УДК 51-77

Прогнозирование условной волатильности фондовых индексов с помощью нейронных сетей

© А.М. Цалкович, П.В. Храпов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Волатильность финансовых временных рядов играет ключевую роль при построении моделей для оценки стоимости производных финансовых инструментов, управления рисками, а также оптимизации инвестиционных портфелей. В ряде случаев динамика волатильности характеризуется значительной нелинейностью, что подразумевает, помимо кластеризации во времени и высоких значений коэффициента эксцесса, асимметрию отклика волатильности на шоки разных знаков. В работе рассмотрены три широко применяемые модели из GARCH-семейства, нейросетевая GARCH-модель, предложенная Р. Дональдсоном и М. Камстрой, а также построенная авторами настоящей статьи «чистая» двухслойная нейросетевая модель в целях предсказания условной волатильности основных фондовых индексов (SP 500, FTSE 100, NIKKEI 225 и Hang Seng). Модели сравниваются в терминах предсказательной силы вне обучающей выборки с использованием популярных статистических критериев. В качестве аппроксимации истинной условной волатильности применяется реализовавшаяся волатильность, вычисленная по внутридневным данным. Полученные результаты свидетельствуют о том, что с помощью построенной авторами настоящей работы «чистой» нейросетевой модели можно прогнозировать условную волатильность не хуже, а в ряде случаев и лучше, чем с использованием популярных моделей из GARCH-семейства.

Ключевые слова: *волатильность, нейронные сети, GARCH-модели.*

Введение. На протяжении последних трех десятилетий моделированию и предсказанию волатильности уделяли внимание и исследователи, и практики. Условная волатильность финансовых временных рядов является важным понятием для таких областей, как оценка стоимости деривативов, риск-менеджмент и оптимизация портфеля ценных бумаг. Разработаны Р. Инглом и Р. Боллерслевом, ARCH- и GARCH-модели и по сей день являются наиболее распространенными и признанными, наиболее часто используемыми на практике моделями условной волатильности. Обычно временные финансовые ряды демонстрируют кластеризацию: это означает, что периоды высокой и низкой волатильности обладают инертностью во времени. Семейство GARCH-моделей позволяет улавливать данную особенность. Помимо этого ряд моделей данного семейства отражает и другие достаточно характерные для финансовых данных эффекты — асимметрию, «тяжелые хвосты» и пр.

В статье [1] авторы проводят сравнительный анализ 330 моделей GARCH-семейства в терминах их предсказательной силы в отношении однодневных прогнозов условной волатильности. Авторы показали, что при рассмотрении обменных курсов ни одна модель не превзошла в терминах статистической значимости предсказательной силы базовую GARCH(1,1)-модель. Однако при исследовании временного ряда, отражающего ценовые изменения акции IBM, ситуация иная — GARCH(1,1)-однозначно хуже ряда рассмотренных моделей. Наиболее перспективной авторы [1] считают A-GARCH-модель, предложенную X. Дингом и др., которая является обобщением другой популярной модели — GJR-GARCH [2]. В обеих указанных выше моделях учитывается асимметрия в реакции волатильности на положительные и отрицательные шоки доходности.

Использование нейронных сетей в приложении к исследованию временных рядов было и остается достаточно популярной темой среди исследователей. Главным преимуществом нейронных сетей является их способность аппроксимировать практически любые нелинейные зависимости, применяя одну и ту же методологию. В [3] рассмотрены в качестве объекта исследования фондовые индексы основных мировых бирж и предложена новая модель для описания условной волатильности, которая является обобщением достаточно популярной GJR-GARCH-модели. Авторы [3] добавили нейросетевые члены в уравнение для условной волатильности, которые должны отразить нелинейное поведение волатильности. Согласно полученным ими результатам, данный подход позволяет более адекватно прогнозировать условную волатильность вне обучающей выборки.

Основными целями исследования в настоящей работе является создание «чистой» нейросетевой модели для прогнозирования волатильности и сравнение ее предсказательной силы с другими популярными GARCH-моделями — GARCH(p, q)-, EGARCH(p, q)- и GJR-GARCH(p, q)-, а также с нейросетевой GARCH-моделью Дональдсона и Камстры.

