ на основе углерода посвящены работы Мостового Г.А., Тащилова С.В., Магнитского И.В., Смердова А.А., Головина Н.Н., Кувыркина Г.Н., Ogasawara T., Goto K., Natta H., Liu Y., Manocha L.M. и других исследователей.

Отдельные элементы конструкции ЛА должны изготавливаться из материалов, не препятствующих распространению радиоволн. К высокотемпературным радиопрозрачным материалам (ВРМ) относятся различные виды керамик (кварцевая, алюмозёмная, кремнезёмная и др.), стеклокристаллические материалы (ситаллы), композиционные материалы на основе тканей из непроводящих термостойких волокон (кварцевое, кремнезёмное и др.) и термостойких неорганических связующих. Вопросы

изготовления керамических и ВРМ и конструкций из них описаны в работах Русина М.Ю., Каблова Е.Н., Уваровой Н.Е., Гращенкова Д.В., Ромашина А.Г., Jusin J.F., Paul A. и других авторов.

Исследование характеристик материала может осуществляться как с использованием феноменологического подхода, так и с использованием микромеханического подхода, описанного в работах Победри Б.Е., Димитриенко Ю.И., Barrera O., Wakashima K., Yang Q.S. и других исследователей. Для моделирования характеристик материала методами микромеханики в качестве исходных данных необходимы характеристики входящих в его состав компонентов, а также сведения о взаимодействии этих компонентов. На начальном этапе, как правило, используются упрощённые гипотезы, согласно которым связь компонентов в материале либо идеальна, либо полностью отсутствует. Применение микромеханического подхода ограничивается тем, что получение характеристик компонентов не всегда возможно. В частности, матрицы УУКМ и УККМ формируются непосредственно на этапе изготовления материала и не существуют вне его, поэтому изучение их характеристик возможно ограниченным числом методов, например, с помощью индентирования. Феноменологический подход и изучение характеристик материала как однородной сплошной среды на образцах в таком случае представляются более целесообразными и дают более надёжные результаты. Особый интерес представляют испытания при сложном напряжённом состоянии, к которым относятся испытания при двухосном и трёхосном сжатии и растяжении. Основоположниками изучения характеристик материалов в условиях высокого гидростатического давления являются Бриджмен, Карман, Верещагин, исследованиям композиционных материалов при действии гидростатического давления посвящены работы Ашкенази Е.К., Кулиша Г.Г., Зиновьева П.А., Цветкова С.В., Perry T.W., Wronski A.S., Wakashima K. и других исследователей. Испытания при трёхосном растяжении в настоящий момент времени не стандартизованы, хотя этот вид напряжённого состояния может реализовываться в толстостенных изделиях при их неравномерном нагреве. Различные варианты конструкции экспериментальных образцов и установок для испытаний в условиях трёхосного растяжения описаны в работах Зиновьева П.А., Ерёмичева А.Н., Цветкова С.В., Бич П.М., Doquet W., Calloch S..

Экспериментально можно получить сведения о деформировании и разрушении материала в ограниченном количестве видов напряжённого состояния. Напряжённое состояние конструкции может быть произвольным, поэтому для каждого материала требуются достоверные модели деформирования и разрушения. Простейшие и широко распространённые модели не всегда позволяют описать поведение материала, как в части деформирования, так и в части разрушения. Модель должна строиться с учётом экспериментально установленных особенностей поведения материала и особенностей его структуры. Учитывая также высокую трудоёмкость и стоимость экспериментальных исследований, для определения параметров моделей должно использоваться минимальное количество экспериментальных данных.

В настоящее время широко для расчёта напряжённно-деформированного состояния конструкций широко применяется метод конечных элементов (МКЭ). Большой вклад в развитие методов расчёта напряжённно-деформированного состояния конструкций внесли Алфутов Н.А., Мяченков В.И., Зиновьев П.А., Попов Б.Г., Зенкевич О., Bathe K.J., Gallagher R. и другие исследователи. С учётом особенностей решаемой задачи целесообразным представляется использование стандартного конечноэлементного пакета, дополненного процедурами, описывающими нестандартные модели материалов.

**Во второй главе** описано экспериментальное исследование ВКМ трёх типов. Схемы исследованных материалов приведены на Рисунке 1.

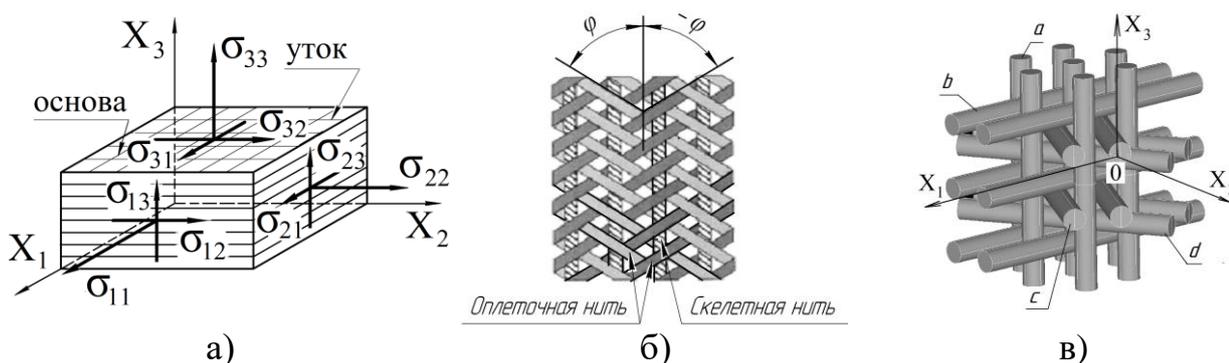


Рисунок 1. Схемы исследованных материалов: а) – КМКТ, б) – УККМ с плетёным каркасом, в) – УУКМ структуры 4ДЛ

