

На правах рукописи

УДК 629.78

ВАН ЛИЦЗЕ

**РАЗРАБОТКА БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
ОПЕРАТИВНОГО КОМБИНИРОВАННОГО
ВЫВЕДЕНИЯ И ПОДДЕРЖАНИЯ СОЛНЕЧНО-
СИНХРОННОЙ ОРБИТЫ МИНИСПУТНИКА**

Специальность: 05.07.09 –

Динамика, баллистика, управление
движением летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
кандидат технических наук



Москва – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Научный руководитель:

Колосов Геннадий Евгеньевич

доктор технических наук, профессор кафедры динамики и управления полетом ракет и космических аппаратов МГТУ им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты:

Филатьев Александр Сергеевич

доктор технических наук, старший научный сотрудник, руководитель программ развития аэрокосмических исследований ФГУП «Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского»

Федоров Александр Викторович

кандидат технических наук, доцент кафедры системного анализа и управления ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национального исследовательского университета)»

Ведущая организация:

ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

Защита состоится «__» _____ 2018 г. в __ час. __ мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.22 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: 105005, Москва, Госпитальный пер., 10, факультет Специального машиностроения, ауд. 407м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://www.bmstu.ru> МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.22.

Автореферат разослан «__» _____ 2018 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 212.141.22
кандидат технических наук, доцент



А.Ю. Луценко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Резкий рост количества малых космических аппаратов (МКА) делает актуальной проблему поиска экономичного запуска МКА на орбиту. Одним из вариантов малозатратных транспортных космических систем служит использование авиационно-космических комплексов (АКК), включающих в себя самолет-носитель (СН) и ракету-носитель (РН) воздушного базирования легкого класса. АКК отличается от традиционной системы наземного старта важнейшим достоинством – возможностью выбора географического места старта, что позволяет исключить длительное время ожидания достижения требуемых условий пуска. Первым из числа реализованных проектов РН воздушного базирования является РН «Pegasus», с помощью которой уже произведено 43 запуска.

Существенным преимуществом применения рассматриваемой схемы является обеспечение возможности оперативного запуска МКА на орбиты для быстрого мониторинга окружающей среды при возникновении стихийных бедствий (пожаров, разрушений, землетрясений и т.д.). Примером реализации быстрого запуска КА служит запуск малого спутника Kuaizhou-2 через сутки после запуска спутника Yaogan-24 с космодрома Цзюцюань 21-го ноября 2014 г.

При запуске МКА, использующих солнечно-синхронные орбиты (ССО) для дистанционного зондирования Земли, РН должна обеспечить требуемую точность выхода на заданную орбиту. Как правило, это приводит к необходимости выполнения дополнительных исследований по баллистическому проектированию запуска, базирующихся на результатах современной теории полета КА. Большой вклад в современную теорию управления полетом баллистических ракет различного назначения, в том числе РН, внесли такие авторы как О.М. Алифанов, Л.Н. Лысенко, Г.Н. Разоренов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов, Ю.Г. Сихарулидзе, А.Н. Андреев, В.Н. Гущин, Д.В. Мазгалин и др. Первые опубликованные результаты в этой области получены Д. Е. Охоцимским и Т. М. Энеевым.

В отличие от традиционных способов наземного запуска, в обсуждаемой схеме имеют место заметные начальные погрешности по положению, ориентации, которые значительно влияют на точность выведения МКА на целевую орбиту. Поэтому для осуществления полетной задачи РН воздушного базирования с МКА, обеспечения возможности бортового оперативного пересчета программной траектории, довыведения МКА на заданную орбиту и коррекции параметров траектории, разработка соответствующего баллистического обеспечения представляется **актуальной научно-технической задачей.**

Целью диссертационного исследования является сокращение энергетических затрат на оперативное выведение и высокоточное поддержание солнечно-синхронной орбиты миниспутника при использовании воздушного старта и применении разгонного блока (РБ) с двигателями малой тяги типа СПД-100. Достижение этой цели потребовало решения следующих частных **научно-технических задач:**

- выбрать комбинированную схему выведения миниспутника на ССО с помощью РН воздушного старта и разгонного блока с электрореактивным двигателем;
- построить программную траекторию выведения РН воздушного старта с пассивным участком полета на промежуточную орбиту;
- осуществить сопряжение терминальных параметров воздушного старта с процессом довыведения миниспутника на ССО;
- разработать методики коррекции параметров реальной траектории с целью терминального выведения и удержания МКА на ССО;
- провести численное моделирование разработанных методик и по результатам численного анализа оценить точность удержания МКА на орбите.

Используемые методы исследования основываются на современных методах баллистики, теории оптимального управления, включающие в себя метод нелинейного программирования на основе псевдоспектрального метода, принцип максимума Л.С. Понтрягина и теорию терминального управления на основе линейного программирования.

Объектом исследования является КА типа «Formosat-2», выводимый на солнечно-синхронную орбиту по комбинированной схеме воздушного старта с довыведением и последующим поддержанием орбиты КА на основе применения РБ с двигателями малой тяги.

Предметом исследования служат методики и алгоритмы баллистического проектирования схем оперативного выведения, синтеза законов управления процессом выведения и поддержания рабочей солнечно-синхронной орбиты.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

- предложена методика построения оптимальной траектории выведения РН воздушного базирования на ССО с учетом атмосферных и гравитационных возмущений на основе псевдоспектрального метода (по критерию максимума полезной массы), в которой промежуточный пассивный участок полета является суборбитальной траекторией с малым интегралом энергии;
- разработана методика расчета корректирующих импульсов для поддержания элементов ССО двигателями малой тяги, базирующаяся на методах решения задач линейного программирования с ограничениями на величину реактивной тяги и стратегии комбинированной коррекции высоты и наклона орбиты;
- создан программный комплекс, обеспечивающий имитацию процесса полета РН воздушного базирования с МКА во внешней среде, с учетом влияния несферичности Земли и атмосферного сопротивления;
- решена расчетно-баллистическая задача запуска двухступенчатой жидкостной РН воздушного базирования с МКА на ССО, включающая участки довыведения РН на ССО и поддержания этой орбиты.

Практическая значимость работы состоит в том, что полученные результаты позволяют:

- проводить предварительный анализ возможности доставки полезной нагрузки РН воздушного базирования с МКА на целевые ССО кратностью в одни сутки и получать оценки параметров программного движения РН на всей траектории полета;
- обеспечить точность выведения МКА на ССО двигателями малой тяги с учетом технических и операционных ограничений;
- обеспечить возможность долгосрочного удержания МКА на ССО двигателями малой тяги с минимальными энергетическими затратами.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Алгоритм построения оптимальной траектории выведения РН воздушного старта с МКА на промежуточную орбиту на основе псевдоспектрального метода.
2. Алгоритм решения задачи оптимального по быстродействию перелета КА с двигателями малой тяги между промежуточной орбитой и ССО.
3. Методика оптимальной коррекции параметров выведения и поддержания рабочей ССО в процессе эксплуатации миниспутника.

