УДК 533.6.011.31.5:532.582.33

Метод быстрой оценки параметров на поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком, с учетом равновесных физико-химических превращений

© В.П. Котенев[1,2], В.А. Сысенко[1]

[1] ОАО «ВПК «НПО машиностроения», Московская область, г. Реутов, 143966, Россия
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Для быстрой оценки давления, плотности, скорости на участке поверхности гладкого затупленного тела течение газа в ударном слое моделируется при помощи замороженного показателя адиабаты. Учет реальных свойств воздуха в равновесном приближении проводится на ударной волне с использованием существующих таблиц термодинамических функций воздуха по давлению и энтальпии. Результаты расчетов с использованием замороженного показателя адиабаты и расчетов равновесного течения в строгой постановке дают близкие результаты. Рассмотрены также примеры применения метода для осесимметричных течений газа.

Ключевые слова: *равновесный поток газа, осесимметричные течения газа, звуковая точка.*

Введение. В практических расчетах часто требуется быстро оценить параметры на поверхности тела при наличии физико-химических превращений в потоке. Существующие в настоящее время приближенные подходы развиваются для модели совершенного газа, однако при обтекании тел с большой сверхзвуковой скоростью газ уже нельзя назвать таковым и распределение параметров на теле в этом случае существенно отличается от тех, что получаются при использовании модели совершенного газа.

В данной работе предлагается простой метод быстрой оценки параметров на поверхности тел с приближенным учетом реальных свойств воздуха.

Определение эффективного показателя адиабаты. Для этого будем использовать соотношения для скорости V_2 и плотности за прямым скачком через давление p_2 непосредственно за скачком, число Маха M_∞ и показатели адиабаты: искомый γ_* и набегающего потока $\gamma = 1,4$:

$$k\sqrt{\gamma}\mathrm{M}_\infty = V_2, \tag{1}$$

$$\frac{1}{k}=\frac{\frac{\gamma_*+1}{\gamma_*-1}p_2+1}{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}+p_2}. \tag{2}$$

Здесь $\sqrt{\gamma}\mathrm{M}_\infty$ – известная безразмерная скорость набегающего потока; M_∞ – число Маха набегающего потока; давление p_2 отнесено к давлению набегающего потока P_∞; k – отношение плотности газа в набегающем потоке ρ_∞ к плотности за прямым скачком уплотнения.

Соотношения, выражающие законы сохранения импульса и энергии при переходе через скачок, с учетом (1) будут

$$1+\gamma\mathrm{M}_\infty^2=p_2+k\gamma\mathrm{M}_\infty^2, \tag{3}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}+\frac{\gamma\mathrm{M}_\infty^2}{2}=\frac{\gamma_*}{\gamma_*-1}p_2k+\frac{k^2\gamma\mathrm{M}_\infty^2}{2}. \tag{4}$$

Из (3), (4) получим выражение для энтальпии газа $h_2=\frac{\gamma_*}{\gamma_*-1}p_2k$ непосредственно за скачком:

$$h_2=\frac{\gamma}{\gamma-1}+\frac{(1+k)(p_2-1)}{2}. \tag{5}$$

Формула (2) также есть следствие (3), (4). Действительно,

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}+\left(1-k^2\right)\frac{\gamma\mathrm{M}_\infty^2}{2}=\frac{\gamma_*}{\gamma_*-1}P_2k,$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}+\frac{(1+k)}{2}(P_2-1)=\frac{\gamma_*}{\gamma_*-1}P_2k,$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}+\frac{P_2-1}{2}=\left(\frac{\gamma_*}{\gamma_*-1}P_2+\frac{1-P_2}{2}\right)k,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\gamma+1}{\gamma-1}+\frac{P_2}{2}=\left(\frac{1}{2}\frac{\gamma_*+1}{\gamma_*-1}P_2+\frac{1}{2}\right)k.$$

Окончательно получим $\frac{1}{k} = \frac{\frac{\gamma_* + 1}{\gamma_* - 1} p_2 + 1}{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} + p_2}$.

Далее, с учетом (2), (3), (5), находим прямыми итерациями γ_*, k, p_2 с использованием существующих аппроксимаций термодинамических функций равновесного воздуха по давлению и энтальпии [1]. Таким образом, определим γ_* непосредственно за скачком.

