

Моделирование и оптимизация технологического процесса ионно-лучевого травления

© А.А. Гурченков¹, Л.А. Муравей², А.М. Романенков²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

² МАТИ — РГТУ им. К. Э. Циолковского, Москва, 121552, Россия

Рассмотрена задача оптимального управления процессом ионно-лучевого травления (ИЛТ) с помощью изменения угла падения ионного луча относительно мишени. Показано, что изготовление микросхем с элементами субмикронных размеров обуславливает необходимость применения прогрессивных методов создания рельефного рисунка функциональных слоев, в том числе различных способов так называемого сухого травления. Одним из таких способов является ИЛТ, основанное на действии моноэлектрических пучков ионов и позволяющее менять угол наклона мишени относительно ионного пучка, т. е. управлять углом наклона вытравливаемых элементов. Преимуществом метода ИЛТ является наличие достаточно точной математической модели. В рассматриваемой задаче эволюция поверхности произвольной формы в процессе ИЛТ описана нелинейным гиперболическим уравнением первого порядка. Приведена функция, которая определяет угол, образованный лучом падения ионов и нормалью к распыляемой поверхности, для двух- и трехмерного случаев. Для характеристики степени ухода геометрических размеров введен функционал и поставлена задача оптимального управления с нефиксированным временем. Благодаря особенностям процесса ИЛТ задача с нефиксированным временем сведена к задаче с фиксированным временем. Для этой задачи с использованием техники сингулярных вариаций установлен принцип максимума Понтрягина, на основе которого разработан программный комплекс для поиска оптимальных режимов для различных начальных профилей. Показано, что для поиска оптимальных управлений нет необходимости решать сопряженную систему, что значительно облегчает вычислительный процесс. Рассмотрен процесс ИЛТ для полукруглой начальной маски. Для сравнения проведены расчеты с оптимальным управлением и без него, сделаны соответствующие выводы.

Ключевые слова: метод ИЛТ, оптимальное управление, принцип максимума.

Изготовление интегральных схем с элементами субмикронных размеров обуславливает необходимость применения прогрессивных методов создания рисунка функциональных слоев, таких как рентгено- и электронолитография, фотолитография в дальнем ультрафиолете для защитной маски, различных способов так называемого сухого травления (плазмохимического, ионно-химического, реактивного и ионно-лучевого) для рельефного рисунка функциональных слоев. Стоит отметить, что данную задачу рассматривали в работах [1, 2], однако при этом не был определен оптимальный режим процесса, позволяющий получать близкие к желаемым формы стравливаемой поверхности, близкие к желаемым. Кроме того, вопросы, связанные с математическим моделированием, описаны в работах [3–5].

Задачу оптимального управления процессом ионно-лучевого травления (ИЛТ) для минимизации ухода геометрических размеров вытравливаемых элементов решают путем изменения угла падения ионного луча относительно мишени (метод ИЛТ). Одним из преимуществ метода ИЛТ является наличие достаточно точной математической модели, описывающей эволюцию процесса. Характер изменения поверхности произвольной формы в процессе ионной бомбардировки описывается уравнением

$$\varphi_t(t, x) + v(\theta) \sqrt{1 + \varphi_x^2(t, x)} = 0, \quad (1)$$

где $\varphi(t, x)$ — высота стравливаемой формы в момент времени t в положении x ; $v(\theta)$ — скорость ионного распыления материала, которая зависит от угла θ , образованного лучом падения ионов и нормалью к распыляемой поверхности.

В частности, если пучок ионов перпендикулярен оси x , то $\theta = \text{arctg} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(t, x)$. Характерной особенностью всех существующих резистов является немонотонность функции $v(\theta)$, т. е. существование некоторого угла $\theta = \theta^*$, при котором функция $v(\theta)$ максимальна. Как правило, функцию $v(\theta)$ определяют экспериментальным путем, а ее вид аналогичен изображенному на рис. 1. Если $\theta^* = \pi/4$, то функцию $v(\theta)$ с достаточно большой степенью точности можно аппроксимировать выражением $v(\theta) = (1 + 2 \sin^2 \theta) \cos \theta$.

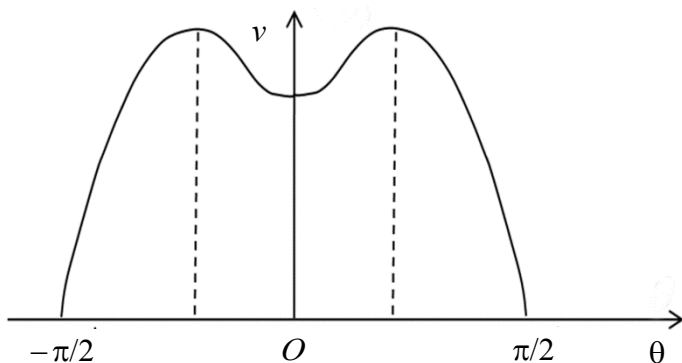


Рис. 1. Скорость ионного распыления материала

Направление пучка ионов с течением времени может изменяться. Тогда угол θ можно представить в следующем виде:

$$\theta(t) = \operatorname{arctg} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \alpha(t), \quad (2)$$

где $\alpha(t)$ — угол между направлением падения ионного луча и осью y .

Будем считать $\alpha(t)$ управлением, на которое наложены естественные ограничения:

$$0 \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max}. \quad (3)$$

В случае вращения в трехмерном пространстве уравнение ИЛТ имеет вид (1), а формула для угла θ будет следующей:

$$\cos \theta(t) = \frac{\cos \alpha(t) - \varphi_x(x, t) \sin \alpha(t) \sin \omega t}{\sqrt{1 + \varphi_x^2(x, t)}}, \quad (2')$$

где ω — угловая скорость вращения маски [6–8].

