УДК 681.5

Моделирование 3D объектов

© А.И. Коротаев, В.И. Кузовлев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Решены задачи определения параметров трехмерных объектов по двум проекциям (фотографиям). Рассмотрены математические аспекты, алгоритмы и приведено описание программного продукта.

Ключевые слова: *фотографическая центральная проекция, матрица преобразования, трехмерное преобразование.*

При создании автоматизированных систем управления динамическими объектами, тренажеров, электронных музеев, содержащих трехмерные произведения искусства, игровых программ требуется знание точных параметров трехмерных объектов [1].

Подобные системы требуют разработки алгоритмов по автоматизированному нахождению координат точек, определяющих поверхности объектов. Точность определения координат зависит от характера задач, которые будут решаться с использованием подобных объектов. Так, например, при проведении измерительных работ со скульптурами для создания электронного музея потребуется значительное количество точек, чтобы произведение стало узнаваемым, однако этим работа не заканчивается, необходимо на массив точек «натянуть» поверхность и задать материал [2].

В настоящей статье задача решается с использованием фотографических проекций. Преимущество данного способа — практически неограниченная разрешающая способность и простота получения и ввода фотоизображений в компьютер. Кроме этого в литературе имеется информация об оцифровке голографических изображений, использовании лазерных дальномеров и т. д.

Как известно, на фотографиях изображение формируется в центральной проекции, которая получается путем мысленного соединения отрезком прямой точки пространства с глазом наблюдателя. На картинной плоскости, расположенной между точкой и глазом, формируется след от пересечения отрезка и картинной плоскости.

Задача заключается в том, чтобы используя одну или несколько фотографических проекций, сделанных под разными углами или с разных расстояний до объекта, определить пространственные координаты точек объекта (рис. 1) [3].

Решение этой задачи представляется следующим образом.

1 шаг. Провести фотосъемку объекта, ввести изображения в компьютер (назовем их фотографиями 1 и 2 — (см. рис. 1).

2 шаг. Ввести систему координат на фотографии 1 и 2, зафиксировав какую-либо особую точку на фотографиях (лучше на или около объекта до фотографирования).

3 шаг. Задать пиксель на фотографии 1, которую для удобства можно нанести прямоугольную сетку.

4 шаг. Распознавание. Определить координаты пикселя на фотографии 2, который является образом пикселя из шага 3. При этом могут использоваться такие признаки, как оттенок, яркость, некоторые структурные свойства (характеристики соседей).

5 шаг. Провести расчет для определения координат трехмерных точек, используя разницу координат, полученную в различных проекциях.

Среднеквадратическое приближение (точного решения может не существовать) можно получить на основе решения уравнения

$$X = [A^T A]^{-1} A^T B,$$

где

$$[x, y, z, 1]\, A' = [X, Y, Z, H],$$

- перспективное преобразование;

$$[X, Y, 0, 1] = [x^*, y^*, 0, 1]$$

- результат проецирования на плоскость $z = 0$;

x^*, y^* — координаты в перспективной проекции на плоскость $z = 0$.

