УДК 528.236

Матричный метод преобразования прямоугольных геоцентрических координат в геодезические эллипсоидальные

© Д.Е. Ефанов[1], Е.А. Микрин[1,2], М.Ш. Мисриханов[1], А.В. Филимонов[1]

[1] ОАО «Ракетно-космическая корпорация ”Энергия“ имени С.П. Королёва», г. Королев Московской области, 141070, Россия

[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Описывается новый замкнутый метод преобразования прямоугольных геоцентрических координат в геодезические эллипсоидальные. Метод основан на решении двух матричных уравнений в квадратичной форме, построенных относительно координат точки, спроецированной по направлению нормали к поверхности эллипсоида вращения.

Ключевые слова: *прямоугольные и геодезические координаты, эллипсоид вращения, преобразование координат, матричные уравнения, квадратичная форма.*

Введение. Преобразование прямоугольных геоцентрических координат в геодезические эллипсоидальные является одной из основных задач, решаемых при навигации по данным систем глобального позиционирования. Она актуальна как для объектов, расположенных на поверхности Земли, так и для двигающихся в воздухе или космическом пространстве. Решению этой задачи посвящено большое число публикаций. Авторам известно более ста алгоритмов таких преобразований. Наиболее полный обзор методов преобразования приведен в [1 – 5]. В основе лежат тригонометрические формулы, методы, использующие дополнительные параметры, методы минимизации расстояния от точки в пространстве и ее проекции на эллипсоид, методы *h*-геометрии и векторные методы. Формулы преобразования бывают точные или приближенные, с использованием итерационных алгоритмов или замкнутых формул.

Основным недостатком итерационных алгоритмов является необходимость осуществления преобразования каждой точки, что требует значительных затрат при решении задач управления движением или пакетного преобразования исходных координат. В настоящее время векторных замкнутых (матричных) методов преобразования не существует.

Метод преобразования, представленный в данной работе, основан на векторном исчислении и состоит из двух шагов. На первом шаге определяются координаты точки на поверхности эллипсоида вращения (или меридианного эллипса), являющейся проекцией точки, расположенной на некоторой высоте от эллипсоида по направлению нормали к его поверхности. Решение задачи сводится к совместному разрешению двух матричных уравнений в квадратичной форме. На втором шаге происходит вычисление искомых геодезических координат по известным формулам. Предлагаемое решение наиболее близко к представленным в [6, 7]. При этом, в отличие от [7], оно находится непосредственно путем определения координат спроецированной точки, а не с помощью дополнительного параметра, а в [6] решение имеет итерационный вид, замкнутый вид, получаемый с помощью решения пары матричных уравнений в квадратичной форме.

1. Постановка задачи. Формулы вычисления пространственных прямоугольных геоцентрических координат по известным геодезическим имеют вид для точек, расположенных на поверхности эллипсоида вращения:

$$\begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N\cos\varphi\cos\lambda \\ N\cos\varphi\sin\lambda \\ \left(1-e^2\right)N\sin\varphi \end{bmatrix}, \tag{1}$$

и для точек, расположенных над или под поверхностью эллипсоида вращения,

$$\begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(N+h\right)\cos\varphi\cos\lambda \\ \left(N+h\right)\cos\varphi\sin\lambda \\ \left(\left(1-e^2\right)N+h\right)\sin\varphi \end{bmatrix},$$

где x_G, y_G, z_G — прямоугольные координаты точки, расположенной над или под поверхностью эллипсоида вращения; x_E, y_E, z_E — прямоугольные координаты точки, расположенной на поверхности эллипсоида; φ, λ, h — геодезические эллипсоидальные координаты (широта, долгота, высота); a, b — большая и малая полуоси эллипсоида; N — радиус кривизны первого вертикала

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}},$$

где e^2 — квадрат первого эксцентриситета эллипсоида

$$e^2 = 1-\left(\frac{b}{a}\right)^2.$$

Как видно из приведенных выражений, преобразование геодезических координат в прямоугольные осуществляется в явном виде с использованием тригонометрических формул. Однако обратное преобразование, которое рассматривается в данной работе, осуществляется значительно сложнее. В случае эллипсоида вращения исключением является вычисление долготы, для чего используют формулу, имеющую замкнутый вид в исходных координатах.