Апробация работы. Основные научные положения и результаты диссертации докладывались [1, 2, 4, 7] на: Международной российско-китайской конференции «Развитие национальных систем инженерного образования России и Китая в современных условиях» (Москва, 2011 г.); XXXVI Академических чтениях по космонавтике (Москва, 2012 г.); третьей Международной научно-технической конференции «Аэрокосмические технологии», посвященной 100-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея (Москва-Реутов, 2014 г.); Workshop «Modern trends in controlled stochastic processes: theory and applications» (the University of Liverpool, 2015 г.).

Публикации. По теме диссертационного исследования автором опубликовано 7 работ, в том числе 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ [3, 5, 6].

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 107 страниц машинописного текста с 34 иллюстрациями, список литературы включает в себя 102 наименований.

Содержание работы

Во введении проводится обоснование актуальности темы и решаемых научных задач, излагаются цель и содержание исследования, оцениваются научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приводятся сведения об их апробации, а также данные о публикациях основных результатов работы.

В первой главе анализируются требования к баллистическому построению и назначению ССО, приводятся параметры и основные характеристики кратных ССО, а также описываются возмущения параметров ССО, включающие в себя атмосферное сопротивление и солнечное тяготение. Исследуются возможные схемы выведения на кратную ССО с периодичностью непрерывно-

го обзора земной поверхности 1 сутки. Предлагается комбинированная схема выведения, включающая воздушный старт РН, довыведение с помощью разгонного блока на основе электрореактивного двигателя и дальнейший выход миниспутника на рабочую орбиту с помощью ЭРД разгонного блока. Данная схема выведения отличается от традиционной схемы с использованием только ХРД более высокой массовой эффективностью.

На первом этапе комбинированной схемы, в задаче выведения РН воздушного старта с КА на заданную промежуточную орбиту, используется математическая модель движения центра масс РН на всей траектории полета; соответствующая система дифференциальных уравнений движения записывается в инерциальной стартовой системе координат (СК) $Oxyz$:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + W_R \cdot \mathbf{u}^0 + \mathbf{W}_A, \quad \frac{dm}{dt} = -\dot{m}, \quad (1)$$

где, $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ - радиус-вектор и вектор скорости центра масс РН, m - масса РН, $\dot{m}$ - кусочно-постоянная функция, характеризующая массовый секундный расход топлива, $\mathbf{g}$ - вектор гравитационного ускорения с учетом возмущения, вызванного несферичностью Земли (вычисляется в соответствии с EGM-2008). $\mathbf{u}^0 = (\cos \vartheta \cos \psi, \sin \vartheta \cos \psi, -\sin \psi)^T$ - единичный вектор направления реактивной тяги в СК $Oxyz$, ϑ - угол тангажа, ψ - угол рыскания, W_R - модуль величины ускорения, обусловленное реактивной тягой двигательной установки, $\mathbf{W}_A$ - вектор ускорения торможения от сопротивления, создаваемого аэродинамическими силами. Для системы (1) с заданными начальными условиями в момент старта t_0 :

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad m(t_0) = m_0, \quad (2)$$

требуется нахождение управления $\mathbf{u}^0$, максимизирующего значения функционала:

$$J = m(t_f). \quad (3)$$

При этом должны быть выполнены граничные условия:

$$|\phi_i(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) - \bar{i}| \leq \delta_i, \quad |\phi_e(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) - \bar{e}| \leq \delta_e, \quad |\phi_a(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) - \bar{a}| \leq \delta_a, \quad (4)$$

где, δ_i , δ_e , δ_a - допустимые отклонения от номинальных элементов орбиты $\bar{i}$, $\bar{e}$, $\bar{a}$ в конечный момент времени t_f , ϕ_i , ϕ_e , ϕ_a - функции наклонения, эксцентриситета и большой полуоси в конечный момент времени t_f от векторов положения и скорости.

На втором этапе комбинированной схемы выведения в задаче довыведения с помощью РБ, движение КА описывается в геоцентрической инерциальной экваториальной СК $OXYZ$:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \frac{P}{m} \cdot \mathbf{u}^0, \quad \frac{dm}{dt} = -\dot{m}, \quad (5)$$

где, $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ - радиус-вектор и вектор скорости центра масс КА с РБ в СК $OXYZ$, m - масса КА с РБ, $\dot{m}$ - секундный массовый расход топлива, $\mathbf{g}$ - вектор гравитаци-

тационного ускорения, P - реактивная тяга ДУ, $\mathbf{u}^0$ - единичный вектор направления реактивной тяги. В общей схеме выведения начальные условия на втором этапе должны совпадать с конечными параметрами движения на первом этапе, т.е.

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad m(t_0) = m_0. \quad (6)$$

В конечный момент времени второго этапа t_f требуется вывести КА на ССО заданной кратности, трасса которой в практической задаче дистанционного зондирования Земли должна проходить через некоторые заранее выбранные области. В Таблице 1 приведены выбранные в данной работе интересующие координаты А, В, С, D, Е. Поэтому положение $\mathbf{r}(t_f)$ и скорость $\mathbf{v}(t_f)$ КА в конечный момент времени t_f должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} \phi_a(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) &= a_{ss0}, \quad \phi_i(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) = i_{ss0}, \\ \phi_e(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) &= e_{ss0}, \quad \phi_\Omega(\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)) = \lambda_\Omega, \end{aligned} \quad (7)$$

где, a_{ss0} , i_{ss0} , e_{ss0} - номинальное значение элементов целевой ССО, λ_Ω - оптимальная географическая долгота подспутниковой точки КА в момент времени прохождения восходящего узла. Для обеспечения быстрого выхода КА на целевую орбиту и определения управления $\mathbf{u}$ выбираем время перелета в качестве критерия оптимальности, т.е.

$$J = -\int_{t_0}^{t_f} dt \Rightarrow \max. \quad (8)$$

Таблица 1.

