

P123097

*Государственному
Воздушному Флоту
с. 123*

Проф. Н. Е. Жуковскій.

ДИНАМИКА АЭРОПЛАНОВЪ ВЪ ЭЛЕМЕНТАРНОМЪ ИЗЛОЖЕНІИ.

Лекціи, читанныя въ 1913 году для офицеровъ-летчиковъ Московскаго
Общества Воздухоплаванія.



МОСКВА—1913.
Типографія РУССКАГО ТОВАРИЩЕСТВА,
Мыльниковъ пер., с. д.
Телефонъ 18-35.

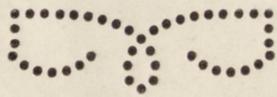
Проф. Н. Е. Жуковскій.

ДИНАМИКА АЭРОПЛАНОВЪ

ВЪ

ЭЛЕМЕНТАРНОМЪ ИЗЛОЖЕНІИ.

Лекціи, читанныя въ 1913 году для офицеровъ-летчиковъ Московскаго общества воздухоплавания.



МОСКВА—1913.

Типографія РУССКАГО ТОВАРИЩЕСТВА,
Мыльниковъ пер., с. д.

Телефонъ 18-35.

П. 1935
✓
ПРОВЕРЕНО
1952

Динамика аэроплановъ въ элементарномъ изложеніи.

(Лекціи, читанныя профессоромъ Н. Е. Жуковскимъ въ 1913 г. для офицеровъ летчиковъ Московскаго общества воздухоплавания).

Лекція 1. Въ этой лекціи разъясняются съ помощью указанія на простые приборы положенія динамики твердаго тѣла, нужныя для пониманія полета аэроплановъ. Сила, дѣйствующая на центръ тяжести тѣла, не имѣющаго начальнаго вращенія, сообщаетъ ему поступательное движеніе, ускореніе котораго направлено по силѣ и равно силѣ, раздѣленной на массу тѣла.

Если (фиг. 1.) возьмемъ тѣло AB какой-нибудь формы, которое находится подъ дѣйствіемъ силы своего вѣса, приложенной въ центрѣ тяжести C , и предоставимъ ему падать, то увидимъ, что центръ его тяжести будетъ двигаться внизъ по вертикальной линіи равномерно ускореннымъ движеніемъ, а тѣло будетъ оставаться само себѣ параллельнымъ.

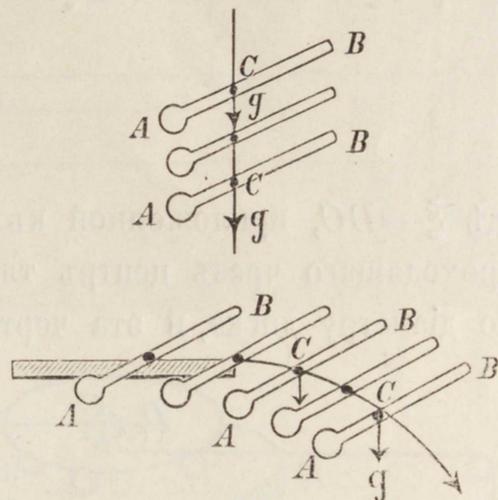
Точно также, если бы мы сообщили этому тѣлу нѣкоторую скорость поступательнаго движенія, на примѣръ, помѣстивши въ его центрѣ тяжести маленькій роликъ C , двинули бы тѣло по столу, держа его параллельнымъ самому себѣ, то увидали бы, что оно въ дальнѣйшемъ свободномъ движеніи оставалось бы строго параллельнымъ своему прежнему направленію; центръ же его тяжести описывалъ бы параболу, которую описываетъ свободно брошенный шарикъ. Тоже явленіе повторилось бы, если бы вмѣсто силы тяжести дѣйствовало на центръ тяжести въ томъ же направленіи какая-нибудь другая постоянная сила; при этомъ величина ускоренія была бы не $9,8 \text{ m/s}$, а нѣкоторая иная величина S , получаемая по формулѣ:

$$S = \frac{P}{M}, \dots \dots \dots (1)$$

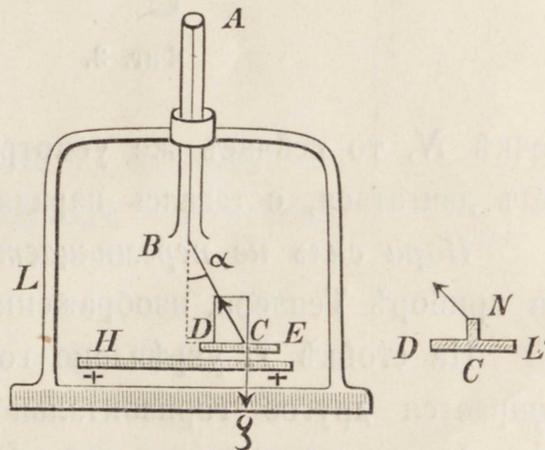
гдѣ M масса тѣла (масса получается, дѣля вѣсъ тѣла G въ килограммахъ на $9,8$).

Разъясняемый принципъ для случая силы, дѣйствующей на центръ тяжести тѣла въ измѣняющихся направленіяхъ, хорошо демонстрируется на приборѣ, построенномъ профессоромъ Делоне.

Этотъ приборъ изображенъ на фиг. (2). Вертикальная трубка AB удерживается на станинѣ L . Въ точкѣ A трубки укрѣплена резина, которая въ ненапрянутомъ состояніи достигаетъ конца трубки B . Эта резина вытягивается, на длину $BC = s$, причемъ ея конецъ C укрѣпляется въ центрѣ тяжести C диска DE , лежащаго на горизонтальной доскѣ H . Эту доску опускаютъ внизъ до тѣхъ поръ, пока вытянутая резина не уничтожитъ весь вѣсъ диска. Легко усмотрѣть, что при надлежащемъ положеніи доски H эта потеря всего вѣса будетъ



Фиг. 1.



Фиг. 2.

имѣть мѣсто во всякомъ положеніи диска на доскѣ. Дѣйствительно, разложимъ силу вытяжки резины

$$P = k \frac{s}{l}$$

на вертикальную силу Q и горизонтальную силу R :

$$Q = P \cos \alpha = k \frac{s \cdot \cos \alpha}{l}$$

$$R = P \sin \alpha = k \frac{s \cdot \sin \alpha}{l}$$

и подставимъ, согласно условію, $Q = G$, гдѣ G вѣсъ диска.

Тогда первая формула даетъ намъ разстояніе h диска отъ точки B

$$\frac{kh}{l} = G, \quad h = \frac{gl}{k},$$

которое не зависитъ отъ угла α . Нашъ дискъ будетъ находится подѣ дѣйствіемъ одной горизонтальной силы

$$R = \frac{\xi k}{l},$$

гдѣ $\xi = DC$, приложенной къ центру тяжести диска. Отъ всякаго толчка, направленнаго вдоль доски и проходящаго чрезъ центръ тяжести, дискъ, оставаясь самъ себѣ параллельнымъ (можно провести черту по діаметру диска, и эта черта будетъ оставаться себѣ параллельной), будетъ описывать своимъ центромъ

тяжести эллипсы около центра F , какъ это слѣдуетъ по закону движенія матеріальной точки подѣ дѣйствіемъ центральной силы, пропорціональной разстоянію. При этомъ время полного оборота по всѣмъ эллипсамъ будетъ одинаково и дается формулою:

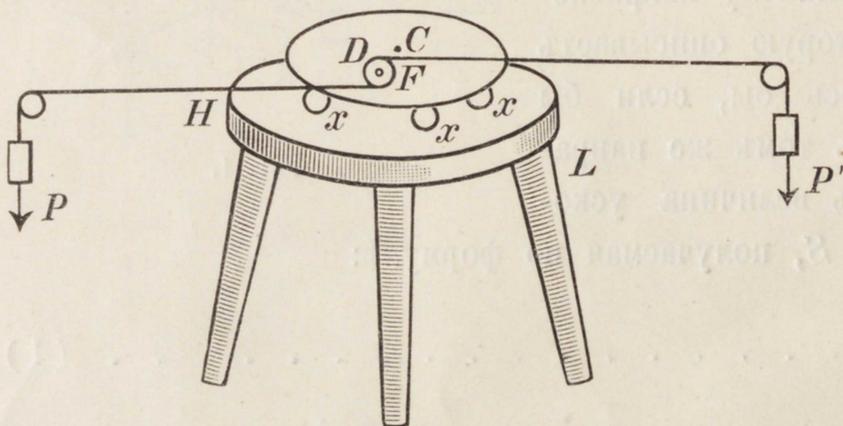
$$t = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{k}},$$

гдѣ m масса диска. Но, если мы привяжемъ конецъ резины не къ центру тяжести C , а къ какой-нибудь

точкѣ N , то сейчасъ же усмотримъ, что дискъ начнетъ вращаться около горизонтальной оси и не будетъ двигаться, оставаясь параллельнымъ доскѣ.

Пара силъ не перемѣщаетъ центра тяжести. Это положеніе динамики можетъ быть разъяснено на приборѣ Теплера, изображенномъ на фиг. (3).

На стойкѣ L укрѣплено горизонтальное зеркало H , на которое съ помощью трехъ шариковъ x, x, x опирается другое горизонтальное зеркало, придѣланное къ горизонтальному диску F . На дискѣ F прикрѣпленъ горизонтальный блокъ D , на который наматываются параллельныя нити, перекинутыя чрезъ весьма отдаленные вертикальные блоки и обремененныя равными грузами P . Вслѣдствіе отдаленности этихъ блоковъ сравнительно съ размѣромъ диска F при всякомъ положеніи диска F на приборѣ нити будутъ приблизительно параллельны, и силы ихъ натяженія образуютъ пару съ моментомъ



Фиг. 3.

$L = P \cdot 2r$, гдѣ r радиусъ блока DF (моментъ пары равенъ произведенію силы пары на разстояніе между силами пары). Эта пара не будетъ сдвигать центръ тяжести C диска F , и послѣдній будетъ вращаться около вертикальной оси, проходящей чрезъ точку C .