Использованные данные. Среди всех классов активов наиболее сложное и волатильное поведение свойственно обменным курсам, ценам акций и фондовым индексам. В настоящей работе рассмотрены четыре фондовых индекса с крупнейших мировых бирж, выбранных на основании общей капитализации размещенных на них компаний [4]. По состоянию на январь 2013 г. крупнейшими в мире являются: NYSE Euronext, NASDAQ OMX Group, London Stock Exchange, Tokyo Stock Exchange, Hong Kong Stock Exchange. Они представляют фондовые рынки США, континентальной Европы, Великобритании, Японии и Китая (Гонконг). Исследование включает дневные данные по индексам SP 500, FTSE 100, NIKKEI 225, Hang Seng и охватывает временной интервал с января 2002 г. по январь 2013 г.*

Таблица 1

Основные выборочные статистики доходностей фондовых индексов

Параметр	SP 500	FTSE 100	NIKKEI 225	Hang Seng
Количество наблюдений	3064	2721	2820	2706
Максимум	0,11	0,094	0,13	0,12
Минимум	– 0,095	– 0,091	– 0,17	– 0,091
Среднее	7,89e–05	1,72e–04	6,44e–06	2,85e–04
Медиана	0,00e–15	0,00e–15	0,00e–15	4,10e–04
Стандартное отклонение	0,013	0,012	0,015	0,016
Коэффициент асимметрии	– 0,19	– 0,13	– 0,833	– 0,054
Коэффициент эксцесса	12,9	9,69	16,31	9,27

В табл. 1 приведены основные выборочные статистики, описывающие исследуемые данные (дневные доходности фондовых индексов). Следует отметить, что выборочные медиана и математическое ожидание всех индексов примерно равны нулю, выборочные коэффициенты асимметрии — отрицательные, а выборочные коэффициенты эксцесса — выше девяти для всех индексов: это согласуется с широко распространенными предположениями о скошенности распределения доходностей и о «тяжелых хвостах».

Прежде чем рассматривать модели условной волатильности, важно выбрать наиболее подходящую модель условного среднего. Было протестировано множество ARMA(n,m) моделей с параметрами n и m, n, $m \in 1,\ldots 4$. Для каждой пары параметров n и m проведена оценка параметров модели и получено значение функции максимального правдоподобия. Оптимальную модель выбирали на основе информационного критерия Акайке (AIC). Для всех рассмотренных наборов данных следующая регрессионная модель была выбрана как обладающая наименьшим значением критерия

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t .$$

Помимо дневных данных также рассмотрим пятиминутные внутридневные значения для доходностей индексов $r_{t,i} = \log p_{t-(i-1)/n} - \log p_{t-i/n}$,

* *Данные по FTSE 100 приведены с июля 2002 г. по январь 2013 г.*

где n — количество внутридневных наблюдений. Реализовавшаяся волатильность (realized volatility) будет несмещенной оценкой реальной условной волатильности при выполнении следующих условий:

$$E[r_{t,i}|I_{t-1}] \approx 0$$

и

$$\operatorname{cov}(r_{i,t}, r_{j,t} | I_{t-1}) = 0, \quad i \neq j.$$

Тогда справедливо следующее равенство:

$$\sigma_t = \operatorname{var}[r_t|I_{t-1}] = \operatorname{var}\left[\sum_{i=1}^{m} r_{i,t} \ |I_{t-1}\right] = \sum_{i=1}^{m} \operatorname{var}[r_{i,t} \ |I_{t-1}] \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^{m} E[r_{i,t}^2 | I_{t-1}] = E[RV_t^n | \ I_{t-1}],$$

где RV_t^n — реализовавшаяся волатильность. В настоящей работе реализовавшаяся волатильность используется как аппроксимация условной волатильности для определения предсказательной силы различных моделей.

Модели условной волатильности. Рассмотрим значение фондового индекса $p_t, t \in [1, ..., T]$. Доходность определяется как $r_t = \log p_t - \log p_{t-1}$. Базовую динамическую модель для доходностей можно сформулировать как $r_t = E[r_t | I_{t-1}] + \varepsilon_t$, где I_{t-1} — это σ-алгебра, порожденная доступной на момент $t-1$ информацией.

Условная плотность

$$f(r_t | I_{t-1}) = f(r_t | \mu_{t,} \sigma_t, \eta_t),$$

где $\mu_t = E[r_t | I_{t-1}]$ — условное среднее; $\sigma_t^2 = \operatorname{var}[r_t | I_{t-1}]$ — условная дисперсия; η_t — вектор параметров, задающих форму условной плотности распределения. В большинстве моделей GARCH-семейства подразумевают, что η_t не зависит от времени t и вся условная плотность $f(\cdot)$ совпадает с плотностью распределений Гаусса или Стьюдента.