Теперь найдем значение γ_0 на теле в точке торможения. Давление в точке торможения P_0' для равновесного газа определяется по следующей формуле [2]:

$$P_0' = \left[1 + \gamma \mathrm{M}_\infty^2 \left(1 - k/2\right)\right] P_\infty. \tag{6}$$

Формула (6) справедлива в приближении, что плотность газа на линии тока, прошедшей через прямой скачок уплотнения и приходящей в точку торможения, постоянна [2].

Энтальпия в точке торможения рассчитывается по формуле

$$h_0' = \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\gamma \mathrm{M}_\infty^2}{2}. \tag{7}$$

Используя данные работы [1], по известным давлению и энтальпии в точке торможения можно определить значение термодинамической функции, по которому рассчитываем γ_0 на теле.

Определение давления, плотности и скорости на поверхности тела. Положение звуковой точки на сфере для больших чисел Маха в набегающем потоке приводится в [2] и является функцией от отношения плотностей на прямом скачке уплотнения:

$$\sigma_{**} = 90 - (34 + 40k), \tag{8}$$

где σ_{**} – угол в градусах между осью тела и вектором скорости в звуковой точке.

Будем использовать безразмерные параметры. Давление P отнесем к давлению в точке торможения.

Для последующего применения метода, рассмотренного в работе [3], безразмерные плотность и скорость определим по формулам

$$\rho = P^{\frac{1}{\gamma_0}} \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 - 1}, \quad V = \sqrt{1 - \mathrm{P}^{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0}}}. \tag{9}$$

Давление в звуковой точке при этом есть

$$P_* = \left(\frac{2}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}}. \qquad (10)$$

Здесь γ_0 – эффективный показатель адиабаты, который определяется на теле в точке торможения и предполагается постоянным на поверхности тела. В формулах используется безразмерное давление, отнесенное к давлению торможения.

Предполагая газ замороженным с постоянным эффективным показателем адиабаты γ_0, определим на любом выпуклом теле, отличном от сферы, положение звуковой точки и давление на его поверхности, применяя формулы (6), (8), (9), (10) и метод, предложенный в работе [3], т. е. используя γ_0 вместо $\gamma = 1{,}4$.

Далее, по известному значению γ_0 и давлению на теле находим прямыми итерациями энтальпию в любой точке тела [1]. Учитывая, что

$$h = \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \frac{P}{\rho},$$

находим плотность.

Скорость находится из интеграла Бернулли.

Анализ результатов. Для примера приведем результаты расчетов по предложенному методу эллипсоида с соотношением полуосей b/a = = 1/2 (рис. 1, 2), обтекаемому газом на высоте 30 км с числом Маха, равным 20, а также сферы (рис. 3–12), обтекаемой на разных высотах

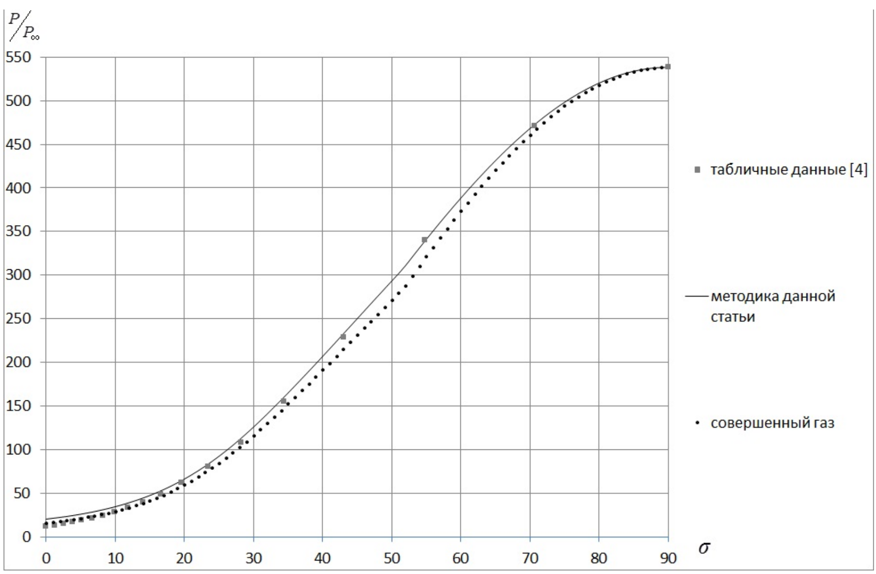

Рис. 1. Распределение безразмерного давления по поверхности эллип-соида (b/a = ½), М = 20, H = 30 км

