УДК 519.863 EDN: TYIGHH

# МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РАСПИСАНИЙ ТРАНСПОРТНЫХ РОБОТОВ ГИБКИХ АВТОМАТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ С УСЛОВИЯМИ ОБРАБОТКИ БЕЗ ПРЕРЫВАНИЙ И ОЖИДАНИЙ

**А.С. Птускин** asptuskin@bmstu.ru

**КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, Российская Федерация**

**Аннотация**

Математическое моделирование позволяет находить оптимальные решения для различных производственных задач. Важный класс таких задач составляют проблемы построения расписаний, заключающиеся в распределении ограниченных ресурсов для выполнения производственных операций и относящиеся к задачам дискретной оптимизации. Особенно важно эффективное планирование работы дорогостоящего оборудования, такого как гибкие производственные линии, которые широко применяются в промышленности для повышения производительности, гибкости и безопасности производства. При управлении ими возникают разнообразные сложные проблемы планирования. Рассмотрена проблема построения периодического расписания гибкой автоматической линии с несколькими роботами без ожиданий и прерываний. Задача состоит в нахождении периодического расписания для роботов, которое имеет минимальную длину цикла. В отличие от работ, в которых задаются некоторые искусственные и упрощенные условия работы автоматической линии, учитываются реальные требования, состоящие в том, что роботы движутся по одному пути и должны избегать столкновения друг с другом. Предложена модификация метода запретных интервалов для построения расписаний с несколькими роботами. Новая модель обеспечивает эффективные расписания для реальных производственных систем. Для демонстрации нового метода представлен численный пример

**Ключевые слова**

*Периодические расписания, гибкие автоматические линии, транспортные роботы, математическая модель, метод запретных интервалов*

Поступила 14.10.2024
Принята 29.01.2025

**Введение.** Математическое моделирование процессов в технических устройствах и системах составляет одно из приоритетных направлений прикладных исследований, а задачи по составлению оптимальных расписаний относятся к жизненно важным проблемам в стремлении улучшить использование производственных систем [1]. Оптимизация расписаний производственных систем предполагает решение задач, составляющих ярко выраженный класс математических моделей — совокупность календарных моделей, и связана с решением представительного класса задач дискретной оптимизации. Теория расписаний — одна из основных областей исследования операций и дискретной прикладной математики [2]. Функция составления расписания состоит в оптимизации распределения ограниченных ресурсов для обработки заданий [3]. К ресурсам относятся машины, роботы, инструменты, оборудование для обработки материалов и материалы, подлежащие обработке. Задание состоит из нескольких операций или задач, которые должны быть выполнены в производственных системах.

Проблема составления расписаний становится более важной, когда производственные процессы автоматизированы и транспортировка деталей по рабочим местам осуществляется роботами [4], как это происходит в гибких автоматических линиях. Чтобы получить максимальную выгоду от дорогостоящих инвестиций в такое оборудование, их необходимо использовать максимально эффективно [5]. Здесь уместно привести утверждение из работы [6] о том, что «сотни роботов и оборудование стоимостью в миллионы долларов, управляемое компьютером, ничего не стоят, если они используются недостаточно эффективно или если они тратят свое время на работу не над той деталью из-за плохого планирования и составления расписания».

Различные производственные системы имеют общие проблемы, но у каждой из них есть особенности, обусловленные производственным процессом и рабочей средой. Учитывая разнообразие областей применения и особенности каждой проблемы составления расписания, они не могут быть сформулированы в рамках одной системы [7] и теоретически классифицируются по нескольким критериям, таким как объем производства, характер производства, производственные мощности и типы производственных систем [8]. В настоящей работе рассмотрена одна из задач построения расписаний для роботизированных линий с условиями без прерываний и ожиданий. Эта проблема характерна для гальванических линий и линий для производства печатных плат, условия эксплуатации которых отличаются от других типов производственных процессов [9]. Для таких линий существуют специфические ограничения, которые увеличивают сложность и трудность составления расписания [10–12]. Эти ограничения состоят в следующем. Производственный процесс делится на отдельные операции. Между процессорами нет буферов. Каждая деталь должна быть обработана от начала до конца без каких-либо перерывов на процессорах или между ними. Процессоры и роботы могут одновременно обрабатывать только одну деталь. Роботы перемещают детали с операции на операцию и движутся по одному пути над линией. Время, необходимое для транспортировки детали от одного процессора к другому, нельзя игнорировать по сравнению с временем обработки, что является одной из основных особенностей таких систем и значительно усложняет проблему планирования [13].

Часть авторов определяют задачу как задачу построения расписания без ожиданий роботизированной поточной линии (No-Wait Robotic Flowshop Scheduling Problem), иногда, учитывая указанные особенности, отличные от классических расписаний для поточных линий, ее называют задачей построения расписания подъемника (Hoist Scheduling Problem). Общая типизация этих задач предложена в [9]. Укрупненно можно выделить следующие основные типы проблем составления расписаний: расписание для одного робота или нескольких роботов; расписание для нескольких типов деталей или для одного типа деталей; статическое или динамическое расписание; циклическое (или периодическое) или нециклическое (непериодическое) расписание; расписание для фиксированного времени обработки, ограниченного заданными интервалами.