Вращеніе будетъ равномерно ускоренное, при чемъ *угловое ускореніе будетъ равно моменту вращающей пары, раздѣленному на моментъ инерціи диска.*

Это можно выразить формулою:

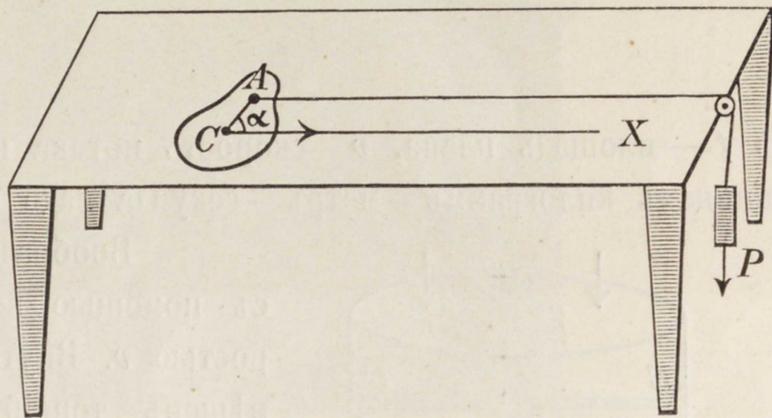
$$\Theta = \frac{L}{J}, \dots \dots \dots (2)$$

въ которой Θ представляетъ приращеніе угловой скорости въ 1'', а J есть моментъ инерціи относительно оси вращенія, т.-е. сумма произведеній массъ частицъ разсматриваемаго тѣла на квадраты ихъ разстояній отъ упомянутой оси.

Въ случаѣ, когда на данное твердое тѣло дѣйствуетъ какая-нибудь система силъ, то ее всегда можно замѣнить одною силою, проходящею чрезъ центръ тяжести, и одною парюю.

Сила будетъ двигать центръ тяжести тѣла, а пара будетъ вращать тѣло около центра тяжести.

Разсмотримъ приборъ, представленный на фиг. (4). Доска CA произвольной формы положена на весьма гладкій горизонтальный столъ. Къ точкѣ A этой доски, отстоящей на разстояніи a отъ центра тяжести C , привязана нить, перекинутая чрезъ далекій вертикальный блокъ и обремененная грузомъ P . Блокъ настолько далекъ отъ доски CA , что при всякомъ поворотѣ доски около ея центра тяжести C можно считать направленіе нити неизмѣннымъ. Прилагаемъ къ центру C двѣ противоположныя силы, равныя P и параллельныя нити; тогда дискъ будетъ находиться подѣ дѣйствіемъ силы P , приложенной къ его центру тяжести и подѣ дѣйствіемъ пары силъ съ моментомъ



Фиг. 4.

$$L = Pa \sin \alpha.$$

Сила P будетъ двигать центръ тяжести C по направленію CX равномерно ускореннымъ движеніемъ съ ускореніемъ $\frac{P}{m}$, гдѣ m масса доски, а пара заставитъ ее вращаться съ переменнымъ угловымъ ускореніемъ:

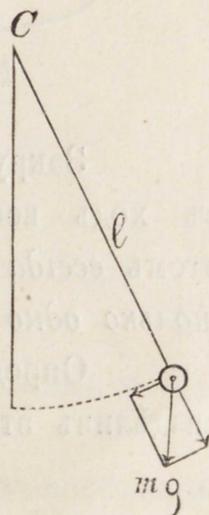
$$\Theta = \frac{Pa \sin \alpha}{J}.$$

Если бы (фиг. 5) мы вообразили математическій маятникъ длины l , то нашли бы для него тангенціальное ускореніе $g \sin \alpha$, раздѣляя которое на l , получили бы угловое ускореніе:

$$\Theta = \frac{g \sin \alpha}{l}.$$

Сравненіе обѣихъ угловыхъ ускореній приводитъ къ заключенію, что наша доска будетъ колебаться около центра C , какъ математическій маятникъ длины:

$$l = \frac{Jg}{Pa}.$$



Фиг. 5.

Подставляя это выражение въ известную формулу времени колебанія математическаго маятника:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

найдемъ, что наша пластина будетъ совершать свои колебанія во время

$$t = \pi \sqrt{\frac{J}{Pa}} \dots \dots \dots (3)$$

Эти колебанія будутъ тѣмъ медленнѣе, чѣмъ больше моментъ инерціи и чѣмъ меньше Pa .

Для разрѣшенія вопроса объ устойчивости аэроплановъ намъ надо еще сказать нѣсколько словъ о колебаніи маятника въ средѣ, оказывающей на него сопротивление пропорціональное угловой скорости. Мы рассмотримъ здѣсь приборъ, дѣйствіе котораго близко къ потушающему эффекту хвоста аэроплана.

Правило Ланглея.

Сила давленія воздуха, скользящаго по поверхности плана, перемѣщающагося перпендикулярно потоку воздуха, пропорціональна площади плана, скорости потока и скорости движенія плана.

Это правило выражается формулою

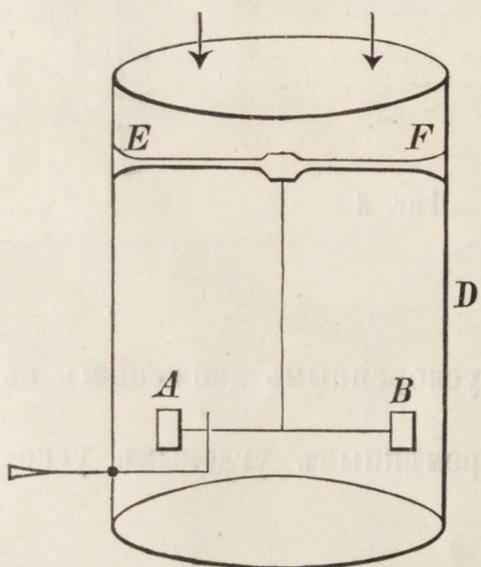
$$P = kfvw,$$

гдѣ f — площадь плана, v — скорость потока и w — скорость плана. Коэффициентъ k согласно *Cоро* при единицахъ килограммъ — метръ — секунда надо положить равнымъ 0,33.

Вообразимъ теперь (фиг. 6) вертикальную трубу D , по которой съ помощью вентилятора воздухъ подсасывается сверху внизъ со скоростью v . Внутри этой трубы на горизонтальной перекладинѣ $E F$ помещенъ тонкій стальной пруть, къ которому въ своемъ центрѣ тяжести C прикрѣплена горизонтальная крылатка $AB = 2l$. Моментъ пары силъ упругости, которая стремится раскручивать стержень, если онъ закрученъ на уголъ $\Delta\alpha$, пропорціоналенъ этому углу крученія и выражается формулою

$$L = \xi \Delta\alpha, \dots \dots \dots (5)$$

гдѣ ξ постоянный коэффициентъ, зависящій отъ второго модуля упругости, длины и діаметра стержня.



Фиг. 6.

Закрутивъ немного стержень, мы задерживаемъ крылатку съ помощью крючка; потомъ пускаемъ въ ходъ вентиляторъ и спускаемъ крючекъ. Крылатка начнетъ совершать затухающія колебанія. При этомъ *всегда можно подобрать величины l и ξ такъ, что крылатка при спускѣ крючка совершитъ только одно колебаніе.*

Опредѣливъ по форм. (5) и (4) моментъ пары, вращающей крылатку около вертикальной оси и раздѣливъ этотъ моментъ на моментъ инерціи крылатки

$$J = J_0 + ml^2,$$

гдѣ J_0 моментъ инерціи палочки AB , а m сумма массъ крылышекъ A и B , мы получимъ угловое ускореніе крылатки Θ . Зная это ускореніе, составимъ уравненіе, изъ котораго съ помощью приложенія выс-

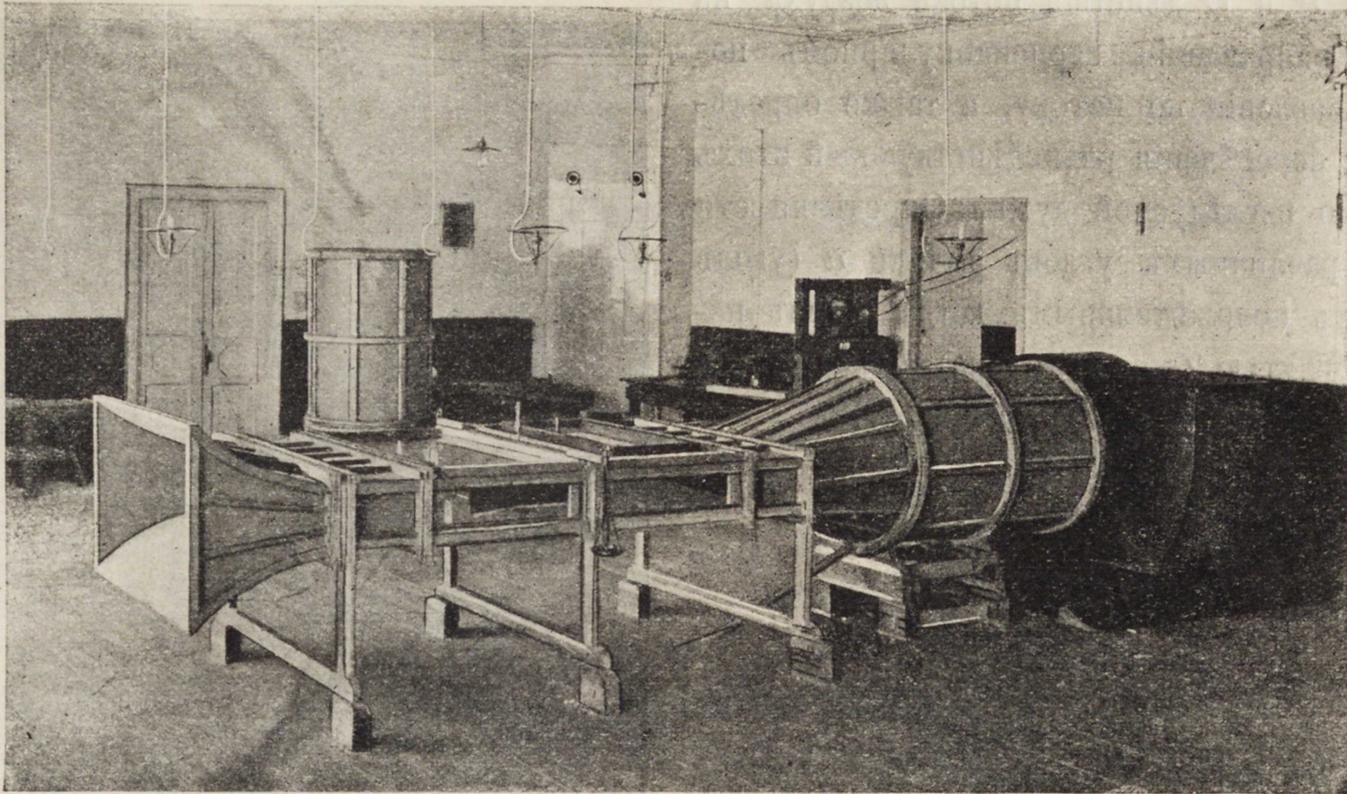
шей математики, найдемъ изменение угла закрутки $\Delta\alpha$ со временемъ. Этотъ уголъ выразится формулою

$$\alpha = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \dots \dots \dots (6)$$

гдѣ C_1 и C_2 суть постоянныя величины, опредѣляемыя по начальнымъ даннымъ, e есть основаніе логарифмовъ Непера, а λ_1 и λ_2 суть корни уравненія:

$$(J_0 + ml^2)\lambda^2 + kfv\lambda + \xi = 0,$$

въ которомъ f представляетъ сумму площадей обоихъ крыль.



