УДК 536.75 DOI: 10.18698/1812-3368-2021-1-47-56

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ БРОУНОВСКОЙ ЧАСТИЦЫ В СРЕДЕ С ПРОИЗВОДСТВОМ ЭНТРОПИИ

А.Н. Морозов amor@bmstu.ru
amor59@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Проведено статистическое описание броуновского движения в локально-неравновесной среде, учитывающее производство энтропии. Предложено осуществлять описание неравновесных флуктуаций скорости броуновской частицы с помощью линейного интегродифференциального уравнения. Получены характеристические функции флуктуаций скорости броуновской частицы, позволяющие провести полное статистическое описание броуновского движения в среде с производством энтропии. Показано, что дисперсия этих флуктуаций увеличивается с течением времени по логарифмическому закону. Рассчитана корреляционная функция флуктуаций скорости броуновской частицы и показано, что она состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое, имеющее степенную зависимость, описывает равновесные флуктуации, а второе, имеющее логарифмическую зависимость, — неравновесные флуктуации

Ключевые слова

Броуновское движение, флуктуации, неравновесное состояние, производство энтропии, характеристическая функция

Поступила 27.04.2020
Принята 29.05.2020

Введение. Проблема построения статистического описания сильно неравновесных состояний связана с необходимостью рассматривать среды, для которых принцип локального равновесия не применим [1–3]. Для таких состояний характерно наличие фликкер-шума [4–6], который можно полагать признаком производства энтропии в локально-неравновесной среде [7, 8].

Фликкер-шум представляет собой предельный случай процессов с памятью [9, 10], когда процесс забывания предыдущего состояния описывается степенной зависимостью [8]. Процессы с памятью представляют собой немарковские случайные процессы, метод описания которых для линейного случая предложен в [11].

Немарковские физические процессы наблюдаются при протекании различных физических процессов, в частности, при броуновском движении [12, 13], диффузии [14–17], запутанных состояниях микрочастиц [18], квантовых процессах [19], турбулентности [20] и т. д.

Цель работы — нахождение характеристических функций, описывающих движение броуновской частицы в локально-неравновесной среде.

Статистическое описание. Для нахождения скорости V движения броуновской частицы в неравновесной среде в [6, 7] предложено использовать линейное интегродифференциальное уравнение

$$\frac{dV}{dt}+\gamma V+\int_{-\infty}^{t}\frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau(t-\tau)}}\frac{dV(\tau)}{d\tau}d\tau=$$

$$=F(t)+\xi_1(t)+\int_{-\infty}^{t}\frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau(t-\tau)}}\xi_2(\tau)d\tau, \tag{1}$$

где γ — коэффициент релаксации броуновской частицы; $\nu_\tau=1/\tau_0$ — интенсивность неравновесных флуктуаций среды, τ_0 — постоянная времени хаотизации броуновской частицы; $F(t)$ — детерминированное внешнее воздействие; $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ — случайные процессы, описывающие воздействие со стороны частиц среды на броуновскую частицу в равновесном и неравновесном случаях. Уравнение (1) без учета интегральных слагаемых представляет собой традиционное уравнение Ланжевена, которое описывает броуновское движение в равновесной среде.

Случайный процесс $\xi_1(t)$ будем полагать δ-коррелированным гауссовым процессом с корреляционной функцией

$$\left\langle \xi_1(t_2)\xi_1(t_1)\right\rangle=\frac{2\gamma kT}{m}\delta(t_2-t_1),$$

а δ-коррелированный гауссов процесс $\xi_2(t)$ будем описывать корреляционной функцией

$$\left\langle \xi_2(t_2)\xi_2(t_1)\right\rangle=\frac{2\sigma_S T}{m}\delta(t_2-t_1).$$