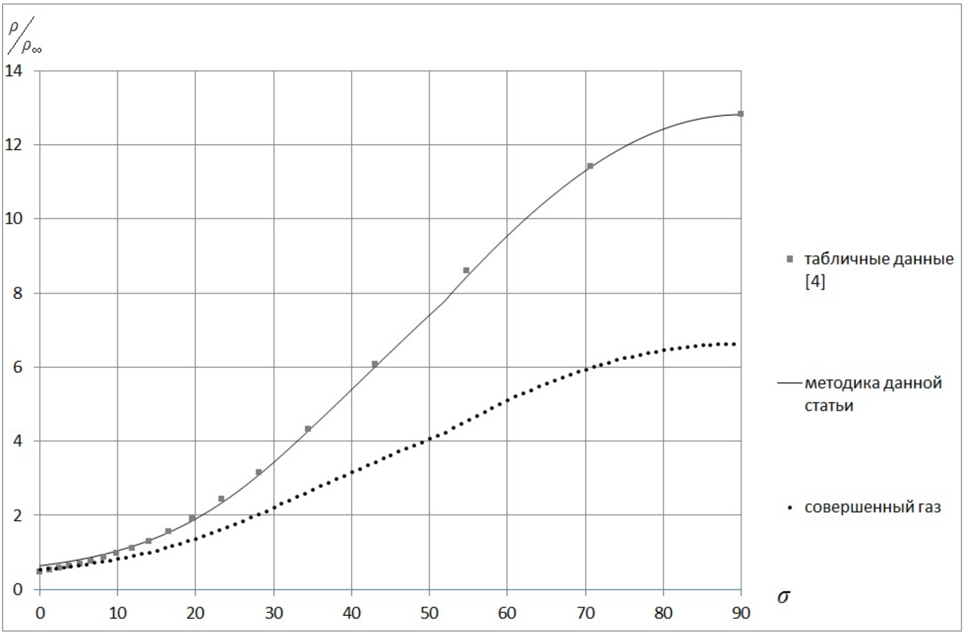

Рис. 2. Распределение безразмерной плотности по поверхности эллипсоида (b/a = 1/2), М = 20, H = 30 км

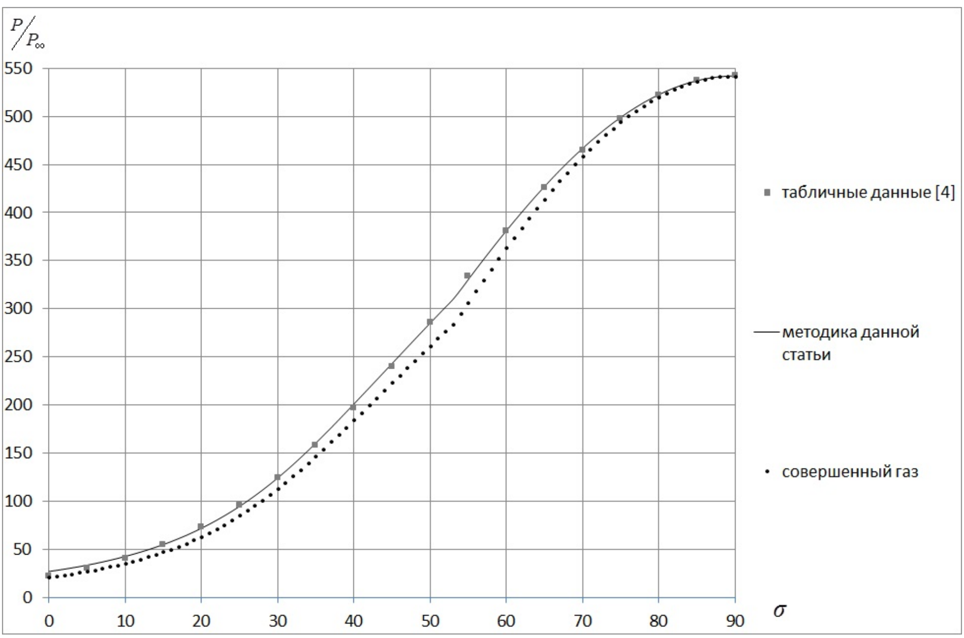

Рис. 3. Распределение безразмерного давления по поверхности сферы, М = = 20, H = 50 км