Фиг. 7.

Эти корни суть:

$$\lambda_1 = -\frac{kfv}{2(m + \frac{J_0}{l^2})} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4\xi(m + \frac{J_0}{l^2})}{k^2 f^2 v^2 l^2}} \right\}$$

$$\lambda_2 = -\frac{kfv}{2(m + \frac{J_0}{l^2})} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4\xi(m + \frac{J_0}{l^2})}{k^2 f^2 v^2 l^2}} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

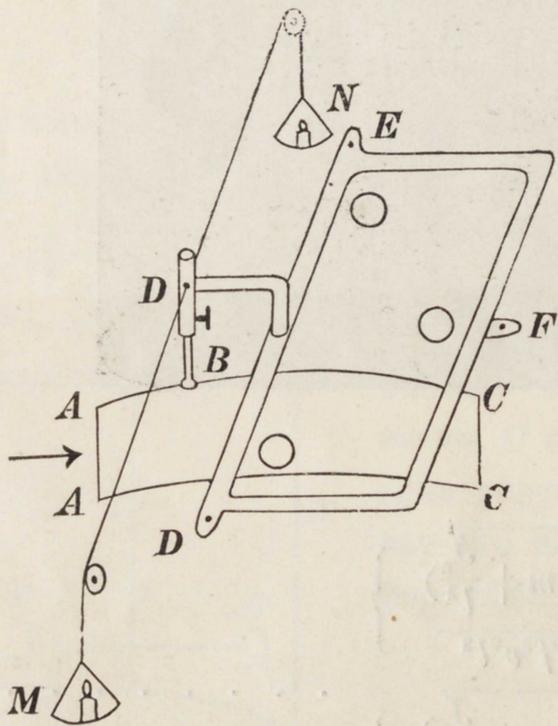
Они будутъ дѣйствительны при условіи:

$$\frac{4\xi(m + \frac{J_0}{l^2})}{k^2 f^2 v^2 l^2} < 1 \dots \dots \dots (8)$$

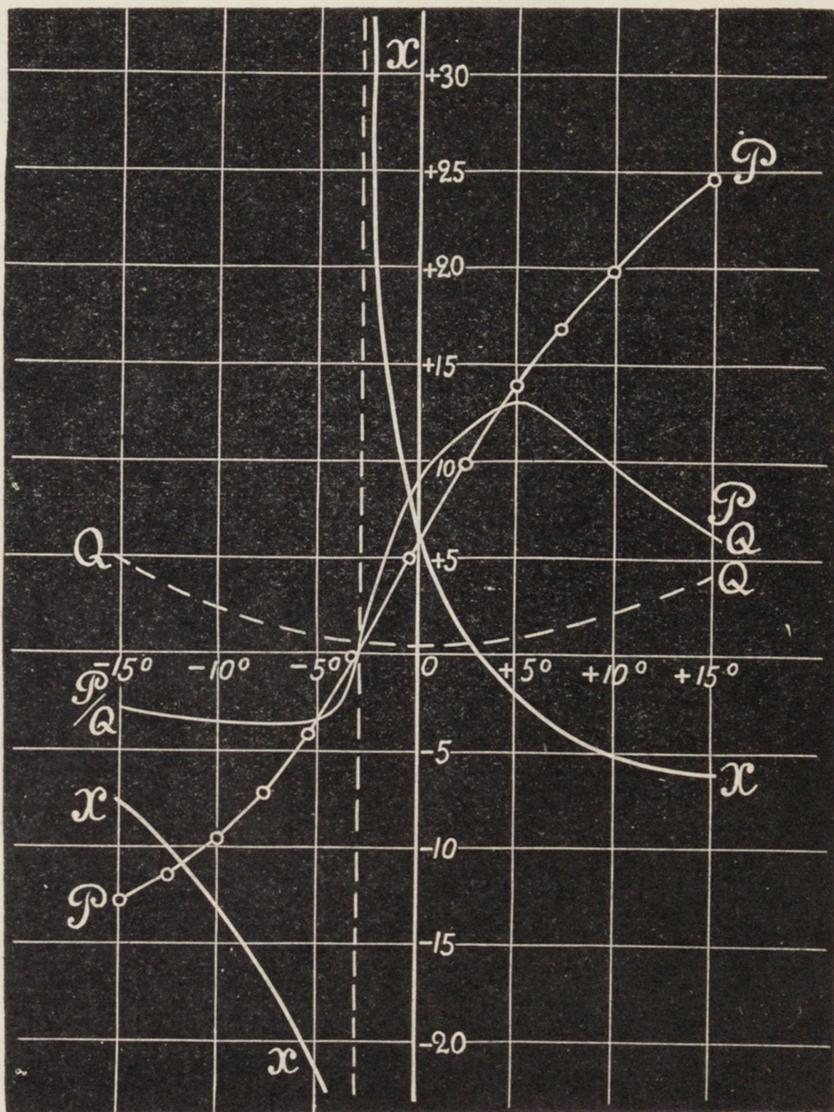
Если это неравенство удовлетворено, то λ_1 и λ_2 будутъ дѣйствительныя отрицательныя величины и согласно форм. (6) уголъ $\Delta\alpha$ съ возрастаніемъ t будетъ убывать, стремясь къ нулю.

Лекція 2. Перейдемъ теперь къ графическому изслѣдованію прямолинейнаго полета аэроплана. Сила сопротивленія воздуха на планы аэроплана различныхъ видовъ изучается въ аэродинамическихъ лабораторіяхъ. На фиг. (7) дана фотографія плоской аэродинамической галлерей въ лабораторіи Императорскаго техническаго училища; стѣнки этой галлерей сдѣланы изъ зеркальных стеколъ. Воздухъ

всасывается сквозь эту галерею съ помощью вентилятора Сирокко, при чемъ потокъ его во всѣхъ точкахъ прямоугольнаго сѣченія трубы (прямоугольникъ 30 с. \times 150 с.) даетъ хорошее равномерное поле. Модель (фиг. 8) *AACC*, представляющая вырѣзку изъ главныхъ плановъ аэроплана, сдѣланную двумя вертикальными плоскостями, параллельными его оси, помѣщается внутри трубы и соединяется съ помощью стержня *BD*, проходящаго въ отверстіе, сдѣланное въ верхней крышкѣ трубы, съ горизонтальной доской *EFD*, въ которую вставлено зеркальное стекло, катающееся на шарикахъ по верхнему горизонтальному стеклу трубы. Доска *DEF* можетъ быть закрѣплена на вертикальной шпилькѣ въ одной изъ трехъ точекъ: *D*, *F* или *E* и приведена при дѣйствіи вентилятора въ равновѣсіе съ помощью грузовъ *M* и *N*. Зная эти грузы для трехъ точекъ закрѣпленія, мы опредѣляемъ сумму моментовъ силъ сопротивленія воздуха относительно трехъ центровъ: *D*, *F* и *E* и съ помощью этихъ моментовъ опредѣлимъ составляющія силы *P* и *Q* дѣйствія потока воздуха на пластинку въ направленіи перпендикулярномъ потоку и въ направленіи по потоку, а также опредѣляемъ и точку пересѣченія равнодѣйствующей этихъ силъ съ хордою изслѣдуемой дужки. Опредѣляя эти величины для различныхъ угловъ атаки α (уголъ атаки считаютъ положительнымъ, когда вѣтеръ направленъ на вогнутую сторону плана), образуемыхъ



Фиг. 8.

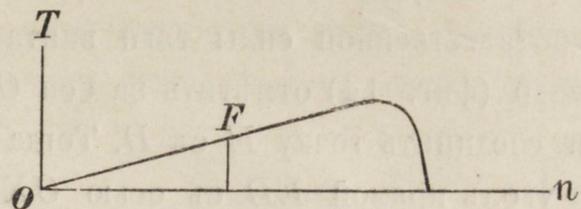


Фиг. 9.

направленіемъ хорды и направленіемъ потока, мы можемъ начертить графику, характеризующую силу дѣйствія вѣтра на поддерживающій планъ при различныхъ углахъ α . Такая графика для плановъ типа Ньюпора при скорости 17 m/s изображена здѣсь на фиг. (9). По оси абсциссъ отлагается уголъ атаки α , а по оси ординатъ отлагаются величины: P , Q , $\frac{P}{Q}$ и x . При этомъ P и Q выражены въ килограммахъ на одинъ квадратный метръ поверхности плановъ, а x представляетъ отношеніе разстоянія точки приложенія равнодѣйствующей силы сопротивленія, считая отъ середины хорды, къ длинѣ полухорды. Соответственныя кривыя обозначены на фиг. буквами: P , Q , $\frac{P}{Q}$, x .

Пользуясь подобною графикою, можно изслѣдовать нормальный горизонтальный полетъ аэроплана, движущагося подъ дѣйствіемъ пропеллера, приводимаго во вращеніе легкимъ моторомъ внутренняго сго-

ранія. Для силы тяги R такого пропеллера имѣетъ съ большимъ приближеніемъ мѣсто положеніе, указанное профессоромъ Пенлеве: *Сила тяги пропеллера не зависитъ отъ скорости аэроплана*. Это обстоятельство происходитъ отъ того, что работа мотора внутреннего сгорания, пока скорость его вращенія не превосходитъ нѣкотораго предѣла, остается пропорціоной числу оборотовъ. На фиг. (10) дана діаграмма, въ которой по оси абсциссъ отлагается число оборотовъ n оси мотора въ одну секунду, а по оси ординатъ—выдѣляемая имъ работа.



Фиг. 10.

Мы видимъ, что до нѣкотораго опредѣленнаго значенія n работа T измѣняется пропорціоно числу оборотовъ, что можно выразить формулою $T = \xi n$, гдѣ ξ нѣкоторый постоянный коэффициентъ.