При этом полагаем, что процессы $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ являются некоррелированными:

$$\left\langle \xi_2(t_2)\xi_1(t_1)\right\rangle=0.$$

Здесь k — постоянная Больцмана; T — температура среды; m — масса броуновской частицы; σ_S — производство энтропии при детерминированном движении броуновской частицы,

$$\sigma_S=\frac{mF^2}{\gamma T}.$$

Преобразование Лапласа позволяет записать уравнение (1) в изображениях

$$s\tilde{V}(s)+\gamma\tilde{V}(s)+\sqrt{\frac{\pi s}{\nu_\tau}}\gamma\tilde{V}(s)=\tilde{F}(s)+\tilde{\xi}_1(s)+\sqrt{\frac{\pi}{\nu_\tau s}}\gamma\tilde{\xi}_2(s)$$

или

$$\tilde{V}(s)=\tilde{G}_1(s)\left(\tilde{F}(s)+\tilde{\xi}_1(s)\right)+\tilde{G}_2(s)\tilde{\xi}_2(s), \tag{2}$$

где

$$\tilde{G}_1(s)=\frac{1}{s+\gamma+2a\sqrt{s}}; \tag{3}$$

$$\tilde{G}_2(s)=\frac{2a}{\sqrt{s}\left(s+\gamma+2a\sqrt{s}\right)}. \tag{4}$$

Здесь

$$a=\sqrt{\frac{\pi}{\nu_\tau}}\frac{\gamma}{2}.$$

В формуле (2) первое слагаемое описывает равновесные флуктуации броуновской частицы, а второе — ее неравновесные флуктуации.

Следуя методике нахождения ядер преобразования $G_1(t-\tau)$ и $G_2(t-\tau)$ с помощью обратного преобразования Лапласа изображений $\tilde{G}_1(s)$ и $\tilde{G}_2(s)$, изложенной в работе [8], запишем выражения (3) и (4) в виде

$$\tilde{G}_1(s)=\frac{(-i)}{2b}\left(\frac{1}{\sqrt{s}+a-ib}-\frac{1}{\sqrt{s}+a+ib}\right); \tag{5}$$

$$\tilde{G}_2(s)=\frac{2a}{\gamma}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}-\frac{b-ia}{2b}\frac{1}{\sqrt{s}+a-ib}-\frac{b+ia}{2b}\frac{1}{\sqrt{s}+a+ib}\right), \tag{6}$$

где

$$b=\sqrt{\gamma-a^2}.$$

При получении выражений (5) и (6) учтено то, что коэффициент релаксации γ броуновской частицы много меньше интенсивности неравновесных флуктуаций среды ν_τ: $\gamma\ll\nu_\tau$. Это является следствием того, что время релаксации броуновской частицы много больше времени ее хаотизации [21]. В этом случае $\gamma\gg a^2$.

Обратное преобразование Лапласа изображений (5) и (6) дает

$$G_1(t-\tau)=\frac{(-i)}{2b}\left(\Phi_+(t-\tau)-\Phi_-(t-\tau)\right); \tag{7}$$

$$G_2(t-\tau)=\frac{(-i)a}{\gamma b}\left((a+ib)\Phi_-(t-\tau)-(a-ib)\Phi_+(t-\tau)\right), \qquad (8)$$

где

$$\Phi_{+/-}(t-\tau)=(a\pm ib)\exp\left((a\pm ib)^2(t-\tau)\right)\operatorname{erfc}\left((a\pm ib)\sqrt{t-\tau}\right). \qquad (9)$$

Таким образом, решение уравнения (1) с учетом формул (7)–(9) имеет вид

$$V(t)=\int_{-\infty}^{t}G_1(t-\tau)F(\tau)d\tau+$$

$$+\int_{-\infty}^{t}G_1(t-\tau)\xi_1(\tau)d\tau+\int_{-\infty}^{t}G_2(t-\tau)\xi_2(\tau)d\tau. \qquad (10)$$

Первое слагаемое в (10) описывает детерминированную скорость броуновской частицы при воздействии внешней силы, второе — равновесные флуктуации скорости, а третье — ее неравновесные флуктуации.