Отметим, что рабочий слой при этом также распыляется, скорость распыления зависит от угла между направлением ионного луча и нормалью к поверхности и имеет вид, аналогичный функции $v(\theta)$.

Обозначим эту функцию через $v_1(\theta)$ и будем считать, что процесс травления прекращается, когда рабочий слой протравлен на глубину h . Нас будет интересовать скорость продвижения пограничной (между защитной маской и рабочим слоем) точки x_0 влево (рис. 2).

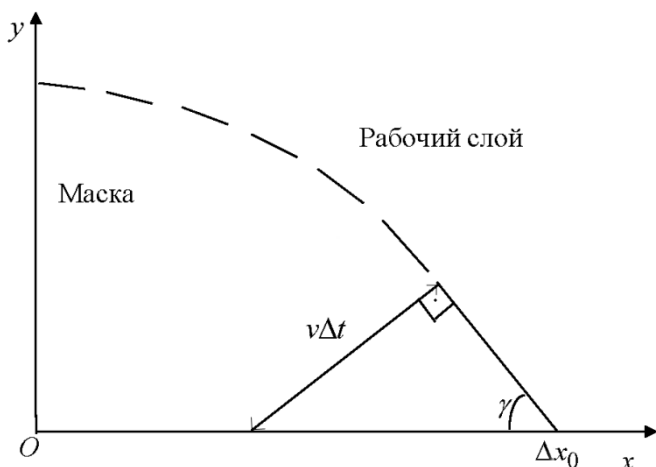


Рис. 2. Схема продвижения точки x_0 влево в результате ИЛТ

Несложно заметить, что $\Delta x_0 = v \Delta t / \sin \gamma$, $\gamma = \operatorname{arctg} \frac{d\phi}{dx} \Big|_{\varphi=0}$, откуда

$$\sin \gamma = v \frac{\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0}}{\sqrt{1 + \left(\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0} \right)^2}}; \quad \frac{\Delta x_0}{\Delta t} = v \frac{\sqrt{1 + \left(\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0} \right)^2}}{\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0}}.$$

Устремляя Δt к нулю, получаем

$$\frac{dx_0}{dt} = v \left(\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0} \right) \frac{\sqrt{1 + \left(\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0} \right)^2}}{\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0}}.$$

Введем еще одну функцию $y(t)$, такую что

$$\frac{dy}{dt} = -v_1(\alpha(t)), \quad y(0) = 0.$$

Очевидно, что $y(t)$ описывает эволюцию плоской поверхности рабочего слоя. Процесс заканчивается, когда $y(T) = -h$, где T — конечный момент времени процесса ИЛТ. Следовательно, эта задача описывается уравнениями

$$\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} + v(\theta(t)) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = v(\theta(t)) \frac{\sqrt{1 + \left(\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0} \right)^2}}{\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\varphi=0}}; \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dt} = -v_1(\alpha(t)) \quad (6)$$

с условиями

$$\varphi(0, x) = g(x), \quad x_0 = 1, \quad y(0) = 0, \quad (7)$$

где $\alpha(t)$ — управление с ограничениями (3); $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Отметим, что уравнение (4) справедливо в области $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq T$.

Момент T окончания процесса определяется из условия

$$\int_0^T v_1(\alpha(t)) dt = h. \quad (8)$$

Таким образом, имеем задачу с нефиксированным временем T . Это создает дополнительные трудности, так как помимо функций $\alpha(t)$ и $\varphi(t, x)$ приходится искать и момент окончания процесса T .

Но в данном случае легко перейти от задачи с нефиксированным временем к задаче с фиксированным временем. Из формулы (8) не-

сложно заметить, что переменная $h(t) = \int_0^t v_1(\alpha(\tau)) d\tau$ является моно-

тонной функцией. Этот факт позволяет применить вместо переменной t новую переменную $h(t)$, где $0 \leq h(t) \leq h$, т. е. получить задачу

с фиксированным временем. Осуществим этот переход. Согласно формулам замены переменных имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial h(t)} \frac{dh(t)}{dt} = v_1(\alpha) \frac{\partial}{\partial h}.$$

Тогда уравнения (4), (5) примут следующий вид (снова переобозначим $h(t)$ через t):

$$\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} + \frac{v(\theta(t) + \alpha)}{v_1(\alpha)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = \frac{v(\theta(t) + \alpha)}{v_1(\alpha)} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2} \Big|_{\varphi=0}}{\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{\varphi=0}}. \quad (10)$$

Условия (7) и ограничение (3) на управление остаются без изменений. Отметим, что решив задачу в такой постановке, можно легко восстановить зависимость функций $\alpha(t)$ и $\varphi(t, x)$ от «истинного» времени t .

В качестве минимизируемого функционала выберем величину

$$J(\alpha(t)) = x_0(t). \quad (11)$$

Таким образом, можно окончательно сформулировать задачу: необходимо найти управление $\alpha(t)$, удовлетворяющее ограничени-

ям (3), доставляющее минимум функционалу (11), с дифференциальными связями (9), (10) и начальными условиями (7).

Обозначим для краткости правые части уравнений (9) и (10) соответственно через $\Phi(\varphi_x, t, \alpha(t))$ и $F(\varphi_x(x_0, t), \alpha(t))$. Тогда вместо (9) и (10) имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Phi(\varphi_x, t, \alpha(t)) &= 0; \\ \frac{dx_0}{dt} &= F(\varphi_x(x_0, t), \alpha(t)). \end{aligned}$$

Докажем теперь возможность применения принципа максимума Понтрягина для нашей задачи.