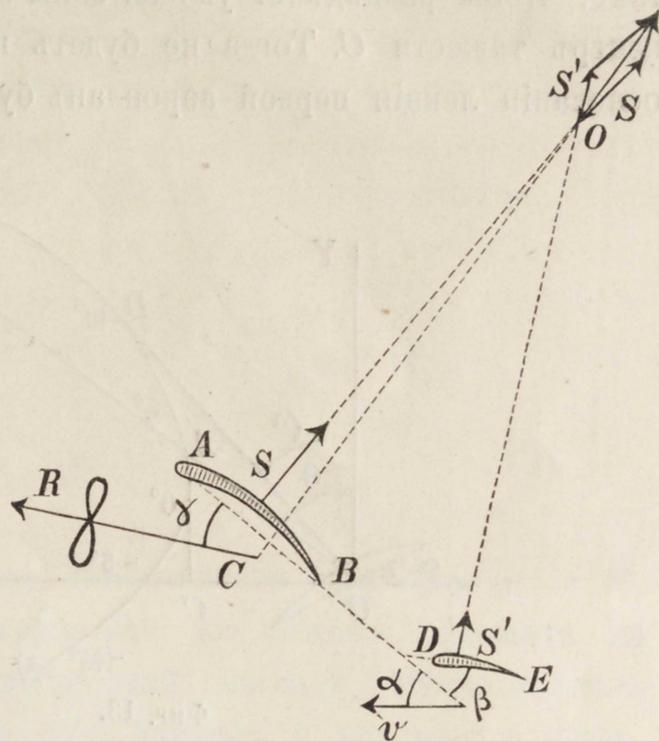
Съ другой стороны изъ теоріи пропеллера, имѣющаго форму геометрическаго винта съ шагомъ h , извѣстна формула для силы тяги R :

$$T = Rnh.$$

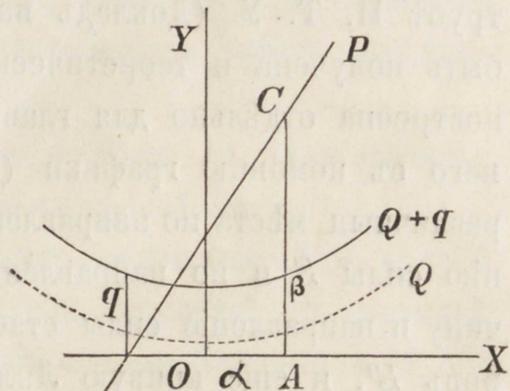
Изъ обѣихъ написанныхъ формулъ получаемъ для силы тяги постоянное значеніе:

$$R = \frac{\xi}{h},$$

что и доказываетъ предложеніе Пенлеве. Съ возрастаніемъ скорости аэроплана мотору становится легче вращать винтъ; вслѣдствіе чего скорость винта возрастаетъ, и въ результатъ сила тяги его не измѣняется. На фиг. (11) дана схема аэроплана, на которой AB главные планы, DE стабилизаторъ, R пропеллеръ, ось котораго проходитъ черезъ центръ тяжести C всего аэроплана, α уголъ хорды поддерживающихъ плановъ съ направленіемъ полета, β уголъ стабилизатора съ хордою поддерживающихъ плановъ и γ уголъ оси пропеллера съ этою хордою. Принявъ, что при нормальномъ горизонтальномъ полетѣ $\beta = \alpha$, увидимъ, что при этомъ вся поддерживающая сила аэроплана образуется отъ удара вѣтра на главные планы. Вычертимъ въ этомъ предположеніи такъ называемую *кривую Лиліенталя*. Для этого увеличимъ въ графикѣ (9) силы P и Q , умноживъ ихъ на площадь главныхъ плановъ; потомъ, назвавъ при разсматриваемой скорости равнодѣйствующую всѣхъ вредныхъ сопротивленій аэроплана: сопротивление пилота, шасси, стоекъ и т. д. черезъ q и, замѣтивъ, что это сопротивление можно считать мало измѣняющимся съ измѣненіемъ угла α (подобно сопротивленію шара), приподнимемъ (фиг. 12) кривую Q вверхъ по оси ординатъ на разстояніе q ; далѣе для всякаго угла α откладываемъ на новыхъ осяхъ (фиг. 13) по оси абсциссъ величины OC , равныя OA на фиг. (12) и по оси ординатъ величины AC . Полученная такимъ образомъ кривая NM и будетъ кривою Лиліенталя. Ея радіусы векторы OA даютъ по величинѣ и направленію полную силу S сопротивленія воздуха на аэропланъ (пренебрегая силою S ; дѣйствующею на стабилизаторѣ DE).



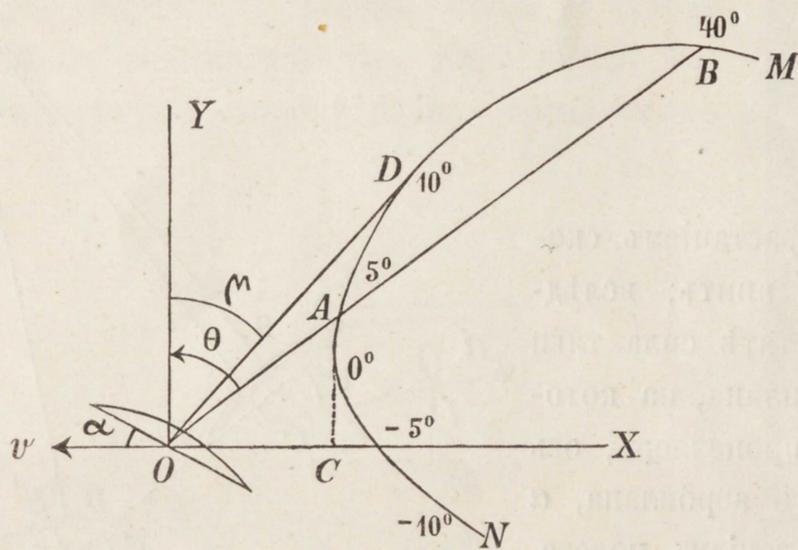
Фиг. 11.



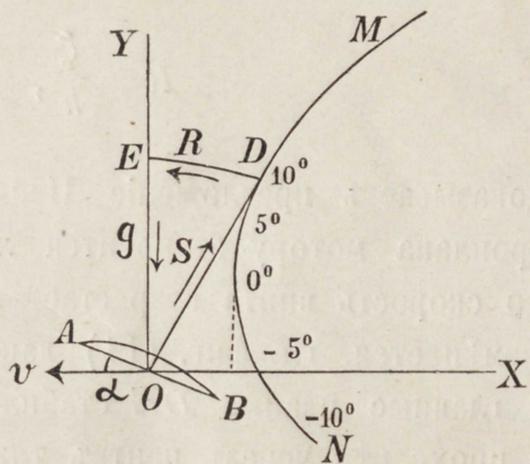
Фиг. 12.

При этомъ, если бы графика вида (фиг. 9) была получена при изслѣдованіи модели аэроплана вмѣстѣ со стабилизаторомъ, то сила S выражала бы точно сопротивленіе воздуха на весь аэропланъ. Направленіе относительнаго вѣтра берется по оси OX , что же касается угловъ направленія хорды AB ,

то они записываются въ соответственныхъ точкахъ кривой NM , какъ это сдѣлано на нашемъ рисункѣ. Наивыгоднѣйшій уголъ α будетъ тотъ, который даетъ наибольшее отношеніе $\frac{P}{Q+q}$, т.-е. соответствуетъ силѣ S , прикасающейся къ кривой Лиліенталя. На нашей фиг. (13) это будетъ уголъ въ 10° . Для полученія соответственной силы тяги винта R и угла γ , который ось пропеллера должна образовать съ хордою AB , надо (фиг. 14) отмѣтить на оси OY отрѣзокъ $OE = G$, гдѣ G вѣсъ аэроплана и поднятыхъ имъ грузовъ, и соединить точку E съ D . Тогда отрѣзокъ DE выразитъ въ принятомъ масштабѣ силу тяги R пропеллера, а уголъ прямой ED съ осью OX будетъ равенъ $\alpha - \gamma$. Это слѣдуетъ изъ того, что на основаніи лекціи первой движеніе центра тяжести аэроплана происходитъ отъ равнодѣйствующей силъ S , R , G , и эти силы должны образовать замкнутый треугольникъ и дать равнодѣйствующую равную нулю. Что касается до вращенія аэроплана около его центра тяжести C , то отмѣтивъ на фиг. (11), на основаніи кривой x графики (9) точку приложенія силы S , мы должны будемъ подобрать длину $BD = l$ или площадь DE такъ, чтобы равнодѣйствующая силъ S и силъ сопротивленія S' на стабилизаторъ DE проходила чрезъ центръ тяжести C . Тогда не будетъ пары силъ, вращающей аэропланъ около его центра тяжести, и на основаніи лекціи первой аэропланъ будетъ двигаться въ горизонтальномъ направленіи равномернымъ посту-



Фиг. 13.



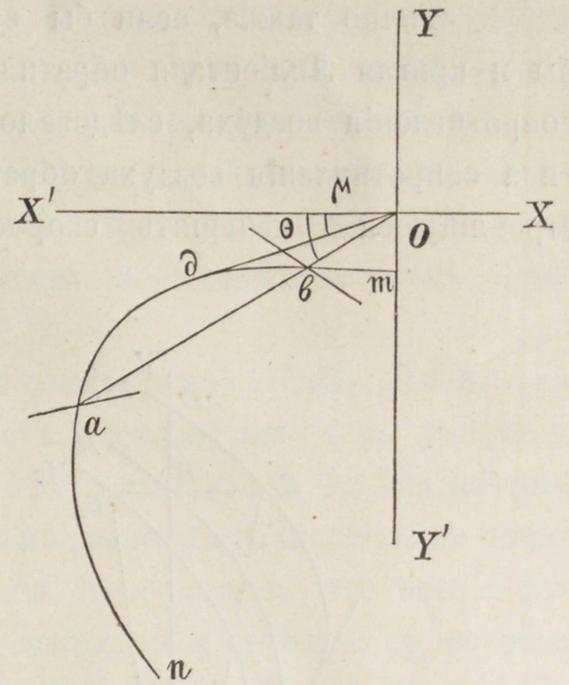
Фиг. 14.

пательнымъ движеніемъ. Установивъ указаннымъ способомъ размѣры аэроплана, покажемъ, что, измѣняя уголъ β , мы будемъ получать вполне опредѣленный уголъ атаки α , который хорда главныхъ плановъ аэроплана образуетъ съ направ. относительнаго вѣтра.

Связь между углами β и α можетъ быть установлена на основаніи опытовъ надъ моделями аэроплановъ вмѣстѣ со стабилизаторомъ, какъ это дѣлалъ Г. И. Лукьяновъ въ плоской аэродинамической трубѣ И. Т. У. (Докладъ на II-мъ Всероссийскомъ воздухоплавательномъ съѣздѣ). Но эта связь можетъ быть получена и теоретически, пользуясь фигурами (9), (11) и (13), при чемъ (фиг. 9) должна быть построена отдѣльно для главныхъ плановъ и для стабилизатора. Задавшисъ угломъ α и получивъ для него съ помощію графики (9) главныхъ плановъ силу S , мы перемѣщаемъ на (фиг. 11) точку O въ различныя мѣста по направленію силы S и вычерчиваемъ параллелограммы силъ по величинѣ и направленію силы S и по направленію OD и OC . Это даетъ намъ для всякаго мѣста точки O нужныя величину и направленіе силы стабилизатора S' . Строимъ при точкѣ D кривую, представляющую концы векторовъ S' , и еще кривую Лиліенталя для стабилизатора. Точка пересѣченія этихъ кривыхъ даетъ намъ величину угла $\alpha - \beta$. Такимъ образомъ, устанавливая подъ различными углами β задній руль глубины, мы будемъ устанавливать различные углы атаки главнаго плана. То же разсужденіе относится и къ случаю передняго руля глубины.

