УДК 519.6

Использование интегральных преобразований в задачах синтеза цифровых регуляторов гибридных систем

В.И. Сивцов [1]

[1] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрено применение двумерных интегральных преобразований для описания непрерывно-дискретных систем, позволяющих получать явные соотношения для непрерывных и дискретных реакций систем и обосновывать принятые на практике методы синтеза цифровых регуляторов.

E-mail: vsivtsov@yandex.ru

Ключевые слова: *цифровая система, непрерывно-дискретная система, гибридная система, системные характеристики, бичастотная передаточная функция, экстраполятор нулевого порядка.*

Реализацию регуляторов в настоящее время практически всегда выполняют с помощью микропроцессоров, т. е. средствами цифровой техники.

В большинстве случаев регулятор используют для управления непрерывными объектами, поэтому система управления в целом оказывается дискретно-непрерывной, или, по принятой в последнее время терминологии, гибридной.

Вместе с тем известно [1], что динамическое качество цифровых регуляторов в принципе не лучше аналоговых, поскольку необходимость квантования и экстраполяции при реализации дискретных алгоритмов гарантированно предполагает появление эффектов запаздывания. Как следствие, появляются проблемы снижения запасов устойчивости и ряд других негативных факторов, которые вследствие ряда достоинств цифровых устройств нисколько не исключают широкого распространения цифровых процессоров в качестве регуляторов.

При проектировании чаще всего используют чисто дискретные модели, тогда как реальные системы являются гибридными непрерывно-дискретными. Легко показать, что желаемое поведение системы в тактовые моменты во многих случаях оказывается неудовлетворительным в непрерывном времени из-за так называемых биений (межтактовых реакций).

Принятая практика проектирования систем управления обычно предполагает сначала нахождение для заданных эталонов непрерывных законов управления, приближающих замкнутую систему к эталону, которые затем реализуют в цифровом виде на микропроцессорах. При этом справедливо предполагать, что цифровые аналоги не сильно отличаются от исходных непрерывных устройств. В качестве меры близости часто используют частотные характеристики, сравнивая их в рабочем диапазоне частот.

Аналитическое сопоставление непрерывных стационарных эталонов с их реализацией в классе непрерывно-дискретных систем традиционными методами затруднительно. Причина этого хорошо известна, поскольку, как это неоднократно отмечалось [1, т. 1], непрерывно-дискретные системы по своей природе являются нестационарными. В связи с этим попытки ограничиться классическими системными характеристиками для таких систем заведомо обречены на неудачу. Это же следует сказать об опыте использования одной из нестационарных конструкций — параметрической передаточной функции [2 — 4], которая имеет весьма ограниченное применение, хотя с ее помощью пытаются описать цифровые системы в непрерывном времени.

В последние годы интерес к гибридным системам значительно вырос (см., например, библиографию в [2]), в том числе и к частотным методам исследования.

В работах [1, т. 1; 5] непрерывно-дискретные системы рассматриваются как нестационарные, что позволяет, в частности, записать явные аналитические выражения для соединений всех линейных встречающихся при проектировании цифровых систем звеньев: непрерывных, дискретных, экстраполяторов, ключей. В свою очередь, это позволяет осуществить корректное сравнение непрерывных эталонных моделей с их дискретными аналогами.

Характеристики цифровых устройств ежегодно совершенствуются, включая увеличение быстродействия практически вдвое. В связи с этим обеспечить требуемое быстродействие, как правило, не составляет труда, и из категории достижимой эта характеристика становится конструктивной, ее можно выбирать на стадии проектирования как оптимальную в определенном смысле. Ясно, что с повышением быстродействия уменьшаются запаздывания не только в цепях квантования по времени, но и в процессорах для обработки алгоритмов регуляторов.

Будем рассматривать типовую задачу выбора цифрового регулятора для непрерывного объекта при наперед заданном или определенном тем или иным образом (в том числе как решение оптимизационной задачи) эталоне.