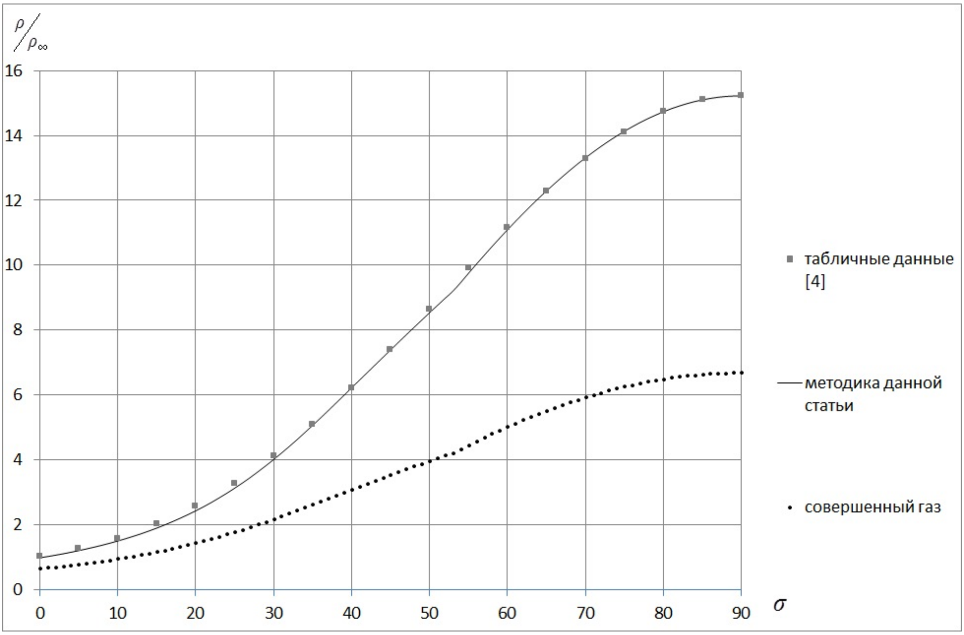

Рис. 4. Распределение безразмерной плотности по поверхности сферы, М = = 20, H = 50 км

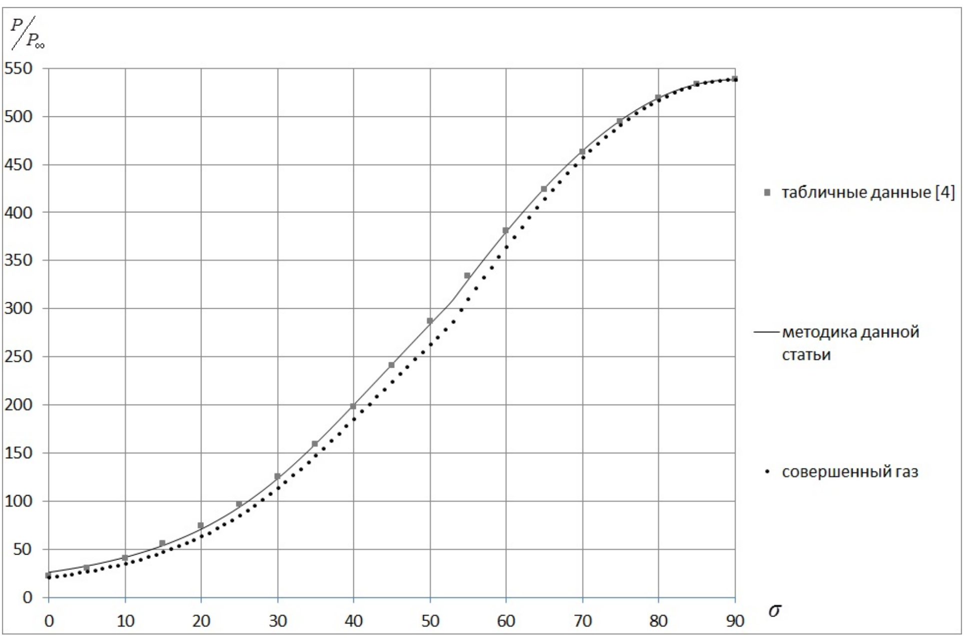

Рис. 5. Распределение безразмерного давления по поверхности сферы, М = = 20, H = 30 км