Исслѣдуемъ теперь равномерное движеніе аэроплана по различнымъ наклоннымъ прямымъ, сначала при остановленномъ пропеллерѣ. Эти наклонныя прямыя называются *гиссадами*, а вспомо-

ная кривая, которая даетъ скорость скольженія на различныхъ глассадахъ, называется *указательницею глассады*. Эта кривая строится весьма просто, когда вычерчена кривая Лиліенталя для главныхъ плановъ (фиг. 13) или точнѣе, когда эта кривая построена на основаніи ислѣдованія въ аэродинамической галлерей надъ полною моделью аэроплана. Пусть такая кривая Лиліенталя есть линія MN , на которой написаны для соотвѣтственныхъ направленій полной силы дѣйствія потока воздуха на аэропланъ углы атаки α , образуемые потокомъ съ хордою главнаго плана аэроплана. Мы видимъ, что для всякаго направленія силы S существуютъ два угла атаки. Напр., направленію OAB соотвѣтствуютъ углы атаки 5° и 40° . Вообразимъ, что весь чертежъ (13) повернуть около центра O такъ, что прямая OAB сдѣлалась вертикальна, а скорость v приняла направленіе oba (фиг. 15), образующее съ горизонтомъ уголъ θ , который сила S образывала съ осью OY . Сила сопротивленія S сдѣлается при этомъ вертикальной, и для того, чтобы она могла преодолѣть вѣсъ аэроплана G , скорость должна измѣниться противъ той, для которой построена кривая Лиліенталя. Если кривая Лиліенталя вычерчена, какъ мы предположили, для скорости $v = 17m/s$, то надо взять теперь скорость v' , опредѣленную изъ пропорціи:



Фиг. 15.

$$\frac{v'^2}{v^2} = \frac{G}{S}$$

т.-е. взять скорость

$$v' = v \sqrt{\frac{G}{S}} \dots \dots \dots (9)$$

Двумъ величинамъ $S = OA$ и $S = OB$ будутъ соотвѣтствовать двѣ скорости $v' = oa$ и $v' = ob$, изъ которыхъ первая больше второй. Для всякаго направленія глассады oba , мы можемъ отложить на ней два вектора, представляющія двѣ возможныя скорости движенія по этой глассады. Мѣсто концовъ всѣхъ полученныхъ такимъ образомъ векторовъ даетъ намъ кривую ndm , которая и называется *указательницею глассады*. Касательная od , проведенная изъ точки o къ указательницѣ глассады, даетъ намъ уголъ μ наиболѣе отлогой глассады для даннаго аэроплана. Обѣ возможныя скорости на этой глассады дѣлаются одинаковыми. Уголъ наиболѣе отлогой глассады равенъ углу, который полная сила сопротивленія аэроплана при его нормальномъ горизонтальномъ полетѣ образуетъ съ вертикалью.

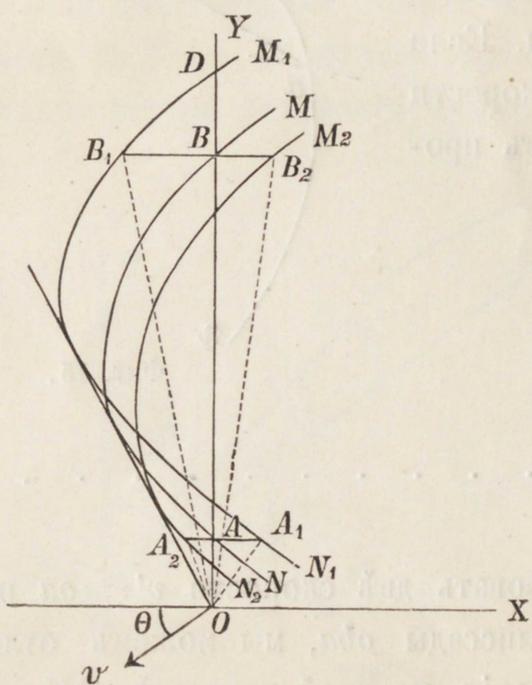
Мы видимъ (фиг. 15), что по всякой глассады аэропланъ можетъ спускаться съ двумя скоростями: съ большою скоростью oa при маломъ углѣ атаки и съ малою скоростью ob при большомъ углѣ атаки. На практикѣ пилотъ всегда выбираетъ первую скорость, такъ какъ имѣетъ мѣсто слѣдующее свойство глассады, указанное профессоромъ Пенлеве:

Движеніе по глассадамъ большой скорости можетъ быть сохраняемо дѣйствіемъ руля высоты; движеніе же по глассады съ малою скоростью не можетъ сохраняться этимъ способомъ.

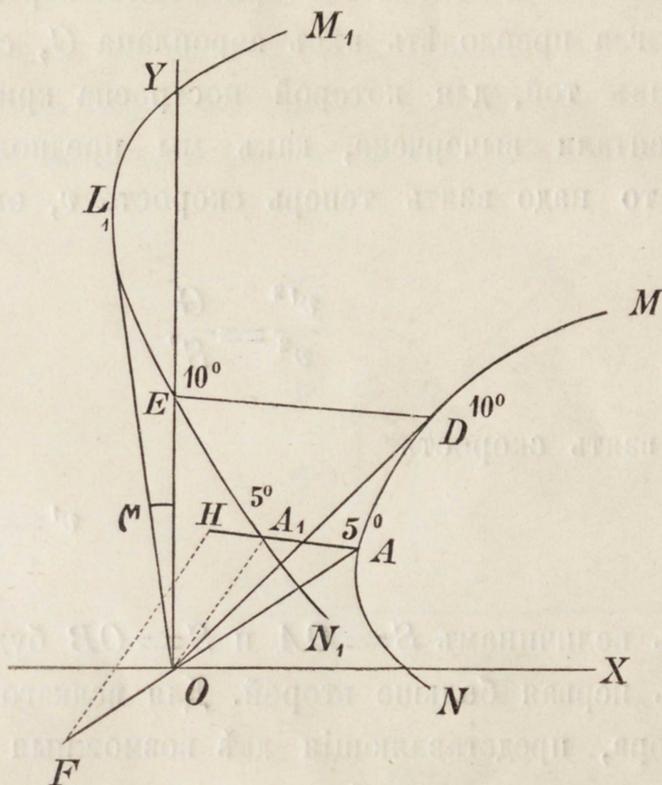
Доказательство этой теоремы дано на фиг. (16), на которой изображено положеніе NM кривой Лиліенталя, при поворотѣ ея на уголъ θ около центра O , вычерченной для той скорости, съ которой аэропланъ движется по глассады. Кромѣ кривой MN здѣсь начертаны еще другія кривыя Лиліенталя M_1N_1 , M_2N_2 , ..., соотвѣтствующія другимъ скоростямъ. При этомъ всѣ онѣ подобны (съ центромъ подобія O), такъ какъ векторы S пропорціональны квадрату скорости. Проведемъ чрезъ точки A и B линіи параллельныя оси OX и отмѣтимъ точки A_1, A_2 и B_1, B_2 , въ которыхъ эти линіи пересѣкутъ соотвѣтственныя кривыя Лиліенталя. Предположимъ, что аэропланъ движется по глассады съ силою сопротивленія OB , равной его вѣсу, и вслѣдствіе какой-нибудь случайности относительная скорость его возросла (напр. отъ

встрѣчнаго вѣтра); при этомъ подъемная сила его будетъ не OB , и будетъ опредѣляться при томъ же углѣ атаки отрезкомъ OD , отсѣкаемымъ на оси OY кривою Лиліенталя N_1M_1 . Для того, чтобы эта сила осталась равной вѣсу аэроплана, надо будетъ посредствомъ уменьшенія угла β уменьшить уголъ атаки α настолько, чтобы сила сопротивленія воздуха представилась векторомъ OB_1 , вертикальная составляющая котораго равна вѣсу G . При этомъ горизонтальная составляющая этой силы BB_1 будетъ направлена влѣво и будетъ увеличивать скорость аэроплана.

Точно также, если бы отъ случайной причины относительная скорость воздуха уменьшилась бы и кривая Лиліенталя обратилась бы въ N_2M_2 , то для сохраненія вертикальной составляющей силы сопротивленія воздуха, слѣдовало бы увеличить уголъ β и этимъ увеличить уголъ атаки α . При этомъ сила сопротивленія воздуха обратилась бы въ OB_2 и дала бы горизонтальную составляющую BB_2 , стремящуюся уменьшить скорость аэроплана. Такимъ образомъ, стремясь посредствомъ задняго



Фиг. 16.



Фиг. 17.

руля высоты сохранить подъемную силу аэроплана, мы тѣмъ самымъ будемъ все болѣе отступать отъ нормальной скорости на данной глissадѣ, и рассматриваемое движеніе не можетъ сохраниться дѣйствіемъ задняго руля высоты (тоже относится къ переднему рулю высоты). Другое дѣло будетъ, когда аэропланъ скользитъ по глissадѣ съ большою скоростью при маломъ углѣ атаки. Если эта скорость увеличится и кривая Лиліенталя MN перейдетъ въ M_1N_1 , то слѣдуетъ посредствомъ уменьшенія угла β уменьшить уголъ атаки α и получить силу сопротивленія OA_1 , вертикальная сосавляющая которой будетъ прежняя сила вѣса OA (чтобы для обоихъ разсужденій сохранить одинъ и тотъ же чертежъ, мы беремъ теперь меньшій вѣсъ аэроплана G); горизонтальная же составляющая AA_1 будетъ стремиться уменьшить скорость аэроплана. Точно такъ же, если бы отъ случайныхъ причинъ скорость скользящаго аэроплана уменьшилась, то мы бы увеличили уголъ β и этимъ увеличили бы уголъ атаки α . Кривая Лиліенталя перешла бы въ кривую N_2M_2 , и сила сопротивленія выразилась бы векторомъ OA_2 , который, давая прежнюю вертикальную составляющую, дастъ горизонтальную составляющую AA_2 , стремящуюся увеличить скорость аэроплана. Такимъ образомъ, сохраняя съ помощью руля высоты вертикальную составляющую силы сопротивленія воздуха равной вѣсу аэроплана, мы вмѣстѣ съ этимъ уменьшаемъ скорость аэроплана, если она отъ случайныхъ причинъ увеличилась, и увеличиваемъ ее, если она уменьшилась. Рассматриваемое движеніе по глissадѣ можетъ быть сохраняемо дѣйствіемъ руля высоты.