В соответствии с методикой, изложенной в [8, 11], получим одномерную $g_1(\lambda)$ и L-мерные $g_L(\lambda_1,...,\lambda_L;\ t_1,...,t_L)$ характеристические функции флуктуаций скорости броуновской частицы:

$$g_1(\lambda;t)=\exp\left[-\lambda^2\left(\frac{\gamma kT}{m}\int_{-\infty}^{t}G_1^2(t-\tau)d\tau+\frac{\sigma_S T}{m}\int_{-\infty}^{t}G_2^2(t-\tau)d\tau\right)\right]; \qquad (11)$$

$$g_L(\lambda_1,...,\lambda_L;\ t_1,...,t_L)=$$

$$=\exp\left[-\sum_{l,k=1}^{L}\lambda_l\lambda_k\left(\frac{\gamma kT}{m}\int_{-\infty}^{\min(t_l,t_k)}G_1(t_l-\tau)G_1(t_k-\tau)d\tau+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\sigma_S T}{m}\int_{-\infty}^{\min(t_l,t_k)}G_2(t_l-\tau)G_2(t_k-\tau)d\tau\right)\right]. \qquad (12)$$

Выражения (11) и (12) позволяют провести полное статистическое описание броуновского движения в неравновесной среде и определить все статистические характеристики флуктуаций скорости броуновской частицы. В частности, дисперсия $D(t)$ и корреляционная функция $K(t_2-t_1)$ этих флуктуаций будут иметь вид

$$D(t)=\frac{\partial^2 g_1(\lambda;t)}{i\partial\lambda i\partial\lambda}=\frac{\gamma kT}{2m}\int_{-\infty}^{t}G_1^2(t-\tau)d\tau+\frac{\sigma_S T}{2m}\int_{-\infty}^{t}G_2^2(t-\tau)d\tau; \qquad (13)$$

$$K\left(t_2-t_1\right)=\frac{\partial^2 g_2\left(\lambda_1,\lambda_2;\, t_1,t_2\right)}{i\partial\lambda_1 i\partial\lambda_2}=\frac{\gamma kT}{m}\int\limits_{-\infty}^{\min\left(t_1,t_2\right)} G_1\left(t_1-\tau\right)G_1\left(t_2-\tau\right)d\tau+$$

$$+\frac{\sigma_S T}{m}\int\limits_{-\infty}^{\min\left(t_1,t_2\right)} G_2\left(t_1-\tau\right)G_2\left(t_2-\tau\right)d\tau. \qquad (14)$$

Расчет для низкочастотного случая. Для описаний низкочастотной зависимости дисперсии $D(t)$ и корреляционной функции $K\left(t_2-t_1\right)$ при условии, что $\gamma\left(t-\tau\right)\gg 1,$ дополнительную функцию ошибок $\operatorname{erfc}(z)$ в выражении (9) можно разложить в ряд [22]:

$$\left.\operatorname{erfc}\left(z\right)\right|_{|z|\gg 1}=\frac{\exp\left(-z^2\right)}{2z}\left(1-\frac{1}{2z^2}+\ldots\right),$$

где

$$z=\left(a\pm ib\right)\sqrt{t-\tau}.$$

Тогда с учетом введенных обозначений выражения для ядер преобразования $G_1\left(t-\tau\right)$ и $G_2\left(t-\tau\right)$ в первом приближении приобретают вид

$$G_1\left(t-\tau\right)=\frac{1}{4\gamma}\sqrt{\frac{\pi}{\nu_\tau}}\frac{1}{\left(t-\tau\right)^{3/2}}; \qquad (15)$$

$$G_2\left(t-\tau\right)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\nu_\tau}}\frac{1}{\sqrt{t-\tau}}. \qquad (16)$$

Подстановка (15) и (16) в (13) позволяет рассчитать дисперсию флуктуаций скорости броуновской частицы при $t\gg\delta t$:

$$D\left(t\right)=\frac{kT}{m}\frac{\pi}{64\gamma\nu_\tau\delta t^2}+\frac{\sigma_S T}{m}\frac{\pi}{8\nu_\tau}\ln\left(\frac{t}{\delta t}\right), \qquad (17)$$

где δt — некоторый промежуток времени, зависящий от постоянных времени релаксации и хаотизации броуновской частицы.