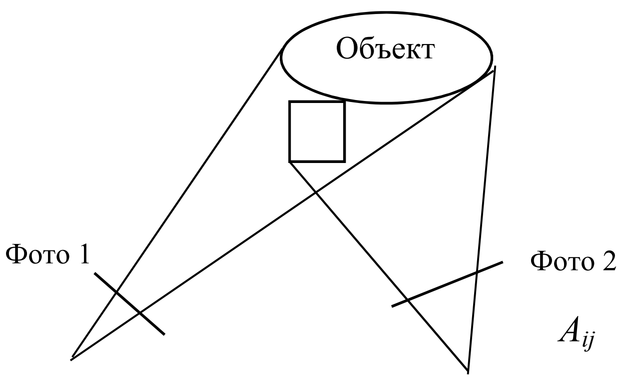

Рис. 1. Определение параметров трехмерного изображения по проекциям

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11}^1 - A_{14}^1 x^{*1} & A_{21}^1 - A_{24}^1 x^{*1} & A_{31}^1 - A_{34}^1 x^{*1} \\ A_{12}^1 - A_{14}^1 y^{*1} & A_{22}^1 - A_{24}^1 y^{*1} & A_{32}^1 - A_{34}^1 y^{*1} \\ A_{11}^2 - A_{14}^2 x^{*2} & A_{21}^2 - A_{24}^2 x^{*2} & A_{31}^2 - A_{34}^2 x^{*2} \\ A_{12}^2 - A_{14}^2 x^{*2} & A_{22}^2 - A_{24}^2 y^{*2} & A_{32}^2 - A_{34}^2 y^{*2} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}^T = [-A_{41}^1 + A_{44}^1 x^{*1} - A_{42}^1 + A_{44}^1 y^{*1} - A_{41}^2 + A_{44}^2 x^{*2} - A_{42}^2 + A_{44}^2 y^{*2}];$$

$$\mathbf{X}^T = [x\ y\ z].$$

Верхний индекс определяет принадлежность к первой или второй фотографии. Преобразования A^1, A^2 не должны быть одинаковыми.

Матрица преобразования A^1 определяется достаточно просто. Единственным элементом, требующим задания, является расстояние z_0 от картинной плоскости до глаза наблюдателя. Его можно задать используя любую величину, которая имеет смысл при проецировании. Точного задания не требуется, так как в любом случае задача решается с точностью до масштабного множителя. На различных этапах компьютерного преобразования масштаб претерпевает изменения, отследить которые сложно и не имеет смысла.

Матрица преобразования A^2 может быть задана учетом точного перемещения фотоаппарата, что затруднительно. В данной работе предлагается формальное определение матрицы с использованием наряду с основным предметом калибровочного предмета, размеры которого известны.

Раскрывая уравнение $[x, y, z, 1]\, A' = [X, Y, Z, H]$, получим:

$$A_{11}x + A_{21}y + A_{31}z + A_{41} = Hx^*,$$

$$A_{12}x + A_{22}y + A_{32}z + A_{42} = Hy^*,$$

$$A_{14}x + A_{24}y + A_{34}z + A_{44} = H.$$

После подстановки H из последнего уравнения в первые два (с учетом того, что имеем две проекции):

$$A_{11}x + A_{21}y + A_{31}z + A_{41} - A_{14}xx^* - A_{24}yx^* - A_{34}zx^* - A_{44}x^* = 0,$$

$$A_{12}x + A_{22}y + A_{32}z + A_{42} - A_{14}xy^* - A_{24}yy^* - A_{34}zy^* - A_{44}y^* = 0,$$

что позволит определить элементы преобразования A_{ij}.

Если предположить, что x^*, y^*, x , y, z известны, то уравнения будут содержать 12 неизвестных элементов преобразования. Можно положить $A_{44} = 1$, перенести правый столбец направо за знак равенство и получить систему уравнений, которая решается.

Для определения величин x, y, z предлагается использовать дополнительный предмет (например, кубик) с заранее известными параметрами, расположенный рядом с основным объектом (x^*, y^* известны из второй фотографической проекции).

Пусть z_0 — расстояние до картинной плоскости; x, y, z — координаты вершин куба в системе координат X, Y, Z; (x^1, y^1) — координаты вершин куба в исходной фотографической проекции; (x^*, y^*) — координаты вершин куба в фотографической проекции, полученной в результате эволюции аппарата; x_0 — координата первой вершины куба, которая должна быть известна.