Перейдемъ къ изслѣдованію прямолинейныхъ и равномерныхъ движеній аэроплана при дѣйствіи его пропеллера.

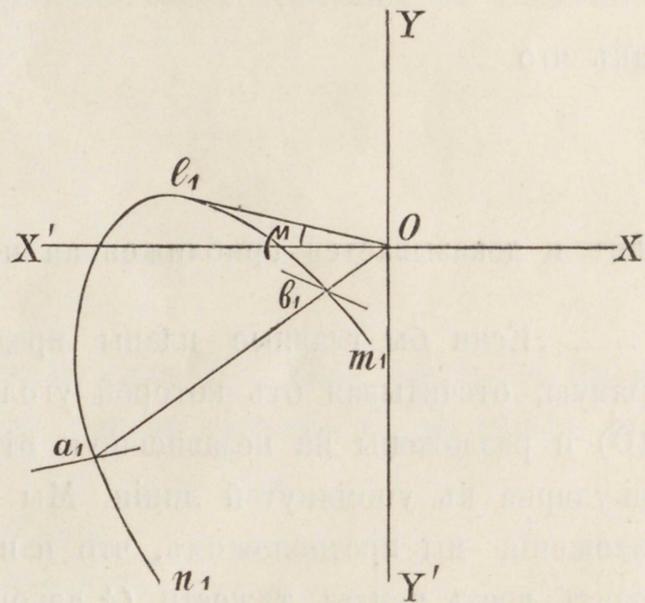
Пусть отношеніе $G:R = \xi$. Эта величина ξ на основаніи положенія Пенлеве будетъ сохраняться при всякихъ скоростяхъ аэроплана. Построимъ (фиг. (17)) съ помощью кривой Лиліенталя MN нѣкоторую другую кривую N_1M_1 . Для этого чрезъ каждую точку A кривой Лиліенталя проводимъ прямую AA_1 подъ угломъ $\alpha - \gamma$ къ оси OX .

Отлагаемъ на этой линіи длину $AN = 1$ и зачеркиваемъ изъ точки N , какъ изъ центра, дугу радиусомъ $NF = \xi$; точку пересѣченія F этой дуги съ прямой AO соединяемъ съ N и проводимъ изъ начала O прямую $OA_1 \parallel FN$ до пересѣченія съ прямой AN въ точкѣ A_1 . Мѣсто полученныхъ такимъ построеніемъ точекъ A_1 и образуетъ кривую N_1M_1 . Она играетъ для аэроплана, движущагося съ вращающимся винтомъ, такую же роль, какую кривая Лиліенталя играетъ для скользящихъ движеній аэроплана. На всѣхъ точкахъ кривой N_1M_1 надо записать тѣ же углы атаки, которые были записаны на соответственныхъ точкахъ кривой Лиліенталя.

Точка E , построенная на фиг. (14), будетъ, разумѣется, принадлежать кривой N_1M_1 . Пройдя чрезъ эту точку, кривая N_1M_1 удалится нѣсколько налѣво, потомъ повернетъ направо, при чемъ радиусъ векторъ OL_1 , прикасающійся къ кривой N_1M_1 , образуетъ съ осью OY нѣкоторый уголъ μ . Для построенія указательницы скоростей при движеніи аэроплана съ движущимся винтомъ по различнымъ наклоннымъ прямымъ слѣдуетъ для всякой точки A_1 кривой M_1N_1 произвести такое построеніе. Воображаемъ, что весь чертежъ (17) повернуть на уголъ YOA_1 противъ стрѣлки часовъ такъ, чтобы векторъ OA_1 совпалъ съ вертикалью OY . Тогда слагающая изъ силы сопротивленія воздуха OA и силы дѣйствія винта AA_1 уравниваетъ силу вѣса G , если только скорость v' подобрана, такъ, что удовлетворяется равенство:

$$\frac{v'^2}{v^2} = \frac{G}{OA_1}, \quad v' = v \sqrt{\frac{G}{OA_1}} \dots \dots \dots (8')$$

При этомъ въ силу данного построенія: когда OA_1 обратится въ G , тогда и AA_1 обратится въ R . Отлагая (фиг. 18) на направленіяхъ наклонныхъ Oa_1 , дающихъ направленіе глиссадъ, величины скоростей v' , данныхъ форм. (8'), получимъ для концовъ этихъ векторовъ нѣкоторую кривую $m_1l_1n_1$, которая и представитъ намъ указательницу скоростей прямолинейныхъ полетовъ аэроплана при дѣйствіи винта. Когда мы поворачиваемъ векторъ OL_1 по часовой стрѣлкѣ на уголъ μ , тогда скорость v' направляется вверхъ относительно оси OX на уголъ μ и даетъ намъ (фиг. 18) направленіе Ol_1 самаго крутого подъема для данного аэроплана. Очевидно, что это направленіе представляется касательною, проведенною изъ точки O къ указательницѣ $m_1l_1n_1$. Изложенное здѣсь графическое изслѣдованіе глиссадъ было доложено мною на первомъ Всероссийскомъ воздухоплавательномъ съѣздѣ въ 1911 г.



Фиг. 18.

Лекція 3. Когда отъ случайныхъ причинъ аэропланъ выведенъ изъ своего нормального горизонтальнаго полета, тогда онъ совершаетъ колебанія около центра своей тяжести подъ эффе́ктомъ паръ, моменты которыхъ, какъ было указано въ концѣ первой лекціи, зависятъ или отъ угла отклоненія аэроплана отъ положенія его нормального полета, или отъ угловой скорости аэроплана. Пары перваго рода называются *возстановляющими*, если онѣ стремятся вернуть аэропланъ къ своему первоначальному положенію и *отклоняющими*, когда онѣ отклоняютъ его отъ положенія нормального полета. Пары второго рода всегда препятствуютъ движенію аэроплана; мы будемъ называть ихъ *затушающими* парами. При

хорошемъ устройствѣ аэроплана можно достигнуть того, что онъ, выведенный изъ положенія равновѣсія, устремляется къ положенію своего нормального полета, даже не совершая колебаній. Разумѣется, для этого прежде всего необходимо, чтобы пары, зависящія отъ угла поворота, были возстановляющія пары. Съ другой стороны, моментъ затушающей пары долженъ быть настолько великъ, чтобы не развивалось періодическихъ колебаній аэроплана.

Различаютъ два рода устойчивости аэроплана: *продольную* и *поперечную* устойчивость. Въ первомъ случаѣ разсматривается вращеніе аэроплана около оси, проходящей чрезъ центръ его тяжести перпендикулярно къ вертикальной плоскости симметріи аэроплана, при чемъ вмѣстѣ съ этимъ вращеніемъ совершается перемѣщеніе центра тяжести аэроплана въ упомянутой плоскости симметріи. Во второмъ случаѣ рѣчь идетъ о вращеніи аэроплана около горизонтальной оси, проходящей чрезъ его центръ тяжести и направленной по его полету и около вертикальной оси, проходящей чрезъ центръ тяжести, при чемъ центръ тяжести одновременно съ этимъ смѣщается въ горизонтальной плоскости.

Въ этой лекціи мы займемся продольною устойчивостью.

Предложеніе Соро. Силы сопротивленія потока воздуха P и $Q+q$ на несущій планъ, изображенныя графически на фиг. (12), могутъ быть, въ зависимости отъ малаго угла α , выражены слѣдующими формулами:

$$\begin{aligned} P &= kfv^2(\alpha + i), \\ Q+q &= kfv^2(r\alpha^2 + \sigma), \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (10)$$

въ которыхъ въ среднемъ $k=0,3$ и $i=5^\circ$. Предложеніе Соро состоитъ въ слѣдующемъ: Для большинства плановъ можно принять $r=1$. Въ силу этого предложенія полная сила сопротивленія S можетъ быть разложена на двѣ силы, изъ которыхъ одна S_0 не зависитъ отъ угла α и имѣетъ по направленію потока и перпендикулярно потоку составляющія:

$$Q_0 = kfv^2\sigma, \quad P_0 = kfv^2i; \quad \dots \dots \dots (11)$$

другая же S_1 зависитъ отъ угла α и направлена нормально къ хордѣ плана, она имѣетъ составляющія:

$$Q_1 = kfv^2\alpha^2, \quad P_1 = kfv^2\alpha, \quad \dots \dots \dots (12)$$

такъ что

$$\frac{Q_1}{P_1} = \alpha = \operatorname{tga},$$

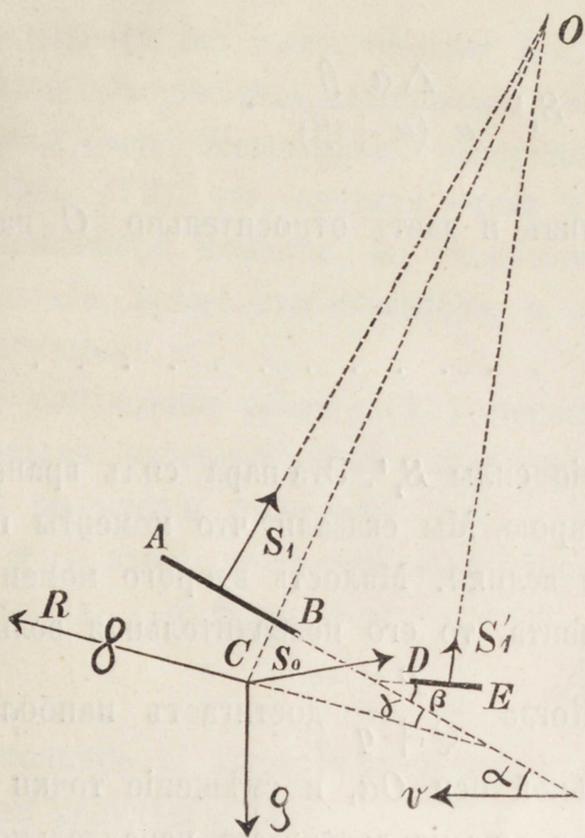
чѣмъ и доказывается приближенная нормальность.