Выбранные географические координаты

Номер	Географическая долгота, °	Географическая широта, °
А	103,61	31,46
В	106,27	38,47
С	118,35	34,61
D	103,54	27,21
Е	96,97	33,03

Третий этап выведения по своей сути похож на последовательную задачу коррекции параметров рабочей ССО. В диссертации для поддержания одинаковых условий съемки подстилающей поверхности, а также для изотрассовой периодичности прохождения КА, были выбраны корректируемые параметры $\mathbf{X} = (a, \lambda_\Omega, \Omega, i)$, где a - большая полуось, λ_Ω - географическая долгота восходящего узла, Ω - долгота восходящего узла, i - наклонение орбиты. Уравнения корректируемых средних элементов $\mathbf{X}$ для орбит с малыми эксцентриситетами имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}(t)) + \mathbf{B}(t, \mathbf{X}(t))\mathbf{a}(t), \quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad (9)$$

$$\text{где, } B(t, \mathbf{X}(t)) = \begin{pmatrix} 2/n & 0 & 0 \\ -3\omega_e(t_\Omega - t)/(n \cdot a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin u/(n \cdot a \cdot \sin i) \\ 0 & 0 & \cos u/(n \cdot a) \end{pmatrix}, f(t, \mathbf{X}(t)) - \text{известная}$$

функция, описывающая воздействие внешних факторов на изменение элементов орбиты, ω_e - угловая скорость вращения Земли, u - аргумент широты, n - среднее движение КА, t_0 - начальный момент времени полета на целевой ССО, t_Ω - момент прохождения через восходящий узел. Вектор управляющего ускорения $\mathbf{a} = (a_\tau, a_s, a_h)$, где a_τ - составляющая управляющего ускорения по направлению скорости, a_s - составляющая управляющего ускорения, перпендикулярная вектору скорости КА и расположенная в плоскости орбиты (положительное направление от Земли), a_h - составляющая управляющего ускорения по нормали к плоскости орбиты. Поскольку управляющее ускорение a_s не влияет на корректируемые параметры, будем считать, что $a_s \equiv 0$. Обозначая угол между вектором скорости и вектором управления через φ , можно записать $a_\tau = |\mathbf{a}| \cos \varphi$, $a_h = |\mathbf{a}| \sin \varphi$. Ввиду ограниченности тяги двигателя, управляющий вектор $\mathbf{a}$ всегда ограничен по величине:

$$U = \{\mathbf{a} : |\mathbf{a}| \leq a_{\max}\}. \quad (10)$$

Целью задачи коррекции является поддержание значений корректируемых параметров в заданной окрестности $[\mathbf{X}_d - \delta; \mathbf{X}_d + \delta]$ ($\delta = \{\delta_k\}$, $\delta_k = \text{const} > 0$, $k = 1, \dots, 4$) их расчетных значений $\mathbf{X}_d$ на фиксированном сроке активного существования (САС):

$$\mathbf{X}(t) \in [\mathbf{X}_d - \delta; \mathbf{X}_d + \delta]. \quad (11)$$

В задаче управления на интервале времени $[t_s, t_k]$, на котором выполняется один сеанс коррекции выбранных элементов орбиты, в качестве критерия оптимальности используется функционал минимума суммарной характеристической скорости:

$$J[\mathbf{a}] = \min_{\mathbf{a}(t)} \int_{t_s}^{t_k} |\mathbf{a}| dt, \quad (12)$$

где, t_s и t_k - начальный и конечный момент времени сеанса коррекции.

Во второй главе диссертации решается задача баллистического проектирования процесса оптимизации воздушного старта при использовании комбинированной схемы выведения на ССО. Оптимальная траектория выведения РН воздушного старта включает в себя три участка: начальный активный участок полета, промежуточный пассивный участок полета и конечный участок полета. В схеме запуска РН авиационного базирования «Pegasus» с малым КА реализована аналогичная траектория выведения. Перепишем систему дифференциальных уравнений (1) для каждого участка полета:

$$\frac{d\mathbf{r}_i(t)}{dt} = \mathbf{v}_i, \quad \frac{d\mathbf{v}_i(t)}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{r}_i) + W_R \cdot \mathbf{u}_i^0 + \mathbf{W}_{Ai}, \quad \frac{dm_i(t)}{dt} = -\dot{m}_i, \quad (13)$$

где, $i = 1, \dots, 3$ - номер участка полета. С учетом (2) начальные условия на первом участке полета задаются в виде:

$$\mathbf{r}_1(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}_1(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad m_1(t_0) = m_0. \quad (14)$$

Граничные условия (4) имеют вид:

$$|\phi_i(\mathbf{r}_3(t_f), \mathbf{v}_3(t_f)) - \bar{i}| \leq \delta_i, |\phi_e(\mathbf{r}_3(t_f), \mathbf{v}_3(t_f)) - \bar{e}| \leq \delta_e, |\phi_a(\mathbf{r}_3(t_f), \mathbf{v}_3(t_f)) - \bar{a}| \leq \delta_a. \quad (15)$$

Между последовательными участками полета должны удовлетворяться условия непрерывности:

$$\mathbf{r}_{i+1}(t_i) = \mathbf{r}_i(t_i), \quad \mathbf{v}_{i+1}(t_i) = \mathbf{v}_i(t_i), \quad m_{i+1}(t_i) = m_i(t_i) - \Delta m_i, \quad i = 1, 2, \quad (16)$$

где, знаки « i » и « $i+1$ » соответствуют участкам полета до и после момента времени t_i , Δm_i - разность массы РН между последовательными участками полета. Для системы (13) с заданными условиями (14) - (16), требуется нахождение управления $\mathbf{u}^0$, максимизирующее значение функционала

$$J = m_3(t_f). \quad (17)$$

Для решения данной задачи применяется процедура псевдоспектрального метода LGR, который преобразует исходную задачу выведения РН воздушного старта в задачу нелинейного программирования на дискретных узловых точках $\tau_j \in [-1, 1]$, $j = 0, 1, \dots, N$. При этом требуется представить реальный интервал времени $t \in [t_{i-1}, t_i]$ ($i = 1, \dots, 3$) каждого участка полета на $\tau \in [-1, 1]$ через следующее соотношение:

$$t = \frac{(t_i - t_{i-1})\tau + (t_i + t_{i-1})}{2}. \quad (18)$$

После дискретизации непрерывной модели (13), производимой на основе использования псевдоспектрального метода, задача построения оптимальной траектории полета РН сводится к задаче нелинейного программирования: найти переменные состояния $\mathbf{r}_i(\tau_j)$, $\mathbf{v}_i(\tau_j)$, $m_i(\tau_j)$, $j = 0, \dots, N$, управления $\mathbf{u}_i^0(\tau_j)$, $j^* = 1, \dots, N$, $i = 1, 2, 3$, а также моменты времени t_2 и t_3 , минимизирующие значение функционала:

$$J = -m_3(\tau_N). \quad (19)$$

при начальных условиях:

$$\mathbf{r}_1(\tau_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}_1(\tau_0) = \mathbf{v}_0, \quad m_1(\tau_0) = m_0, \quad (20)$$