Координаты точек в фотографической проекции определяются по формулам:

$$x_i^1 = \frac{z_0}{z_0 - z_i} x_i, \quad y_i^1 = \frac{z_0}{z_0 - z_i} y_i, \quad i = 1, ..., 6.$$

Зная x_0, определить истинные координаты вершин куба:

$$y_1 = y_1^1 x_{01} / x_1^1, \quad z_1 = (z_0 y_1^1 - z_0 y_1) / y_1^1.$$

Остальные пять координат можно определить, решая системы уравнений:

$$\begin{cases} x_i = x_i^1 (z_0 - z_i) / z_0, \\ y_i = y_i^1 (z_0 - z_i) / z_0, \\ (x_{i-1} - x_i)^2 + (y_{i-1} - y_i)^2 + (z_{i-1} - z_i)^2 = R_{i-1,i}, \\ i = 2, ..., 6. \end{cases}$$

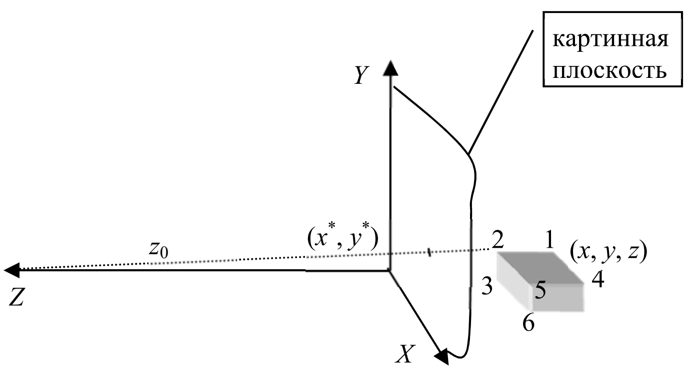

Рис. 2. Использование калибровочного объекта для определения матрицы преобразования

Здесь $R_{i-1,\,i}$ — расстояние между соответствующими вершинами куба.

При работе с изображением объекты ω множества M и распознаваемый объект ω' представляют собой изображения, т. е. числовые квадратные матрицы. Для получения описаний вида $I(\omega')$ и $I(\omega_1),\ldots,I(\omega_{r_m})$ необходимо применить к матрицам, представляющим изображения, оператор приведения изображения к виду, удобному для распознавания [4].

В качестве признаков x_j необходимо использовать такую характеристику, которая отражает двухмерный характер распознаваемого объекта. Такой характеристикой, очевидно, может являться некоторая числовая величина, отражающая свойства локального участка изображения (распределение значений пикселей на этом участке, наличие или отсутствие некоторого геометрического объекта на этом участке, тип формы объекта, выделяемого на участке и т. д.). В простейшем варианте в качестве оператора приведения можно использовать наложение на исходное изображение некоторой сетки дискретизации с ячейками произвольной правильной формы, каждая из которых покрывает некоторую совокупность пикселей (смежных) исходного изображения. В результате изображение размера $m \times n$ представляется последовательностью длины $(n-k+1)(n-k+1)$, где k — длина стороны ячейки сетки дискретизации в пикселях. При выборе, например, квадратной ячейки с $k=2$ значения a_{x_j}, признака x_{x_j}, из которого строится искомое описание $I(\omega)$, определяются как $a_{z,j} \;\; = R_f(P_{z,j}, P_{z,j+1}, P_{z+1,j}, P_{z+1,j+1})$, где $P_{z,j}$ — значение уровня тона (яркости) пикселя исходного изображения с координатами (z, j).

Конкретный способ подсчета значений $a_{z,j}$ определяется видом оператора R_f, задаваемого набором структурных параметров, в число которых, помимо упомянутого параметра k, входят:

1) a — форма локальной окрестности (квадрат, шестиугольник и т. д.);

2) b — мощность локальной окрестности (число входящих в нее пикселей);

3) c — способ подсчета значения признака (усреднение, правило большинства, то же с учетом весов отдельных пикселей, то же с учетом весов пикселей по вертикали, горизонтали, диагонали и т. д.);

4) d — ориентация локальной окрестности;

5) $e_{z,j}$ — веса пикселей, включенных в локальную окрестность;

6) h — пороги дискретизации.