**Периодические расписания транспортных роботов.** Рассмотрим задачу построения периодического расписания с несколькими роботами для однотипных деталей с фиксированным заданием времени обработки. В циклической (или периодической) задаче статическое расписание для неизменных частей выполняется периодически [14], задача заключается в определении повторяющейся последовательности перемещений робота, имеющей минимальную длину цикла [15]. Как утверждается в [16], В. Танаев был первым, кто в своих работах (см., например, [17]) определил проблемы циклического планирования в таких терминах, как «детали», «машины», «цех» и «операторы», что является современной терминологией теории планирования.

Периодическая задача в случае с одним роботом является наиболее изученным случаем в литературе [9]. Задача в значительной степени усложняется при наличии нескольких роботов. Одновременная работа более чем одного робота в рабочей среде требует сложной системы планирования для предотвращения столкновений между ними в общей зоне [1]. Решение находилось в предположении, что на траектории движения роботов никаких ограничений не накладывается, они движутся по общим рельсам и могут передавать друг другу детали [18, 19]. Алгоритм для задачи обслуживания линии с несколькими роботами, движущимися по «параллельным рельсам», предложен в [20]. В перечисленных работах вопрос о предотвращении столкновения подъемников не рассмотрен. Задача с несколькими роботами, которые не должны пересекаться, но каждый из них может перемещаться по всей линии, рассмотрена в [21]. Однако в реальных производственных системах ограничения иные. Линия разделена на зоны, каждую из которых обслуживает транспортный робот. Зоны двух соседних роботов могут перекрываться, но эти роботы не могут пересекаться друг с другом, т. е. расписание работы роботов должно быть запланировано так, чтобы избежать столкновения друг с другом [10].

Литература показывает большое разнообразие в различных используемых подходах к решению задач построения расписаний транспортных роботов (см., например, [9, 14, 22]), в том числе методы ветвей и границ, математического и логического программирования, генетические алгоритмы, модели сетей Петри, графовые модели, инструменты имитационного моделирования, случайный поиск, специальные эвристики, методы перебора. Согласно [16], в [17] показано, что проблема может быть решена с использованием метода запретных интервалов. В. Танаев первым применил этот метод для оптимального решения циклической задачи роботизированной линии. В [16] также перечислены работы, в которых метод успешно использован. Здесь развиваем метод запретных интервалов для периодической задачи с несколькими роботами и учитываем в модели реальные условия работы линии.

**Постановка проблемы.** Рассмотрим проблему построения периодического расписания для гибкой автоматической линии без прерываний и ожиданий. На линии обрабатывается партия одинаковых деталей, поступающих в обработку через равные промежутки времени, называемые ритмом. Маршруты прохождения операций для всех деталей одинаковы, каждая из деталей последовательно проходит все операции в одной и той же последовательности. Времена обработки для всех деталей на каждой операции одинаковы, но различны для разных операций. Линию обслуживают несколько роботов, которые перемещаются по общему пути и должны быть запрограммированы так, чтобы избежать столкновения друг с другом. Для каждого робота задано множество обслуживаемых им операций. Роботы переносят детали с операции на операцию и повторяют свои действия через период времени, равный ритму. Каждый робот одновременно переносит не более одной детали (ограничение для робота), на каждой операции одновременно обрабатывается только одна деталь (ограничение на операцию). После окончания очередной операции деталь должна транспортироваться на следующую операцию, межоперационные заделы и прерывания в обработке деталей запрещены (обработка без ожиданий и прерываний). Необходимо исключить одновременное нахождение соседних роботов на общих участках. По классификации [9] это задача построения периодического расписания с несколькими роботами и одним типом деталей. Все операции обработки могут быть эквивалентно описаны перемещениями робота [13]. Требуется построить расписания роботов, обеспечивающие обработку деталей с заданными ограничениями и минимальным значением ритма.

Робот программируется на фиксированную последовательность шагов, повторяющуюся через величину, равную ритму поступления деталей на линию $R$. Обозначим маршрут движения $r$-го робота через $\pi_r = (\ldots, k, q, \ldots)$. Эта последовательность показывает, что после обработки детали на операции $k$ и передачи ее на следующую операцию $k+1$ робот $r$ движется к операции $q$.

Используются следующие обозначения: $n$ — число операций; $t_j$ — длительность операции $j$, $j = 1, \ldots, n$; $b_j$ — время, затрачиваемое роботом на перенос детали от операции $j$ к операции $j+1$; $j = 1, \ldots, n-1$; $d_{il}$ — время перемещения робота от $(i+1)$-й операции к $l$-й; $i = 1, \ldots, n-1$; $l = 1, \ldots, n$; $P$ — число роботов; $M_r$ — множество операций, находящихся в совместной зоне $r$-го и $(r+1)$-го роботов, $r = 1, \ldots, P-1$.

Задача состоит в том, чтобы при заданных $n$, $t_j$ $(j = 1, \ldots, n)$, $b_j$ $(j = 1, \ldots, n-1)$, $d_{il}$ $(i = 1, \ldots, n-1;\ l = 1, \ldots, n-1)$ определить соответствующий порядок $\pi_r$ обхода операций каждым роботом $(r = 1, \ldots, P)$, который обеспечивает минимальное значение ритма $R_{opt}$.

**Метод запретных интервалов.** Для решения задач теории расписаний широко применяется так называемый метод (или правило) запретных интервалов (Prohibited Intervals Method) [22]. Суть метода заключается в определении условий, при которых робот, обслужив одну деталь, успеет обслужить другую деталь без нарушения длительности обработки и с соблюдением ограничения для роботов. Эти условия определяют допустимые значения разности моментов поступления двух деталей, одновременно обрабатывающихся на линии. Предложены три типа таких условий и, соответственно, три типа запретных интервалов.