и динамических ограничениях

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^N D_{jk} \cdot \mathbf{r}_i(\tau_k) &= \frac{t_i - t_{i-1}}{2} \mathbf{v}_i(\tau_j), \\ \sum_{k=0}^N D_{jk} \cdot \mathbf{v}_i(\tau_k) &= \frac{t_i - t_{i-1}}{2} \{ \mathbf{g}(\mathbf{r}_i(\tau_j)) + W_R(\tau_j) \cdot \mathbf{u}_i^0(\tau_j) + \mathbf{W}_{Ai}(\tau_j) \}, \\ \sum_{k=0}^N D_{jk} \cdot m_i(\tau_k) &= -\frac{t_i - t_{i-1}}{2} \dot{m}_i(\tau_j), \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (21)$$

а также внутренних ограничениях

$$|\mathbf{r}_i(\tau_j)| > R_e, \quad i=1,2,3, \quad j=1,\dots,N, \quad (22)$$

$$|u_i^0(\tau_j)| = 1, \quad i=1,2,3, \quad j=1,\dots,N, \quad (23)$$

$$|\alpha_i(\tau_j)| \leq \alpha_{\max}, \quad i=1, \quad j=1,\dots,N, \quad (24)$$

граничных условиях

$$\begin{aligned} -\delta_i &\leq \phi_i(\mathbf{r}_3(\tau_N), \mathbf{v}_3(\tau_N)) - \bar{i} \leq \delta_i, \\ -\delta_e &\leq \phi_e(\mathbf{r}_3(\tau_N), \mathbf{v}_3(\tau_N)) - \bar{e} \leq \delta_e, \\ -\delta_a &\leq \phi_a(\mathbf{r}_3(\tau_N), \mathbf{v}_3(\tau_N)) - \bar{a} \leq \delta_a, \end{aligned} \quad (25)$$

ограничениях между последовательными участками полета

$$\mathbf{r}_{i+1}(\tau_0) = \mathbf{r}_i(\tau_N), \quad \mathbf{v}_{i+1}(\tau_0) = \mathbf{v}_i(\tau_N), \quad m_{i+1}(\tau_0) = m_i(\tau_N) - \Delta m_i, \quad i=1,2, \quad (26)$$

и ограничении по свободным параметрам

$$0 < t_3 - t_2 \leq T_{pr}, \quad (27)$$

где, $D = \{D_{jk}\}$ - матрица приближенного дифференцирования размерностью $N \times (N+1)$, R_e - экваториальный радиус Земли, $\alpha_{\max}$ - предельное значение угла атаки, T_{pr} - максимальная длительность работы ДУ на третьем участке полета. Сформулированная задача решается с помощью существующих программных пакетов IPOPT или SNOPT.

Используя результаты проектирования двухступенчатой РН с ЖРД, основные характеристики которой показаны в Таблице 2, можно протестировать предложенную методику построения оптимальной траектории полета РН воздушного старта. Суммарная масса РН составит 18240,0 кг., секундный массовый расход ЖРД $\dot{m} = 105$ кг/с, удельный импульс ЖРД $I_{sp} = 310$ с. Допустим, что РН запускается из-под авиационного носителя над космодромом Цзюцюань ($40^\circ 57' 28'' N$, $100^\circ 17' 30'' E$). Начальная скорость РН относительно поверхности Земли в направлении запуска равна 270 м/с, высота запуска - 12 км. При комбинированной схеме выведения КА на ССО, номинальные параметры промежуточной низкой орбиты $\bar{a} = 6890,00$ км, $\bar{e} = 0,0$, $\bar{i} = 97,448^\circ$.

Таблице 2.

Массовые характеристики РН воздушного старта

Ступень	«Сухая» масса, кг.	Масса топлива, кг.	Длина, м.	Диаметр, м.
1-ая	1560,0	14040,0	9,25	1,8
2-ая	254,0	2286,0	3,75	1,12

В численных результатах, представленных на Рис. 1, получены: (а) длительность выведения составляет 514,15 с, конечная высота орбиты равна 511,11 км; (б) конечная масса на целевой орбите после отделения второй ступени составляет $714,9 - 254,0 = 460,9$ кг; (с) в начале атмосферного участка полета угол атаки имеет максимальное значение, интервал времени первого активного участка полета составит 0,0 с ~ 133,71 с; (д) интервал времени конечного активно-

го участка полета – 495,81 с ~ 514,15 с, длительность промежуточного пассивного участка полета равна 362,10 с; (е) в начальный момент времени ($t=133,71$ с) промежуточного пассивного участка полета положение и скорость оказываются равными $\mathbf{r} = [4734521,65 \ -38921,90 \ 4412599,38]$ м, $\mathbf{v} = [-1411,7 \ -682,9 \ 3973,2]$ м/с. Из этих параметров орбиты следует, что геоцентрическое расстояние до точки перигея пассивной траекторий равно 922,3 км; (f) в конечный момент времени ($t=514,15$ с) конечного активного участка полета положение и скорость равны $\mathbf{r} = [3950170,77 \ -289293,55 \ 5636988,62]$ м, $\mathbf{v} = [-6173,0 \ -1265,3 \ 4261,0]$ м/с, соответствующие элементы полученной орбиты $a = 6890,04$ км, $e = 0,0001$, $i = 97,438^\circ$.