Основное предположение GARCH-моделей состоит в том, что условные остатки $\varepsilon_t = r_t - E_{t-1}[r_t]$ могут быть представлены в виде $z\sigma_t$, где z имеет известное распределение (обычно стандартное нормальное), не зависящее от времени. Данные случайные величины независимые и случайно распределенные. Если предположение справедливо, то, для того чтобы отразить зависящие от времени гетероскедастические эффекты, необходимо задать динамику волатильности.

Наиболее часто используемыми на практике моделями является GARCH(1,1), а также ее обобщение GARCH(p, q):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 .$$

Данная модель позволяет отразить кластеризацию волатильности во времени и частично объяснить эффект «тяжелых хвостов». Однако с помощью модели не удается получить объяснение несимметричности отклика на шоки разных знаков. Поэтому ряд исследователей предложили альтернативные модели, позволяющие учитывать и эти эффекты. Среди наиболее успешных следующие модели [2]:
EGARCH

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \left[\frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + \sum_{i=1}^{q} \xi_i \left(\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

и GJR-GARCH

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} \xi_j I[\varepsilon_{t-j} < 0] \varepsilon_{t-j}^2 .$$

Авторы [1] сравнили несколько десятков GARCH-моделей и пришли к выводу, что наиболее успешными являются те, в которых учитывается асимметрия отклика волатильности на шоки разных знаков. Используя данный факт как отправную точку, построим модель, в которой помимо указанных стилизованных фактов будут учитываться с помощью нейронных сетей и другие неучтенные эффекты.

Искусственные нейронные сети возникли как самостоятельная дисциплина несколько десятилетий назад и достаточно быстро завоевали популярность как среди исследователей, так и среди практиков. Из множества возможных приложений нейросетей в последние годы интенсивнее развиваются те направления, которые связаны с финансовыми приложениями. Простейшей базовой моделью является персептрон, который можно рассматривать как бинарный классификатор. Обычно его представляют в виде ступенчатой или сигмоидальной функции. Среди наиболее распространенных моделей применяют

$$f(\vec{x}) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha_0 + \vec{\alpha}\vec{x})}; \; f(\vec{x}) = \mathrm{th}(\alpha_0 + \vec{\alpha}\vec{x}).$$

Подобные функции способны классифицировать объекты по входным векторам параметров $\vec{x}$. Для решения более сложных задач персептроны объединяют в многослойный персептрон, который состоит из нескольких слоев персептронов и связей между ними.

В данной модели выходные значения персептронов первого уровня используются как входные данные для персептронов второго уровня и т. д. Для оценки весовых значений связей выборку разделяют на две части: на первой оценивают значения весов, а на второй проводят валидацию полученных результатов и оптимизацию структуры сети. Такой подход позволяет аппроксимировать практически любые нелинейные функциональные зависимости. В настоящей работе данное свойство нейросетей использовано для того, чтобы отразить неучтенные в стандартных GARCH-моделях нелинейные эффекты условной волатильности. В [3] авторы предложили следующую модель, которая является обобщением GJR-GARCH:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} \xi_j I[\varepsilon_{t-j} < 0]\varepsilon_{t-j}^2 +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n} \mu_k \varphi_k \left(\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-r}, \lambda_k\right);$$

$$\varphi_k \left(\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-r}, \lambda_k\right) = \frac{1}{1 + \exp\left(\lambda_{0k} + \sum_{i=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{m} \lambda_{kij} e_{t-i}^{j}\right)\right)},$$

где $e_{t-i} = \dfrac{\varepsilon_{t-i} - E[\varepsilon]}{\sqrt{E[e^2]}}$ — стандартизованные доходности; r — число лагов; m — максимальная степень лагов; $\frac{1}{2}\lambda_{kij} \sim U[-1;1]$ — часть параметров в модели, выбранная случайным образом, что позволяет значительно снизить вычислительную нагрузку. Следуя подходу Дональдсона и Камстры, генерируем несколько выборок параметров λ_{kij} и для каждой из них решаем оптимизационную задачу в отдельности. Затем выбираем тот набор параметров, который доставляет минимум критерию Акайке.