*Запретные интервалы 1 типа.* Ограничение на операции состоит в том, что одновременно на каждой операции может обрабатываться не более одной детали. Ограничение выполняется при поступлении деталей на линию с ритмом не менее $R_1 = \max_j\ (t_j + b_j)$. Это обеспечивает конец операции обработки детали и передачу ее далее до того, как на эту операцию поступает следующая деталь. Поэтому запретный интервал 1 типа имеет вид $[0;\ \max_j\ (t_j + b_j)]$. Если детали поступают на линию со временем ритма более $R_2 = \sum\limits_{j = 1,\ldots,n} t_j + \sum\limits_{j = 1,\ldots,\ n-1} b_j$, то на линии обрабатывается только одна деталь, время поступления следующей детали на первую операцию больше времени окончания обработки предыдущей детали на последней операции. Очевидно, что оптимальное значение ритма находится в интервале $[R_1, R_2]$. Множество запрещенных значений ритма с позиции ограничения на операции обозначим как $\mathrm{PI}_1$.

*Запретные интервалы 2 типа.* Ограничение для роботов определяет, что каждый робот одновременно переносит не более одной детали. Метод запретных интервалов, отражающий это ограничение, предложен в [17]. В рассматриваемых обозначениях оно может быть представлено следующим образом. Введем величину $Z_l$, равную промежутку времени от момента поступления детали на первую операцию до момента окончания обработки на $l$-й операции: $Z_l = t_1 + b_1 + \ldots + t_{l-1} + b_{l-1} + t_l$, $l = 1, \ldots, n$. Пусть $V_p, V_s$ — моменты времени, когда на первую операцию поступают $p$-я и $s$-я детали, $V_p > V_s$, а $l$, $i$ — номера операций, на которых в рассматриваемый момент времени обрабатываются эти детали, $l > i$. В любой момент времени априори есть две возможности: 1) робот сначала подходит к $i$-й операции, а затем к $l$-й; 2) робот сначала подходит к $l$-й операции, а затем к $i$-й. Если робот сначала переносит $p$-ю деталь с операции $i$ на операцию $i+1$, затем $s$-ю с операции $l$ на операцию $l+1$, то для этого должно выполняться условие $V_p + Z_i + b_i + d_{il} \le V_s + Z_l$. Если робот сначала переносит $s$-ю деталь с операции $l$ на операцию $l+1$, затем $p$-ю с операции $i$ на операцию $i+1$, то должно выполняться усло-вие $V_s + Z_l + b_l + d_{li} \le V_p + Z_i$.

Оба условия определяют, что робот, обслужив одну деталь, успеет обработать другую без нарушения длительности обработки. Для выполнения ограничений для роботов должно удовлетворяться одно из этих условий, что эквивалентно требованию того, чтобы величина $V_p - V_s$ лежала вне запретного интервала $(x_{il}, y_{il})$:

$$V_p - V_s \notin (Z_l - Z_i - b_i - d_{il};\ Z_l - Z_i + b_l + d_{li}) = (x_{il};\ y_{il}),$$

где $x_{il} = Z_l - Z_i - b_i - d_{il};\ \ y_{il} = Z_l - Z_i + b_l + d_{li}$.

Для периодического расписания детали поступают на линию через равные промежутки времени $R$, т. е. величина $V_p - V_s$ должна быть одним из чисел $R, 2R, 3R, \ldots, pR$. Число этих чисел $p$, т. е. число деталей, одновременно обрабатываемых на линии, ограничено величиной $p^{\max} = Z_n \big/ \big(\max\,(t_j + b_j)\big)$. Для разных значений $R$ значения $p$ различны. Максимальное значение $p^{\max}$ при $R = R_1$. Пусть $p = [Z_n\ / R] < p^{\max}$ для какого-то значения $R$. Тогда необходимы $p$ проверок, а проверки для $k = p+1, \ldots, p^{\max}$ лишние. Однако результат этих проверок всегда положителен, поскольку при таких $k$ $kR > Z_n = R_2$, а так как запретные интервалы правее $R_2$ не рассматриваются (в этом случае запретный интервал получается для двух деталей, которые одновременно на линии не обслуживаются, т. е. время поступления одной из них на первую операцию больше времени окончания обработки другой на последней операции), то величины $kR$, $k = p+1, \ldots, p^{\max}$, в запретные интервалы не попадают. Таким образом, всегда можно принимать $p = p^{\max}$.

При соблюдении ограничений на операции для двух соседних операций робот, обслужив одну деталь, априори успеет обработать другую без нарушения длительности обработки, так как $R \geq R_1$. Поэтому в отличие от предыдущих работ, основанных на использовании метода запретных интервалов для разнообразных постановок задач построения расписаний линий с условиями обработки без ожиданий и прерываний, сокращаем число запретных интервалов за счет исключения интервалов для соседних операций. Определенные выше условия формируются для операций $l$ и $i$, таких, что $l > i+1$. Множество запретных интервалов $(x_{il}, y_{il})$, $i = 1, \ldots, n-1$, $l = 3, \ldots, n$, $l > i+1$, назовем запретными интервалами 2 типа и обозначим как множество $\mathrm{PI}_2$, общее число интервалов определяется величиной $(n-2)(n-1)/2$.