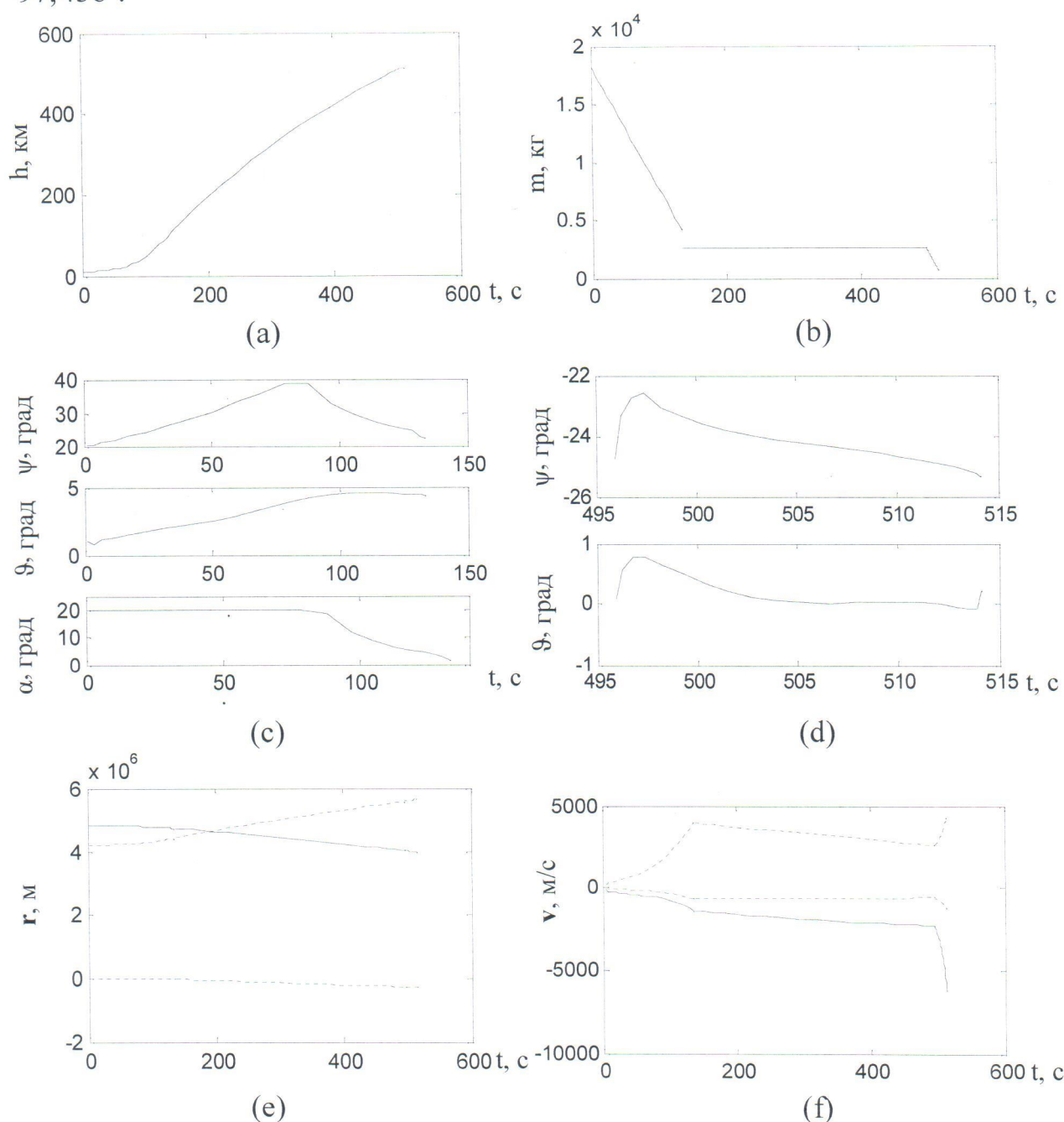


Рис. 1. Численные результаты оптимизации траектории полета РН

Содержание **третьей главы** посвящено рассмотрению сопряжения терминальных параметров воздушного старта с процессом довыведения миниспутника на заданную орбиту.

Уравнения движения КА с ЭРБ удобно представить, используя безразмерные невырожденные элементы орбиты

$$h = \sqrt{p / \mu}, \quad e_x = e \cos(\Omega + \omega), \quad e_y = e \sin(\Omega + \omega),$$

$$i_x = \tan \frac{i}{2} \cos \Omega, \quad i_y = \tan \frac{i}{2} \sin \Omega \quad \text{и} \quad F = \nu + \omega + \Omega,$$

которые медленно изменяются за один виток:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= h^2 \xi a_r, \\ \frac{de_x}{dt} &= h \sin F a_s + h [\cos F + \xi(e_x + \cos F)] a_r - h \xi e_y (i_x \sin F - i_y \cos F) a_h, \\ \frac{de_y}{dt} &= -h \cos F a_s + h [\sin F + \xi(e_y + \sin F)] a_r + h \xi e_x (i_x \sin F - i_y \cos F) a_h, \\ \frac{di_x}{dt} &= \frac{h \xi \cos F}{2} (1 + i_x^2 + i_y^2) a_h, \\ \frac{di_y}{dt} &= \frac{h \xi \sin F}{2} (1 + i_x^2 + i_y^2) a_h, \\ \frac{dF}{dt} &= h^{-3} \xi^{-2} + h \xi (i_x \sin F - i_y \cos F) a_h, \end{aligned} \quad (28)$$

где, $\xi = (1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^{-1}$, составляющие управляющего ускорения $a_s = a_t \cos \alpha \sin \beta$, $a_r = a_t \cos \alpha \cos \beta$, $a_h = a_t \sin \alpha$, $a_t = \frac{P}{m_0} / (1 - \frac{P}{m_0 w} t)$, m_0 - начальная масса КА с ЭРБ, w - скорость истечения из ДУ КА, α и β - углы ориентации реактивной тяги.

В начальный момент времени перелета КА должен находиться на сформированной воздушным стартом орбите, т.е. первоначально медленно изменяющиеся элементы орбиты КА должны совпадать с конечными элементами орбиты РН:

$$h(t_0) = h_0, \quad e_x(t_0) = e_{x0}, \quad e_y(t_0) = e_{y0}, \quad i_x(t_0) = i_{x0}, \quad i_y(t_0) = i_{y0}, \quad (29)$$

где, h_0 , e_{x0} , e_{y0} , i_{x0} и i_{y0} - элементы полученной орбиты РН, соответствующие условиям (6). В соответствии с граничными условиями (7), элементы орбиты КА в конечный момент времени перелета t_f должны удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned} h(t_f) &= \sqrt{a_{ss0} (1 - e_{ss0}^2)} / \mu, \quad e_x(t_f) = e_{ss0} \cos(\Omega_{ss0} + \omega_{ss0}), \\ e_y(t_f) &= e_{ss0} \sin(\Omega_{ss0} + \omega_{ss0}), \quad i_x(t_f) = \tan \frac{i_{ss0}}{2} \cos \Omega_{ss0}, \quad i_y(t_f) = \tan \frac{i_{ss0}}{2} \sin \Omega_{ss0}. \end{aligned} \quad (30)$$

Решение данной задачи поиска оптимальной ориентации реактивной тяги при перелете КА с малой тягой на ССО может быть найдено с помощью непрямого метода оптимального управления – принципа максимума Л.С. Понтрягина. Запишем гамильтониан задачи оптимального перелета КА с малой тягой на ССО в виде:

$$H = -1 + p_1 \dot{h} + p_2 \dot{e}_x + p_3 \dot{e}_y + p_4 \dot{i}_x + p_5 \dot{i}_y + p_6 \dot{F}, \quad (31)$$

где, $p_i, i=1, \dots, 6$ – переменные, сопряженные по отношению к элементам орбиты.