Одно из возможных решений задачи преобразования координат может быть получено путем определения проекции внешней точки $P_G(x_G, y_G, z_G)$ на референцный эллипсоид по направлению нормали к его поверхности $P_E(x_E, y_E, z_E)$, как показано на рис. 1.

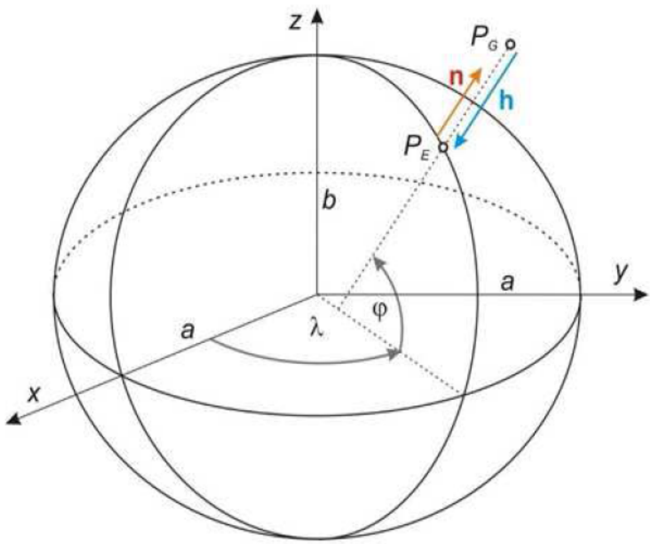

Рис. 1. Проецирование точки на эллипсоид с помощью коллинеарных векторов *n* и *h*

Это можно сделать с помощью построения двух коллинеарных векторов: вектора *n*, нормального к поверхности эллипсоида в точке P_E, определяемого с помощью градиентного оператора [6]

$$n = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} \frac{x_E}{a^2} & \frac{x_E}{a^2} & \frac{x_E}{a^2} \end{bmatrix},$$

и вектора *h*, соединяющего точки P_G и P_E,

$$h = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_E - x_G & y_E - y_G & z_E - z_G \end{bmatrix}.$$

Из теории векторных вычислений известно, что координаты коллинеарных векторов пропорциональны с постоянным коэффициентом *k*:

$$k = \frac{h_1}{n_1} = \frac{h_2}{n_2} = \frac{h_3}{n_3} \Rightarrow k = \frac{x_E - x_G}{a^{-2} x_E} = \frac{y_E - y_G}{a^{-2} y_E} = \frac{z_E - z_G}{b^{-2} z_E}. \qquad (2)$$

Кроме того, координаты точки P_E должны удовлетворять уравнению эллипсоида вращения:

$$\frac{x_E^2}{a^2}+\frac{y_E^2}{a^2}+\frac{z_E^2}{b^2}=1. \tag{3}$$

Совместное решение уравнений (2) и (3) является решением задачи определения проекции точки на эллипсоид.

Несмотря на то что данный подход может быть применен и при решении задачи преобразования координат для трехосного эллипсоида [8], для эллипсоида вращения размерность задачи можно сократить путем приведения задачи к меридианному эллипсу как показано на рис. 2 [6].