Будем называть управление $\tilde{a}(t)$ допустимым, если $\tilde{a}(t)$ — кусочно-непрерывная функция, удовлетворяющая ограничениям (3). Предположим, что $\tilde{a}(t)$ — некоторое допустимое управление, а $\tilde{\varphi}(t, x)$ и $\tilde{x}_0(t)$ соответствующие решения уравнений (9), (10) с условиями (7). Введем понятие сингулярной вариации управления $\alpha_\varepsilon(t)$. (рис. 3):

$$\alpha_\varepsilon(t) = \begin{cases} \bar{a}, & t \in [\tau, \tau + \varepsilon]; \\ \tilde{a}(t), & t \notin [\tau, \tau + \varepsilon]. \end{cases}$$

Здесь постоянная \bar{a} такова, что $0 \leq \tilde{a}(t) \leq \alpha_{\max}$; τ — заданная точка непрерывности функции $\alpha(t)$; ε — произвольное положительное число такое, что $0 < \tau + \varepsilon < T$. Разность $\alpha_\varepsilon(t) - \tilde{a}(t) = \delta\alpha(t)$ будем называть сингулярной вариацией управления.

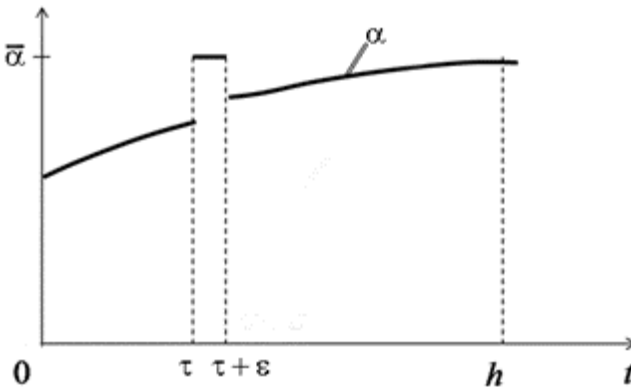


Рис. 3. Сингулярная вариация управления

Интерес представляет результат воздействия на функции $\varphi(t, x)$ и $x_{0\varepsilon}(t)$ сингулярных вариаций управления. Обозначим через $\varphi_\varepsilon(t, x)$ и $x_{0\varepsilon}(t)$ решения уравнений, соответствующие управлению $\alpha_\varepsilon(t)$, и определим вариации этих функций следующим образом:

$$h(t, x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varphi_\varepsilon(t, x) - \tilde{\varphi}(t, x)}{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon=0};$$

$$h_0(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{x_{0\varepsilon}(t) - \tilde{x}_0(t)}{\varepsilon} = \left(\frac{dx_{0\varepsilon}}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=0}.$$

Содержательный смысл вариации $h(t, x)$ и $h_0(t)$ состоит в том, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ выражения $\varepsilon h(t, x)$ и $\varepsilon h_0(t, x)$ являются главной линейной частью приращений функций $\tilde{\varphi}(t, x)$ и $\tilde{x}_0(t)$ вследствие сингулярного варьирования управления.

Далее можно показать, что функции $\varphi_\varepsilon(t, x)$, $\tilde{\varphi}(t, x)$, $x_{0\varepsilon}(t)$, $\tilde{x}_0(t)$ удовлетворяют следующим интегральным уравнениям соответственно:

$$\varphi_\varepsilon(t, x) = - \int_0^t \Phi \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon}{\partial x}, \tau, \alpha_\varepsilon(\tau) \right) d\tau, \quad (13)$$

$$\tilde{\varphi}(t, x) = - \int_0^t \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, \tau, \tilde{\alpha}(\tau) \right) d\tau. \quad (14)$$

$$x_{0\varepsilon}(t) = 1 + \int_0^t F \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon(\tau, x_{0\varepsilon})}{\partial x}, \alpha_\varepsilon(\tau) \right) d\tau; \quad (15)$$

$$\tilde{x}_0(t) = 1 + \int_0^t F \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(\tau) \right) d\tau. \quad (16)$$

Вычитая из равенств (13) и (15) равенства (14) и (16) соответственно, деля на ε и переходя к пределу при стремлении ε к нулю, получаем

$$h(t, x) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^t \frac{1}{\varepsilon} \left[\Phi \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon}{\partial x}, \tau, \alpha_\varepsilon(\tau) \right) - \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, \tau, \tilde{\alpha}(\tau) \right) \right] d\tau;$$

$$h_0(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^t \frac{1}{\varepsilon} \left[F \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon(\tau, x_{0\varepsilon})}{\partial x}, \alpha_\varepsilon(\tau) \right) - F \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(\tau) \right) \right] d\tau.$$

Из определения $\alpha_\varepsilon(t)$ следует, что для любого $t < \tau$ выполняются равенства $\varphi_\varepsilon(t, x) - \tilde{\varphi}(t, x) = 0$ и $x_{0\varepsilon}(t) - \tilde{x}_0(t) = 0$. Следовательно, $h(t, x) = h_0(t) = 0$, если $t \in [0, \tau)$. При $t \geq \tau$ получим

$$\begin{aligned}
 h(t, x) &= -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon} \left[\Phi \left(\frac{\partial \varphi_{\varepsilon}}{\partial x}, t, \alpha_{\varepsilon}(t) \right) - \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, t, \tilde{\alpha}(t) \right) \right] dt - \\
 &\quad - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau+\varepsilon}^t \frac{1}{\varepsilon} \left[\Phi \left(\frac{\partial \varphi_{\varepsilon}}{\partial x}, t, \alpha_{\varepsilon}(t) \right) - \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, t, \tilde{\alpha}(t) \right) \right] dt; \\
 h_0(t) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon} \left[F \left(\frac{\partial \varphi_{\varepsilon}(t, x_{0\varepsilon})}{\partial x}, \alpha_{\varepsilon}(t) \right) - F \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}(t, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(t) \right) \right] dt + \\
 &\quad + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau+\varepsilon}^t \frac{1}{\varepsilon} \left[F \left(\frac{\partial \varphi_{\varepsilon}(t, x_{0\varepsilon})}{\partial x}, \alpha_{\varepsilon}(t) \right) - F \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}(t, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(t) \right) \right] dt.
 \end{aligned}$$