Исследован многослойный композиционный материал на основе кварцевой ткани и неорганического связующего (КМКТ), УККМ на основе плетёного каркаса и объёмно армированный УУКМ структуры 4ДЛ. Результаты многочисленных исследований показывают, что физико-механические характеристики КМ на основе углерода при температурах до 2200°C изменяются незначительно или возрастают, поэтому испытания УУКМ 4ДЛ и УККМ с плетёным каркасом проведены без нагрева образцов. Для материалов вида КМКТ подобное поведение не характерно, но физико-механические характеристики при нормальной температуре необходимы для анализа результатов статических испытаний изделий, контроля на производстве, расчётов напряжённно-деформированного состояния при транспортировке, сравнения материала с аналогами.

КМКТ относится к классу ВРМ. Он применяется для создания различных тонкостенных элементов конструкции, например, оболочек. При расчёте напряжённно-деформированного состояния тонкостенных конструкций зачастую не рассматриваются напряжения в направлении нормали к поверхности и напряжения поперечного (межслойного) сдвига. В конструкциях, работающих в условиях неравномерного нагрева, нельзя исключать эти напряжения из рассмотрения, поэтому исследование характеристик проводится не только в плоскости армирования, но и в поперечном (межслойном) направлении. Необходимость учёта этих компонент напряжений при оценке прочности оболочек из слоистых материалов показана Носатенко П.Я. и Ширшовым Ю.Ю..

Определены прочностные и упругие характеристики КМКТ в плоскости армирования, в направлении нормали к плоскости армирования и при межслойном сдвиге. Всего испытано порядка 150 образцов. Установлено, что КМКТ в плоскости армирования деформируется нелинейно и неупруго, а фактор времени несущественен. При нагрузке и последующей разгрузке наблюдается возникновение остаточных деформаций. Совокупность этих фактов позволяет условно рассматривать процесс деформирования материала как пластический, хотя природа возникновения остаточных деформации при этом может отличаться от природы возникновения пластических деформаций в изотропных материалах. Значения коэффициентов поперечной деформации (коэффициентов Пуассона в упругой области) близки к нулю. Деформирование при растяжении и сжатии в направлении нормали к плоскости армирования, а также при межслойном сдвиге может рассматриваться как линейно упругое вплоть до разрушения, при этом пределы прочности при растяжении в межслойном направлении и при межслойном сдвиге имеют низкие значения.

Ввиду высокой чувствительности характеристик КМ к технологии изготовления необходимо сопоставить характеристики материала образцов и характеристики материала натурального изделия. Для этого выполнены испытания криволинейных образцов-свидетелей, вырезанных из натурального изделия, на четырёхточечный изгиб и на изгиб распределённой нагрузкой.

УККМ с плетёным каркасом применяются для изготовления тонкостенных оболочечных конструкций, причём технология допускает изготовление каркасов практически произвольной формы. Каркас исследованных трубчатых образцов образован системой скелетных нитей, расположенных вдоль образующей, и оплёточных нитей, уложенных под углом  $\pm 70^\circ$  к скелетным как показано на Рисунке 1, б.

Испытания тонкостенных трубчатых образцов позволяют получить все необходимые характеристики материала в случае плоского напряжённого состояния. Помимо определения технических характеристик прочности и упругости на трубчатых образцах можно провести испытания материала при действии нескольких силовых факторов. С целью получения исходных данных для построения критерия прочности проведены испытания при совместном действии растягивающей или сжимающей продольной силы и внешнего или внутреннего давления в окружном направлении, а также при совместном действии продольной растягивающей силы и крутящего момента. Для проведения испытаний при совместном действии осевой силы и внешнего давления спроектирована и изготовлена экспериментальная установка, на конструкцию которой получен патент на изобретение. Всего в рамках исследования испытано 30 образцов.

Объёмно армированный УУКМ 4ДЛ используется для изготовления толстостенных, объёмных элементов конструкций. Каркас материала образован четырьмя семействами армирующих стержней, три из которых образуют структуру с углами укладки  $0^\circ/\pm 60^\circ$ , а четвёртое направлено по нормали к ним. В результате действия внешних усилий и тепловых потоков в материале может возникать сложное напряжённое состояние.

Экспериментальным исследованием материалов в условиях сложного напряжённого состояния занимались Бриджмен, Карман, Верещагин и другие исследователи, а полученные ими результаты легли в основу техники испытаний при высоком давлении и ряда теорий, описывающих прочность и пластичность материалов. Для испытаний в условиях всестороннего сжатия наиболее широко используется метод нагружения гидростатическим давлением, однако для пористых материалов, к которым относится исследуемый УУКМ, применение гидростатического нагружения может привести к некорректным результатам. Более надёжные результаты дают испытания образцов с плоскими гранями, нагрузка к которым прикладывается посредством жёстких плит в трёх взаимно перпендикулярных направлениях.

Испытания при трёхосном растяжении являются наименее отработанным видом испытаний. Выполнен анализ напряжённо-деформированного состояния образца, изготовленного из полиметилметакрилата, и предложены меры, обеспечивающие снижение концентрации напряжений и их более равномерное распределение в рабочей части. Различные варианты конструкции образцов приведены на Рисунке 2.