Первое слагаемое в (17) описывает равновесные флуктуации скорости броуновской частицы. Это позволяет найти выражение для времени δt:

$$\delta t=\frac{1}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\gamma\nu_\tau}}.$$

Тогда окончательно выражение для дисперсии флуктуаций скорости броуновской частицы приобретает форму

$$D(t) = \frac{kT}{m} + \frac{\pi\sigma_S T}{8m\nu_\tau} \ln\left(8\sqrt{\frac{\gamma\nu_\tau}{\pi}}t\right).$$

В первом приближении формула (14) позволяет записать выражение для корреляционной функции $K(t_2 - t_1)$, описывающей флуктуации скорости броуновской частицы:

$$K(t_2 - t_1) = \frac{kT}{m} \frac{\pi}{64\gamma\nu_\tau\sqrt{\delta t}\,(t_2 - t_1)^{3/2}} + \frac{\sigma_S T}{m} \frac{\pi}{4\nu_\tau} \ln\left(\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2 - t_1} + \sqrt{\delta t}}\right).$$

Здесь необходимо учитывать, что $t_2 \ge t_1 + \delta t.$ При подстановке в эту формулу $t_2 = t_1 + \delta t$ с учетом условия $t_{1,2} \gg \delta t$ получается выражение (17) для дисперсии флуктуаций скорости броуновской частицы.

Заключение. Проведенное описание позволило получить выражения для одномерной и L-мерных характеристических функций флуктуаций скорости броуновской частицы в локально-неравновесной среде. Оно дополняет проведенный в [7] расчет спектральных характеристик флуктуаций скорости броуновской частицы и позволяет дать полное статистическое описание броуновского движения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Glansdorff P., Prigogine I. Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations. Wiley, 1971.

[2] Соболев С.Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса. *УФН*, 1997, т. 167, № 10, с. 1095–1106.
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199710f.1095

[3] Jou D., Casas-Vázquez J., Lebon G. Extended irreversible thermodynamics. Berlin, Heidelberg, Springer, 2001. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-56565-6

[4] Бочков Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях 1/*f*-шума. *УФН*, 1983, т. 141, № 1, с. 151–176. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0141.198309d.0151

[5] Кузовлев Ю.Е. Почему природе нужен 1/*f*-шум? *УФН*, 2015, т. 185, № 7, с. 773–783. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201507d.0773

[6] Морозов А.Н. Фликкер-шум в локально-неравновесной среде. *Письма в ЖЭТФ*, 2018, т. 107, № 11-12, с. 823–824. DOI: https://doi.org/10.7868/S0370274X18120135

[7] Морозов А.Н. Броуновское движение как необратимый немарковский процесс. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2019, № 2 (83), с. 94–103. DOI: http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2019-2-94-103

[8] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Немарковские физические процессы. М., ФИЗМАТЛИТ, 2018.

[9] Marchesoni F., Taloni A. Subdiffusion and long-time anticorrelations in a stochastic single file. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 97, iss. 10, art. 106101.
DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.106101

[10] Lisy V., Tothova J., Glod L. On the correlation properties of thermal noise in fluids. *Int. J. Thermophys.*, 2013, vol. 34, pp. 629–641.

[11] Морозов А.Н. Метод описания немарковских процессов, задаваемых системой линейных интегральных уравнений. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2017, № 5 (74), с. 57–66.
DOI: http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2017-5-57-66

[12] Hauge E.H., Martin-Löf A. Fluctuating hydrodynamics and Brownian motion. *J. Stat. Phys.*, 1973, vol. 7, no. 3, pp. 259–281. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01030307

[13] Mainardi F., Mura A., Tampieri F. Brownian motion and anomalous diffusion revisited via a fractional Langevin equation. *Modern Probl. Stat. Phys.*, 2009, vol. 8, pp. 3–23.