Отметим, что для любого $t \geq \tau$ справедливы оценки

$$\begin{aligned}
 |\varphi_{\varepsilon}(t, x) - \tilde{\varphi}(t, x)| &= O(\varepsilon); \\
 |x_{0\varepsilon}(t) - \tilde{x}_0(t)| &= O(\varepsilon).
 \end{aligned} \tag{17}$$

В самом деле, $\varphi_{\varepsilon}(t, x) - \tilde{\varphi}(t, x) = x_{0\varepsilon}(t) - \tilde{x}_0(t) = 0$ при $t = \tau$. Функции $\varphi_{\varepsilon}(t, x)$ и $\tilde{\varphi}(t, x)$, а также $x_{0\varepsilon}(t)$ и $\tilde{x}_0(t)$ изменяются на интервале $[\tau, \tau + \varepsilon]$ согласно уравнениям (9)–(10), где $\alpha_{\varepsilon} \neq \tilde{\alpha}$. Тем не менее в силу того, что интервал имеет длину ε , мы получаем требуемые оценки. На интервале $[\tau + \varepsilon, t]$ функции $\varphi_{\varepsilon}(t, x)$, $\tilde{\varphi}(t, x)$ и $x_{0\varepsilon}(t)$, $\tilde{x}_0(t)$ также изменяются согласно тем же уравнениям, а значит, оценка (17) — следствие теорем о непрерывной зависимости решения дифференциальных уравнений от начальных данных. Используя теорему о конечных приращениях, непрерывность функций Φ , Φ_{φ_x} , F , F_{x_0} и тот факт, что при $t > \tau + \varepsilon$ $\alpha_{\varepsilon} = \tilde{\alpha}$, получаем, что для всех $t > \tau$

$$\begin{aligned}
 h(t, x) &= - \left[\Phi \left(\frac{\partial \varphi_{\varepsilon}}{\partial x}, t, \bar{\alpha} \right) - \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, t, \tilde{\alpha}(t) \right) \right] - \\
 &\quad - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^t \Phi_{\varphi_x} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, t, \tilde{\alpha}(t) \right) h_x(t, x) dt; \\
 h_0(t) &= \left\{ F \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \bar{\alpha} \right] - F \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \tilde{\alpha}(\tau) \right] \right\} + \\
 &\quad + \int_{\tau}^t F_{\varphi_x} \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(t, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(t) \right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}(\tilde{x}_0, \tilde{\alpha}) h_1(t) dt.
 \end{aligned}$$

Из представленных рассуждений следует, что вариации $h(t, x)$ и $h_0(t)$ — разрывные функции. При $0 \leq t < \tau$ $h(t, x) = h_0(t) = 0$, а при $t \geq \tau$ они удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(t, x)}{\partial t} &= -\Phi_{\varphi_x} \frac{\partial h}{\partial x}; \\ \frac{dh_0}{dt} &= F_{\varphi_x} \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(t, \tilde{x}_0)}{\partial x}, \tilde{\alpha}(t) \right] \frac{\partial^2 \varphi(\tilde{x}_0, \tilde{a})}{\partial x^2} h_0(t) \end{aligned} \quad (18)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} h(\tau, x) &= h(\tau^+, x) = - \left[\Phi \left(\frac{\partial \varphi_\varepsilon}{\partial x}, t, \bar{a} \right) - \Phi \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, t, \tilde{\alpha}(t) \right) \right]; \\ h_0(\tau) &= h_0(\tau^+) = F \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \bar{a} \right] - F \left[\left(\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \tilde{\alpha}(\tau) \right) \right]. \end{aligned}$$

Введем теперь сопряженные функции $\psi(t, x)$ и $\psi_0(t)$ и подчиним их следующим уравнениям:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\Phi_{\varphi_x}, \psi); \quad \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = -F_{\varphi_x} (\varphi_x, \tilde{\alpha}(t)) \varphi_{xx} (x_0, \tilde{\alpha}(t)) \psi_0, \quad (19)$$

а также функцию

$$M(t) = \psi_0(t) h_0(t) + \int_0^1 \psi(t, x) h(t, x) dx. \quad (20)$$

Продифференцируем равенство (20) по t :

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{d}{dt} (\psi_0(t) h_0(t)) + \frac{d}{dt} \int_0^1 \psi(t, x) h(t, x) dx = \\ &= -F_{\varphi_x} (\varphi_x, \tilde{\alpha}) \varphi_{xx} (x_0, \tilde{\alpha}) h_0 \psi_0 + F_{\varphi_x} (\varphi_x, \tilde{\alpha}) \varphi_{xx} (x_0, \tilde{\alpha}) h_0 \psi_0 + \\ &+ \int_0^1 \left(-\Phi_{\varphi_x} \frac{\partial h}{\partial x} \psi + h \frac{\partial}{\partial x} (\Phi_{\varphi_x} \psi) \right) dx = \Phi_{\varphi_x} \psi h \Big|_0^1. \end{aligned} \quad (21)$$

Отметим, что вариация функционала (11) имеет вид $\delta J = -h_0(T)$. Распорядимся выбором конечных условий для функций $\psi(t, x)$ и $\psi_0(t)$ выбираем следующим образом:

$$\psi(T, x) = 0; \quad \psi_0(T) = -1. \quad (22)$$

Тогда согласно первому уравнению (18) $\psi(t, x) = 0$ и из равенства (21) следует, что функция $M(t)$ постоянна. Учитывая условия (22) и вид функции $M(t)$, легко видеть, что $M(T) = \delta J$.