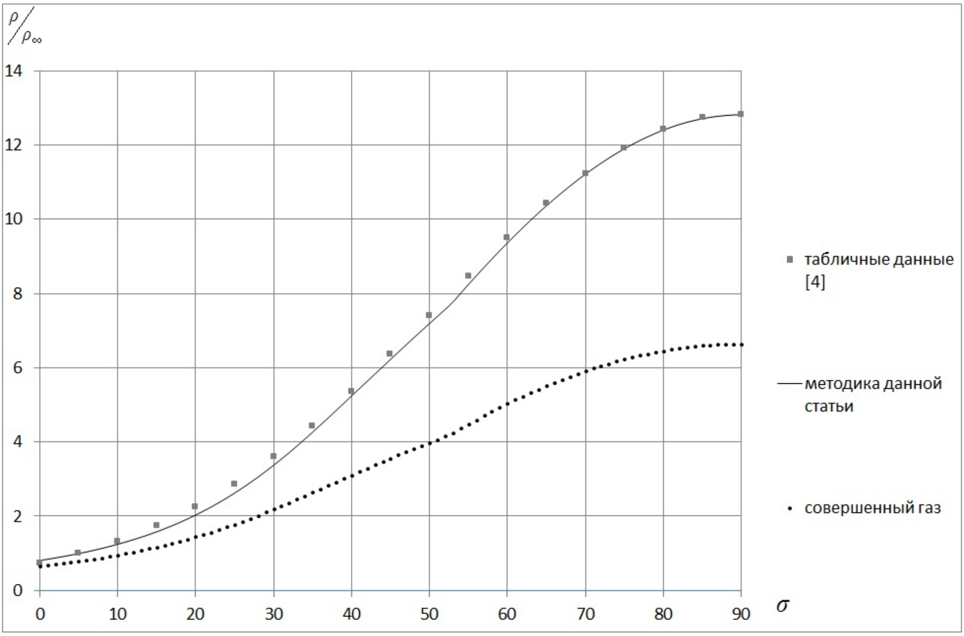

Рис. 6. Распределение безразмерной плотности по поверхности сферы, M = = 20, H = 30 км

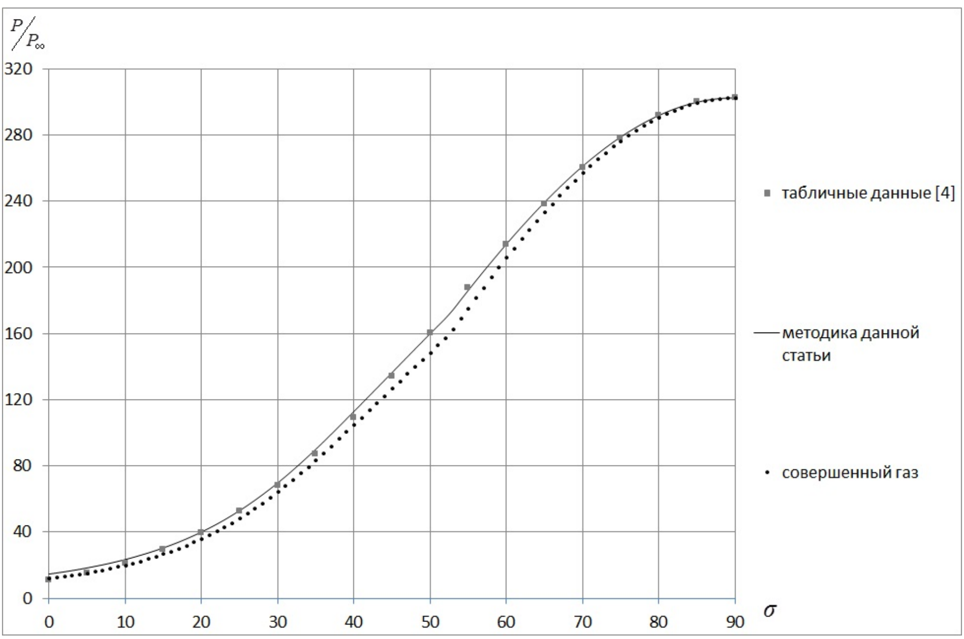

Рис. 7. Распределение безразмерного давления по поверхности сферы, M = = 15, H = 50 км