*Запретные интервалы 3 типа.* Модифицируем метод запретных интервалов для случая с несколькими роботами. Для исключения одновременного нахождения в общей зоне соседних роботов построим дополнительные запретные интервалы для операций $f$ и $h$, принадлежащих множеству $M_r$, $r=1,\ldots,P-1$. Пусть, как и ранее, $V_p$, $V_s$ — время поступления на линию $p$-й и $s$-й деталей, $V_p > V_s$; $f$, $h$ — номера операций, на которых в данный момент времени обрабатываются эти детали, $f > h$; $f$, $h \in M_r$.

Если робот $r$ сначала переносит $p$-ю деталь с операции $h$ на операцию $h+1$, затем робот $r+1$ перемещает деталь $s$ с операции $f$ на операцию $f+1$, то $V_p + Z_h + b_h + c_{h+1} \le V_s + Z_f$, где $c_{h+1}$ — время выхода робота с $(h+1)$-й операции за пределы общей зоны. Если робот $r+1$ переносит $s$-ю деталь с операции $f$ на операцию $f+1$, затем робот $r$ перемещает деталь $p$ с операции $h$ на операцию $h+1$, то $V_s + Z_f + b_f + c_{f+1} \le V_p + Z_h$. Если $f+1$ вне общей зоны, то $c_{f+1} = 0$.

Приведенные неравенства определяют следующее: робот, обработав деталь в общей зоне, успеет покинуть зону до прихода в нее соседнего робота. Объединив неравенства, получим запретные интервалы того же вида, что и для линии с одним роботом:

$$V_p - V_s \notin (Z_f - Z_h - b_h - c_{h+1},\ Z_f - Z_h + b_f + c_{f+1}) = (u_{hf};\ w_{hf}).$$

Движение каждого робота остается периодическим со временем ритма $R$. Как и выше, значение $V_p - V_s$ должно быть одним из $R, 2R, \ldots, pR$. Условие, необходимое для исключения столкновений соседних роботов в общей зоне, состоит в том, что значения $R, 2R, \ldots, pR$ не должны принадлежать ни одному из запретных интервалов $(u_{hf}; w_{hf})$. Множество запретных интервалов $(u_{hf}; w_{hf})$, $f$, $h \in M_r$, $f > h$, назовем запретными интервалами 3 типа и обозначим как $\mathrm{PI}_3$.

Окончательно правило запретных интервалов для периодического расписания с несколькими роботами включает в себя три группы запретных интервалов: 1) запретные интервалы, отражающие ограничение на операции (запретные интервалы 1 типа) $\mathrm{PI}_1$; 2) запретные интервалы для робота с учетом операций в его зоне (запретные интервалы 2 типа) $\mathrm{PI}_2$; 3) запретные интервалы для роботов с учетом операций в общих зонах (запретные интервалы 3 типа) $\mathrm{PI}_3$.

Периодическое расписание со временем ритма $R$ существует, если значения $R, 2R, \ldots, pR$ не принадлежат ни одному из запретных интервалов:

$$[0; \max_j\ (t_j + b_j)],\ \ j=1,,\ldots,n;$$
$$(x_{il}; y_{il}),\ i=1,\ldots,n-1,\ l=3,\ldots,n,\ l>i+1;$$
$$(u_{hf}; w_{hf}),\ f,\ h \in M_r,\ f>h;$$

$r=1,\ldots,P-1,$ т. е. выполняются условия $kR\geq R_1,$ $k=1,\ldots,p,$ и $kR\leq x_{il},$ либо $kR\geq y_{il},$ $i=1,\ldots,$ $n-1,$ $l=3,\ldots,$ $n,$ $l>i+1,$ $k=1,\ldots,$ $p,$ и $kR\leq u_{hf},$ либо $kR\geq w_{hf},$ $f,$ $h\in M_r,$ $f>h,$ $k=1,\ldots,$ $p.$

Минимальное из значений $R$, удовлетворяющих этим условиям, обеспечивает наилучшее решение задачи $R_{opt}$.

**Выбор оптимального решения.** Для нахождения оптимального ритма в случае с одним роботом используется метод перебора из класса так называемых методов решета (см., например, [22–24]). Основная идея метода состоит в организации последовательного перебора величин $R_1, R_1+\Delta,$ $R_1+2$ до тех пор, пока не будут выполнены достаточные условия правила запретных интервалов существования периодического расписания, где $\Delta$ — погрешность, устанавливаемая экспертом из содержательных соображений. Далее определяется порядок $\pi_r$ обхода операций роботами. Для этого достаточно взять величины $Z_i$ по модулю $R$ и упорядочить получившиеся величины в порядке их возрастания. Полученный порядок индексов и будет оптимальным маршрутом роботов $\pi_r, r=1,\ldots,P,$ показывающим, в каком порядке роботы должны обслуживать процессы [22].

В настоящей работе предложен более эффективный метод, позволяющий найти точное решение без перебора возможных значений. Правило запретных интервалов может быть естественным образом переформулировано в правило, которое можно назвать правилом разрешенных интервалов. Множеством разрешенных интервалов $A_k,$ $k=1,\ldots,K,$ назовем дополнение множества запретных интервалов трех типов на интервале $\left[R_1,R_2\right]$: $\left\{A_1,\ldots,A_K\right\}=[R_1,R_2]\setminus(\mathrm{PI}_1\cup\mathrm{PI}_2\cup\mathrm{PI}_2).$

Запретные интервалы могут пересекаться, поэтому число запретных интервалов $K$ может быть меньше числа разрешенных интервалов.