Следуя принципу максимума, получим сопряженную систему в виде:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= -\frac{1}{h} [p_1 \dot{h} + H + 1 - 4p_6 h^{-3} \xi^{-2}], \\ \dot{p}_2 &= E_1 \cos F - h\xi [p_2 a_\tau + p_3 (i_x \sin F - i_y \cos F) a_h], \\ \dot{p}_3 &= E_1 \sin F - h\xi [p_3 a_\tau - p_2 (i_x \sin F - i_y \cos F) a_h], \\ \dot{p}_4 &= h\xi (p_2 e_y - p_3 e_x - p_6) a_h \sin F - h\xi (p_4 \cos F + p_5 \sin F) i_x a_h, \\ \dot{p}_5 &= -h\xi (p_2 e_y - p_3 e_x - p_6) a_h \cos F - h\xi (p_4 \cos F + p_5 \sin F) i_y a_h, \\ \dot{p}_6 &= E_1 (e_y \cos F - e_x \sin F) - (p_2 h \cos F + p_3 h \sin F) a_s + h(1 + \xi)(p_2 \sin F - \\ &\quad - p_3 \cos F) a_\tau + p_4 \dot{i}_y - p_5 \dot{i}_x + h\xi (i_x \cos F + i_y \sin F)(p_2 e_y - p_3 e_x - p_6) a_h, \end{aligned} \quad (32)$$

где, $E_1 = \{[p_1 \dot{h} + h\xi (p_3 e_x - p_2 e_y)(i_x \sin F - i_y \cos F) a_h + p_4 \dot{i}_x + p_5 \dot{i}_y + p_6 (\dot{F} - 3h^{-3} \xi^{-2})] + h\xi a_\tau [p_2 (e_x + \cos F) + p_3 (e_y + \sin F)]\} \xi$.

Из необходимого условия максимума гамильтониана (31), определяется система для оптимального управления α и β :

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{p_2 \sin F - p_3 \cos F}{p_1 h \xi + p_2 [\cos F + \xi(e_x + \cos F)] + p_3 [\sin F + \xi(e_y + \sin F)]}, \\ \sin \alpha &= \frac{S}{\sqrt{S^2 + C^2}}, \cos \alpha = \frac{C}{\sqrt{S^2 + C^2}}, \end{aligned} \quad (33)$$

где, $S = \xi(-p_2 e_y + p_3 e_x + p_6)(i_x \sin F - i_y \cos F) + 0.5\xi(p_4 \cos F + p_5 \cos F)(1 + i_x^2 + i_y^2)$,
 $C = \{p_1 h \xi + p_2 [\cos F + \xi(e_x + \cos F)] + p_3 [\sin F + \xi(e_y + \sin F)]\} \cos \beta + (p_2 \sin F - p_3 \cos F) \sin \beta$.

Для снижения вычислительных трудностей используется схема осреднения по средней аномалии F . Осредненная система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi\mu} \int_0^{2\pi} \frac{\dot{X}}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2} dF, \quad \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{X}}, \quad (34)$$

где,

$$\bar{X} = [h, e_x, e_y, i_x, i_y]^T, \quad \bar{p} = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5]^T,$$

$$\bar{H} = \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi\mu} \int_0^{2\pi} \frac{H}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2} dF.$$

Таким образом, задача оптимального по времени перелета КА с ЭРБ между промежуточной орбитой и целевой ССО преобразуется в краевую задачу, в которой при интегрировании осредненных дифференциальных уравнений (34) требуется выполнение следующих граничных условий:

$$f(s) = \begin{pmatrix} h(t_f) - \sqrt{a_{ss0}(1 - e_{ss0}^2) / \mu} \\ e_x(t_f) - e_{ss0} \cos(\Omega_{ss0} + \omega_{ss0}) \\ e_y(t_f) - e_{ss0} \sin(\Omega_{ss0} + \omega_{ss0}) \\ i_x(t_f) - \tan \frac{i_{ss0}}{2} \cos \Omega_{ss0} \\ i_y(t_f) - \tan \frac{i_{ss0}}{2} \sin \Omega_{ss0} \\ \bar{H}(t_f) \end{pmatrix} = 0, \quad (35)$$

где, $s = [p_1(t_0), p_2(t_0), p_3(t_0), p_4(t_0), p_5(t_0), t_f]^T$ - неизвестные параметры краевой задачи. В работе для решения данной двухточечной краевой задачи используется метод продолжения по параметру.

В вычислительном эксперименте начальные условия КА с ЭРБ совпадают с параметрами, предложенными в третьей главе, элементы целевой ССО $a_{ss0} = 7275,331$ км, $e_{ss0} = 0,0$, $i_{ss0} = 99,02^\circ$, $\Omega_{ss0} = 6,52^\circ$ и $\omega_{ss0} = 90,0^\circ$. Реактивной двигательной установкой является СПД-100, тяга которого равна 83 мН, удельный импульс $I = 2500$ с. Численный результат показывает, что длительность перелета равна 28,42 сут., расход топлива – 8,31 кг, оптимальная траектория перелета КА является многовитковой. При перелете большая полуось и наклонение орбиты монотонно увеличиваются, их значения находятся в диапазоне 6890,04 ~ 7275,39 км и $97,438^\circ \sim 99,02^\circ$, соответственно. Эксцентриситет близок к нулю и изменяется в небольших пределах $0 \sim 5,3 \times 10^{-5}$.

Содержание **четвертой главы** посвящено синтезу оптимальных стратегий коррекции параметров выведения и поддержания рабочей ССО в процессе эксплуатации миниспутника.

Для решения сформулированной задачи применяем теорию дискретного терминального управления, предложенную в работе Ю.П. Улыбышева. Предположим, что интервал времени $[t_s, t_k]$ каждого сеанса коррекции траектории фиксирован (несколько витков) и может быть разделен на K подинтервалов времени $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$ ($j = 1, \dots, K$), в которых зададим корректирующие реактивные ускорения. При малой продолжительности каждого подинтервала, вектор управляющего ускорения в каждом подинтервале можно считать постоянным, т.е. при $t \in [t_j, t_{j+1}]$, $\mathbf{a}(t) \equiv \mathbf{a}(t_j)$. Предположим, что вектор управляющего уско-

рения в каждом подинтервале рассматривается как суммарный вектор некоторых равномерных векторов псевдоуправления $\mathbf{a}^{(l)}(t_j), l=1, \dots, S$, у каждого из которых угол между вектором скорости и вектором управления равен $\varphi^{(l)}(t_j)$, т.е. $\mathbf{a}(t_j) = \sum_{l=1}^S \mathbf{a}^{(l)}(t_j)$. Таким образом, строится кусочно-постоянное управление в дискретной модели полета.