Основные соотношения. На рис. 1 представлена типовая структура цифровой системы с преобразователями (Н/Д и Д/Н) и цифровой вычислительной машиной (ЦВМ), реализующей алгоритм управления.

Период квантования T предполагается постоянным. Преобразователи работают синхронно. Возможные запаздывания учитываются в характеристиках цифровых и непрерывных устройств.

Связи «вход-выход» между элементами гибридных устройств устанавливаются на основе системных характеристик нестационарных звеньев — бичастотных передаточных функций [1]. Непрерывные сигналы $x(t)$ описываются изображениями — преобразованиями Лапласа $x(s)$, а дискретные сигналы — соответствующими z-преобразованиями $x(z)$.

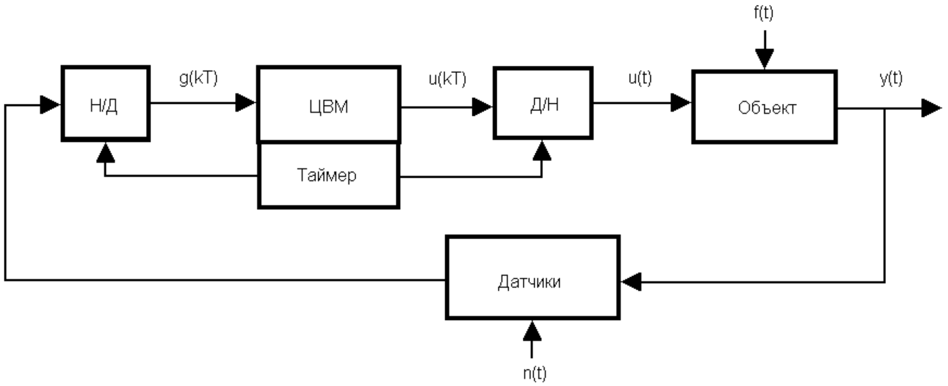

Рис. 1. Типовая схема цифровой системы

Процессор обрабатывает дискретные сигналы с преобразователя Н/Д $g(z)$ в соответствии с алгоритмом, заданным традиционной передаточной функцией стационарной системы $C(z)$:

$$u(z) = C(z) \int_{c=j\infty}^{c+j\infty} \frac{1}{1 - z^{-1} e^{sT}} g(s) ds.$$

Подынтегральное выражение описывает двумерную передаточную функцию ключа [1] с непрерывным сигналом $g(s)$ в качестве входного воздействия

$$\Gamma_k(z,s) = \frac{1}{1 - z^{-1} e^{sT}}.$$

Непрерывный сигнал управления после экстраполятора нулевого порядка будет задан соотношением

$$u(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \oint \frac{u(z)}{z(1 - z e^{-sT})} dz.$$

Уже здесь дискретный сигнал $u(z)$ обрабатывается двумерной передаточной функцией экстраполятора

$$\Gamma_э(s,z) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \frac{1}{z(1 - z e^{-sT})}.$$

Для известного непрерывного аналога регулятора $W_R(s)$ его дискретная реализация зависит от способа преобразования. Если при этом выбран экстраполятор нулевого порядка, то дискретный регулятор вычисляется по соотношению

$$C(z) = (1 - z^{-1})\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}\frac{W_R(s)}{s}\frac{1}{1 - z^{-1}e^{sT}}ds.$$

Замена непрерывного регулятора на дискретный (по принятой терминологии — переоборудование) может выполняться и другими методами (например, с помощью преобразования Тастина).

Для установления связи между непрерывными сигналами (от входа ключа до выхода экстраполятора) следует воспользоваться соотношениями

$$\Gamma(s, p) = \frac{1}{2\pi j}\oint \Gamma_{э}(s, z)C(z)\Gamma_k(s, p)dz$$

для соединений непрерывно-дискретных звеньев [1]. Эта функция является полной характеристикой линейной дискретно-непрерывной системы, учитывающей как непрерывные, так и дискретные особенности входящих в структуру звеньев, включая важный конструктивный параметр — период квантования. В частности, вычисленная таким образом двумерная передаточная функция позволяет записать явные аналитические выражения для реакций гибридной системы, которые в силу известных преобразований сигналов оказываются достаточно громоздкими.