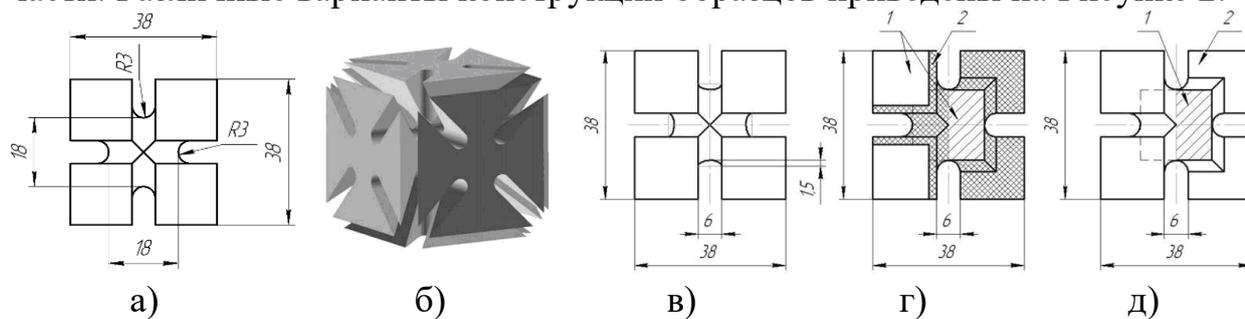


Рисунок 2. Образцы для испытаний на трёхосное растяжение: а) – конструкции Ерёмичева А.Н., Зиновьева П.А., Татарникова О.В., Цветкова С.В.; б) – конструкции Calloch S., Marquis D.; в), г), д) – улучшенные варианты образца а). 1 – испытываемый материал, 2 – вспомогательный материал с отличными от испытываемого упругими характеристиками

Вариант, приведённый на Рисунке 2, г по сравнению с вариантом, приведённым на Рисунке 2, а, обеспечивает снижение коэффициента концентрации напряжений в рабочей части с 2,37 до 1,37 и более равномерное распределение напряжений по рабочей части.

Испытания проводились на кубических образцах с применением специально разработанной для этих целей гидравлической установки. Для УУКМ 4ДЛ экспериментальным путём подобраны форма и размеры рабочей части образца, при которых значение разрушающих напряжений значительно возрастает по сравнению с образцом базовой конструкции.

На Рисунке 3 показан внешний вид экспериментальной гидравлической установки для испытаний на равномерное трёхосное растяжение, на Рисунке 4 показан внешний вид модифицированного образца из УУКМ для испытаний на трёхосное растяжение.



Рисунок 3. Установка для испытания на трёхосное растяжение

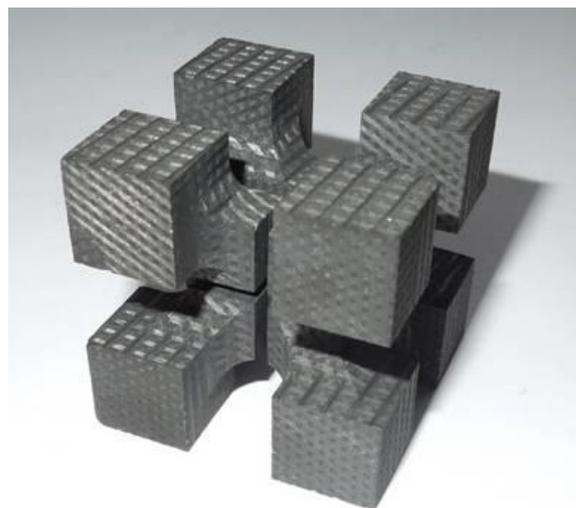


Рисунок 4. Образец УУКМ для испытаний на трёхосное растяжение

**В третьей главе** рассматривается вопрос построения феноменологических критериев прочности для исследованных композиционных материалов. Разработкой и исследованием критериев прочности для КМ занимались Гольденблат И.И., Копнов В.А., Ашкенази Е.К., Зиновьев П.А., Таирова Л.П., Лебедева О.А., Ву Э.М., Цай, Пак, Хашин, Kaddour A.S., Hinton M.J. и другие исследователи. При построении критериев обязательным условием является учёт особенностей разрушения, установленных экспериментальным путём, а также особенностей структуры материала, для которого формулируется критерий.

Материал КМКТ ортотропный и имеет оси симметрии не выше второго порядка. Прочность материала может быть описана полиномиальным критерием не выше второй степени. Этому требованию удовлетворяет значительное количество существующих критериев. На основании имеющихся экспериментальных данных установлено, что прочность КМКТ в плоскости армирования наилучшим образом описывается тензорно-полиномиальным критерием Цая-Ву. Экспериментально установлено, что напряжения, действующие в плоскости армирования, не оказывают существенного влияния на разрушение в межслойном направлении. Таким образом, оценка прочности при межслойных сдвигах и в направлении нормали к плоскости армирования может быть проведена по критерию максимальных напряжений.

УККМ с плетёным каркасом также может рассматриваться как ортотропный материал. Для случая плоского напряжённого состояния рассмотрены критерий Цая-Ву, модифицированный критерий Мизеса-Хилла и критерий максимальных напряжений. Минимальное отклонение теоретических результатов и результатов экспериментов при сложном напряжённом состоянии получено для критерия максимальных напряжений.