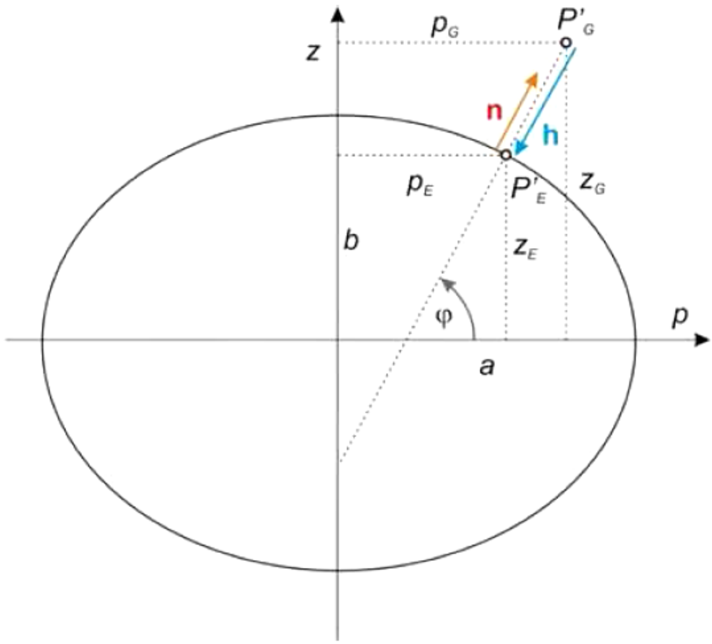

Рис. 2. Приведение задачи преобразования координат к меридианному эллипсу

Здесь $P'_G=(p_G,z_G)$, $P'_E=(p_E,z_E)$, $p_E=\sqrt{x_E^2+y_E^2}$, $p_G=\sqrt{x_G^2+y_G^2}$ и

$$\begin{cases} p_E=N\cos\varphi, \\ z_E=\dfrac{b^2}{a^2}N\sin\varphi. \end{cases} \tag{4}$$

В этом случае вектор n, нормальный к меридианному эллипсу в точке P'_E, определяется в виде

$$n = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} \dfrac{p_E}{a^2} & \dfrac{z_E}{b^2} \end{bmatrix} = \frac{2}{ab}\begin{bmatrix} \dfrac{b}{a} p_E & \dfrac{a}{b} z_E \end{bmatrix} = \frac{2}{k}\begin{bmatrix} g p_E & h z_E \end{bmatrix},$$

где $g = b/a$, $h = a/b$, $k = ab$, а вектор h имеет координаты

$$h = \begin{bmatrix} p_E - p_G & z_E - z_G \end{bmatrix}.$$

При этом выражение для обеспечения их коллинеарности (2) принимает следующий вид:

$$k = \frac{a\left(p_E - p_G\right)}{b p_E} = \frac{b\left(z_E - z_G\right)}{a z_E} = ab.$$

Отсюда вытекает следующее нелинейное относительно p_E, z_E уравнение:

$$h z_E \left(p_E - p_G\right) = g p_E \left(z_E - z_G\right). \tag{5}$$

Аналогично трехмерному случаю необходимо, чтобы точка P_E' принадлежала меридианному эллипсу, т. е. удовлетворяла уравнению

$$\frac{p_E^2}{a^2} + \frac{z_E^2}{b^2} = 1. \tag{6}$$

Совместное решение двух нелинейных уравнений (5) и (6) является решением задачи проецирования точки на меридианный эллипс. Итерационный алгоритм решения этих уравнений с помощью метода Ньютона приведен в [6].

Получим решение данных уравнений в замкнутом виде с помощью преобразования их в матричные уравнения квадратичной формы.

2. Решение матричных уравнений. Запишем уравнения (6) и (5) в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} p_E & z_E & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & b^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_E \\ z_E \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} p_E & z_E & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{2}\dfrac{a^2 - b^2}{ab} & \dfrac{1}{2}\dfrac{b}{a} z_G \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{a^2 - b^2}{ab} & 0 & -\dfrac{1}{2}\dfrac{a}{b} p_G \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{b}{a} z_G & -\dfrac{1}{2}\dfrac{a}{b} p_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_E \\ z_E \\ 1 \end{bmatrix} = 0. \tag{8}$$

Введем обобщенные координаты $\alpha = p_E$, $\beta = z_E$, $\gamma = 1$, тогда уравнения (7), (8) принимают вид

$$\begin{bmatrix}\alpha & \beta & \gamma\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a^{-2} & 0 & 0\\ 0 & b^{-2} & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}=0, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}\alpha & \beta & \gamma\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{2}\frac{a^2-b^2}{ab} & \frac{1}{2}\frac{b}{a}z_G\\ \frac{1}{2}\frac{a^2-b^2}{ab} & 0 & -\frac{1}{2}\frac{a}{b}p_G\\ \frac{1}{2}\frac{b}{a}z_G & -\frac{1}{2}\frac{a}{b}p_G & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}=0. \tag{10}$$

Известно, что с помощью конгруэнтных преобразований любые две матрицы можно привести к диагональному виду [9]. Введем промежуточные координаты

$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\alpha}\\ \tilde{\beta}\\ \tilde{\gamma}\end{bmatrix} \tag{11}$$