В дополнение к упомянутой выше нейросетевой GARCH-модели (ANN-GARCH) строим «чистую» нейросеть, не привязанную ни к какой эконометрической модели. В качестве такой модели использована рекуррентная сеть, в которой в качестве экзогенных параметров рассматриваются лаги доходностей, а сами рекуррентные связи строятся для временных рядов реализовавшейся волатильности. В общем виде модель можно записать как

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-n_y}, u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots, u_{t-n_u}),$$

где значения зависимой переменной y_t определяются как функция от лагов этой переменной, а также от лагов экзогенного временного ряда.

Наибольший интерес представляет предсказание реализовавшейся волатильности, которая является несмещенной оценкой для условной волатильности при выполнении упомянутых выше условий. В качестве экзогенного временного ряда рассматриваем лаги доходностей r_t:

$$RV_t = f(RV_{t-1}, RV_{t-2}, \ldots, RV_{t-n_y}, r_{t-1}, r_{t-2}, \ldots, r_{t-n_u}).$$

Оценка коэффициентов моделей. Основной целью настоящей работы является сравнение предсказательной силы вне тестовой выборки моделей GARCH-семейства и «чистой» нейросетевой модели на примере четырех фондовых индексов. Временные ряды, соответствующие данным фондовым индексам, разделены на две части: первая охватывает временной интервал между январем 2002 г. и январем 2009 г., она используется для оценки параметров и валидации моделей, а вторая — с января 2009 г. по январь 2013 г., она служит для сравнения предсказательной силы моделей. В настоящей работе исследуем четыре модели GARCH-семейства: GARCH(p, q)-, EGARCH(p, q)-, GJR-GARCH(p, q)-и ANN-GARCH(p, q, n, r, m)-, в каждой из которых требуется не только оценка коэффициентов, но и определение оптимальной структуры. Оценку коэффициентов моделей проводим для каждого набора параметров p, q, n, r, m из $[1, \ldots, 5]$, затем выбираем те значения параметров, при которых достигается наименьшее значение критерия Акайке.

Например, для базовой модели GARCH(p, q) проводим оценку для 25 возможных вариантов $(pq = 25)$ наборов параметров. Для ANN-GARCH-модели, как упоминалось ранее, коэффициенты λ_{kij} генерируются случайным образом (выборка из 10 наборов) до того, как проводится оценка остальных параметров. Для каждого такого набора λ_{kij} оптимальная конфигурация модели для n, r и m определяется на сетке из пяти значений для каждого параметра. При этом фиксируют те же p и q, что и в случае GJR-GARCH-модели. В табл. 2 приведены сводные данные о структуре моделей для различных рынков. Отметим, что практически во всех случаях наиболее простая модель $\cdot(1,1)$ показывает лучшие результаты. Обратим внимание на то, что для модели ANN-GARCH существенным является конкретная реализация выборки λ_{kij}.

Таблица 2

Спецификация моделей для фондовых индексов в соответствии с критерием Акайке

Модель	SP 500	FTSE 100	NIKKEI 225	Hang Seng
GARCH(p, q)	(1,1)	(1,1)	(2,1)	(1,1)
EGARCH(p, q)	(1,1)	(1,1)	(1,1)	(1,1)
GJR-GARCH(p, q)	(1,1)	(1,1)	(1,1)	(1,1)
ANN-GARCH(p, q, n, r, m)	(1, 1, 1, 3, 1)	(1, 1, 2, 3, 2)	(1, 1, 1, 3, 1)	(1, 1, 4, 3, 1)

Для оценки параметров «чистой» нейросетевой модели исследуем двухслойную нейросеть с десятью нейронами на первом уровне и пятью в скрытом слое. Данные значения получены эмпирически в ходе оптимизации структуры сети. Также важным этапом является определение максимального числа лагов, используемых в качестве вектора входных параметров. Лучшие результаты достигнуты при рассмотрении одного лага доходностей r_t и трех лагов реализовавшейся волатильности RV_t. Один лаг доходностей позволяет сети реагировать асимметрично на шоки разных знаков. В качестве оптимизационного алгоритма был использован алгоритм Левенберга — Марквардта. Размер обучающей выборки для нейросетевой и GARCH-моделей совпадает.