Исследованный УУКМ 4ДЛ имеет поворотную ось симметрии шестого порядка, как и трансверсально-изотропный материал. При этом экспериментально установлено, что по прочностным характеристикам

материал трансверсально-изотропным не является. Установлено, что материал по симметрии своей структуры относится к гексагонально-трапецеэдрическому классу. В соответствии с широко применяемым в кристаллографии принципом Неймана, группа симметрии прочностных свойств материала должна включать группу симметрии его структуры. При построении феноменологического критерия прочности могут использоваться тензорно-полиномиальная и инвариантно-полиномиальная формы записи. Коэффициенты, входящие в выражение тензорно-полиномиального критерия, в свою очередь являются компонентами тензоров поверхности прочности по напряжениям. Вид тензоров поверхности прочности высоких рангов изучен слабо, поэтому с целью упрощения может применяться инвариантно-полиномиальный подход, не требующий изучения их вида. Инварианты рассматриваемой гексагонально-трапецеэдрической структуры и трансверсально-изотропной структуры совпадают до второй степени включительно, поэтому для учёта особенностей материала структуры 4ДЛ в критерий прочности должны входить инварианты более высоких степеней. Поскольку поверхности, задаваемые уравнениями нечётных степеней, не удовлетворяют предъявляемым к поверхностям прочности требованиям в части связности и замкнутости без введения дополнительных условий и ограничений, критерий должен записываться в виде выражения чётной степени.

В частном случае напряжённого состояния при  $\sigma_{13}=\sigma_{23}=0$  предлагается инвариантно-полиномиальный критерий 6 степени вида:

$$B_1 W + B_2 J_4^2 + B_3 J_4 + B_4 I_1^2 + B_5 I_1 + B_6 I_2^2 + B_7 I_2 + B_8 J_4 I_2 = 1 \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{33}, \\ I_2 &= \sigma_{11} + \sigma_{22}, \\ I_3 &= \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2, \\ I_4 &= \sigma_{11}(\sigma_{11}^2 + 6\sigma_{11}\sigma_{22} - 12\sigma_{12}^2 + 9\sigma_{22}^2) \\ J_3 &= I_2^2 - 4I_3 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2 \\ J_4 &= 2I_4 - 12I_2 I_3 - I_2^3 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^3 - 12\sigma_{12}^2(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ W &= J_3^3 - J_4^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Параметры  $B_1$ - $B_7$  однозначно определяются по значениям технических пределов прочности материала, а параметр  $B_8$  находится из условия минимума отклонения поверхности прочности от экспериментальных точек, полученных при сложном напряжённом состоянии.

На Рисунке 5 приведены контуры прочности, полученные при пересечении поверхности прочности, задаваемой выражением (1) при найденных значениях параметров, с координатными плоскостями.

Полученные контуры прочности являются односвязными, замкнутыми, пересекают оси координат в точках, соответствующих техническим пределам прочности, начало координат располагается внутри контуров, а любой луч,

выходящий из начала координат, имеет единственную точку пересечения с контуром. Выполнены все основные требования, предъявляемые к критерию и контурам прочности. Критерий (1) также позволяет учитывать влияние симметрии структуры материала на пределы прочности при нагружении под углом к оси  $X_1$  в плоскости  $X_1X_2$ .