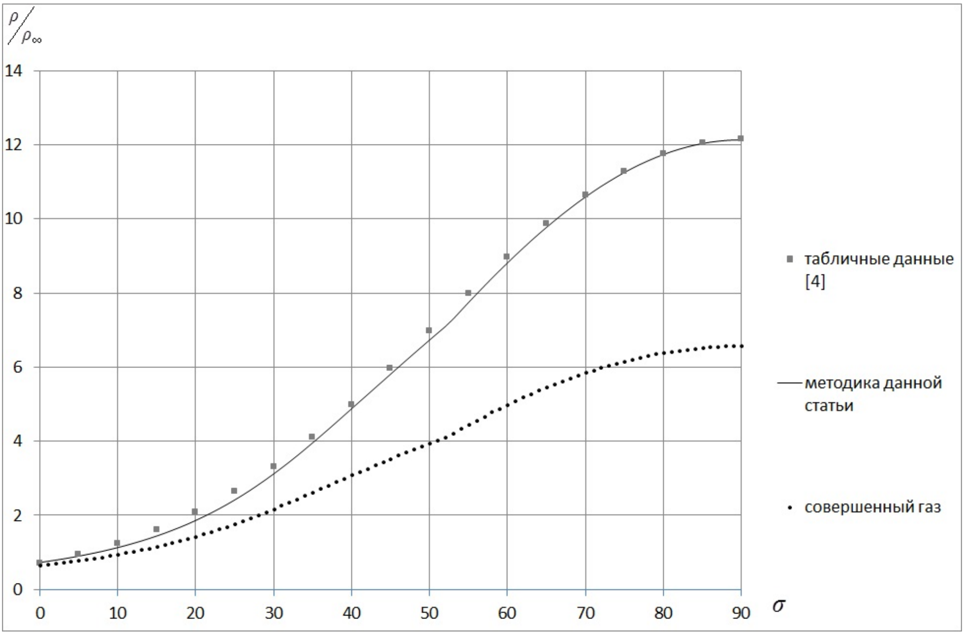

Рис. 8. Распределение безразмерной плотности по поверхности сферы, М = = 15, H = 50 км

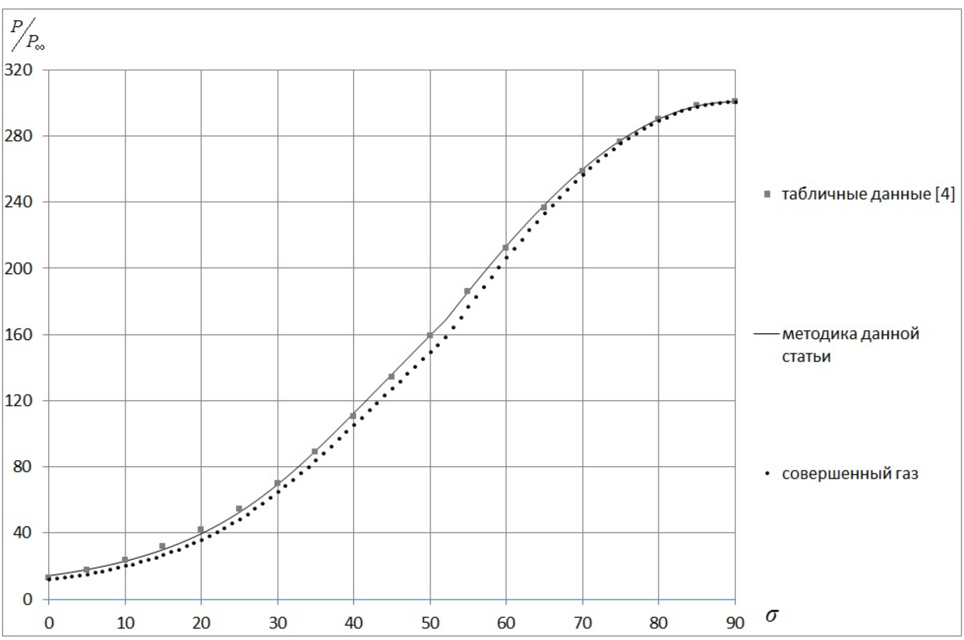

Рис. 9. Распределение безразмерного давления по поверхности сферы, М = = 15, H = 30 км