Пусть $\tilde{\alpha}(t)$ — оптимальное управление. Из необходимого условия минимума функционала, состоящего в неотрицательности его первой вариации, получаем неравенство $-h_0(T) \geq 0$, а значит, необходимое условие принимает вид $M(T) = \psi_1(T)h_0(T) \geq 0$. Поскольку величина $M(t)$ постоянна, то последнее неравенство должно выполняться и при $t = \tau$, т. е. $\psi_0(\tau)h_0(\tau) \geq 0$, что с учетом выражения (20) дает

$$\psi_0(\tau) \left\{ F \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \bar{\alpha} \right] - F \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}(\tau, \tilde{x}_0(\tau))}{\partial x}, \tilde{\alpha}(\tau) \right] \right\} \geq 0.$$

Это же неравенство можно записать в следующем виде:

$$-\psi_1(\tau) F \left[\varphi_x(\tau, \tilde{x}_0(\tau)), \tilde{\alpha} \right] \geq -\psi_1(\tau) F \left[\varphi_x(\tau, \tilde{x}_0(\tau)), \bar{\alpha} \right].$$

Таким образом, для рассматриваемой задачи установили принцип максимума Понтрягина. Если управление $\tilde{\alpha}(t)$ и траектория $\tilde{x}_0(t)$ доставляют минимум функционалу (11) при уравнениях связи (9), (10), условиях (7) и ограничении на управление (3), то существует такая непрерывная функция $\psi_0(t)$, удовлетворяющая системе сопряженных уравнений (19) и условию (2), что при каждом $t \in [0, T]$ функция

$$-\psi_0(t) F \left[\varphi_x(t, \tilde{x}_0(t)), \tilde{\alpha}(t) \right]$$

достигает в точке $\tilde{\alpha}(t)$ своего максимума по всем $\alpha(t)$, удовлетворяющим ограничению (3).

Отметим, что из вида второго уравнения (19) следует, что функция $\psi(t)$ не меняет своего знака на всем интервале $t \in [0, T]$, а согласно условию (22) она на всем интервале отрицательна. Поэтому для рассматриваемой задачи формулировка принципа максимума значительно упрощается. Если управление $\tilde{\alpha}(t)$ и траектория $\tilde{x}_0(t)$ доставляют минимум функционалу (11) при уравнениях связи (9), (10), условиях (7) и ограничениях на управление (3), то при каждом $t \in [0, T]$ функция $F \left[\varphi_x(t, \tilde{x}_0(t)), \tilde{\alpha}(t) \right]$ достигает в точке $\tilde{\alpha}(t)$ своего максимума по всем допустимым α .

Таким образом, для данной задачи отпадает необходимость решения сопряженного уравнения, что в значительной степени облег-

чает процедуру счета. Отметим, что согласно принятым обозначениям функция $F[\phi_x(t, \tilde{x}_0(t)), \tilde{\alpha}(t)]$ имеет вид

$$F[\phi(t, x_0(t)), \alpha(t)] = \frac{v(\theta(t) + \alpha(t))}{v_1(\alpha(t))} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2} \Big|_{\phi=0}}{\frac{\partial\phi}{\partial x} \Big|_{\phi=0}}.$$

Видно, что управление $\alpha(t)$ присутствует здесь лишь в множителе $\frac{v(\theta(t) + \alpha(t))}{v_1(\alpha)}$, а $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ всегда меньше нуля. Этот вывод был использован при реализации алгоритма для численного решения задачи.

Результаты расчетов ИЛТ без применения оптимального управления для углов падения ионов $\alpha = 0$ (а) и $\alpha = \pi/3$ (б) и $\omega = 3$ приведены на рис. 4. Глубина травления $H = 0,4$. При $\alpha = 0$ граничная

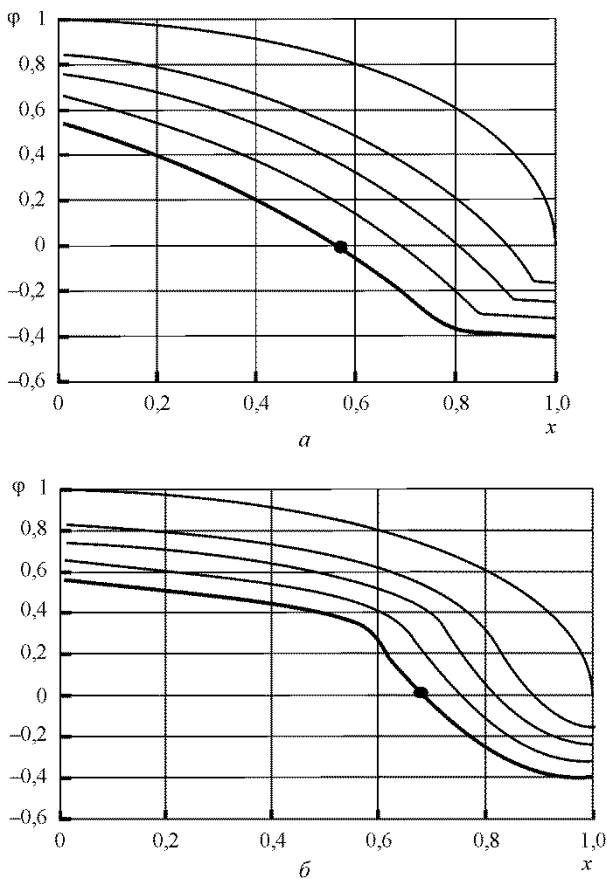


Рис. 4. Эволюция профиля маски $\phi(t, x)$ при нулевом (а) и максимальном (б) угле падения ионов

точка $x_0 = 0,56$, время процесса $T = 20,25$, а при $\alpha = \pi/3$ граничная точка $x_0 = 0,66$, а время процесса $T = 15,25$.