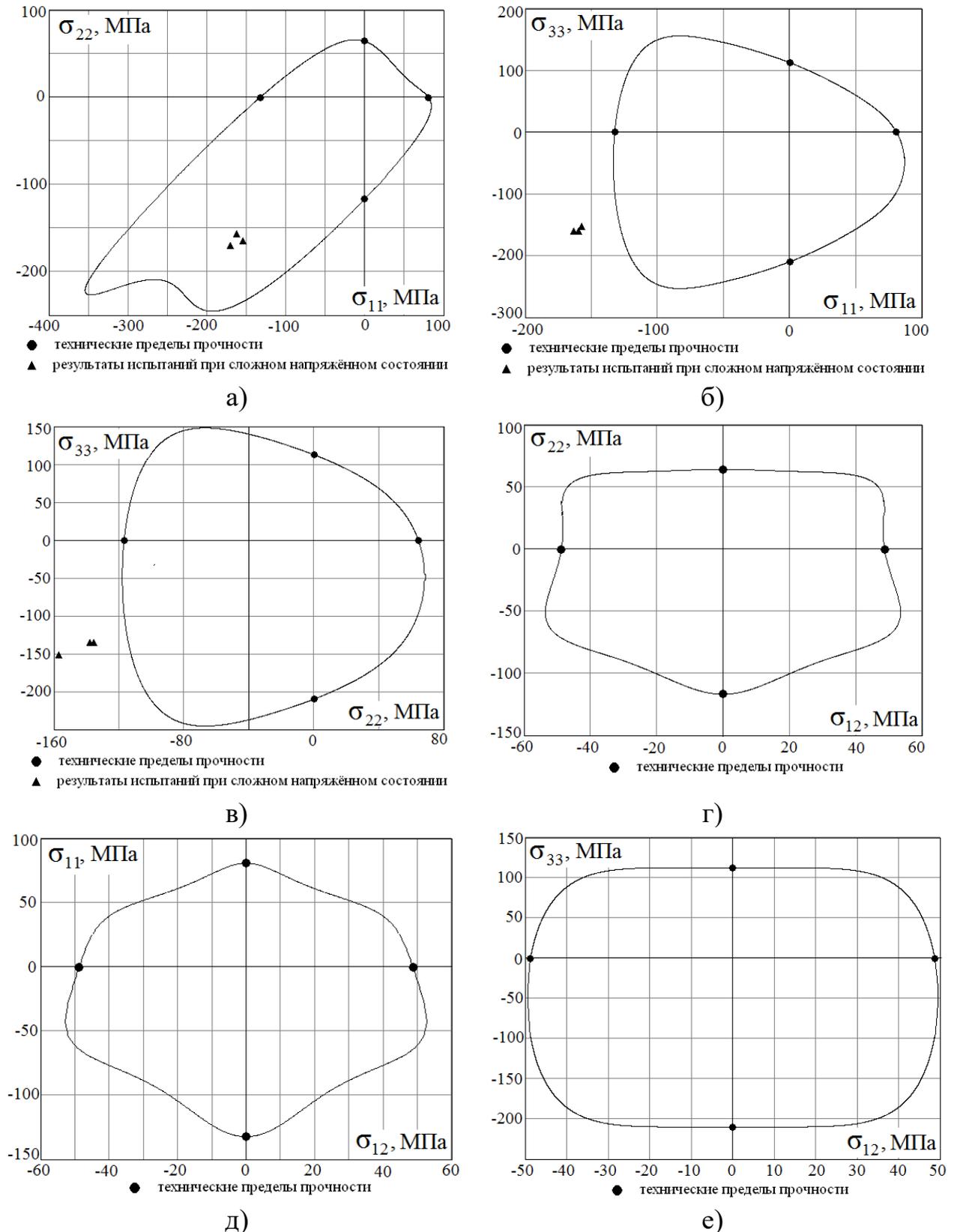


Рисунок 5. Контур прочности на плоскостях: а)  $\sigma_{11}$ - $\sigma_{22}$ ; б)  $\sigma_{11}$ - $\sigma_{33}$ ; в)  $\sigma_{22}$ - $\sigma_{33}$ ; г)  $\sigma_{12}$ - $\sigma_{22}$ ; д)  $\sigma_{12}$ - $\sigma_{11}$ ; е)  $\sigma_{12}$ - $\sigma_{33}$ ;

**В четвертой главе** описана модель пластического деформирования композиционных материалов с тканым наполнителем на основе эндохронной теории. Эндохронный подход к описанию неупругого поведения материалов был предложен Valanis K.C., далее его развивали Bazant Z., Wu H.-C., Jain S.K., Kucher N.K., Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П., Бондарь В.С., Даншин В.В., Сарбаев Б.С., Головин Н.Н., Кувыркин Г.Н. и другие. В отличие от классической теории пластичности, в эндохронной теории не вводится понятие поверхности нагружения. Для учёта истории нагружения введены понятия внутреннего времени и меры внутреннего времени.

В ходе экспериментального исследования КМКТ и других ВКМ с тканым наполнителем при плоском напряжённом состоянии установлено, что их деформирование происходит необратимо и не зависит от времени (склерономно), а значения коэффициентов поперечной деформации близки к нулю. На основании этого принята гипотеза о частичной независимости механизмов деформирования вдоль утка, вдоль основы и при чистом сдвиге в плоскости армирования. Для каждого из механизмов вводятся собственное внутреннее время и мера внутреннего времени. Определяющие соотношения модели в этом случае имеют вид:

$$d\varepsilon_{11} = \frac{d\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{21} \frac{d\sigma_{22}}{E_2} + \frac{\alpha_1 d\xi_1}{f(\xi_1)} \cdot \frac{\sigma_{11}}{E_1} \quad (3)$$

$$d\varepsilon_{22} = \frac{d\sigma_{22}}{E_2} - \nu_{12} \frac{d\sigma_{11}}{E_1} + \frac{\alpha_2 d\xi_2}{f(\xi_2)} \cdot \frac{\sigma_{22}}{E_2} \quad (4)$$

$$d\gamma_{12} = \frac{d\sigma_{12}}{G_{12}} + \frac{\alpha_3 d\xi_3}{f(\xi_3)} \cdot \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\gamma_{12}$  – деформации вдоль основы, вдоль утка и угол сдвига в плоскости армирования соответственно,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  – напряжения вдоль основы, вдоль утка и сдвиговое соответственно,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  – коэффициенты Пуассона,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  – модули упругости вдоль основы, вдоль утка и модуль сдвига в плоскости армирования соответственно,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  – параметры модели,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  – меры внутреннего времени,  $f(\xi_i) = 1 + \beta_i \xi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – материальные функции,  $\beta_i$  – параметры модели.

Приращения меры внутреннего времени определяются как:

$$d\xi_1 = |d\varepsilon_{11}|, \quad d\xi_2 = |d\varepsilon_{22}|, \quad d\xi_3 = |d\gamma_{12}| \quad (6)$$

Параметры модели  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  определяются с помощью алгоритма, реализующего метод глобального перебора по сетке. Начальные приближения параметров и диапазон поиска определяются эмпирическим путём. Определение параметров осуществляется по диаграммам деформирования в базовых направлениях. Методом подбора определяются значения, обеспечивающие минимум отклонения расчётной диаграммы от экспериментальной.

Проверка корректности модели и найденных значений параметров осуществляется на контрольных диаграммах, полученных при плоском напряжённом состоянии, которое реализуется при нагружении плоских образцов, вырезанных под углом к основе, либо трубчатых образцов при

нагружении несколькими силовыми факторами. Расчётные и экспериментальные базовые и контрольные диаграммы для КМКТ приведены на Рисунках 6 и 7 соответственно. Контрольные диаграммы получены при испытаниях на растяжение плоских образцов, вырезанных под углами  $\varphi=15^\circ, 45^\circ$  и  $75^\circ$  к основе.