и приведем матрицу квадратичной формы эллипсоидального уравнения к единичному виду

$$\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a^{-2} & 0 & 0\\ 0 & b^{-2} & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Тогда (9) сводится к уравнению

$$\begin{bmatrix}\tilde{\alpha} & \tilde{\beta} & \tilde{\gamma}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\alpha}\\ \tilde{\beta}\\ \tilde{\gamma}\end{bmatrix}=0\ , \tag{12}$$

все множество решений которого порождается произвольными ортогональными преобразованиями. Подставим (11) в (10)

$$\begin{bmatrix} \tilde{\alpha} & \tilde{\beta} & \tilde{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right) & \frac{\sqrt{-1}}{2} bz_G \\ \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right) & 0 & -\frac{\sqrt{-1}}{2} ap_G \\ \frac{\sqrt{-1}}{2} bz_G & -\frac{\sqrt{-1}}{2} ap_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{bmatrix} = 0 \qquad (13)$$

и запишем ортогональное разложение матрицы квадратичной формы

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & u_{13} \\ u_{12} & u_{22} & u_{23} \\ u_{13} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right) & \frac{\sqrt{-1}}{2} bz_G \\ \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right) & 0 & -\frac{\sqrt{-1}}{2} ap_G \\ \frac{\sqrt{-1}}{2} bz_G & -\frac{\sqrt{-1}}{2} ap_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}.$$

Введем далее вектор промежуточных переменных

$$\begin{bmatrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \psi \\ \nu \end{bmatrix} \qquad (14)$$

и ортогональными конгруэнтными преобразованиями приведем матрицу квадратичной формы уравнения (13) к диагональному виду

$$\begin{bmatrix} \xi & \psi & \nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \psi \\ \nu \end{bmatrix} = 0. \qquad (15)$$

Тогда решение задачи сводится к совместному разрешению двух матричных конгруэнтных однородных уравнений (12) и (15) с диагональными матрицами квадратичной формы.

Запишем эквивалентное уравнение для квадратов переменных

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi^2 \\ \psi^2 \\ \nu^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

все множество решений которого очевидно имеет вид

$$\begin{bmatrix} \xi^2 \\ \psi^2 \\ \nu^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_2 - \sigma_3 \\ \sigma_3 - \sigma_1 \\ \sigma_1 - \sigma_2 \end{bmatrix} \mu. \tag{17}$$

Искомые переменные вычислим путем поэлементного взятия квадратного корня в виде

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \psi \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix} \sqrt{\mu}. \tag{18}$$

Таким образом, решение в однородных координатах с учетом (11), (14) и (18) имеет вид

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix} \sqrt{\mu}. \tag{19}$$

Перейдем из обобщенных координат в однородные, обеспечив тождество $\gamma = 1$ из условия

$$\sqrt{-1} \begin{bmatrix} u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix} \sqrt{\mu} = 1, \tag{20}$$

которое единственным образом определяет ограничение на свободную переменную

$$\sqrt{\mu} = -\sqrt{-1}\left(\begin{bmatrix} u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix}\right)^{-1}. \quad (21)$$

Подставив (21) в (19), получим окончательное (искомое) решение матричных уравнений (7), (8):

$$\begin{bmatrix} p_E \\ z_E \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \left(\begin{bmatrix} u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix}\right)^{-1} \sqrt{-1}. \quad (22)$$

3. Вычисление геодезических координат. После определения координат точки, спроецированной на меридианный эллипс, вычислим искомые геодезические координаты φ, λ, h.

Формула для вычисления геодезической широты может быть получена из системы уравнений (4) в виде

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{a^2 z_E}{b^2 p_E}, \quad (23)$$

откуда

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{a^2 z_E}{b^2 p_E}. \quad (24)$$

Подставим (22) в (24) и получим формулу для вычисления широты:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{b}\begin{bmatrix} u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_2 - \sigma_3} \\ \sqrt{\sigma_3 - \sigma_1} \\ \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2} \end{bmatrix}\right)^{-1}\right). \quad (25)$$

Высота определяется по формуле расстояния между двумя точками с учетом направления нормального вектора в виде [6]:

$$h = \begin{cases} \sqrt{\left(p_E - p_G\right)^2 + \left(z_E - z_G\right)^2} & \text{при } \left(p_G + \left|z_G\right|\right) \geq \left(p_E + \left|z_E\right|\right), \\ -\sqrt{\left(p_E - p_G\right)^2 + \left(z_E - z_G\right)^2} & \text{при } \left(p_G + \left|z_G\right|\right) < \left(p_E + \left|z_E\right|\right). \end{cases} \quad (26)$$

Вычисление геодезической долготы может производится с помощью известной формулы, получаемой непосредственно из системы уравнений (1)

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{y_G}{x_G}, \quad (27)$$

где выбор подходящего квадранта определяется соответствующими знаками x_G, y_G.