Данные расчета ИЛТ с применением оптимального управления для угла падения ионов α и $\omega = 5$ показаны на рис. 5. Глубина травления $H = 0,4$. На рис. 5, а граничная точка $x_0 = 0,685$, время процесса $T = 14,23$.

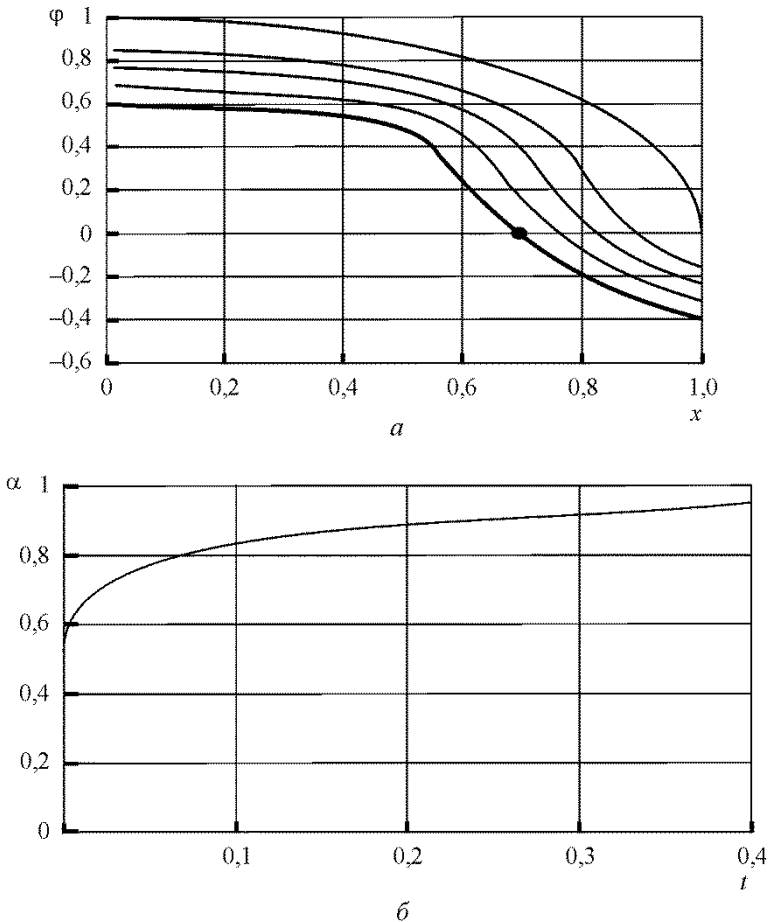


Рис. 5. Эволюция профиля маски при оптимальном режиме (а) и график оптимального управления процессом ИЛТ (б)

В работе найдены оптимальные режимы процесса ИЛТ, которые позволяют минимизировать уход геометрических размеров вытравливаемых элементов с помощью изменения угла падения ионного луча относительно мишени. Полученные результаты имеют прямое отношение к задачам управления движением вращающихся твердых тел с жидкостью [9–16]. Стоит также подчеркнуть, что формулировать принцип максимума для задач со смешанными ограничениями в форме Понтрягина нельзя. В его формулировку входят меры, имею-

щие сложную связь с оптимальной траекторией. Но благодаря виду уравнения, которое описывает процесс ИЛТ, эту проблему удалось обойти.

Установленный в работе принцип максимума Понтрягина справедлив и для трехмерного случая, поскольку при выводе нигде не используется явный вид формулы, которая определяет угол θ . Дальнейшие исследования будут направлены на изучение вопросов управления работой алгоритма с учетом [17–23], а также применение декомпозиционных преобразований в соответствующих оптимизационных задачах по методам [24–27].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Dutton R. W., Hansen S. E. Process Modeling of Integrated Circuit Device Technology. *Proceedings of the IEEE*, 2001, vol. 69, no 10, pp. 1305–1320.
- [2] Ryssel H., Habberg K., Hoffmann K., Prinke G., Dumcke R., Sachs A. Simulation of Doping Processes. *IEEE Trans on electron devices*, 2000, vol. 27, no. 8, pp. 1484–1492.
- [3] Gushin M. B., Ivanov R. D., Labutin E. S. etc. Model Profile Evolution Photo Resistive Protective Mask During Ion Beam Etching. *Electronic Technician*. Ser. 3. Microelectronics, 1979, no. 2, p. 90.
- [4] Docommuh I. D., Gantagrel M., Moulin M. Evolution of Well-Divined Surface Contour Submitted to Ion Bombardment. *J. of Materials Sci. Left*, 1981, no. 10, p. 52.
- [5] Muravey L. A., Petrov V. M. Optimal Control of Technological Processes in Microelectronics. *Interpribor-90*, Moscow, 1990, pp. 51–53.
- [6] Muravey L. A., Petrov V. M. Simulation and Optimization Problems of Some Technological Processes in Microelectronics. *SIAM Conference on Mathematics Industry*, San Francisco, USA, 2009, p. 26.
- [7] Muravey L. A., Petrov V. M. Coefficient Control for Some Nonlinear Hyperbolic Equation. *1062nd AMS MEETING, Syracuse University*. Syracuse, New York, 2010, p. 34–35.
- [8] Muravey L. A., Petrov V. M., Romanenkov A. M. Modeling and Optimization of Ion-Beam Etching Process. *Proceedings. III International conference on optimization methods and applications (OPTIMA-2012)*. Costa da Caparica, 2012.
- [9] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. *О сопоставлении бифуркаций в классической и квантовой механике. Случай интегрируемых систем*. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2009, 84 с.
- [10] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2006, Ч. II, № 3, с. 82–89.
- [11] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2006, Ч. I, № 1, с. 141–148.
- [12] Гурченков А.А. Момент сил внутреннего трения быстровращающегося цилиндрического сосуда, заполненного вязкой жидкостью. *Известия вузов. Сер. Приборостроение*, 2001, т. 44, № 2, с. 44.
- [13] Gurchenkov A.A. Stability of a Fluid-Filled Gyroscope. *Инженерно-физический журнал*, 2002, т. 75, № 3, с. 28–32.