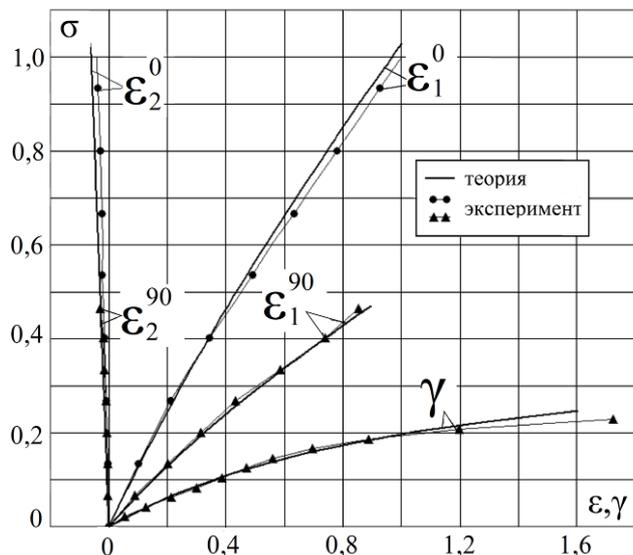


Рисунок 6. Базовые диаграммы деформирования для КМКТ

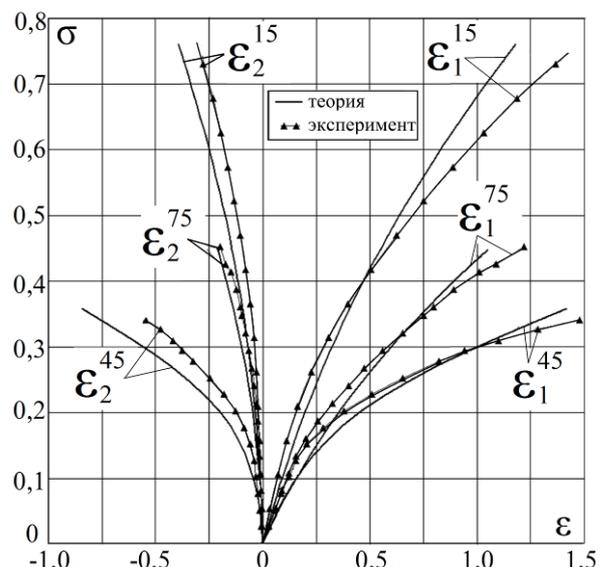


Рисунок 7. Контрольные диаграммы деформирования КМКТ

Модель также может быть применена для описания деформирования материалов с заданной схемой армирования. Экспериментальные и расчётные диаграммы деформирования образцов с симметричной перекрёстной укладкой слоёв под углами  $\varphi=\pm 20^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 70^\circ$  при растяжении и при сдвиге приведены на Рисунках 8 и 9.

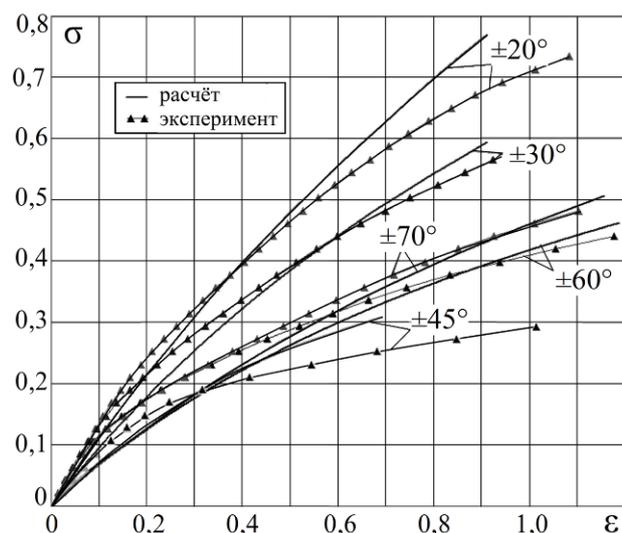


Рисунок 8. Контрольные диаграммы для КМКТ с перекрёстным армированием при растяжении

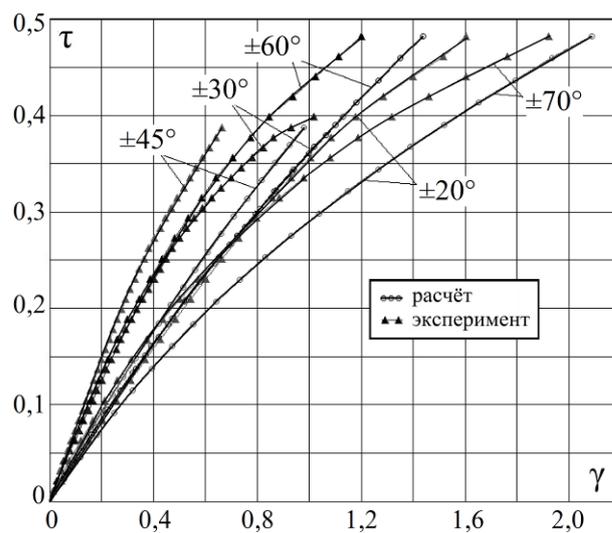


Рисунок 9. Контрольные диаграммы для КМКТ с перекрёстным армированием при сдвиге

Удовлетворительное совпадение расчётных и экспериментальных контрольных диаграмм подтверждает работоспособность модели.