[14] Lenzi E.K., Evangelista L.R., Lenzi M.K., et al. Solutions for a non-Markovian diffusion equation. *Phys. Lett. A*, 2010, vol. 374, iss. 41, pp. 4193–4198.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2010.08.049

[15] Mura A., Taqqu M.S., Mainardi F. Non-Markovian diffusion equations and processes: analysis and simulations. *Physica A*, 2008, vol. 387, iss. 21, pp. 5033–5064. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.04.035

[16] Fuentes M.A., Cáceres M.O. Computing the non-linear anomalous diffusion equation from first principles. *Phys. Lett. A*, 2008, vol. 372, iss. 8, pp. 1236–1239. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.09.020

[17] Morozov A.N. Description of transfer processes in a locally nonequilibrium medium. *Entropy*, 2019, vol. 21, no. 1, art. 9. DOI: https://doi.org/10.3390/e21010009

[18] Li J.-G., Zu J., Shao B. Factorization law for entanglement evolution of two qubits in non-Markovian pure dephasing channels. *Phys. Lett. A*, 2011, vol. 375, iss. 24, pp. 2300–2304. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2011.04.053

[19] Iwamatsu A., Ogawa Y., Mitsumori Y., et al. Non-Markovian dephasing of excitons in GaAs quantum wells. *J. Lumin.*, 2006, vol. 119–120, pp. 487–491.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2006.01.040

[20] Xia H. Non-Markovian velocity diffusion in plasma turbulence. Bibliographic information available from INIS:
http://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:27033692 (available from University Microfilms, P.O. Box 1764, Ann Arbor, MI 48106 (United States). Order No. 93-25,770).

[21] Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. М., Наука, 1977.

[22] Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М., Наука, 1977.

Морозов Андрей Николаевич — член-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Морозов А.Н. Неравновесные флуктуации броуновской частицы в среде с производством энтропии. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2021, № 1 (94), с. 47–56. DOI: https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-1-47-56

NONEQUILIBRIUM FLUCTUATIONS OF A BROWNIAN PARTICLE IN A MEDIUM WITH PRODUCTION OF ENTROPY

A.N. Morozov amor@bmstu.ru
amor59@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The study statistically describes Brownian motion in a locally nonequilibrium medium, taking into account the production of entropy, and proposes to describe the nonequilibrium fluctuations of the velocity of a Brownian particle using a linear integro-differential equation. The characteristic functions of fluctuations of the Brownian particle velocity are obtained, which make it possible to carry out a complete statistical description of Brownian motion in a medium with the production of entropy. Findings of research show that the variance of these fluctuations increases with time according to the logarithmic law. The correlation function of fluctuations of the Brownian particle velocity is calculated and it is shown that it consists of two terms. The first term, which has a power-law dependence, describes equilibrium fluctuations, and the second, which has a logarithmic dependence, describes nonequilibrium fluctuations

Keywords

Brownian motion, fluctuations, nonequilibrium state, production of entropy, characteristic function

Received 27.04.2020
Accepted 29.05.2020

REFERENCES

[1] Glansdorff P., Prigogine I. Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations. Wiley, 1971.