- [14] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. Unsteady Viscous Fluid Flow between Rotating Parallel Walls with Allowance for Thermal Slip Along One of Them. *Doklady Physics*, 2002, vol. 47, no. 1, pp. 25–28.
- [15] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками при наличии поперечного потока. *Прикладная механика и техническая физика*, 2001, т. 42, № 4, с. 48–51.
- [16] Гурченков А.А., Корнеев В.В., Носов М.В. Динамика слабозмущенного движения заполненного жидкостью гироскопа и задача управления. *Прикладная математика и механика*, 2008, т. 72, № 6, с. 904–911.
- [17] Гурченков А.А. Диссипация энергии в колеблющейся полости с вязкой жидкостью и конструктивными неоднородностями. *Докл. Академии наук*, 2002, т. 382, № 4, с. 476.
- [18] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Tsurkov V.I. Control of Fluid-Containing Rotating Rigid Bodies. *CRS Press*, 2013, 147 p.
- [19] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками. *Прикладная математика и механика*, 2002, т. 66, вып. 2, с. 251–255.
- [20] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. *Слоистые структуры в нелинейных векторных полях*. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2007, 177 с.
- [21] Гурченков А.А., Кулагин Н.Е. *Об узорах симметрии в простых моделях нелинейного скалярного поля*. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2004, 84 с.
- [22] Гурченков А.А., Мороз И.И., Попов Н.Н. Модель псевдориманова сферически симметричного пространства с нестационарной лоренц-инвариантной метрикой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1166.html>
- [23] Гурченков А.А., Романенков А.М. Оптимальное управление движением жидкости со свободной поверхностью. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/613.html>
- [24] Гурченков А.А. Начально-краевая задача для уравнений динамики вращающейся жидкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/603.html>
- [25] Гурченков А.А. Управление вращающимися твердыми телами с жидким наполнением. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, спец. вып. № 7, с. 18–31.
- [26] Гурченков А.А. *Динамика завихренной жидкости в полости вращающегося тела*. Москва, Физматлит, 2010, 221 с.
- [27] Гурченков А.А., Носов М.В., Цурков В.И. *Управление вращающимися твердыми телами с жидкостью*. Москва, Физматлит, 2011, 202 с.

Статья поступила в редакцию 24.07.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гурченков А.А., Муравей Л.А., Романенков А.М. Моделирование и оптимизация технологического процесса ионно-лучевого травления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 1. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/eleng/1211.html>

Гурченков Анатолий Андреевич родился в 1939 г., окончил МФТИ в 1968 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: управление вращательными твердыми телами с жидким наполнением, устойчивость динамических систем с жидкостью.
e-mail: challenge2005@mail.ru

Муравей Леонид Андреевич родился в 1944 г., окончил МФТИ в 1967 г. Д-р физ-мат. наук, профессор заведующий кафедрой «Прикладная математика и информационные технологии» МАТИ — РГТУ им. К.Э. Циолковского. Область научных интересов: уравнения математической физики, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, оптимальное управление. e-mail: pm@mati.ru

Романенков Александр Михайлович родился в 1987 г., окончил МАТИ в 2010 г. Ассистент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» МАТИ — РГТУ им. К.Э. Циолковского. Область научных интересов: обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, оптимальное управление, управление нестационарными процессами. e-mail: romanaleks@gmail.ru

Modelling and optimization of the technology process by ion beam etching

© A.A. Gurchenkov¹, L.A. Muravey², A.M. Romanenkov²

1 Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

2 MATI — Russian State Technological University n.a. K.E. Tsiolkovsky, Moscow, 103767, Russia

The study tested the problem of optimal control of ion beam etching to minimize geometric dimensions of the etched elements. This problem is solved by changing the angle of incidence of the ion beam in relation to the target (IBE method). Advanced techniques for creating embossing functional layers, including various ways of dry etching, are necessary for making chips with submicron elements. One of those ways is the ion-beam etching (IBE) based on the action of mono electric ion beams. It permits to change the angle of the target in relation to the ion beam, thereby to control the angle of the etched elements. One of the advantages of IBE is the availability of sufficiently accurate mathematical model. Evolution of the freeform surface during ion beam etching is described by the essentially nonlinear hyperbolic equation of the first order. The paper describes the function that determines the angle formed by the beam of the incidence of the ions to the sputtered surface, for two-dimensional and three-dimensional cases. To characterize the degree of drifting geometrical dimensions, we introduced the functional and set the problem of optimal control with non-fixed time. However, due to the special features of the IBE process, we succeeded in bringing the time-fixed problem to the fixed-time one. For this problem, using the technique of singular variations, we established Pontryagin maximum principle. Based on this principle, we designed software package to search for the optimal regimes for different initial profiles. It should be noted, that to search for the optimal control, it is not necessary to solve the adjoint system, which greatly facilitates the computational process. We also examined the IBE process for the semicircular initial mask. For comparison, we performed calculations with the optimal control and without it and made appropriate conclusions.