Если бы главные планы представляли бипланъ, то для нихъ можно бы было всегда выбрать прямую, отсчитывая отъ которой уголъ атаки α , силы сопротивленія могутъ быть представлены форм. (10) и разложены на независящую отъ угла силу S_0 и зависящую отъ угла силу S_1 , которая перпендикулярна къ упомянутой линіи. Мы будемъ называть эту линію *хордою главныхъ плановъ*. Для простоты изложенія мы предположимъ, что направленіе силы S_0 , а также направленіе силы R тяги винта проходятъ чрезъ центръ тяжести G аэроплана и докажемъ положеніе, которое называется *правиломъ римской цифры V*. Это положеніе состоитъ въ слѣдующемъ:

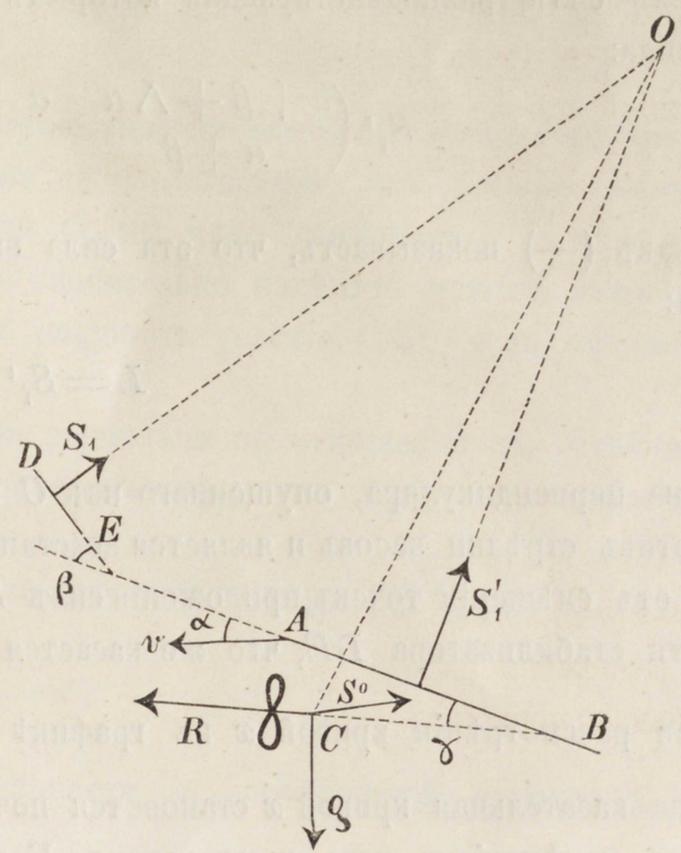
Для того, чтобы при поворотѣ аэроплана около оси, проходящей чрезъ его центръ тяжести и перпендикулярной его вертикальной плоскости симметріи, получалась возстановляющая пара, нужно чтобы наблюдатель, глядящій сверху, видѣлъ между главнымъ планомъ и стабилизаторомъ уголъ менѣе 180° .

Это правило относится одинаково какъ къ заднему, такъ и къ переднему стабилизатору.

На фигурѣ (19) дана схема аэроплана съ заднимъ стабилизаторомъ; силы G, R, S_0 (въ S_0 включено и лобовое сопротивление стабилизатора) проходятъ чрезъ центръ тяжести при всякомъ углѣ α , подъемныя же силы S_1 и S_1' главныхъ плановъ и стабилизатора даютъ равнодѣйствующую, проходящую чрезъ центръ тяжести, только при опредѣленномъ углѣ α . Когда уголъ α измѣняется, то точки приложенія силъ S_1 и S_1' на хордахъ AB и ED немного смѣщаются, что даетъ нѣкоторыя пары, вращающія около центра тяжести, но моменты этихъ паръ не велики. Главная причина образованія пары, вращающей около центра тяжести C при поворотѣ, заключается въ томъ, что силы S_1 и S_1' , получаемыя отъ главнаго плапа и стабилизатора при разныхъ наклонахъ къ линіи полета, измѣняются непропорціонально своимъ прежнимъ значеніямъ.



Фиг. 19.



Фиг. 20.

Если назовемъ чрезъ $\Delta\alpha$ измѣненіе угла α , то сила S_1 вмѣсто прежней своей величины на основаніи форм. (12) получить величину:

$$S_1 \frac{\alpha + \Delta\alpha}{\alpha},$$

а сила S_1' вмѣсто прежняго своего значенія получить величину:

$$S_1' \frac{\alpha - \beta + \Delta\alpha}{\alpha - \beta}.$$

Сила S_1 умножается такимъ образомъ на большую дробь нежели сила S_1' . Если бы дроби были одинаковы, то равнодѣйствующая обѣихъ силъ опять прошла бы чрезъ центръ тяжести C , но теперь мы имѣемъ справа добавочную силу:

$$S_1' \left(\frac{\alpha - \beta + \Delta\alpha}{\alpha - \beta} - \frac{\alpha + \Delta\alpha}{\alpha} \right) = S_1' \frac{\beta \Delta\alpha}{(\alpha - \beta)\alpha}.$$

Этой силѣ будетъ сооѣтствовать относительно центра тяжести пара съ моментомъ:

$$L = S_1' \frac{\beta \Delta\alpha}{(\alpha - \beta)\alpha} l, \dots \dots \dots (13)$$

гдѣ l длина перпендикуляра, опущеннаго изъ центра тяжести на направленіе силы S_1' . Пара эта будетъ вращать, какъ показано на фигурѣ, противъ часовой стрѣлки, т.-е. явится возстановляющей парой. На фиг. (20) дана схема аэроплана съ переднимъ стабилизаторомъ.

Попрежнему мы принимаемъ, что силы G , R и S_0 проходятъ чрезъ центръ тяжести C , а силы S_1 и S_1' , измѣняющіяся съ угломъ α , даютъ при надлежащемъ значеніи этого угла равнодѣйствующую, проходящую чрезъ центръ тяжести C . Когда же этотъ уголъ измѣняется въ $\alpha + \Delta\alpha$, то силы S_1 и S_1' обращаются въ

$$S_1 \frac{\alpha + \Delta\alpha}{\alpha}, S_1' \frac{\alpha + \beta + \Delta\alpha}{\alpha + \beta}.$$

Дробь, на которую умножилось S_1' , будетъ менѣ дроби, на которую умножилось S_1 , и за отбрасываніемъ силъ, равнодѣйствующая которыхъ проходитъ черезъ центръ C , у насъ остается съ лѣвой стороны сила:

$$S_1' \left(\frac{\alpha + \beta + \Delta\alpha}{\alpha + \beta} - \frac{\alpha + \Delta\alpha}{\alpha} \right) = - S_1' \frac{\Delta\alpha \cdot \beta}{\alpha (\alpha + \beta)}.$$

Знакъ (—) показываетъ, что эта сила направлена внизъ и даетъ относительно C пару съ моментомъ:

$$L = S_1' \frac{\Delta\alpha \cdot \beta}{\alpha (\alpha + \beta)} l, \quad \dots \dots \dots (14)$$

гдѣ l длина перпендикуляра, опущеннаго изъ C на направленіе силы S_1' . Эта пара силъ вращаетъ аэропланъ противъ стрѣлки часовъ и является возстановляющею парюю. Мы сказали, что моменты паръ, происшедшихъ отъ смѣщенія точекъ приложенія силъ S_1 и S_1' , не велики. Малость второго момента зависитъ отъ узкости стабилизатора DE , что же касается перваго момента, то его незначительная величина выясняется при разсмотрѣніи кривой x на графикѣ фиг. (9). Когда $\frac{P}{Q+q}$ достигаетъ наибольшей величины, тогда касательная кривой x становится почти параллельной оси Oa , и смѣщеніе точки приложенія силы S_1 съ измѣненіемъ угла α не велико. Если касательная еще не достигаетъ параллельности и кривая x опускается на фиг. (9) внизъ съ возрастаніемъ угла, то получается отклоняющая пара, моментъ которой надлежитъ вычесть изъ возстановляющаго момента, выраженнаго форм. (13) или (14), при чемъ при правильномъ устройствѣ аэроплана въ результатѣ должна получиться равнодѣйствующая пара съ возстановляющимъ моментомъ.

Обращаемся теперь къ изслѣдованію колебаній, совершаемыхъ аэропланомъ подъ эффе́ктомъ указанной возстановляющей пары и затушающей пары, о которой было сказано въ концѣ I лекціи. Мы не принимаемъ при этомъ во вниманіе затушающій эффе́ктъ главныхъ плановъ, такъ какъ колебаніе ихъ совершается со скоростью, направленною приблизительно по потоку воздуха, а разсматриваемъ только затушающій эффе́ктъ стабилизатора. Сравненіе форм. (5) съ форм. (13) и (14) показываетъ, что для разсматриваемаго случая

$$\xi = \frac{S_1' \cdot \beta}{\alpha (\alpha + \beta)} l.$$

Подставляя эту величину въ формулу (8), видимъ, что условіе, нужное для того, чтобы аэропланъ, выведенный изъ положенія равновѣсія, возвращался въ это положеніе однимъ колебаніемъ, выражается неравенствомъ:

$$\frac{4 S_1' \beta \left(m + \frac{J_0}{l^2} \right)}{\alpha (\alpha + \beta) k^2 f_1^2 v^2 l} < 1,$$

гдѣ m масса, f_1 площадь стабилизатора и J_0 моментъ инерціи аэроплана безъ стабилизатора.

Если подставим сюда силу S_1' , действующую на стабилизатор, которая может быть представлена в видѣ:

$$S_1' = kf_1 v^2 (a \mp \beta)$$

и положимъ $m = \rho f_1$, гдѣ ρ количество массы на единицу площади, то представимъ найденное условие вѣ видѣ:

$$\frac{4\beta \left(\rho f_1 + \frac{J_0}{l^2} \right)}{k a f_1 l} < 1. \quad (15)$$

Это неравенство даетъ теорему Ботезата.

Условіе отсутствія колебательнаго движенія аэроплана не зависитъ отъ скорости полета и всегда можетъ быть достигнуто, увеличивая разстояніе стабилизатора отъ центра тяжести. Мы видимъ на фиг. (19), что, опуская внизъ центръ тяжести C , мы мало измѣняемъ l и мало увеличиваемъ возстановляющій моментъ, но мы можемъ при этомъ значительно измѣнить моментъ инерціи J_0 всѣхъ частей аэроплана, кромѣ стабилизатора, и этимъ можемъ нарушить условіе (15), если оно первоначально было соблюдено.

При соблюденіи условія (15) степень достоинства аэроплана по отношенію къ устойчивости можетъ измѣряться величиною того отклоненія, которое получаетъ аэропланъ, будучи выведенъ изъ своего нормальнаго положенія толчкомъ.