Прогнозирование волатильности вне тестовой выборки. Как отмечают многие авторы, в том числе Пейган и Шверт [5], наилучшим тестом предсказательной силы моделей является сравнение их производительности вне тестовой выборки. Для этого обычно задействуют критерии, призванные оценить усредненную ошибку прогнозирования волатильности. Поскольку результаты такого сравнения существенно зависят от самого критерия, рассматриваем сразу четыре наиболее популярных среди исследователей критерия:

$$\mathrm{MSE}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\sigma_t^2 - h_t^2)^2; \quad \mathrm{MAE}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\sigma_t^2 - h_t^2\right|;$$

$$\mathrm{MSE}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\sigma_t - h_t)^2; \quad \mathrm{MAE}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\sigma_t - h_t\right|,$$

где σ_t — условная волитальность; h_t — предсказанная волатильность. Поскольку истинная волатильность не наблюдается, используем несмещенную оценку RV_t, вычисленную на основе внутридневных пятиминутных данных. Сравнение проводим на выборке, охватывающей временной интервал с января 2009 г. по январь 2013 г. В нейросетевой модели волатильности ANN (3, 1, 10, 5) используются в качестве входных данных три лага реализовавшейся волатильности, один лаг доходности, а также десять нейронов первого уровня и пять нейронов второго. Табл. 3 содержит данные о значениях критериев для всех пяти моделей и четырех фондовых индексов.

Таблица 3

Значения критериев, оценивающих предсказательную силу, для различных фондовых индексов

Модель	MSE1	MAE1	MSE2	MAE2
SP 500				
GARCH (1,1)	2,96e–08	9,63e–05	3,00e–05	0,0039
EGARCH (1,1)	2,61e–08	8,59e–05	2,59e–05	0,0036
GJR-GARCH (1,1)	2,64e–08	8,98e–05	2,70e–05	0,0037
ANN-GARCH (1,1,1,3,1)	2,59e–08	8,98e–05	2,70e–05	0,0037
ANN (3,1,10,5)	2,68e–08	8,55e–05	2,72e–05	0,0035
FTSE 100				
GARCH (1,1)	1,67e–08	7,18e–05	2,13e–05	0,0032
EGARCH (1,1)	1,46e–08	6,66e–05	1,89e–05	0,0030
GJR-GARCH (1,1)	1,49e–08	6,81e–05	1,97e–05	0,0031
ANN-GARCH (1,1,2,3,2)	1,49e–08	6,80e–05	1,97e–05	0,0031
ANN (3,1,10,5)	1,33e–08	6,56e–05	1,96e–05	0,0031
NIKKEI 225				
GARCH (2,1)	1,69e–07	1,44e–04	5,74e–05	0,0055
EGARCH (1,1)	1,55e–07	1,29e–04	5,01e–05	0,0051
GJR-GARCH (1,1)	1,88e–07	1,42e–04	5,80e–05	0,0053
ANN-GARCH (1,1,1,3,1)	1,95e–07	1,44e–04	5,91e–05	0,0053
ANN (3,1,10,5)	1,17e–07	1,08e–04	4,38e–05	0,0048
Hang Seng				
GARCH (1,1)	1,24e–07	1,47e–04	3,99e–05	0,0044
EGARCH (1,1)	1,18e–07	1,46e–04	3,83e–05	0,0044
GJR-GARCH	1,17e–07	1,39e–04	3,63e–05	0,0042
ANN-GARCH (1,1,4,3,1)	1,17e–07	1,39e–04	3,63e–05	0,0041
ANN (3,1,10,5)	1,55e–07	1,70e–04	4,96e–05	0,0051

Данные по индексу SP 500 не позволяют однозначно судить о том, какая модель предпочтительнее. Для четырех из пяти моделей результаты очень близки, и только базовая GARCH(1,1) модель однозначно доминирует над всеми остальными. В отношении британского индекса FTSE 100 выводы аналогичны. Волатильность фондового индекса NIKKEI 225 лучше всего предсказывается с помощью нейросетевой модели. Значения всех критериев значительно ниже, чем у конкурирующих моделей. Однако в случае индекса Hang Seng ситуация обратная — нейросетевая модель показывает худшие результаты среди всех рассмотренных моделей. Возможно, это объясняется особенностями распределения Гонконгского индекса — стандартизованные доходности распределены с меньшими значениями коэффициента эксцесса по сравнению с доходностью на других торговых площадках.