Выполняя предельный переход при $T \to 0$, после преобразований получают требуемое для практического синтеза соотношение

$$\Gamma(s, p) = \frac{1}{s - p}W_R(s).$$

Таким образом, типовые линейные модели микропроцессорных структур с экстраполяторами нулевого порядка по мере приближения шага квантования к нулю сходятся к соответствующим непрерывным моделям.

Непрерывные эталонные модели. Предлагается решить задачи синтеза, ориентируясь на непрерывные аналоги, для которых сначала рассчитывают непрерывные регуляторы, затем имитирующиеся цифровыми устройствами. Этот подход является привычным в инженерной практике. Новизна заключается лишь в утверждении о близости непрерывных эталонов с цифровыми реализациями систем, рассматриваемых в непрерывном времени (непрерывно-дискретных системах).

Отметим, что неслучайно проектирование микропроцессорных регуляторов технических объектов начинают с разработки непрерывных прототипов цифровых устройств. Такие факты, как наглядная физическая интерпретация, исторически накопленный опыт реального проектирования, методически отработанные приемы решения основных задач динамического синтеза, свидетельствуют о том, что предпочтительным является выбор аналоговых регуляторов для оценки, по меньшей мере, предварительных результатов решения исходных задач проектирования.

Математически строгие оценки близости рассматриваемых систем можно получить, вычисляя нормы [1, т. 3] этих систем, что, однако, представляет собой нетривиальную задачу для нестационарных систем. Да и использовать такую процедуру в инженерной практике вряд ли целесообразно. Более естественными являются привычные способы оценки результатов по частотным или временны́м характеристикам.

Центральной проблемой здесь является выбор непрерывного эталона, для чего существует большой набор возможных вариантов: это классические работы частотной школы В.В. Солодовникова и его коллег; большое количество оптимальных подходов, включая, в частности, получившие распространение в последние десятилетия методы, ограничивающие влияние на качество систем неопределенностей разного рода (методы Н-бесконечности).

Ориентируясь на рассмотренный ниже пример, ограничимся обсуждением привычных методов синтеза систем с одним входом и одним выходом.

Метод модального управления свободен от ограничений, накладываемых на объект регулирования в классических работах В.В. Солодовникова, хотя и не дает никаких рекомендаций по выбору желаемых полюсов замкнутой системы. Традиционные требования к качеству системы ограничивают колебательные свойства замкнутых систем. Что касается быстродействия, приходится принимать во внимание ограничения на управление. Известно, что уровень потребных управлений возрастает при повышении быстродействия, т. е. при сдвиге полюсов влево.

Объединяя наблюдающее устройство с регулятором, получают характеристики последовательных корректирующих устройств в виде передаточной функции непрерывного регулятора.

Сходные результаты дает метод полиномиального синтеза, когда в качестве исходной выбирают передаточную функцию замкнутой системы. Выбор последней ограничен некоторыми требованиями, связанными с объектом управления, а именно: неминимально-фазовые нули объекта сохраняются и в замкнутой системе, а разность порядков числителя и знаменателя у желаемой замкнутой системы должна быть не меньше, чем у объекта.

Пример. В качестве примера рассмотрим из работы [6] неустойчивый неминимально-фазовый объект, заданный передаточной функцией

$$W(s) = \frac{2-s}{s(s-1)}.$$

Комментируя эту работу, проф. А. Курман отметил, что строить системы с такими объектами нецелесообразно, поскольку говорить об удовлетворительном качестве замкнутых систем не приходится.