Определяющие соотношения эндохронной модели для общего случая

напряженного состояния с учётом экспериментальных данных, полученных для КМКТ, можно записать в виде:

$$d\varepsilon_{11} = \frac{d\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{21} \frac{d\sigma_{22}}{E_2} - \nu_{31} \frac{d\sigma_{33}}{E_3} + \frac{\alpha_1 d\xi_1 \cdot \sigma_{11}}{f(\xi_1) E_1} \quad (7)$$

$$d\varepsilon_{22} = \frac{d\sigma_{22}}{E_2} - \nu_{12} \frac{d\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{32} \frac{d\sigma_{33}}{E_3} + \frac{\alpha_2 d\xi_2 \cdot \sigma_{22}}{f(\xi_2) E_2} \quad (8)$$

$$d\varepsilon_{33} = \frac{d\sigma_{33}}{E_3} - \nu_{13} \frac{d\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{23} \frac{d\sigma_{22}}{E_2} \quad (9)$$

$$d\gamma_{12} = \frac{d\sigma_{12}}{G_{12}} + \frac{\alpha_3 d\xi_3 \cdot \sigma_{12}}{f(\xi_3) G_{12}}, \quad (10)$$

$$d\gamma_{13} = \frac{d\sigma_{13}}{G_{13}}, \quad (11)$$

$$d\gamma_{23} = \frac{d\sigma_{23}}{G_{23}}, \quad (12)$$

Для выполнения расчётов напряжённо-деформированного состояния конструкций в неупругой постановке предлагается использовать стандартный программный комплекс, реализующий МКЭ, дополненный процедурой, описывающей эндохронную модель материала. На каждом шаге расчёта вычисляется касательная матрица упругопластических жесткостей, являющаяся для соотношений (3)-(5) и (7)-(12) несимметричной. Путём преобразований определяющих соотношений может быть получена симметричная матрица, при этом результаты расчётов с использованием симметричной и несимметричной форм записи идентичны. Для оценки работы модели выполнен расчёт напряжённо-деформированного состояния оболочки вращения с криволинейной образующей, нагруженной внешним давлением. Материал – слоистый КМ на основе тканого наполнителя. Основа направлена в окружном направлении, уток – вдоль образующей.

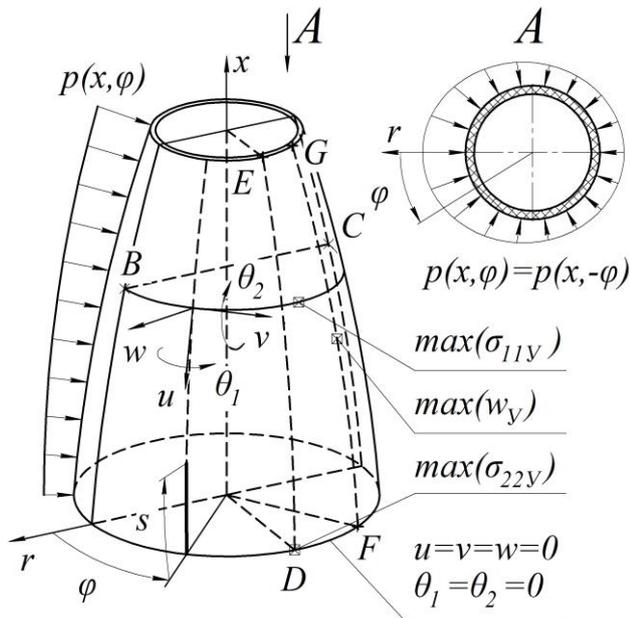


Рисунок 10.  
Расчётная схема оболочки

Расчётная схема оболочки приведена на Рисунке 10. Для учёта межслойных напряжений оболочка при расчёте рассматривалась как трёхмерное тело. Расчёт проводился как в неупругой постановке с использованием эндохронной модели, так и в линейно упругой постановке. При расчёте в неупругой постановке наблюдается снижение максимальных значений напряжений вдоль утка и увеличение максимальных значений напряжений вдоль основы, причём максимальные

расчётные значения напряжений отличаются не более чем на 10%. Графики распределения напряжений вдоль основы и вдоль утка в нормированном виде приведены на Рисунке 11.