Пусть разрешенный интервал имеет вид $A_k=(a_k, b_k).$ Правило разрешенных интервалов формулируется следующим образом: периодическое расписание с ритмом $R$ существует, если $R$ принадлежит либо $(a_1,b_1),$ либо $(a_2,b_2),\ldots,$ либо $(a_K,b_K)$ и $2R$ принадлежит $(a_1,b_1),$ либо $(a_2,b_2),\ldots,$ $(a_K,b_K),\ldots,$ и $pR$ принадлежит $(a_1,b_1),$ либо $R\in$ $\in(a_k/k,b_k/k).$ Тогда набор разрешенных интервалов может быть переопределен как

$$(a_1,\ b_1),\ (a_1/2,\ b_1/2),\ \ldots,(a_1/p,\ b_1/p),\ (a_2,b_2),\ (a_2/2,\ b_2/2),\ \ldots,$$
$$(a_2/p,\ b_2/p),\ \ldots,\ (a_K,b_K),(a_K/2,\ b_K/2),\ \ldots,\ (a_K/p,\ b_K/p).$$

Оптимальное решение $R_{opt}$ является минимальным значением объединения интервалов

$$R_{opt} = \inf \left[ \left(a_1, b_1\right) \cup \left(a_1/2, b_1/2\right) \cup \ldots \cup \left(a_1/p, b_1/p\right) \cup \left(a_2, b_2\right) \cup \left(a_2/2, b_2/2\right) \cup \ldots \cup \left(a_2/p, b_2/p\right) \cup \ldots \cup \left(a_K, b_K\right) \cup \left(a_K/2, b_K/2\right) \cup \ldots \cup \left(a_K/p, b_K/p\right) \right].$$

**Пример.** Поясним методику выбора оптимального значения ритма и построения периодического расписания. Линия, состоящая из $n = 10$ операций, обслуживается двумя роботами $P = 2$. Операции 1 и 10 соответствуют загрузке и выгрузке деталей. Время операций и номера роботов, переносящих деталь на следующую операцию, приведены в таблице.

**Длительности операций и номера обслуживающих роботов**

| $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_j$, с | 0 | 60 | 180 | 210 | 300 | 330 | 240 | 150 | 90 | 0 |
| $r$ | 1 | | | | | 2 | | | | |

Движение роботов равномерно и составляет 10 с на переход между соседними операциями. Запрещено одновременное обслуживание роботами соседних операций. Необходимо исключить одновременное нахождение роботов в общей зоне, когда робот 1 переносит деталь с операции 4 на операцию 5, а робот 2 — с операции 6 на операцию 7, либо робот 1 переносит деталь с операции 5 на операцию 6, а робот 2 — с операции 7 на операцию 8. Максимальное число деталей, которые одновременно могут обрабатываться на линии, $p = 5$. Соответствующие запретные и разрешенные интервалы представлены на рис. 1.

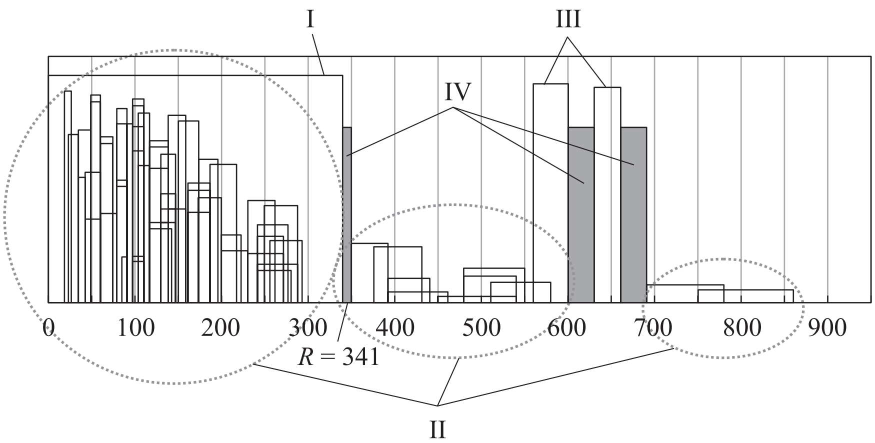


**Рис. 1.** Запретные интервалы 1 (I), 2 (II) и 3 (III) типов и разрешенные (IV) интервалы

Представленный алгоритм обеспечивает оптимальное решение со значением времени ритма $R_{opt} = 341$ с. Диаграммы Ганта для деталей и роботов показаны на рис. 2. Оптимальные маршруты роботов: $\pi_1 = (1, 2, 5, 4, 3, 1)$, $\pi_2 = (6, 8, 9, 10, 7, 6)$.