В конечный момент времени каждого сеанса коррекции траектории t_k , для кусочно-постоянного управления дифференциальные уравнения относительно корректируемых параметров (9) могут быть представлены в форме:

$$\mathbf{X}(t_k) \approx \mathbf{X}^*(t_k) + \sum_{j=1}^K \sum_{l=1}^S B(t_j, \mathbf{X}(t_j)) \cdot \mathbf{a}^{(l)}(t_j) \cdot \Delta t_j, \quad (36)$$

где, $\mathbf{X}^*(t_k)$ - корректируемые параметры в момент времени t_k свободного движения без коррекции. Обозначим корректирующий импульс на l -ом сегменте j -го подинтервала через $\Delta \mathbf{V}_j^{(l)} = \mathbf{a}^{(l)}(t_j) \cdot \Delta t_j = (V_j^{(l)} \cdot \cos \varphi_j^{(l)}, V_j^{(l)} \cdot \sin \varphi_j^{(l)})^T$, ($V_j^{(l)}$ - модуль вектора), последовательность корректирующих импульсов на всех подинтервалах времени - через $\Delta \mathbf{V} = (V_1^{(1)}, V_1^{(2)}, \dots, V_1^{(S)}, \dots, V_K^{(1)}, V_K^{(2)}, \dots, V_K^{(S)})^T \in \mathbf{R}^{K \cdot S}$. Тогда выражение (36) принимает вид:

$$\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) = A_e \cdot \Delta \mathbf{V}, \quad (37)$$

где, A_e - матрица влияния размерностью $4 \times K \cdot S$, элементы которой на $[(j-1) \cdot S + l]$ -ом столбце имеют вид:

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot \cos(\varphi_j^{(l)}) / n \\ -3\omega_e(t_\Omega - t_j) \cdot \cos(\varphi_j^{(l)}) / (n \cdot a) \\ \sin u(t_j) \cdot \sin(\varphi_j^{(l)}) / (n \cdot a \cdot \sin i) \\ \cos u(t_j) \cdot \sin(\varphi_j^{(l)}) / (n \cdot a) \end{pmatrix}, j=1, \dots, K, l=1, \dots, S.$$

Ввиду ограниченности величины реактивного ускорения на каждом подинтервале, на компоненты вектора $\Delta \mathbf{V}$ накладываются следующие ограничения:

$$U = \{\Delta \mathbf{V} : \Delta V_j^{(1)} + \Delta V_j^{(2)} + \dots + \Delta V_j^{(S)} \leq \Delta V_{j \max}, j=1, \dots, K\}. \quad (38)$$

В практической задаче может накладываться дополнительное операционное ограничение по суммарной длительности работы двигателя на некоторых витках:

$$A_c \cdot \Delta \mathbf{V} \leq \mathbf{b}, \quad (39)$$

где, $\mathbf{b} = (\Delta t_{1 \max}, \Delta t_{2 \max}, \dots, \Delta t_{R \max})^T$ - вектор ограничения, $A_c = \begin{pmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$ -

матрица размерностью $R \times K \cdot S$, в каждую строку которой включаются все по-

динтервалы на соответствующем витке, R - количество витков, $J_q (q = 1, \dots, R)$ - элементы матрицы, соответствующие q -му витку.

Таким образом, исходная задача коррекции траектории (9)-(12) свелась к задаче математического программирования: найти вектор $\Delta \mathbf{V}$, минимизирующий линейный функционал:

$$I[\Delta \mathbf{V}] = \min_{\Delta \mathbf{V}} \sum_{j=1}^K \sum_{l=1}^S \Delta V_j^{(l)} \quad (40)$$

при ограничениях (37) - (39). Следует отметить, что с помощью известного алгоритма внутренних точек, задача линейного программирования эффективно решается.

Для уменьшения затрат суммарного импульса необходим выбор стратегии поддержания с учетом области допустимых значений корректируемых параметров. В работе используется комбинированная стратегия поддержания, включающая в себя стратегию ожидания для коррекции высоты орбиты и стратегию предосторожности для одновременной коррекции наклона орбиты. Чтобы решить задачу удержания КА на номинальной орбите с заданной точностью, использовалась итерационная процедура: 1) Осуществляется инициализация исходных данных для расчета коррекций удержания; 2) интегрируя точную модель движения неуправляемого КА в геоцентрической инерциальной системе координат, рассчитывается изменение средних элементов по виткам; 3) определяется виток N_k , начиная с которого отклонение географической высоты снижается ниже допустимой нижней границы; 4) при заданном количестве витков N_{kor} в каждом сеансе коррекции на основе метода линейного программирования для отклонения в витке N_k , определяется последовательность импульсов скорости $\Delta \mathbf{V}$, обеспечивающая совместную коррекцию высоты и наклона орбиты по стратегии поддержания КА; 5) используя параметры орбиты перед текущей коррекцией, т.е. параметры орбиты $(N_k - N_{kor} + 1)$ -ого витка, осуществляется прогнозирование движения центра масс КА с учетом сформированной последовательности корректирующих импульсов; 6) для определения номера витка и параметров следующего сеанса коррекции повторяются все действия, начиная с п. 2.

Данная методика применялась при расчете параметров коррекции, обеспечивающей удержание МКА на ССО на интервале времени от 1 августа 2006 года UTC до 1 августа 2013 года UTC. Предполагается, что $\delta_{\lambda \max} = 0.7^\circ$; $\Delta i = 0.00525^\circ \cdot N / 800$, где N - количество витков между последовательными сеансами коррекции наклона орбиты.

На Рис. 2 приведены результаты изменения выбранных элементов орбиты, подтверждающие приемлемую точность ее поддержания. Следует отметить, что в этом случае количество витков N_{kor} , на которых должна проводиться коррекция, составляет 6.

В работе получены данные о распределении суммарных управляющих импульсов и количества включений двигателя по годам САС. Показано, что при проведении 6-витковых коррекций за САС в 7 лет потребуется суммарный импульс скорости 37,31 м/с, общая продолжительность работы двигателя - 58,06 ч., общее изменение массы КА - 0,69 кг.