Keywords: IBE methods, optimal control, L.S. Pontryagin principle maximum.

REFERENCES

- [1] Dutton R. W., Hansen S. E. Process Modeling of Integrated Circuit Device Technology. *Proceedings of the IEEE*, 2001, vol. 69, no 10, pp. 1305–1320.
- [2] Ryssel H., Habberg K., Hoffmann K., Prinke G., Dumcke R., Sachs A. Simulation of Doping Processes. *IEEE Trans on electron devices*, 2000, vol. 27, no. 8, pp. 1484–1492.
- [3] Gushin M. B., Ivanov R. D., Labutin E. S. etc. Model Profile Evolution Photo Resistive Protective Mask During Ion Beam Etching. *Electronic Technician. Ser. 3. Microelectronics*, 1979, no. 2, p. 90.
- [4] Docommuh I. D., Gantagrel M., Moulin M. Evolution of Well-Divined Surface Contour Submitted to Ion Bombardment. *J. of Materials Sci. Left*, 1981, no. 10, p. 52.
- [5] Muravey L. A., Petrov V. M. Optimal Control of Technological Processes in Microelectronics. *Interpribor-90*, Moscow, 1990, pp. 51–53.

- [6] Muravey L. A., Petrov V. M. Simulation and Optimization Problems of Some Technological Processes in Microelectronics. *SIAM Conference on Mathematics Industry*, San Francisco, USA, 2009, p. 26.
- [7] Muravey L. A., Petrov V. M. Coefficient Control for Some Nonlinear Hyperbolic Equation. *1062nd AMS MEETING, Syracuse University*. Syracuse, New York, 2010, p. 34–35.
- [8] Muravey L. A., Petrov V. M., Romanenkov A. M. Modeling and Optimization of Ion-Beam Etching Process. *Proceedings. III International conference on optimization methods and applications (OPTIMA-2012)*. Costa da Caparica, 2012.
- [9] Gurchenkov A.A., Eleonsky V.M., Kulagin N.E. *O сопоставлении бифуркации в классической и квантовой механике. Слушай интегрируемых систем* [On comparing the bifurcations in classical and quantum mechanics. The case of integrable systems]. Moscow, 2009, CC RAS Publ., 84 p.
- [10] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control theory and systems*, 2006, no. 3, pp. 82–89.
- [11] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control theory and systems*, 2006, no. 1, pp. 141–148.
- [12] Gurchenkov A.A. *Izvestiya vuzov. Ser. Priborostroenie — University Proceed. Ser. Instrument engineering*, 2001, vol. 44, no. 2, p. 44.
- [13] Gurchenkov A.A. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal — Journal of Engineering Physics*, 2002, vol. 75, no. 3, pp. 28–32.
- [14] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. *Doklady Physics*, 2002, vol. 47. no. 1, pp. 25–28.
- [15] Gurchenkov A.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, vol. 42, no. 4, pp. 48–51.
- [16] Gurchenkov A.A., Korneev V.V., Nosov M.V. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, vol. 72, no. 6, pp. 904–911.
- [17] Gurchenkov A.A. *Dokl. Akademii nauk — Acad. Sci. reports*, 2002, vol. 382, no. 4, p. 476.
- [18] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Tsurkov V.I. *Control of Fluid-Containing Rotating Rigid Bodies*. CRS Press, 2013, 147 p. (in English).
- [19] Gurchenkov A.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics*, 2002, vol. 66, iss. 2, pp. 251–255.
- [20] Gurchenkov A.A., Eleonskii V.M., Kulagin N.E. *Sloistye struktury v nelineinykh vektornykh poliakh* [Layered structures in nonlinear vector fields]. Moscow, Comp. Center RAS Publ., 2007, 177 p.
- [21] Gurchenkov A.A., Kulagin N.E. *Ob uzorakh simmetrii v prostykh modeliakh nelineinogo skaliarnogo polia* [Patterns of symmetry in simple models of nonlinear scalar field]. Moscow, Comp. Center RAS, 2004, 84 p.
- [22] Gurchenkov A.A., Moroz I.I., Popov N.N. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 9. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1166.html>
- [23] Gurchenkov A.A., Romanenkov A.M. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 2. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/613.html>
- [24] Gurchenkov A.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 2. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/603.html>

- [25] Gurchenkov A.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennyye nauki — BMSTU Bulletin. Ser. Natural Sciences*, 2012, spec. iss. no. 7, pp. 18–31.
- [26] Gurchenkov A.A. *Dinamika zavikhrennoi zhidkosti v polosti vrashchayushchegosya tela* [Dynamics of swirling liquid in the cavity of the rotating body]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010, 221 p.
- [27] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Tsurkov V.I. *Upravlenie vrashchayushchimisya tverdymi telami s zhidkostyu* [Control of rotating solids with the fluid]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 202 p.

Gurchenkov A.A., Dr. Sci. (Phis. & Math.), Professor of the Higher Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. He is the author of about 130 publications in the field of applied mathematics and mechanics, including 8 monographs. Scientific interests in modelling and control of fluid-containing rotating rigid bodies. e-mail: challenge2005@mail.ru

Muravey L.A., Dr. Sci. (Phis. & Math.), Head of the Higher Mathematics Department of MATI — Tsiolkovsky State Technological University. He is the author of more than 150 publications in the field of applied mathematics and theory control. Scientific interests: equations of mathematical physics, numerical methods, modelling and optimal control. e-mail: pm@mati.ru

Romanenkov A.M., post-graduate Student of the Applied Mathematics Department Of MATI — Tsiolkovsky State Technological University. Scientific interests: numerical methods, modelling and optimal control. e-mail: romanaleks@mail.ru