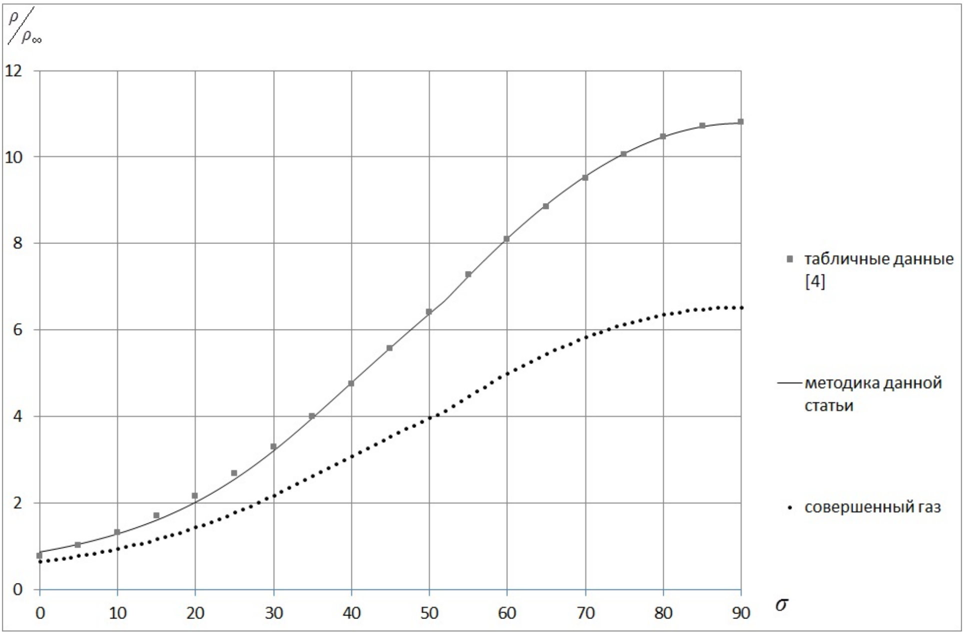

Рис. 10. Распределение безразмерной плотности по поверхности сферы, M = 15, H = 30 км

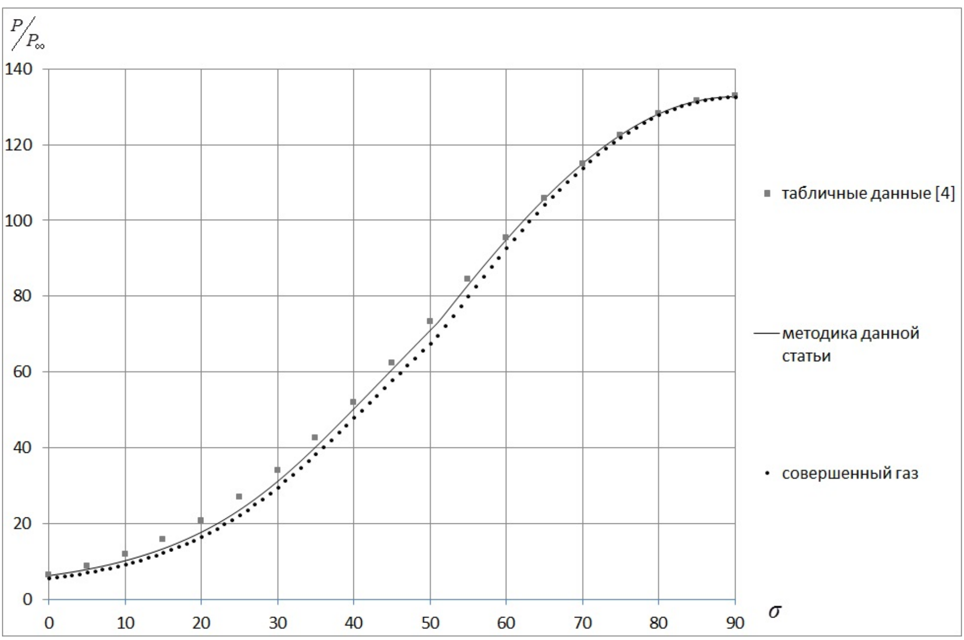

Рис. 11. Распределение безразмерного давления по поверхности сферы, M = = 10, H = 30 км