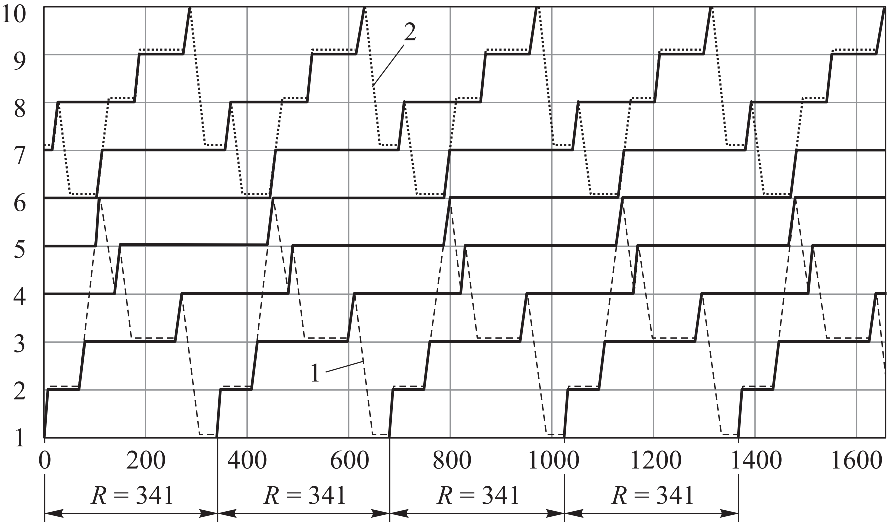


**Рис. 2.** Диаграммы Ганта для деталей и роботов 1 и 2

**Заключение.** Эффективные алгоритмы составления расписаний являются ключевым фактором для максимизации производительности гибких автоматических линий. Расширение арсенала инструментально-математических средств моделирования и создание нового инструментария, позволяющего решать сложные задачи производственного планирования и адекватно учитывать реальные условия функционирования, является одним из основных направлений повышения качества математических моделей и повышения их эффективности в хозяйственной практике [25].

Предложен алгоритм построения периодического расписания без прерываний и ожиданий с несколькими роботами и одним типом деталей. Можно суммировать результаты следующим образом. Метод запретных интервалов расширен для проблемы построения расписания с несколькими роботами и преобразован в метод разрешенных интервалов. В отличие от более ранних исследований, где рассмотрены некоторые упрощенные условия работы автоматической линии, здесь учтены реальные требования, состоящие в том, что роботы движутся по одному пути и должны избегать столкновения друг с другом. Численный пример поясняет предложенный метод и показывает, что он обеспечивает эффективное решение.

Полученные результаты могут быть использованы для модификаций модели периодического расписания транспортных роботов гибких автоматических линий с условиями обработки без прерываний и ожиданий, например, когда деталь поступает на некоторые процессы более одного раза или на некоторых операциях используется несколько параллельных процессов, а также для непериодических моделей. Изучение этих проблем и эффективных методов их решения является перспективным направлением будущих исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Abd K.K. Intelligent scheduling of robotic flexible assembly cells. Springer Theses. Cham, Springer, 2015. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-26296-3

[2] Levner E., Vishnevsky V. Recent advances in scheduling theory and applications in robotics and communications. In: Vishnevskiy V.M., Samouylov K.E., Kozyrev D.V. (eds). *Distributed Computer and Communication Networks.* DCCN 2021. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13144. Cham, Springer, 2021, pp. 14–23. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92507-9_2

[3] Pinedo M.L. Planning and scheduling in manufacturing and services. New York, NY, Springer, 2005. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0910-7

[4] Laajili E., Lamrous S., Manier M.-A., et al. An Adapted Variable Neighborhood Search based algorithm for the cyclic multi-hoist design and scheduling problem. *Comput. Indust. Eng.*, 2021, vol. 157, art. 107225. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107225

[5] Gultekin H., Coban B., Akhlaghi V.E. Cyclic scheduling of parts and robot moves in $m$-machine robotic cells. *Comput. Oper. Res.*, 2018, vol. 90, pp. 161–172. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.09.018

[6] Clossen R.J., Malstrom E.M. Effective capacity planning for automated factories requires workable simulation tools and responsive shop floor control. *Industrial Engineering*, 1982, vol. 15, pp. 73–79.

[7] García-Mata C.L., Márquez-Gutiérrez P.R., Burtseva L. Rescheduling in industrial environments: emerging technologies and forthcoming trends. *IJCOPI*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 34–48.

[8] Pinedo M.L. Scheduling: theory, algorithms, and systems. Cham, Springer, 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-05921-6

[9] Manier M.-A., Bloch C.A. Classification for hoist scheduling problems. *Int. J. Flex. Manuf. Syst.*, 2003, vol. 15, no. 1, pp. 37–55. DOI: https://doi.org/10.1023/A:1023952906934

[10] Pérez-Rodríguez R. Simulation optimization for the multihoist scheduling problem. *Appl. Comput. Intell. Soft Comput.*, 2021, vol. 2021, no. 1. DOI: https://doi.org/10.1155/2021/6639769

[11] Bagchi T.P., Gupta J.N.D., Sriskandarajah C. A review of TSP based approaches for flowshop scheduling. *Eur. J. Oper. Res.*, 2006, vol. 169, iss. 3, pp. 816–854. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.06.040

[12] Lamothe, J., Correge M., Delmas J. Hoist scheduling problem in a real time context. In: *11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems Discrete Event Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 199. Berlin, Heidelberg, Springer, 1994, pp. 586–592. DOI: https://doi.org/10.1007/BFb0033591

[13] Li X., Chan F.T.S., Chung S.-H. Optimal multi-degree cyclic scheduling of multiple robots without overlapping in robotic flowshops with parallel machines. *J. Manuf. Syst.*, 2015, vol. 36, pp. 62–75. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2015.03.003