Для того, чтобы при $t = 0$ получилось $\Delta a = 0$, надо положить вѣ форм. (6) $C_1 = -C_2$ и представить уголъ отклоненія Δa формулою:

$$\Delta a = C(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}).$$

Постоянное C опредѣляется здѣсь по угловой скорости ω_0 , сообщенной аэроплану, вслѣдствіе чего формула получаетъ видѣ:

$$\Delta a = \frac{\omega_0}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}).$$

При $t = 0$, это отклоненіе Δa равно нулю, съ возрастаніемъ t оно возрастаетъ до нѣкотораго $(\Delta a)_{max}$, и вслѣдствіе отрицательности корней λ_1 и λ_2 , при дальнѣйшемъ возрастаніи времени стремится къ нулю. Наибольшее отклоненіе $(\Delta a)_{max}$ имѣетъ слѣдующую величину:

$$(\Delta a)_{max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{\frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}}.$$



Если обозначимъ лѣвую часть неравенства (15) чрезъ $1 - \mu^2$, то, пользуясь значеніями λ_1 и λ_2 , данными вѣ форм. (7), можемъ наибольшее отклоненіе при существованіи условія (15) представить такъ:

$$(\Delta a)_{max} = \frac{\omega_0}{v} \sqrt{\frac{(J_0 + ml^2)a}{kf_1 \beta l}} \left(\frac{1 - \mu}{1 + \mu} \right)^{\frac{1}{\mu}} \dots \dots \dots (16)$$

Эта формула показываетъ, что увеличиваніе скорости полета аэроплана дѣлаетъ размахи его колебаній меньше значительными.

На фигурахъ (21) и (22) даны діаграммы, представляющія вѣ функціи времени измѣненіе угла Δa модели аэроплана, качающейся около вертикальной оси вѣ плоской трубѣ И. Т. У. при скорости

потока 20 m/s (смотри фиг. 7). Ось вращения проходила через точку, лежащую на срединѣ хорды главного плана, при чемъ эта точка играла роль центра тяжести при свободномъ движеніи аэроплана.

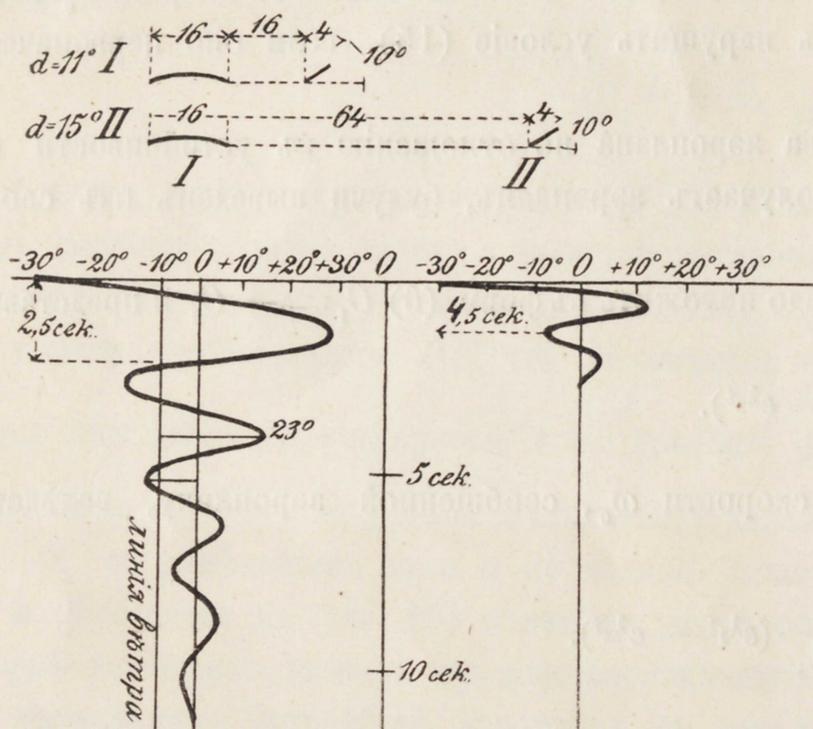
Уголъ $\Delta\alpha$ отсчитывался отъ средней оси модели (направленной по хордѣ главного плана) въ положеніи равновѣсія, которая съ направлениемъ потока образовывала различные углы α въ зависимости отъ разстоянія b стабилизатора отъ задняго края главного плана. Это разстояніе на фиг. (21) бралось:

$b=a$, $b=4a$, гдѣ $a=16$ с/м. длина хорды главныхъ плановъ (такъ что $l=\frac{3a}{2}$, $l=\frac{9a}{2}$). На фиг.

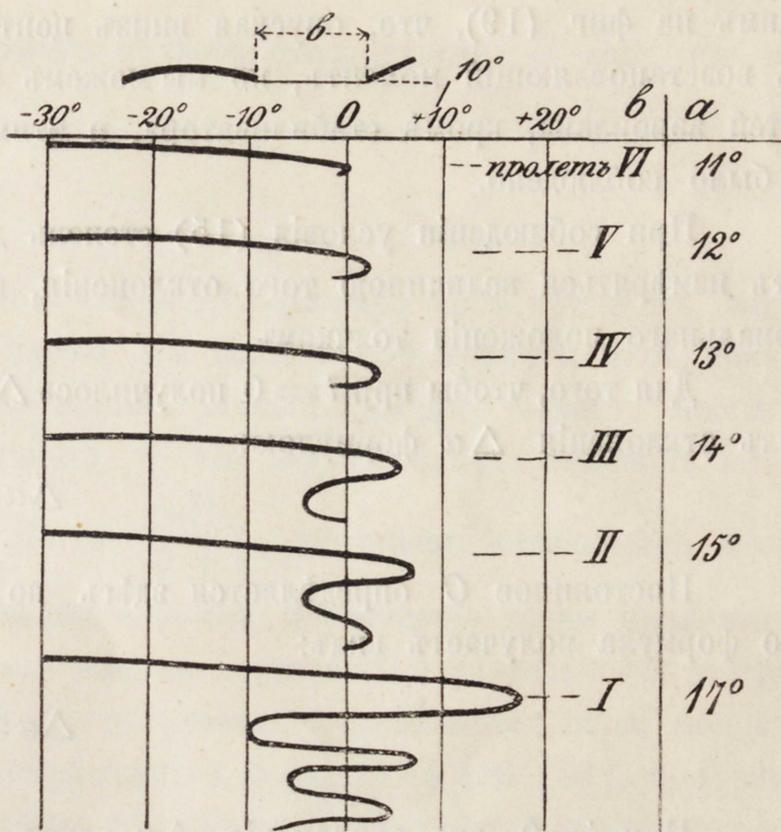
(22) это разстояніе бралось: $b=a$, $b=2a$, $b=3a$, $b=4a$, $b=5a$, $b=6a$.

Во всѣхъ опытахъ уголъ $\beta=10^\circ$; углы же α получали значенія, указанные на фигурахъ.

Въ двухъ случаяхъ, представленныхъ на фиг. (21), неравенство (15) не было удовлетворено, и потому получалось колебательное движеніе съ затухающими колебаніями. (Теоретически должно бы получиться бесконечное множество постепенно уменьшающихся колебаній). На фиг. (22) по мѣрѣ увеличи-



Фиг. 21.



Фиг. 22.

ванія l число видимыхъ колебаній все уменьшается, и при $l=\frac{a}{2}+6a$ мы получаемъ только одно колебаніе, что показываетъ, что условіе (15) въ этомъ случаѣ удовлетворяется.

Замѣтимъ здѣсь, что аэропланъ, не удовлетворяющій условію (15) и получающій отъ возмущающихъ силъ колебательное движеніе, можетъ подвергнуться опасному удару встрѣчнаго потока воздуха на верхнюю часть поддерживающихъ плановъ.

На фиг. (21) для случая I ($b=a=16$ с.) ось аэроплана образуетъ съ линіею вѣтра при равновѣсіи уголъ 11° . Предположимъ, что она откачнулась отъ потока воздуха вмѣсто 11° на 23° , тогда слѣдующее колебаніе она сдѣлаетъ такое, что аэропланъ образуетъ съ линіею вѣтра отрицательный уголъ и получитъ ударъ вѣтра сверху.

Отъ такого удара аэропланъ, рассчитываемый обыкновенно на силы, дѣйствующія на планы снизу вверхъ, можетъ быть разрушенъ, какъ это случилось при гибели летчика Шавеза.

Приведенныя здѣсь разсужденія о колебаніяхъ аэроплана являются вполне точными, когда рѣчь идетъ объ аэропланѣ, колеблющемся въ неизмѣнномъ потокѣ воздуха около неподвижной оси, но въ свободно летящемъ аэропланѣ колебанія относительно центра тяжести усложняются тѣмъ обстоятельствомъ, что повороты около центра тяжести, кромѣ восстанавливающихъ паръ, вызываютъ еще силы, дѣйствующія

насъ такимъ образомъ получатся добавочныя силы:

$$S_1', \frac{\beta \cdot \Delta \alpha}{(a - \beta)a}, R \frac{\Delta \alpha}{a},$$

изъ которыхъ первая сила была уже рассмотрѣна, вторая же сила направлена по оси винта въ сторону, обратную его тягѣ. Если бы скорость аэроплана измѣнилась изъ v на $v + \Delta v$, то это при отсутствіи децентрализаціи винта не внесло бы вращающей пары. Но при существованіи децентрализаціи мы можемъ всѣ три силы S_1 , S_1' и R умножить на $\frac{(v + \Delta v)^2}{v^2} = 1 + \frac{2\Delta v}{v}$, что даетъ систему силы съ равнодѣйствующею, проходящую черезъ C . Но такъ какъ сила тяги винта, согласно предложенію Пенлеве, не измѣняется отъ измѣненія скорости полета, то мы получимъ силу $2R \frac{\Delta v}{v}$ по оси пропеллера въ сторону, обратную тягѣ. Такимъ образомъ, децентрализація винта вноситъ пару съ моментомъ:

$$hR \left(\frac{\Delta \alpha}{a} + \frac{2\Delta v}{v} \right), \quad (17)$$

гдѣ h длина перпендикуляра, опущеннаго изъ C на ось винта. Эта пара вращаетъ на нашей фигурѣ по солнцу. По отношенію къ измѣненію скорости эта пара является возстановляющей, такъ какъ увеличиваетъ уголъ α , когда скорость возрасла (аэропланъ поднимается вверхъ и теряетъ скорость); по отношенію же измѣненія самаго угла α , она отклоняющая, такъ какъ при положительномъ $\Delta \alpha$ способствуетъ увеличенію угла α . Разумѣется, измѣненіе знака h , которое произойдетъ при помѣщеніи центра тяжести выше оси винта, измѣняетъ направленія вращенія отъ рассмотрѣнныхъ паръ. Вообще же слѣдуетъ при устройствѣ аэроплана избѣгать децентрализаціи винта, такъ какъ этимъ усложняется явленіе колебанія аэроплана.