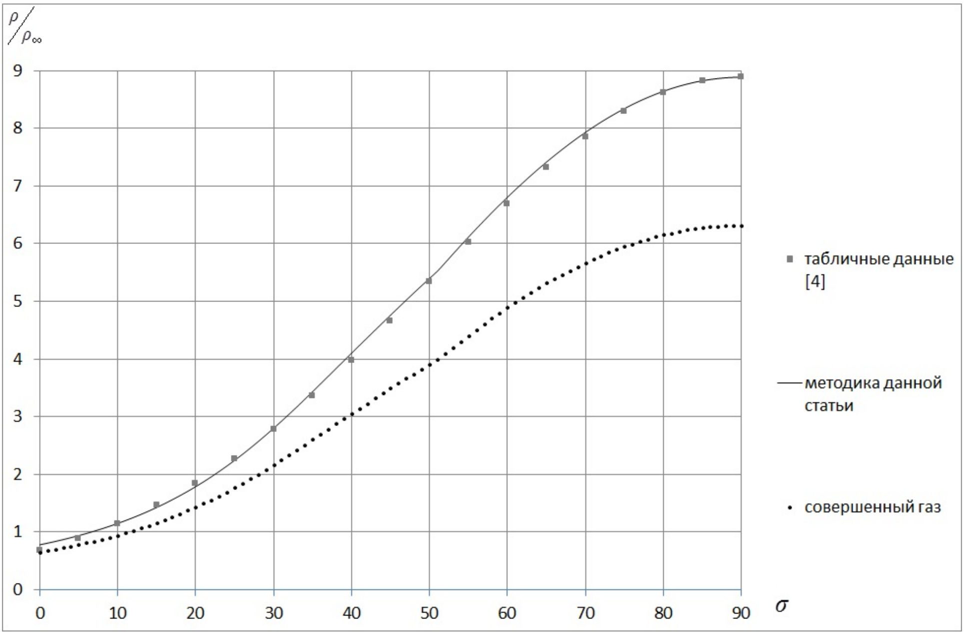

Рис. 12. Распределение безразмерной плотности по поверхности сферы, М = 10, H = 30 км

со значениями чисел Маха, равными 10, 15 и 20. На графиках показано распределение безразмерных значений давления и плотности по поверхности тел в зависимости от угла встречи набегающего потока с поверхностью тела. Давление и плотность отнесены к значениям этих величин в набегающем потоке. Из представленных сравнений расчетных данных с табличными [4] видно, что предложенный метод для всего набора исходных данных дает вполне приемлемые результаты для быстрой оценки давления и плотности на поверхности тела в случае учета равновесных физико-химических превращений в потоке.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Синченко С.Г. Аппроксимация термодинамических функций воздуха. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1968, т. 8, № 4, с. 917–922.

[2] Лунев В.В. *Течение реальных газов с большими скоростями*. Москва, Физматлит, 2007, 327 с.

[3] Котенев В.П., Сысенко В.А. Уточненный метод быстрой оценки давления на поверхности гладких затупленных тел. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки.* 2012, *Спец. вып. Математическое моделирование* № 3, с. 64–74.

[4] Любимов А.Н., Русанов В.В. *Течения газа около тупых тел*. Москва, Наука, 1970, 379 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Котенев В.П., Сысенко В.А. Метод быстрой оценки параметров на поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком, с учетом равновесных физико-химических превращений. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/840.html

Котенев Владимир Пантелеевич – д-р техн. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика», начальник отдела аэродинамики в ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор более 40 научных работ в области прикладной математики, численных и аналитических методов исследования течения газа при обтекании поверхности летательных аппаратов. e-mail: kotvp@mail.ru

Сысенко Валентина Алексеевна – канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела аэродинамики в ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор ряда работ в области прикладной математики. e-mail: dv-sys@yandex.ru.