[2] Sobolev S.L. Local non-equilibrium transport models. *Phys. Usp.*, 1997, vol. 40, no. 10, pp. 1043–1053. DOI: https://doi.org/10.1070/PU1997v040n10ABEH000292

[3] Jou D., Casas-Vázquez J., Lebon G. Extended irreversible thermodynamics. Berlin, Heidelberg, Springer, 2001. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-56565-6

[4] Bochkov G.N., Kuzovlev Yu.E. New aspects in 1/*f* noise studies. *Sov. Phys. Usp.*, 1983, vol. 26, no. 9, pp. 829–844.
DOI: https://doi.org/10.1070/PU1983v026n09ABEH004497

[5] Kuzovlev Yu.E. Why nature needs 1/*f* noise. *Phys. Usp.*, 2015, vol. 58, no. 7, pp. 719–729. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.0185.201507d.0773

[6] Morozov A.N. Flicker noise in a locally nonequilibrium medium. *JETP Lett.*, 2018, vol. 107, no. 12, pp. 798–799. DOI: https://doi.org/10.1134/S002136401812010X

[7] Morozov A.N. Brownian motion as an irreversible non-Markovian process. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2019, no. 2 (83), pp. 94–103 (in Russ.).
DOI: http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2019-2-94-103

[8] Morozov A.N., Skripkin A.V. Nemarkovskie fizicheskie protsessy [Non-Markovian physical processes]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2018.

[9] Marchesoni F., Taloni A. Subdiffusion and long-time anticorrelations in a stochastic single file. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 97, iss. 10, art. 106101.
DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.106101

[10] Lisy V., Tothova J., Glod L. On the correlation properties of thermal noise in fluids. *Int. J. Thermophys.*, 2013, vol. 34, pp. 629–641.

[11] Morozov A.N. Method for describing non-Markovian processes defined by a system of linear integral equations. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2017, no. 5 (74), pp. 57–66 (in Russ.).
DOI: http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2017-5-57-66

[12] Hauge E.H., Martin-Löf A. Fluctuating hydrodynamics and Brownian motion. *J. Stat. Phys.*, 1973, vol. 7, no. 3, pp. 259–281. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01030307

[13] Mainardi F., Mura A., Tampieri F. Brownian motion and anomalous diffusion revisited via a fractional Langevin equation. *Modern Probl. Stat. Phys.*, 2009, vol. 8, pp. 3–23.

[14] Lenzi E.K., Evangelista L.R., Lenzi M.K., et al. Solutions for a non-Markovian diffusion equation. *Phys. Lett. A*, 2010, vol. 374, iss. 41, pp. 4193–4198.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2010.08.049

[15] Mura A., Taqqu M.S., Mainardi F. Non-Markovian diffusion equations and processes: analysis and simulations. *Physica A*, 2008, vol. 387, iss. 21, pp. 5033–5064. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.04.035

[16] Fuentes M.A., Cáceres M.O. Computing the non-linear anomalous diffusion equation from first principles. *Phys. Lett. A*, 2008, vol. 372, iss. 8, pp. 1236–1239. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.09.020

[17] Morozov A.N. Description of transfer processes in a locally nonequilibrium medium. *Entropy*, 2019, vol. 21, no. 1, art. 9. DOI: https://doi.org/10.3390/e21010009

[18] Li J.-G., Zu J., Shao B. Factorization law for entanglement evolution of two qubits in non-Markovian pure dephasing channels. *Phys. Lett. A*, 2011, vol. 375, iss. 24, pp. 2300–2304. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2011.04.053

[19] Iwamatsu A., Ogawa Y., Mitsumori Y., et al. Non-Markovian dephasing of excitons in GaAs quantum wells. *J. Lumin*., 2006, vol. 119–120, pp. 487–491.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2006.01.040

[20] Xia H. Non-Markovian velocity diffusion in plasma turbulence. Bibliographic information available from INIS:
http://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:27033692 (available from University Microfilms, P.O. Box 1764, Ann Arbor, MI 48106 (United States). Order No. 93-25,770).

[21] Akhiezer A.I., Peletminskiy S.V. Metody statisticheskoy fiziki [Methods of statistical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1977.

[22] Yanke E., Emde F., Lesh F. Spetsial'nye funktsii [Special functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977.

Morozov A.N. — Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Head of Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Morozov A.N. Nonequilibrium fluctuations of a Brownian particle in a medium with production of entropy. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences,* 2021, no. 1 (94), pp. 47–56 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-1-47-56