Потребуем, чтобы замкнутая система имела кратный полюс $s1 = s2 = -1$ и еще один полюс, добавленный редуцированным наблюдающим устройством $s3 = -2$. Рассчитанный при этих условиях аналоговый модальный регулятор описывается передаточной функцией

$$W_R(s) = \frac{11s + 1}{s + 16}.$$

Точно такой же регулятор будет получен в результате полиномиального синтеза, если для желаемой замкнутой системы назначить передаточную функцию

$$\varphi(s) = \frac{2 - s}{(s^2 + 2s + 1)(s + 2)},$$

выбранную в соответствии с общими рекомендациями для заданного объекта управления. Вычисляя дискретный аналог непрерывного регулятора (по Тастину), для стационарного регулятора найдем

$$W_R(z) = \frac{10{,}19z - 10{,}18}{z - 0{,}8519}.$$

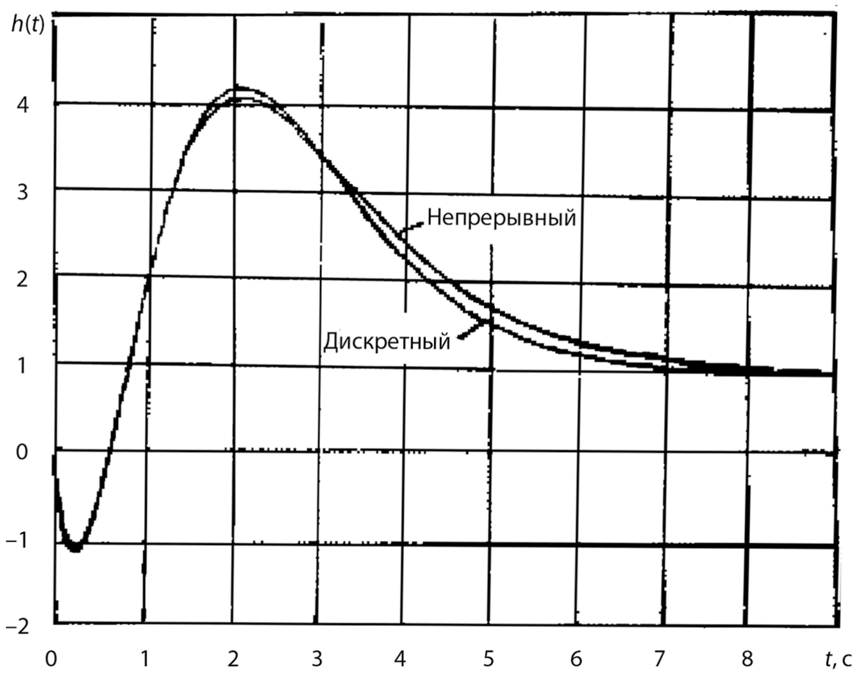

Рис. 2. Реакции систем на ступенчатое воздействие

На рис. 2 приведены реакции непрерывной и цифровой систем на единичное ступенчатое воздействие. Цифровой регулятор рассчитан для периода квантования $T = 0{,}01$ с в соответствии с общими рекомендациями по выбору частоты квантования по отношению к полосе пропускания системы. Видно, что характеристики оказываются близкими, хотя система из-за особенностей объекта не является грубой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник: в 5 т. / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. Т. 1. С. 422–490; Т. 3. 385–398.
2. Поляков К.Ю. Полиномиальный синтез оптимальных цифровых следящих систем. I // АиТ. 2001. № 2. С. 149–182.
3. Поляков К.Ю. Полномиальный синтез оптимальных цифровых следящих систем. I // АиТ. 2001. № 3. С. 94–107.
4. Розенвассер Е.Н. Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени. М.: Наука, 1994. 461 с.
5. Семенов В.В., Сивцов В.И. К определению передаточных функций непрерывно-дискретных систем // Тр. МВТУ. Системы автоматического управления. 1978. Вып. 5. № 265. С. 27–39.
6. Youla D., Jabr H., Bonjiorno J. Modern Wiener Hopf design of optimal controllers. Part I // IEEE Transactions on Automatic Control. 1976. No 21 (2). P. 3–13.

Статья поступила в редакцию 25.10.2012