Основным ограничением данной формулы является отсутствие решения при $x_G = 0$ и потеря численной устойчивости при стремлении координаты к нулю. В [10] приведена формула, имеющая улучшенную сходимость,

$$\lambda = 2\operatorname{arctg} \frac{y_G}{x_G + \sqrt{x_G^2 + y_G^2}}. \quad (28)$$

В [11] показано, что в этом случае решения также могут быть неточны, и приведены формулы

$$\lambda = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg} \frac{x_G}{\sqrt{x_G^2 + y_G^2} + y_G} & \text{при } y_G \geq 0; \\ -\frac{\pi}{2} + 2\operatorname{arctg} \frac{x_G}{\sqrt{x_G^2 + y_G^2} - y_G} & \text{при } y_G < 0, \end{cases} \quad (29)$$

обладающие максимальной точностью для всех диапазонов значений координат.

Заключение. В статье описывается новый метод преобразования прямоугольных геоцентрических координат в геодезические эллипсоидальные, основанный на векторном исчислении.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Burtch R. A comparison of methods used in rectangular to geodetic coordinate transformations. *ACSM Annual Conference and Technology Exhibition*. Orlando, FL, April 21–26, 2006.

[2] Featherstone W.E., Claessens S.J. Closed-form transformation between geodetic and ellipsoidal coordinates. *Studia geophysica et geodaetica*, 2008, vol. 52, pp. 1–18.
[3] Fok H.S. and Iz H.B. A Comparative Analysis of the Performance of Iterative and Non-iterative Solutions to the Cartesian to Geodetic Coordinate Transformation. *Journal of Geospatial Engineering*, 2003, vol. 5, no. 2, pp. 61–74.
[4] Rapp R.H., Sanso F. *Determination of the Geoid: Present and Future*. New York, Springer, 1990, pp. 395–404.
[5] Yildirim F., Kaya A., Kaplan Y. Comparison of Different Algorithms between Geocentric and Geodetic Coordinates. *Harita Dergisi*, 2011, vol. 146, pp. 1–7.
[6] Ligas M., Banasik P. Conversion between Cartesian and geodetic coordinates on a rotational ellipsoid by solving a system of nonlinear equations. *Geodesy and Cartography*, 2011, vol. 60, no. 2, pp. 145–159.
[7] Lin K.C., Wang J. Transformation from geocentric to geodetic coordinates using Newton's iteration. *Bulletin Geodesique*, 1995, vol. 69, pp. 300–303.
[8] Ligas M. Cartesian to geodetic coordinates conversion on a triaxial ellipsoid. *Journal of Geodesy*, 2012, vol. 86, pp. 249–256.
[9] Хорн Р., Джонсон Ч. *Матричный анализ*. Москва, Мир, 1989.
[10] Vanicek P., Krakiwsky E.J. *Geodesy: The concepts.* Amsterdam, The Netherlands, Elsevier, 1982.
[11] Vermeille H. Computing geodetic coordinates from geocentric coordinates. *Journal of Geodesy*, 2004, vol. 78, pp. 94–95.

Статья поступила в редакцию 28.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Ефанов Д.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Филимонов А.В. Матричный метод преобразования прямоугольных геоцентрических координат в геодезические эллипсоидальные. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 10. URL: http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1075.html

Ефанов Дмитрий Евгеньевич — аспирант научно-технического центра ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва». Автор более 10 научных трудов.

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, первый заместитель генерального конструктора ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва», заведующий кафедрой «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 работ в области проблем управления космическими аппаратами. e-mail: Eugeny.Mikrin@rsce.ru

Мисриханов Мисрихан Шапиевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник научно-технического центра ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва». Автор более 150 работ в области проблем управления космическими аппаратами.

Филимонов Александр Викторович — аспирант научно-технического центра ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва». Автор более 5 научных трудов.