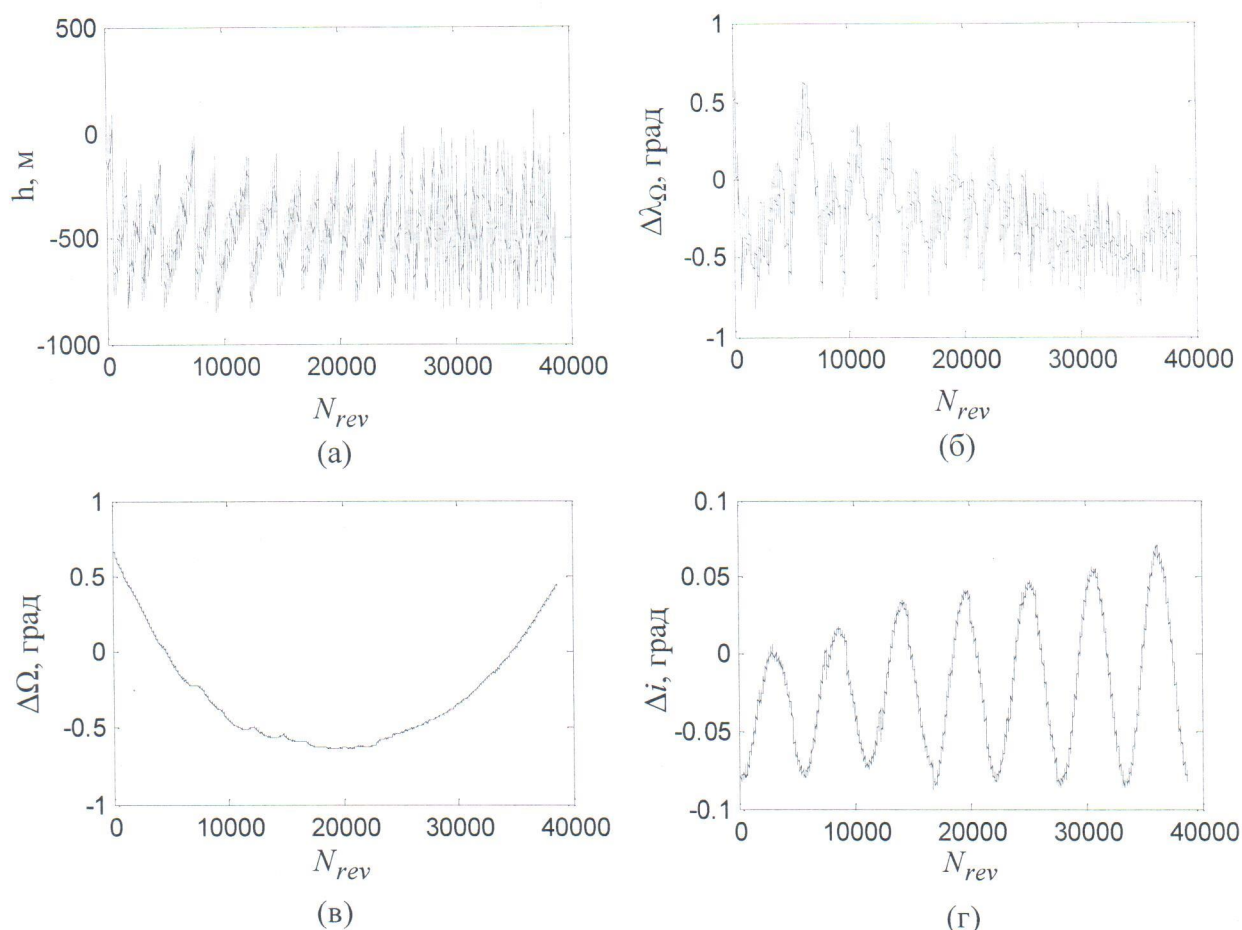


Рис.2. Изменение средних элементов орбиты ΔX по номерам витка

Заключение и выводы

На основании выполненного диссертационного исследования, носящего квалификационный характер, представляется возможным заключить, что на его основе решена актуальная научно-техническая задача разработки баллистического обеспечения оперативного комбинированного выведения и поддержания солнечно-синхронной орбиты миниспутника. Результаты полученного решения дают основание сделать следующие выводы.

- 1) Предложена комбинированная схема для выведения миниспутника на ССО при использовании воздушного старта и при применении разгонного блока с двигателями малой тяги.
- 2) Разработан алгоритм численного решения задачи, базирующийся на псевдоспектральном методе, для оптимизации траектории трехэтапного выведения РН воздушного старта с пассивным участком полета на промежуточную орбиту. Показано, что предложенный алгоритм позволяет эффективно найти оптимальную траекторию для выведения жидкостной двухступенчатой ракеты-носителя с МКА. В соответствующей траектории выведения промежуточный

участок полета является суборбитальной траекторией с малым интегралом энергии.

3) Разработан алгоритм решения задачи оптимального по времени перелета между промежуточной орбитой и целевой ССО с трассой, проходящей через интересующие области Земли. Показано, что требуемые для этого расход топлива равен 8,3 кг, время перелета составляет примерно 28 сут.

4) Разработан численный алгоритм расчета корректирующих импульсов для терминального выведения и поддержания кратной ССО, базирующийся на методах решения задач линейного программирования с ограничениями на величину реактивной тяги и комбинированной стратегией коррекции высоты и наклона орбиты. Показано, что использование алгоритма внутренних точек в таких задачах позволяет получать последовательности конечного набора непрерывных коррекций и минимизировать энергетические затраты на коррекцию.

Основные публикации по теме диссертации

1. Ван Л. Стохастические задачи оптимальной коррекции движения двигателями малой тяги // Российско-китайская молодежная научно-практическая конференция «Роль инженерного образования в развитие инновационной экономики России и Китая». 2011. С. 23. (0,1 п.л.).

2. Ван Л. Оптимизация коррекции движения КА двигателями малой тяги // XXXVI Академические чтения по космонавтике. Москва, 2012. С. 383–384. (0,2 п.л.).

3. Колосов Г.Е., Ван Л. Коррекция параметров полета двигателями малой тяги // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2012, №11. С. 27-36. (1,25 п.л. / 0,6 п.л.).

4. Ван Л. Разработка алгоритмов поддержания орбиты космического аппарата дистанционного зондирования Земли с двигателями малой тяги // третья Международная научно-техническая конференция «Аэрокосмические технологии», посвященной 100-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея. Реутов-Москва, 2014. С. 42–43. (0,2 п.л.).

5. Ван Л., Баранов А.А. Оптимальное удержание космического аппарата с двигателями малой тяги на солнечно-синхронной орбите // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение». 2015, Т.101, №2. С. 68-83. (1,0 п.л. / 0,8 п.л.).

6. Ван Л. Оптимизация траектории выведения ракеты-носителя с малым космическим аппаратом на солнечно-синхронную орбиту на основе псевдоспектрального метода // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2015, №1. С. 53-67. (0,9 п.л.).

7. Kolosov G.E., Wang L. Small parameter synthesis method and its application for the stochastic problem of optimal roll angle stabilizing of the spacecrafts with low-thrust engines // Workshop «Modern trends in controlled stochastic processes: theory and applications». Liverpool, 2015. pp. 115. (0,2 п.л. / 0,1 п.л.).