Таким образом, оператор приведения изображения к виду, удобному для распознавания, задается параметрической моделью $\langle a, b, c, d, e_{z,j}, h \rangle$, а конкретный вид оператора — фиксацией некоторого набора значений этих структурных параметров. Подобное задание оператора приведения R_f^n позволяет перерабатывать с помощью распознающего оператора как описания $I(\omega)$, представляющие «формально» выбранные (перебираемые) участки изображения (локальные окрестности), так и описания $I(\omega)$, представляющие объекты или группы объектов, выделяемые на изображении (например, описания контуров областей, если в соответствующем операторе R_f^n реализована процедура сегментации).

Одним из наиболее распространенных методов идентификации является корреляционный. При незначительных отличиях в ракурсах съемки и на достаточно гладких объектах (поверхностях) от него можно ожидать хороших результатов.

Сложность применения корреляционного метода заключается в том, чтобы подобрать такие размеры сопоставляемых фрагментов простой формы (усложнение формы, как показали опыты, к существенному улучшению результатов не приводит), при которых отличия в соответствующих фрагментах еще невелики (для этого нужно уменьшать размеры), а оценка коэффициента корреляции остается достоверной (для этого размеры надо увеличить). Серьезным недостатком корреляционной меры сходства является ее чувствительность к геометрическим искажениям видимых размеров сопряженных фрагментов при изменении ракурса съемки.

Корреляционный метод показывает хорошие результаты при съемке гладких изображений под малыми углами. Однако в связи с тем, что данный метод подразумевает большое количество вычислений, он достаточно ресурсоемкий.

Метод «квадрат разности точек» показал положительные результаты в задаче сопряжения точек на рельефном изображении. Данный метод также позволяет проводить поиск точек на изображениях, снятых под достаточно большими углами .

Авторами предложена и исследована модификация метода «квадрат разности матриц» (использование вместе с дискретным косинусным преобразованием (DCT)).

Метод DCT получил распространение в алгоритмах сжатия с потерями, таких как JPEG и MPEG-4. В этих алгоритмах используются отличия интенсивностей от частот — медленные изменения более заметны, чем быстрые, так что данные низкой частоты более важны, чем данные высокой частоты для восстановления изображения.

В задаче поиска точек DCT использовался для получения частотных характеристик матрицы окружения, которая сравнивалась с соответствующей матрицей окружения на втором изображении. Применение DCT в задачах поиска точек улучшило качество сопряжения точек, но увеличило время сопряжения точек на порядок.

Таким образом, метод «квадрат разности матриц», анализирующий изображения в разрезе трех цветов (RGB) (с или без DCT), оказался довольно эффективным.

Предложенная процедура использования калибровочного куба (в совокупности с процедурами поточечного распознавания и восстановления) для формирования матрицы преобразования, в принципе, решает задачу восстановления трехмерного изображения по фотографическим проекциям.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации. *Проблемы кибернетики* / Яблонский С.В., ред. Вып. 33. Москва, Наука, 1978, с. 5—78.

[2] Горелик А.Л., Гуревич И.Б., Скрипкин В.А. *Современное состояние проблемы распознавания*. Москва, Радио и связь, 1985, 160 с.

[3] Роджерс Д. *Алгоритмические основы машинной графики*. Пер. с англ. Москва, Мир, 1989.

[4] Фоли Дж., вэн Дэм А. Основы интерактивной машинной графики: В 2 кн. Москва, Мир, 1985.

Статья поступила в редакцию 24.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Коротаев А.И., Кузовлев В.И. Моделирование 3D объектов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 11. URL: http://engjournal.ru/catalog/ it/hidden/ 1057.html

Коротаев Анатолий Иванович — доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 работ в области информатики. e-mail: korotulin@mail.ru

Кузовлев Вячеслав Иванович — доцент кафедры «Системы обработки информации и управлений» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 90 научных работ в области информационных систем.