Интересно также отметить, что ANN-GARCH-модель, предложенная Р. Дональдсоном и М. Камстрой, не имеет каких-либо преимуществ перед EGARCH- и GJR-GARCH-моделями. Результаты базовой GJR-GARCH-модели практически совпадают со значениями, предсказанными моделью ANN-GARCH. В работе [3] авторы не приводят значения подобных критериев, а лишь сравнивают модели по тесту Чонга—Хендри (Chong—Hendry test) и приходят к выводу о том, что ANN-GARCH-модель способна предсказывать эффекты, не описываемые базовой GJR-GARCH-моделью. Возможными объяснениями подобных отличий могут являться различные данные, случайный характер нейросетевых коэффициентов ANN-GARCH-модели, разные оптимизационные методы и пр. Полученные результаты позволяют говорить о том, что модель GARCH(1,1) уступает большинству других моделей, которые, в частности, способны улавливать асимметрию в отклике на шоки разных знаков. Нейросетевая модель показывает неплохие результаты для всех индексов, за исключением Hang Seng, что свидетельствует о потенциальной возможности более адекватно отражать «тяжелые хвосты» распределений. В особенности это заметно на примере индекса NIKKEI 225, где значения коэффициента эксцесса наибольшие.

Заключение. Фондовые индексы демонстрируют сложную динамику, сопряженную с кластеризацией во времени, асимметрией, высокими значениями коэффициента эксцесса и пр. Распределение стандартизованных остатков достаточно сильно отличается от стандартного нормального. В первую очередь это связано с «тяжелыми хвостами» распределений. Базовая GARCH(1,1) модель не способна объяснить большую часть данных эффектов и значительно уступает EGARCH, GJR-GARCH, ANN-GARCH и «чистой» нейросетевой моделям по предсказательной силе. При сопоставлении видим, что результаты, полученные при использовании предложенной Р. Дональдсоном и М. Камстрой модели ANN-GARCH, которая является развитием GJR-GARCH-модели, незначительно отличаются от результатов базовой модели. Разработанная авторами настоящей работы нейросетевая модель удачно зарекомендовала себя на рынках, где доходности распределены с высокими значениями коэффициента эксцесса. К наибольшим недостаткам применения такого подхода можно отнести трудности интерпретации коэффициентов модели, а также общий характер «черного ящика».

На основании полученных результатов можно говорить о сходствах и различиях распределений фондовых индексов. Рынки США и Великобритании имеют очень похожие распределения доходностей индексов, что свидетельствует о тесной интеграции данных площадок. Распределение индекса NIKKEI 225 имеет наибольшее среди остальных индексов значение коэффициента эксцесса. Условная волатильность для него лучше всего моделируется с помощью нейросетевой модели. Индекс Hang Seng заметно отличается от остальных индексов тем, что его распределение имеет значительно меньшие значения коэффициента эксцесса.

Следует отметить, что все модели условной волатильности, использующие лишь лаги доходностей в качестве своих информационных множеств, не могут предсказывать большие выбросы волатильности, так как их природа связана с рядом других экзогенных факторов. Среди них могут быть лаги объемов торгов, индикаторы кредитного рынка, цены сырьевых товаров, обменные курсы и многое другое.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Hansen P.R., Lunde A. A Forecast Comparison Of Volatility Models: Does Anything beat the GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 2005, no. 20, pp. 873–889.
[2] Glosten L.R., Jagannathan R., Runkle D.E. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, 1993, no. 28(5), pp. 1779–1801.
[3] Donaldson R.G., Kamstra M. An Artificial Neural Network GARCH Model for International Stock Return Volatility. *Journal of Empirical Finance*, 1997, no. 4, pp. 17–46.
[4] URL: http://www.world-exchanges.org/statistics/monthly-reports (дата обращения 15.01.2013)
[5] Pagan A.R., Schwert G.W. Alternative Models for Conditional Stock Volatility. *Journal of Econometrics*, 1990, no. 45, pp. 267–290.

Статья поступила в редакцию 05.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Цалкович А.М., Храпов П.В. Прогнозирование условной волатильности фондовых индексов с помощью нейронных сетей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12.
URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1158.html

Цалкович Артем Михайлович родился в 1989 г., студент шестого курса МГТУ им. Баумана и второго курса магистратуры РЭШ. Сфера научных интересов: эконометрика, стохастический анализ, финансовая математика, нейросети. e-mail: tsalkovich@hotmail.com.

Храпов Павел Васильевич родился в 1959 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1981 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 40 научных работ в области прикладной математики и механики. Сфера научных интересов: модели статистической физики и квантовой теории поля, численные методы, функциональный анализ, анализ временных рядов, распознавание образов, финансовая математика. e-mail: Khrapov@bmstu.ru