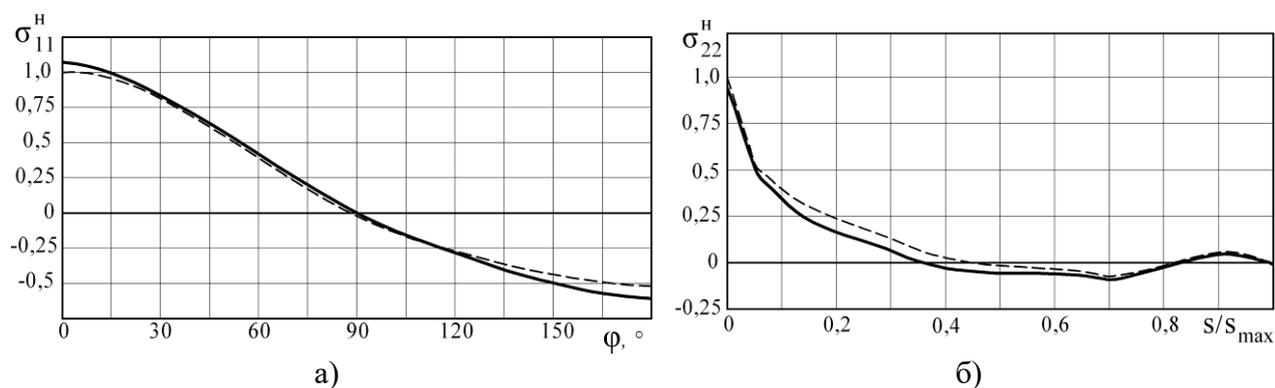


Рисунок 11. Распределение напряжений: а) – вдоль основы; б) – вдоль утка

Сплошная линия соответствует расчёту с использованием эндохронной модели, штриховая – расчёту в линейно упругой постановке. С учётом того, что для изделий авиационной и ракетно-космической техники характерны низкие нормативные значения запасов прочности, расчёт уточнённых значений напряжений с использованием эндохронной модели деформирования представляется целесообразным.

На Рисунке 12 показано распределение прогибов оболочки.

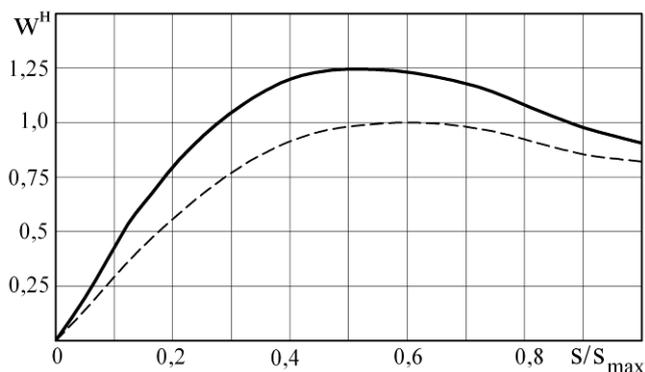


Рисунок 12. Распределение прогибов оболочки

Максимальное значение перемещений при расчёте в неупругой постановке на 25% превышает значение, полученное при расчёте по модели линейно упругого тела, также изменился характер распределения перемещений, что может быть важно в том случае, когда деформации и перемещения конструкции должны быть ограничены по конструктивным

или иным соображениям, например для конструкций, форма которых определяет аэродинамические характеристики ЛА.

### Основные результаты и выводы

1. Экспериментальным путём получены новые сведения о физико-механических характеристиках КМ на основе кварцевой ткани, УККМ на основе плетёного каркаса и УУКМ структуры 4ДЛ в объёме, достаточном для выполнения расчётов напряжённо-деформированного состояния изделий и конструкций из них.

2. Исследованы методики экспериментов для случая равномерного трёхосного растяжения. Предложены пути усовершенствования существующих методик, позволяющие получать более достоверные результаты.

3. Для исследованных материалов предложены критерии прочности, учитывающие особенности их строения и поведения при сложном нагружении.

4. Для материалов с тканым наполнителем разработана модель пластического деформирования на основе эндохронной теории, учитывающая экспериментально определённые особенности процесса деформирования материалов этого класса, а именно слабую зависимость механизмов деформирования в направлении основы, утка и при чистом сдвиге в плоскости армирования.

5. Разработаны элементы программного обеспечения, позволяющие использовать разработанную модель деформирования для расчётов напряжённо-деформированного состояния конструкций методом конечных элементов.

### **Публикации по теме диссертации**

1. Методика и экспериментальные исследования материалов при трехосном растяжении / Барышев А.Н. и др. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 5. С. 76–88. (0,81 п.л. / 0,48 п.л.)

2. Методика прочностных испытаний УУКМ типа 4Д-Л при сложном напряженном состоянии / Барышев А.Н. и др. // Механика и математическое моделирование в технике. Сборник тезисов. 2016. Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана. С. 363–364. (0,12 п.л. / 0,04 п.л.)

3. Экспериментальные исследования и построение критерия прочности УУКМ типа 4Д-Л при трехосном напряженном состоянии / Барышев А.Н. и др. // Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества. Сборник материалов. 2016. С. 201–203. (0,187 п.л. / 0,08 п.л.)

4. Сарбаев Б.С., Барышев А.Н. Расчет диаграмм деформирования композиционных материалов с тканым наполнителем посредством эндохронной теории пластичности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 4. С. 65–75. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-4-65-75. (0,67 п.л. / 0,56 п.л.)

5. Экспериментальные исследования прочностных свойств углерод-углеродного материала типа 4ДЛ при трёхосном напряжённом состоянии / Барышев А.Н. и др. // Конструкции из композиционных материалов. 2017. Вып. 1 (145). С. 52–58. (0,77 п.л. / 0,39 п.л.)

6. Цветков С.В., Барышев А.Н. Построение критерия прочности углерод-углеродного композиционного материала типа 4ДЛ при трехосном напряженном состоянии // Изв. ВУЗов. Машиностроение. 2017. №6 (687). С. 78–85. DOI 10.18698/0536-1044-2017-6-78-85. (0,652 п.л. / 0,3 п.л.)

7. Устройство для испытания трубчатых образцов из проницаемых материалов при комбинированном нагружении осевой силой и внешним давлением: патент №2693547 Российская Федерация 2018 / Авторы: Барышев А.Н., Кулиш Г.Г., Сарбаев Б.С., Смердов А.А., Соколов С.В., Цветков С.В.; патентообладатель: МГТУ им. Н.Э. Баумана.