[14] Ramin D., Fraizzoli D., Ballarino A., et al. Dynamic hoist scheduling for multi-recipe and multi-stage production lines: a logical framework. *SSRN*, 2022. DOI: https://doi.org/10.2139/ssrn.4105670

[15] Levner E., Kats V., Levit V.E. An improved algorithm for cyclic flowshop scheduling in a robotic cell. *Eur. J. Oper. Res.*, 1997, vol. 97, iss. 3, pp. 500–508. DOI: https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00272-X

[16] Kats V., Levner E. Cyclic flowshop scheduling with operators and robots: Vyacheslav Tanaev's vision and lasting contributions. *J. Sched.*, 2012, vol. 15, no. 4, pp. 419–425. DOI: https://doi.org/10.1007/s10951-010-0221-x

[17] Танаев В.С. К задаче составления расписания работы поточной линии с одним оператором. *Инженерно-физический журнал*, 1964, № 3, с. 111–114.

[18] Карзанов А.В., Лифшиц Э.М. О минимальном числе операторов для обслуживания однородного линейного технологического процесса. *Автоматика и телемеханика*, 1978, № 3, с. 162–169.

[19] Лившиц Э.М., Михайлецкий З.Н. Об оптимальном многооператорном циклическом процессе обслуживания поточной линии. *Управляющие системы и машины*, 1980, № 3, с. 187–190.

[20] Kats V., Levner E. Cyclic scheduling in a robotic production line. *J. Sched.*, 2002, vol. 5, no. 1, pp. 23–41. DOI: https://doi.org/10.1002/jos.92

[21] Leung J.M.Y., Zhang G., Yang X., et al. Optimal cyclic multi-hoist scheduling: a mixed integer programming approach. *Oper. Res.*, 2004, vol. 52, no. 6, pp. 965–976. DOI: https://doi.org//10.1287/opre.1040.0144

[22] Levner E., Meyzin L., Ptuskin A. Periodic scheduling of a transporting robot under incomplete input data: a fuzzy approach. *Fuzzy Sets Syst.*, 1998, vol. 98, iss. 3, pp. 255–266. DOI: https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00387-9

[23] Ptuskin A.S. No-wait periodic scheduling of non-identical parts in flexible manufacturing lines with fuzzy processing times. *Int. Workshop on Intelligent Scheduling of Robots and Flexible Manufacturing Systems.* Center for Technological Education Holon, 1995, pp. 210–222.

[24] Ptuskin A., Levner E., Kats V. Cyclic multi-hoist scheduling with fuzzy processing times in flexible manufacturing lines. *Appl. Soft Comput.*, 2024, vol. 165, art. 112014. DOI: https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.112014

[25] Клейнер Г.Б. Экономико-математическое моделирование и экономическая теория. *Экономика и математические методы*, 2001, т. 37, № 3, с. 111–126. EDN: VUPJQD

**Птускин Александр Соломонович** — д-р экон. наук, профессор кафедры «Организация и управление производством» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 248000, Калуга, ул. Университетский городок, д. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Птускин А.С. Метод построения периодических расписаний транспортных роботов гибких автоматических линий с условиями обработки без прерываний и ожиданий. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2025, № 5 (122), с. 24–40. EDN: TYIGHH

# A METHOD IN CONSTRUCTING A NO-WAITS AND NO-INTERRUPTIONS PERIODIC SCHEDULE FOR THE TRANSPORT ROBOTS OF THE FLEXIBLE AUTOMATIC LINES

**A.S. Ptuskin** asptuskin@bmstu.ru

**BMSTU, Kaluga Branch, Kaluga, Russian Federation**

**Abstract**

Mathematical simulation makes it possible to find optimal solutions to various manufacture problems. An important class of such problems includes scheduling, which involves allocating limited resources in production operations and is related to the discrete optimization problems. Particularly important is efficient scheduling of the expensive equipment, such as the flexible production lines widely used in the industries to improve productivity, flexibility, and safety in manufacture. Managing them raises a variety of complex scheduling issues. The paper considers a problem of constructing a periodic schedule for the flexible automated production line with multiple robots ensuring its no-waits and no-interruptions. The objective lies in finding a periodic schedule for the robots that

**Keywords**

*Periodic schedule, flexible automated lines, transport robots, mathematical model, prohibited interval method*

minimizes the cycle time. Unlike studies that impose the artificial and simplified operating conditions for an automated line, the paper accounts for the real-world requirements, such as robots moving along a single path and avoiding collisions. It proposes a modification to the prohibited interval method in constructing schedules with several robots. The new model provides efficient schedules for the real-world manufacture systems. A numerical example is presented to demonstrate the new method

Received 14.10.2024
Accepted 29.01.2025


## REFERENCES

[1] Abd K.K. Intelligent scheduling of robotic flexible assembly cells. Springer Theses. Cham, Springer, 2015. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-26296-3

[2] Levner E., Vishnevsky V. Recent advances in scheduling theory and applications in robotics and communications. In: Vishnevskiy V.M., Samouylov K.E., Kozyrev D.V. (eds). *Distributed Computer and Communication Networks.* DCCN 2021. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13144. Cham, Springer, 2021, pp. 14–23.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92507-9_2

[3] Pinedo M.L. Planning and scheduling in manufacturing and services. New York, NY, Springer, 2005. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0910-7

[4] Laajili E., Lamrous S., Manier M.-A., et al. An Adapted Variable Neighborhood Search based algorithm for the cyclic multi-hoist design and scheduling problem. *Comput. Indust. Eng.*, 2021, vol. 157, art. 107225.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107225

[5] Gultekin H., Coban B., Akhlaghi V.E. Cyclic scheduling of parts and robot moves in $m$-machine robotic cells. *Comput. Oper. Res.*, 2018, vol. 90, pp. 161–172.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.09.018

[6] Clossen R.J., Malstrom E.M. Effective capacity planning for automated factories requires workable simulation tools and responsive shop floor control. *Industrial Engineering*, 1982, vol. 15, pp. 73–79.

[7] García-Mata C.L., Márquez-Gutiérrez P.R., Burtseva L. Rescheduling in industrial environments: emerging technologies and forthcoming trends. *IJCOPI*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 34–48.

[8] Pinedo M.L. Scheduling: theory, algorithms, and systems. Cham, Springer, 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-05921-6

[9] Manier M.-A., Bloch C.A. Classification for hoist scheduling problems. *Int. J. Flex. Manuf. Syst.*, 2003, vol. 15, no. 1, pp. 37–55.
DOI: https://doi.org/10.1023/A:1023952906934

[10] Pérez-Rodríguez R. Simulation optimization for the multihoist scheduling problem. *Appl. Comput. Intell. Soft Comput.*, 2021, vol. 2021, no. 1.
DOI: https://doi.org/10.1155/2021/6639769

[11] Bagchi T.P., Gupta J.N.D., Sriskandarajah C. A review of TSP based approaches for flowshop scheduling. *Eur. J. Oper. Res.*, 2006, vol. 169, iss. 3, pp. 816–854. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.06.040

[12] Lamothe, J., Correge M., Delmas J. Hoist scheduling problem in a real time context. In: *11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems Discrete Event Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 199. Berlin, Heidelberg, Springer, 1994, pp. 586–592. DOI: https://doi.org/10.1007/BFb0033591

[13] Li X., Chan F.T.S., Chung S.-H. Optimal multi-degree cyclic scheduling of multiple robots without overlapping in robotic flowshops with parallel machines. *J. Manuf. Syst.*, 2015, vol. 36, pp. 62–75. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2015.03.003

[14] Ramin D., Fraizzoli D., Ballarino A., et al. Dynamic hoist scheduling for multi-recipe and multi-stage production lines: a logical framework. *SSRN*, 2022. DOI: https://doi.org/10.2139/ssrn.4105670

[15] Levner E., Kats V., Levit V.E. An improved algorithm for cyclic flowshop scheduling in a robotic cell. *Eur. J. Oper. Res.*, 1997, vol. 97, iss. 3, pp. 500–508. DOI: https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00272-X

[16] Kats V., Levner E. Cyclic flowshop scheduling with operators and robots: Vyacheslav Tanaev's vision and lasting contributions. *J. Sched.*, 2012, vol. 15, no. 4, pp. 419–425. DOI: https://doi.org/10.1007/s10951-010-0221-x

[17] Tanaev B.C. On the problem of scheduling a production line with one operator. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 1964, no. 3, pp. 111–114 (in Russ.).

[18] Karzanov A.V., Lifshits E.M. On the minimal number of operators in serving a uniform linear process. *Autom. Remote Control*, 1978, vol. 39, no. 3, pp. 445–450.

[19] Livshits E.M., Mikhayletskiy Z.N. On the optimal multi-operator cyclic process of servicing a flow line. *Upravlyayushchie sistemy i mashiny*, 1980, no. 3, pp. 187–190 (in Russ.).

[20] Kats V., Levner E. Cyclic scheduling in a robotic production line. *J. Sched.*, 2002, vol. 5, no. 1, pp. 23–41. DOI: https://doi.org/10.1002/jos.92

[21] Leung J.M.Y., Zhang G., Yang X., et al. Optimal cyclic multi-hoist scheduling: a mixed integer programming approach. *Oper. Res.*, 2004, vol. 52, no. 6, pp. 965–976. DOI: https://doi.org//10.1287/opre.1040.0144

[22] Levner E., Meyzin L., Ptuskin A. Periodic scheduling of a transporting robot under incomplete input data: a fuzzy approach. *Fuzzy Sets Syst.*, 1998, vol. 98, iss. 3, pp. 255–266. DOI: https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00387-9

[23] Ptuskin A.S. No-wait periodic scheduling of non-identical parts in flexible manufacturing lines with fuzzy processing times. *Int. Workshop on Intelligent Scheduling of Robots and Flexible Manufacturing Systems.* Center for Technological Education Holon, 1995, pp. 210–222.

[24] Ptuskin A., Levner E., Kats V. Cyclic multi-hoist scheduling with fuzzy processing times in flexible manufacturing lines. *Appl. Soft Comput.*, 2024, vol. 165, art. 112014. DOI: https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.112014

[25] Kleyner G.B. Economic and mathematical modeling and economic theory. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and Mathematical Methods], 2001, vol. 37, no. 3, pp. 111–126. EDN: VUPJQD

**Ptuskin A.S.** — Dr. Sc. (Econ.), Professor, Department of Production Organization and Management, BMSTU, Kaluga Branch (Universitetskiy gorodok ul. 1, Kaluga, 248000 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Ptuskin A.S. A method in constructing a no-waits and no-interruptions periodic schedule for the transport robots of the flexible automatic lines. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2025, no. 5 (122), pp. 24–40 (in Russ.). EDN: TYIGHH